

# Curent alternativ

## Table of Contents

- [1. Bazele teoriei](#)
  - [1.1. Ce este curentul alternativ](#)
  - [1.2. Forme de undă în curent alternativ](#)
  - [1.3. Amplitudinea curentului alternativ](#)
  - [1.4. Rezolvarea circuitelor simple de curent alternativ](#)
  - [1.5. Fazele curentului alternativ](#)
  - [1.6. Principii ale undelor radio](#)
- [2. Numere complexe](#)
  - [2.1. Introducere](#)
  - [2.2. Vectori și forme de undă în curent alternativ](#)
  - [2.3. Adunarea simplă a vectorilor](#)
  - [2.4. Adunarea complexă a vectorilor](#)
  - [2.5. Notația polară și rectangulară a numerelor complexe](#)
  - [2.6. Aritmetică numerelor complexe](#)
  - [2.7. Clarificări legate de polaritatea curentului alternativ](#)
- [3. Reactanta inductivă](#)
  - [3.1. Circuite rezistive în curent alternativ](#)
  - [3.2. Circuite inductive în curent alternativ](#)
  - [3.3. Circuite rezistiv-inductive serie. Impedanță](#)
  - [3.4. Circuite rezistiv-inductive paralel în curent alternativ](#)
- [4. Reactanta capacitive](#)
  - [4.1. Circuite pur rezistive](#)
  - [4.2. Circuite pur capacitive](#)
  - [4.3. Circuite rezistiv-capacitive serie](#)
  - [4.4. Circuite rezistiv-capacitive paralel](#)
- [5. Reactanta RLC](#)
  - [5.1. R, X și Z - recapitulare](#)
  - [5.2. Circuite RLC serie](#)
  - [5.3. Circuite RLC paralel](#)
  - [5.4. Circuite RLC serie-paralel](#)
  - [5.5. Susceptanță și admitanță](#)
- [6. Rezonanța](#)
  - [6.1. Pendulul electric](#)
  - [6.2. Rezonanță paralel](#)
  - [6.3. Rezonanță serie](#)
  - [6.4. Aplicații ale rezonanței](#)
  - [6.5. Rezonanță serie-paralel. Antirezonanță](#)
- [7. Frecvențe combinate](#)
  - [7.1. Introducere](#)
  - [7.2. Forme de undă dreptunghiulare](#)
  - [7.3. Analiza spectrală](#)
  - [7.4. Efecte asupra circuitelor](#)
- [8. Filtre](#)
  - [8.1. Ce este un filtru](#)
  - [8.2. Filtrul trece-jos](#)
  - [8.3. Filtrul trece-sus](#)
  - [8.4. Filtrul trece-bandă](#)
  - [8.5. Filtrul stop-bandă](#)
  - [8.6. Filtre rezonante](#)
- [9. Transformatorul](#)
  - [9.1. Inductanță mutuală și modul de funcționare](#)
  - [9.2. Transformatorul ridicător și coborător de tensiune](#)
  - [9.3. Tipuri de infășurări](#)
- [10. Circuitul polifazat](#)
  - [10.1. Sisteme de alimentare monofazate](#)
  - [10.2. Sisteme de alimentare trifazate](#)
  - [10.3. Secvența fazelor](#)
  - [10.4. Funcționarea motorului polifazat](#)
  - [10.5. Configurații stea și triunghi trifazate](#)
  - [10.6. Transformatorul trifazat](#)
- [11. Factorul de putere](#)
  - [11.1. Puterea în circuitele de curent alternativ rezistive și reactive](#)
  - [11.2. Puterea reală, reactivă și aparentă](#)
  - [11.3. Calcularea și corectarea factorului de putere](#)
  - [11.4. Corectarea practică a factorului de putere](#)
- [12. Motoare electrice](#)
  - [12.1. Scurtă introducere a motoarelor electrice](#)

- [12.2. Histereza și curentii turbionari](#)
- [12.3. Motorul sincron](#)
- [12.4. Semnale analogice si digitale](#)
- [13. Linii electrice lungi](#)
  - [13.1. Circuitele electrice și viteza luminii](#)
  - [13.2. Impedanța caracteristică](#)
  - [13.3. Linii electrice finite](#)
  - [13.4. Linii electrice lungi și linii electrice scurte](#)
  - [13.5. Unde staționare și rezonanță](#)

# 1 Bazele teoriei

## 1.1 Ce este curentul alternativ

În primul capitol am luat în considerare doar curentul continuu, termen folosit în electricitate pentru a defini deplasarea electronilor într-o singură direcție constantă și/sau calitatea tensiunii de a detine o singură polaritate. Curentul continuu este tipul de electricitate produsă de o baterie, de exemplu.

Pe cât de folosit și ușor de înțeles este curentul continuu, acesta nu este „tipul” de electricitate folosit în general. Unele surse electrice, precum generatoarele electro-mecanice rotative, produc tensiuni a căror polaritate alternează, inversându-se în acest caz polii pozitivi și negativi între ei. Fie că vorbim de modificarea polarității unei tensiuni sau de modificarea direcției de deplasare a electronilor înainte și înapoi, acest gen de electricitatea poartă denumirea de curent alternativ:

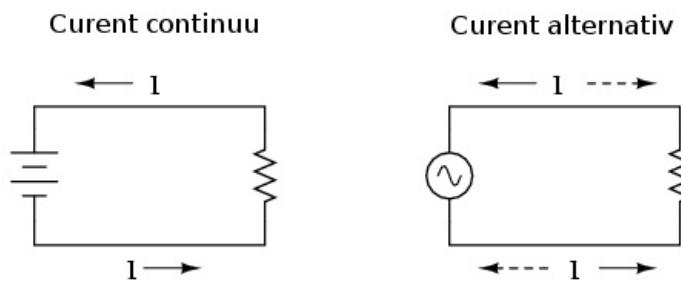


Figure 1: curent continuu vs. curent alternativ

Deși simbolul bateriei este folosit pentru a reprezenta orice sursă de curent continuu, în cazul curentului alternativ, simbolul unei surse generice îl reprezintă o linie sinusoidală într-un cerc, precum în figura de mai sus.

Ne putem întreba, pe bună dreptate, de ce ne-am bate capul și cu acest tip de electricitate. Este adevărat că în unele cazuri, curentul alternativ nu prezintă niciun avantaj față de cel continuu. În aplicațiile în care curentul electric este folosit doar pentru a genera energie sub formă de căldură (reșou, bec, etc.), polaritatea sau direcția curentului este irelevantă atâtă timp cât tensiunea și curentul existente în circuit sunt suficiente pentru a disipa puterea necesară elementelor din circuit. Totuși, cu ajutorul curentului alternativ se pot construi generatoare electrice, motoare electrice și sisteme de distribuție a energiei electrice mult superioare din punct de vedere al eficienței față de curentul continuu.

### 1. Generarea curentului alternativ

În cazul în care construim o mașină ce rotește un câmp magnetic în jurul unui set de înfășurări staționare prin intermediul unui ax, vom constata producerea curentului alternativ pe înfășurări pe măsură ce axul se rotește; principiul se bazează pe legea inducției electromagnetice a lui Faraday. Acesta este și principiul de bază a unui generator de curent alternativ, cunoscut și sub numele de alternator.

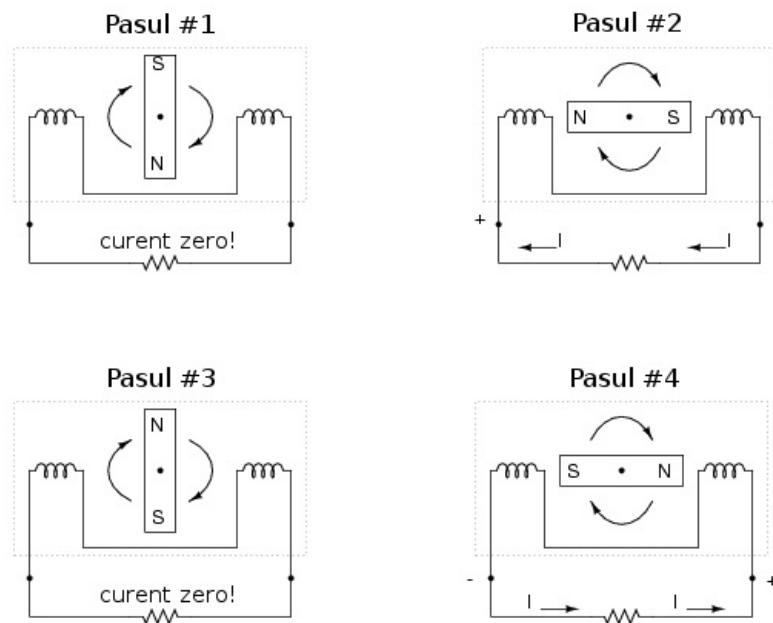


Figure 2: principiul generatorului de curent alternativ

Putem observa că polaritatea tensiunii pe înfăşurare se inversează atunci când prin preajma acestia trece polul opus al magnetului. Conectată la o sursă, această inversare a polarității crează un curent invers (în direcție opusă) prin circuit. Cu cât viteza de rotație a axului generatorului este mai mare, cu atât mai repede se rotește și magnetul; rezultatul este o tensiune și curent alternativ ce și modifică direcțiile mult mai des în același perioadă de timp.

## 2. Generarea curentului continuu

Deși generatoarele de curent continuu funcționează pe baza același principiu al inducției electromagnetice ca și generatoarele de curent alternativ, construcția acestora nu este așa de simplă. La un generator de curent continuu, înfășurarea este montată pe ax, acolo unde la generatorul de curent alternativ se află magnetul permanent, iar contactul dintre înfășurarea rotativă și circuitul exterior se realizează cu ajutorul unor contacte staționare de carbon, numite perii, ce vin în contact cu fâșii de carbon aflate pe înfășurare. Toate aceste elemente sunt necesare pentru schimbarea polarității de ieșire spre circuitul exterior, pentru ca acesta „să vadă” o polaritate constantă (curent continuu):

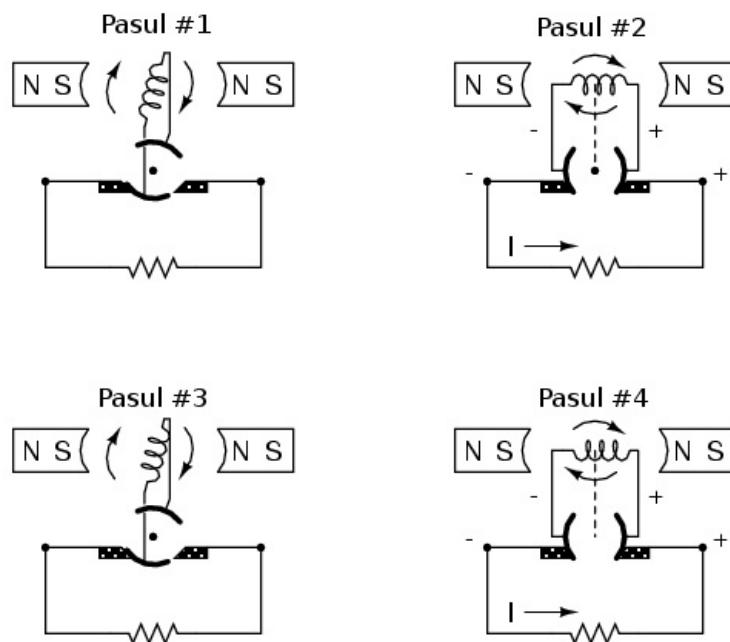


Figure 3: principiul generatorului de curent continuu

aceeași direcție (polaritate). Pentru ca un generator de curent continuu să producă o tensiune constantă și nu o tensiune intermitentă, acesta trebuie echipat cu seturi multiple de înfășurări pentru contactul cu periile. Diagrama de mai sus este prin urmare una simplificată.

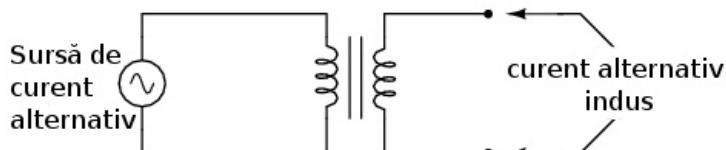
Problema ce se iveste în cazul închiderii și deschiderii contactelor între înfășurările rotative și peri este dezvoltarea căldurii excesive și a scânteilor, în special la viteze mari. Dacă mediul ambiant în care funcționează generatorul prezintă vaporii inflamabili sau explozivi, problema folosirii unui asfel de generator este și mai gravă. Pe de altă parte, un generator de curent alternativ nu necesită peri și comutatoare pentru funcționarea sa, și este prin urmare imun la asfel de probleme. Avantajele curentului alternativ față de cel continuu se regăsesc și în cazul confeționării motoarelor electrice.

### 3. Transformatorul

Un alt domeniu de aplicare al curentului continuu se bazează pe un efect al electromagnetismului cunoscut sub denumirea de *inducție mutuală*: două sau mai multe înfășurări plasate una în vecinătatea celeilalte, astfel încât câmpul magnetic variabil creat de o înfășurare induce o tensiune electrică în cealaltă. Dacă avem două înfășurări mutual inductive și alimentăm una dintre ele în curent alternativ, cea de a doua înfășurare va și ea străbătută de curent alternativ. O astfel de utilizare a înfășurătorilor dă naștere unui dispozitiv numit *transformator*:

alimentează prima înfășurare dintr-un set de două înfășurări mutual inductive, va induce un curent alternativ în

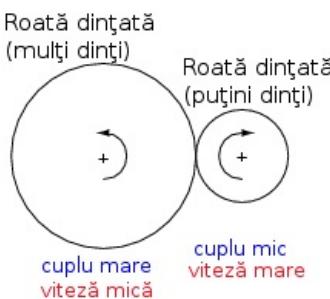
Transformator



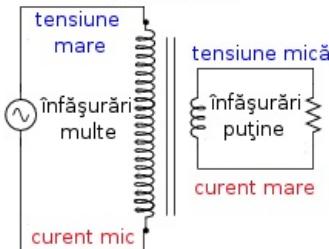
cea de a doua înfășurare

Transformatorul este utilizat în principal pentru ridicarea sau coborârea valorii tensiunii de la înfășurarea alimentată la cea nealimentată. Prima înfășurare, cea care este alimentată în curent alternativ, poartă denumirea de *primar*; cea de a doua înfășurare, cea în care se induce un curent alternativ din spire primar, poartă denumirea de *secundar*. Valoarea tensiunii induse în secundar este egală cu produsul dintre valoarea tensiunii din primar și raportul dintre numărul de spire din secundar și numărul de înfășurări din primar ( $U_2 = U_1 \cdot n_2/n_1$ ). Această relație poate fi reprezentată printr-o analogie mecanică, folosind cuplul și viteza pentru reprezentarea tensiunii și respectiv a curentului.

cuplul reprezintă tensiunea și viteza reprezintă curentul  
Angrenaj pentru multiplicarea vitezei



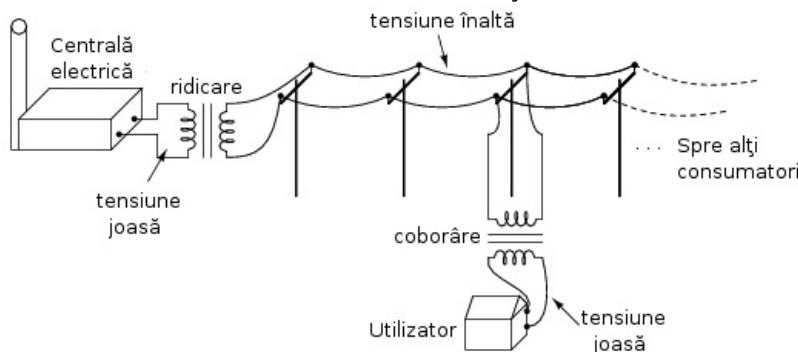
Transformator coborâtor de tensiune



Dacă inversăm raportul numărului de spire dintre primar și secundar, astfel încât primarul va avea mai puține spire decât secundarul, atunci transformatorul va „ridica” tensiune de la nivelul existent în primar la un nivel mai mare în secundar.

Abilitatea transformatoarelor de a ridica tensiunea sau de a o coborî este extrem de utilă în proiectare rețelelor de distribuție a energiei electrice. Atunci când se transportă energie electrică pe distanțe lungi, este mult mai eficient dacă aceasta se realizează la tensiuni înalte și curenți mici (diametrul conductorilor este mai mic, prin urmare și pierderile sunt mai mici), și coborârea acesteia pentru utilizarea de către consumator.

folosirea transformatoarelor ridicătoare și coborătoare de tensiune



Tehnologia proiectării transformatoarelor face posibilă existența sistemelor de distribuție. Fară capacitatea de ridicare și coborâre a tensiuni, sistemele de distribuție ar fi mult prea scumpe pentru a fi practice, decât poate,

doar pe distanțe scurte, de câțiva kilometri.

Pe cât sunt de folositoare, transformatoarele funcționează doar în curenț alternativ, deoarece fenomenul de inducție mutuală se bazează pe câmpuri magnetice variabile, iar curențul continuu nu poate produce decât câmpuri magnetice constante. Desigur, curențul continuu poate fi folosit sub formă de impulsuri prin înfășurarea primară pentru crearea unui câmp magnetic variabil, dar acest curenț pulsatoriu nu este foarte diferit până la urmă de curențul alternativ.

## 1.2 Forme de undă în curenț alternativ

Datorită modului de producere a energiei electrice, unda produsă de modificarea continuă a polarității tensiunii, respectiv direcției curențului, are o formă *sinusoidală*:

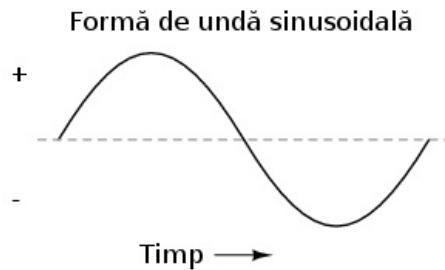


Figure 4: formă de undă sinusoidală

Graficul tensiunii cu timpul pentru un generator electric electromecanic ne arată o modificare netedă a polarității (dinspre + spre - sau invers); nivelul tensiunii are cea mai rapidă variație în jurul valorii de zero, la intersecția cu axa timpului, și cea mai lentă în jurul valorilor maxime. Dacă luăm funcția trigonometrică sinus între 0 și 360 de grade și o desenăm pe un grafic, aceasta va fi exact figurii considerate mai sus.

Motivul pentru care generatorul produce curenț alternativ se datorează modului său fizic de funcționare. Tensiunea produsă de stator (înfășurările staționare) datorită mișcării rotorului (magnetul rotativ) este proporțională cu rata variației fluxului magnetic perpendicular pe înfășurări (legea inducției electromagnetice). Această rată de variație este maximă atunci când polii magnetului se află în imediata apropiere a înfășurărilor, iar valoarea ei este minimă atunci când aceștia se află la distanța maximă față de înfășurări. Matematic, rata variației fluxului magnetic datorită unui magnet rotativ, urmărește graficul funcției sinus, astfel că tensiunea produsă de înfășurări este descrisă de aceeași funcție.

Dacă urmărim variația tensiunii produsă de înfășurările unui generator din oricare punct de pe graficul funcției (sinus în acest caz) până în momentul în care graficul începe să se repete, spunem că s-a efectuat exact o perioadă a acelei funcții. Matematic, perioada unei funcții se notează cu  $T$ . Această concept este cel mai ușor de vizualizat între valorile maxime ale funcției, dar poate la fel de bine să fie luat în considerare între oricare puncte ale acestuia. Valorile unghiurilor de pe axa orizontală desemnează domeniul funcției trigonometrice sinus, dar și poziția unghiulară a axului alternatorului aflat în mișcare:

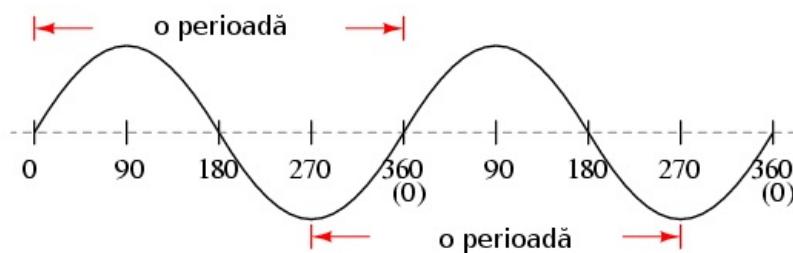


Figure 5: identificarea unei perioade a funcției trigonometrice sinus

Din moment ce axa orizontală a graficului desemnează trecerea timpului precum și poziția axului alternatorului în grade, unitatea de măsură folosită pentru marcarea unei perioade este timpul, în majoritatea cazurilor măsurat în secunde sau fracțiuni de secundă. Perioada unei unde, măsurată în grade, este tot timpul 360, dar tipul ocupat de o singură perioadă depinde de rata variației tensiunii de la o polaritate spre cealaltă.

### 1. Frecvența

O metodă și mai des folosită pentru a descrie alternanța curențului alternativ este exact rata acestei oscilații, denumită *frecvență*, desemnată matematic prin  $f$ . Unitatea de măsură pentru frecvență este Hertz-ul (prescurtat

Hz), și reprezintă numărul de perioade complete într-un interval de o secundă. În Europa, frecvența standard folosită este de 50 Hz, ceea ce se traduce prin faptul că tensiunea alternativă oscilează cu o rată de 50 de perioade la fiecare secundă. O stație de transmisie radio ce folosește o frecvență de 100 MHz generează tensiune alternativă ce oscilează cu o rată de 100 de milioane de perioade pe secundă.

Matematic, perioada și frecvența sunt mărimi reciproce, frecvența fiind egală cu inversul perioadei ( $f = 1 / T$ ). De exemplu, pentru o perioadă  $T = 16$  ms, frecvența  $f = 1 / 16 = 62.5$  Hz. Instrumentul folosit pentru vizualizarea formelor de undă (a variației tensiunii sau curentului cu timpul) se numește *osciloscop*.

## 2. Alte forme de undă

Deși generatoarele electromecanice și multe alte fenomene fizice produc în mod natural forme de undă sinusoidale, acestea nu sunt singurele forme de unde alternative existente. Există o varietate de unde alternative produse de circuitele electronice. Mai jos sunt câteva exemple:

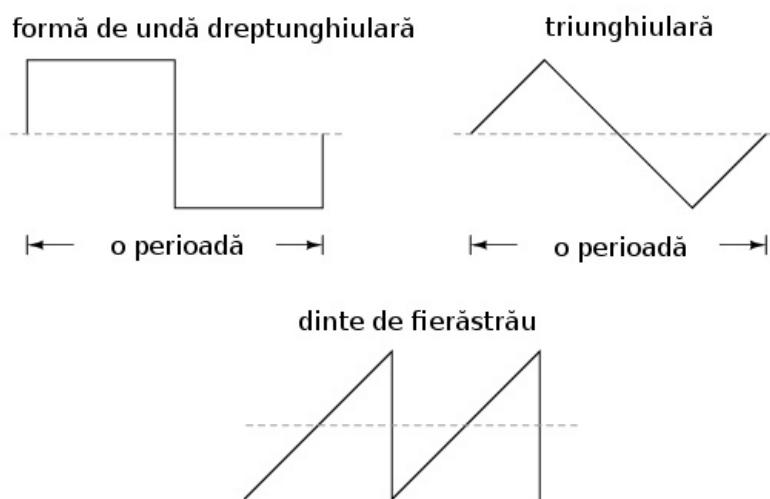


Figure 6: exemple de formă de undă: dreptunghiulară, triunghiulară, dintre de fierăstrău

Acestea nu sunt însă singurele tipuri de forme de undă existente, ci doar câteva dintre cele mai comune. Chiar și circuitele considerate sinusoidale, dreptunghiare sau triunghiulare pure nu sunt perfecte în realitate. Unele forme de undă sunt atât de complexe încât nu pot fi clasificate. General vorbind, orice formă de undă ce se apropie de o formă sinusoidală este denumită ca atare, toate celelalte fiind denumite ne-sinusoidale. Forma undei de tensiune sau curent are o importanță crucială asupra comportamentului unui circuit și trebuie să fim prin urmare atenți la diferitele forme de undă existente în practică.

### 1.3 Amplitudinea curentului alternativ

În curent continuu, unde valoarea tensiunii și a curentului sunt constante în timp, exprimarea cantității acestora în orice moment este destul de ușoară. Dar cum putem măsura valoarea unei tensiuni sau a unui curent care variază tot timpul?

O metodă de exprimare a intensității, denumită și *amplitudine*, curentului alternativ este măsurarea înălțimii formei de undă de pe grafic. Aceasta este denumită *valoarea de vârf* a unei unde alternative:

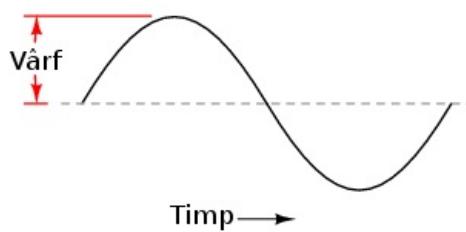


Figure 7: măsurarea tensiunii de vârf pe grafic în cazul unei forme de undă alternative

O altă metodă constă în măsurarea înălțimii totale a formei de undă, între cele două vârfuri, valoare ce poartă numele de *amplitudine vârf la vârf*:

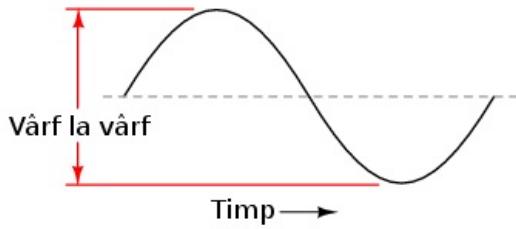
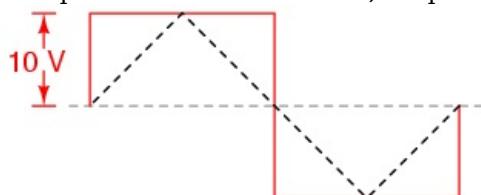


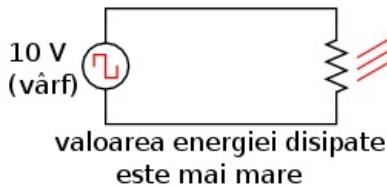
Figure 8: măsurarea amplitudinii vârf la vârf pe grafic în cazul unei forme de undă alternative

Din păcate, ambele modalități de calculare a amplitudinii undei alternative sunt puțin folosite atunci când vrem să facem o comparație între diferite tipuri de undă. De exemplu, o undă dreptunghiulară cu valoarea de vârf de 10 V are evident o valoare a tensiunii mai mare pentru o perioadă mai lungă de timp față de o undă triunghiulară cu aceeași valoare maximă de 10 V. Efectele acestor două tipuri de undă asupra unei sarcini sunt diferite:

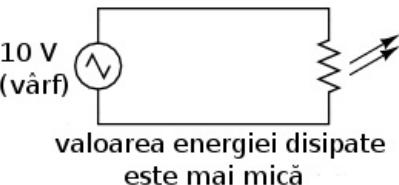
o amplitudine de vârf de 10 V, asupra aceleiași sarcini sunt diferite



aceeași sarcină (rezistență)

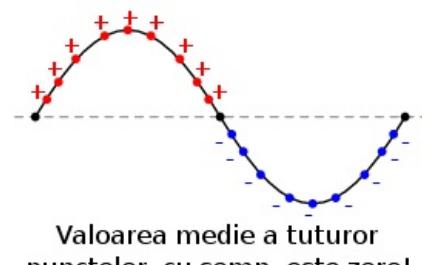


valoarea energiei disipate este mai mare



valoarea energiei disipate este mai mică

O modalitate de exprimare a amplitudinilor diferitelor forme de undă într-o formă echivalentă contă în efectuarea mediei aritmetice a valorilor tuturor punctelor de pe grafic. Această mărime este cunoscută sub numele de *valoarea medie* a formei de undă. Dacă luăm media aritmetică a tuturor punctelor de pe grafic, luând în considerare și semnul (pozitiv sau negativ), valoarea medie pentru majoritatea undelor va fi zero, datorită anulării reciproce dintre valorile pozitive și cele negative pe o perioadă completă:



Valoarea medie a tuturor punctelor, cu semn, este zero!

de undă sinusoidală, luând în considerare și semnul acestora, este zero

Acest lucru este valabil pentru oricare formă de undă constituită din arii egale atât deasupra cât și sub axa orizontală (zero) a graficului. Totuși, practic, măsurarea valorii medii a undei se efectuează matematic prin considerarea valorilor absolute a tuturor punctelor dintr-o perioadă. Cu alte cuvinte, valoarea medie practică a undei se calculează considerând toate punctele de pe grafic ca fiind pozitive, prin „răstunarea” imaginară a tuturor punctelor de pe grafic aflate sub linia orizontală:

unei forme de undă sinusoidală, considerând toate punctele de pe grafic

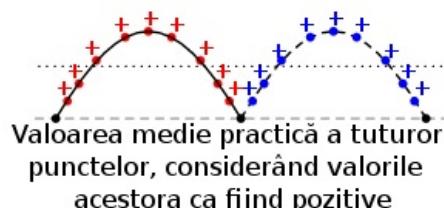


Figure 9: ca fiind pozitive

## 1. Valoarea efectivă a tensiunii sau a curentului (RMS)

O altă metodă de aflare a valorii reale a amplitudinii unei unde se bazează pe capacitatea acesteia de a efectua lucru mecanic util atunci când este aplicată asupra unei sarcini ( $P = E^2/R$ , and  $P = I^2R$ ).

Să considerăm de exemplu un fierastrău circular și unul pendular (vertical), ambele folosite pentru tăierea lemnului. Ambele tipuri de fierăstraie folosesc o lamă metalică dințată acționată de un motor electric, dar cel circular folosește o mișcare continuă a lamei pentru a tăia, iar cel pendular folosește o mișcare înainte și înapoi pentru a realiza aceeași operație. Comparația dintre cele două tipuri de mișcări este analoagă comparației dintre curentul continuu și cel alternativ:

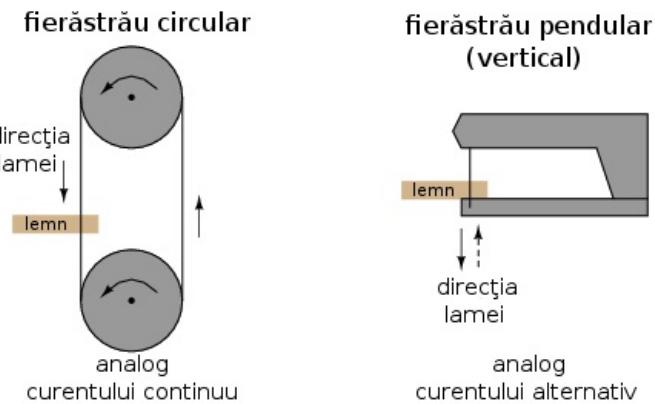
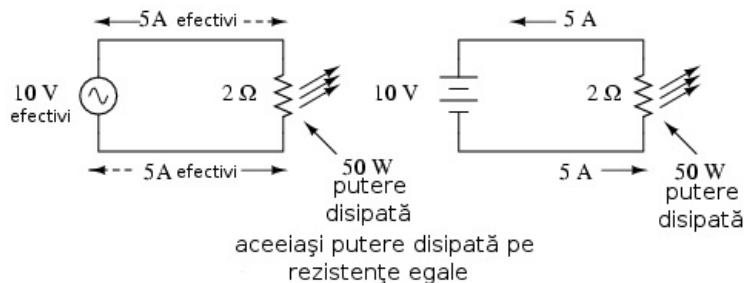


Figure 10: analogie între fierastră circular (current continuu) și fierastră pendular (vertical)(current alternativ)

Problema descrierii variației valorilor prezente în curent alternativ într-o singură componentă, este prezentă și în acest caz al analogiei: cum putem exprima viteza lamei fierăstrăului? Lama fierăstrăului circular are o viteza constantă, la fel ca în cazul curentului continuu ce „împinge” electronii prin circuit cu o forță constantă. Lama fierăstrăului pendular, pe de altă parte, se deplasează înainte și înapoi (current alternativ), iar în acest caz valoarea vitezei acesteia variază în fiecare clipă. Care viteză este mai mare, care dintre fierăstraie poate tăia mai mult lemn în aceeași durată de timp? Mai mult decât atât, mișcare înainte și înapoi a unui fierastrău se poate să nu fie de același tip cu mișcarea unui alt fierastrău, în funcție de caracteristicile mecanice ale fiecărui. Unul dintre ele poate, de exemplu, să folosească o formă de undă sinusoidală în mișcarea sa, pe când un altul, o undă triunghiulară. O comparație între viteza de vârf între două fierăstraie nu are avea aproape niciun rost (sau o comparație între unul circular și unul pendular!). Cu toate că fiecare dintre aceste fierăstraie are o mișcare diferită a lamei, toate sunt egale în cel puțin un sens: toate taie lemn, iar o comparație cantitativă asupra acestei funcții comune poate servi ca punct de plecare pentru determinarea valorii universale a vitezei oricărui fierastrău.

Dacă de imaginăm două fierăstraie, unul circular și altul pendular, cu lame identice, capabile să taie același tip de lemn, cu aceeași grosime, în același interval de timp, am putea spune despre ele că sunt echivalente în ceea ce privește capacitatea lor de tăiere, și totuși, ele sunt foarte diferite în modul lor de funcționare. Această comparație poate fi folosită pentru a desemna o viteză a fierăstrăului pendular echivalentă cu cea a fierăstrăului circular, pentru a putea realiza o comparație reală între eficiența celor două tipuri. Aceasta este și ideea folosirii unui procedeu de măsură a „echivalenței în curent continuu” a oricărei mărimi din curent alternativ: valoarea curentului sau tensiunii în curent continuu ce ar produce aceeași cantitate de energie disipată pe o rezistență egală.



valoarea efectivă a tensiunii și a curentului alternativ

În cele două circuite de mai sus, avem aceeași valoare a sarcinii, respectiv  $2 \Omega$ , ce disipa aceeași cantitate de putere sub formă de căldură, 50 W, unul dintre ele fiind alimentat în curent alternativ, celălalt în curent continuu. Deoarece sursa de tensiune alternativă este echivalentă din punct de vedere al puterii transmise spre sarcină cu o baterie de 10 V în curent continuu, putem denumi aceasta o sursă de 10 V. Mai precis, spunem că *tensiunea efectivă* este de 10 V. În limba engleză notația este de 10 V RMS, notație ce o vedem adesea mai ales în sistemele audio. RMS înseamnă Root Mean Square și se referă la modalitatea matematică de obținere a acestei valori, și anume, ridicarea la patrat a tuturor valorilor de pe graficul formei de undă, atât pozitive cât și negative, calcularea valoarii medii a acestora și introducerea lor sub radical pentru obținerea valorii finale, efective.

Măsurarea valorii efective este cea mai bună modalitate de realizare a echivalenței dintre cele două tipuri de

electricitate, continuă și alternativă, indiferent de natura formelor de undă implicate, fie sinusoidale, triunghiulare sau de orice altă formă.

Măsurările vârf la vârf sunt cel mai bine efectuate cu ajutorul unui osciloscop, deoarece acesta poate indica vârful formei de undă cu o acuratețe maximă. Pentru măsurarea valorilor efective, aparatul de măsură analogice vor funcționa doar dacă au fost special calibrate pentru acest scop. Datorită inerției mecanice și efectului de atenuare, deplasarea indicatorului electromecanic al aparatului de măsură va fi în proporție cu valoarea medie a undei alternative, și nu valoare ei efectivă. Datorită acestui lucru, aparatul de măsură analogice trebuie să fie calibrat, iar acuratețea acestei operații depinde de natura formei de undă presupuse, de obicei sinusoidală.

Cele mai bune aparat de măsură a valorilor efective sunt cele electronice, special concepute pentru acest tip de măsurători. O metodă constă în măsurarea temperaturii unui element rezistiv pentru redarea precisă a valorii efective fără alte calcule matematice, folosind doar legile fizici. Acuratețea acestui tip de măsurătoare este independentă de natura formei de undă.

Pentru forme de undă „pure”, există niște coeficienți pentru calcularea relației dintre valorile de vârf, vârf la vârf, medii practice și valorii efective ale acestora:

vârf, vârf la vârf, medii practice și valorii efective pentru formele de

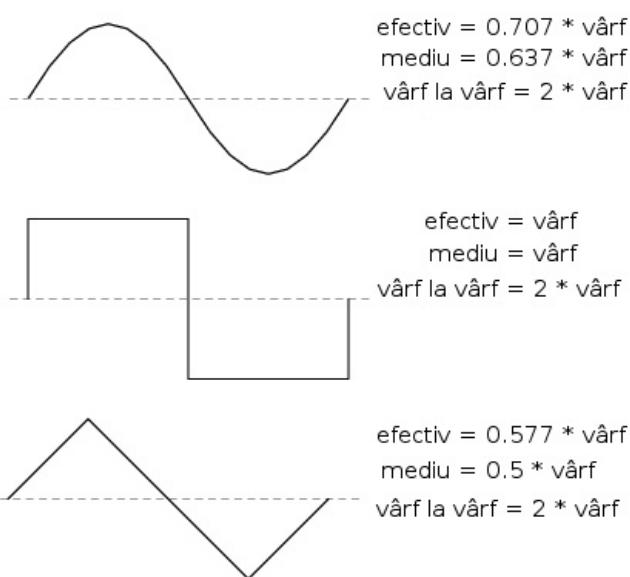


Figure 11: undă sinusoidală, dreptunghiulare și triunghiulare

Pe lângă acești coeficienți, mai există și alte modalități de exprimare a proporționalității între formele de undă fundamentale. Factorul de vârf a unei forme de undă alternative este raportul dintre valoarea sa de vârf și valoarea efectivă. Factorul de formă reprezintă raportul dintre valoarea efectivă a undei și valoarea sa medie. Factorii de vârf și formă ale undelor dreptunghiulare sunt întotdeauna egali cu 1, din moment ce valoarea de vârf este egală cu cea medie (practică) și cea efectivă. Formele de undă sinusoidale au o valoare efectivă de 0.707 ( $1 / 2^{1/2}$ ) și un factor de formă de 1.11 ( $0.707 / 0.636$ ). Formele de undă triunghiulare și dinte de fierastrău a valorile efective de 0.577 ( $1 / 3^{1/2}$ ) și factorii de formă egali cu 1.15 ( $0.5777 / 0.5$ ).

Tineți minte că aceste constatări de conversi între valorile de vârf, vârf la vârf, medii și efective ale unei forme de undă se pot folosi doar pentru formele de undă *pure*. Relațiile dintre aceste valori, folosind aceste constante, nu se pot aplica în cazul formelor de undă distorsionate:

coeficienți pentru calcularea relației dintre valorile de vârf, vârf la



Figure 12: vârf, medii și efective

## 1.4 Rezolvarea circuitelor simple de curent alternativ

Rezolvarea circuitelor de curent alternativ se poate dovedi extrem de complexă în unele cazuri datorită comportamentului condensatoarelor și circuitelor în aceste cazuri. Totuși, în cazul circuitelor simple, constând dintr-o

sursă de curent alternativ și unul sau mai mulți rezistori, putem aplica aceleași reguli ca și în cazul curentului alternativ fără alte complicații.

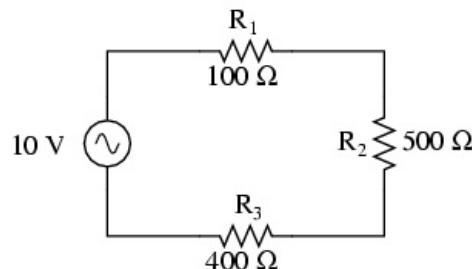


Figure 13: circuit electric simplu în curent alternativ

Rezistențele serie se adună, cele în paralel se diminuează, iar legile lui Ohm și Kirchhoff sunt și ele valabile. De fapt, după cum vom vedea, aceste reguli sunt *tot timpul* valabile, doar că trebuie să folosim forme matematice mai avansate pentru exprimarea tensiuni, curentului și a opoziției față de acesta. Pentru că acesta este însă un circuit pur rezistiv, complexitatea circuitelor de curent alternativ nu afectează rezolvarea lui.

	$R_1$	$R_2$	$R_3$	Total	
E	1	5	4	10	Volți
I	10m	10m	10m	10m	Amperi
R	100	500	400	1k	Ohmi

Figure 14: tabel

Un singur lucru foarte important trebuie ținut minte: toate mărimile folosite în curent alternativ trebuie exprimate folosind aceeași termeni (valori de vârf, vârf la vârf, medii sau efective). Dacă tensiunea sursei este dată ca valoare de vârf, atunci toți curenții și tensiunile calculate vor fi exprimate ca și valori de vârf. Același lucru este valabil și în cazul celorlalte tipuri de valori. Exceptând cazurile speciale ce vor fi descrise explicit, toate valorile tensiunilor și curenților din circuite se vor considera a fi valorile efective ale formelor de undă alternative și nu cele de vârf, vârf la vârf sau medii.

## 1.5 Fazele curentului alternativ

Lucrurile încep să se complice atunci când trebuie să comparăm două sau mai multe forme de undă alternative ce sunt defazate între ele. Prin această „defazare” se înțelege faptul că formele de undă nu sunt sincronizate, valorile lor de vârf și punctele de intersecție cu axa orizontală nu sunt identice în timp. Figura de mai jos ilustrează acest lucru:

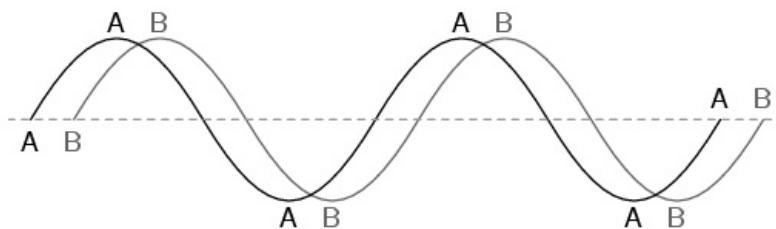
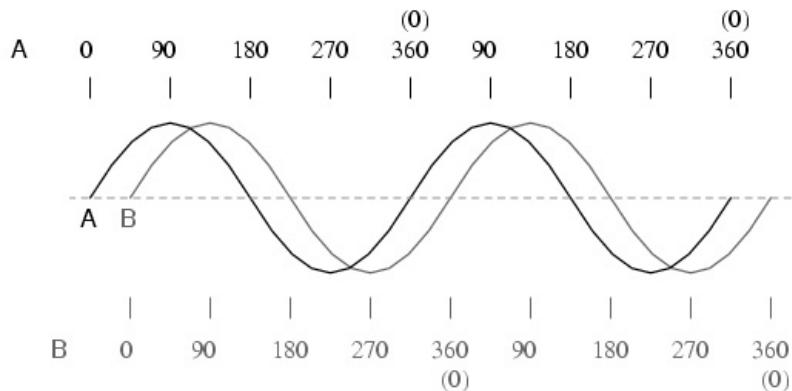


Figure 15: forme de undă sinusoidale defazate între ele

Cele două unde de mai sus (A și B) au aceeași amplitudine și frecvență, dar sunt defazate între ele. În exemplele precedente am considerat faptul că funcția trigonometrică sinus este reprezentată grafic pornind din punctul zero (zero grade), continuând până la valoarea sa maximă pozitivă la 90 de grade, din nou la zero la 180 de grade, minimă negativă la 270 de grade și înapoi la punctul de plecare la 360 de grade. Putem folosi această scară pentru axa orizontală pentru a exprima valoarea defazajului dintre cele două unde:

pentru vizualizarea defazajului dintre două forme de undă sinusoidale -



cele două unde sunt defazate între ele cu 45 de grade

Figure 16: defazaj de 45 de grade

Defazajul (diferența de fază) dintre cele două forme de undă este de 45 de grade, unda A fiind înaintea undei B. O comparație între defazaje diferite ale undelor în graficele de mai jos ilustrează mai bine acest concept:

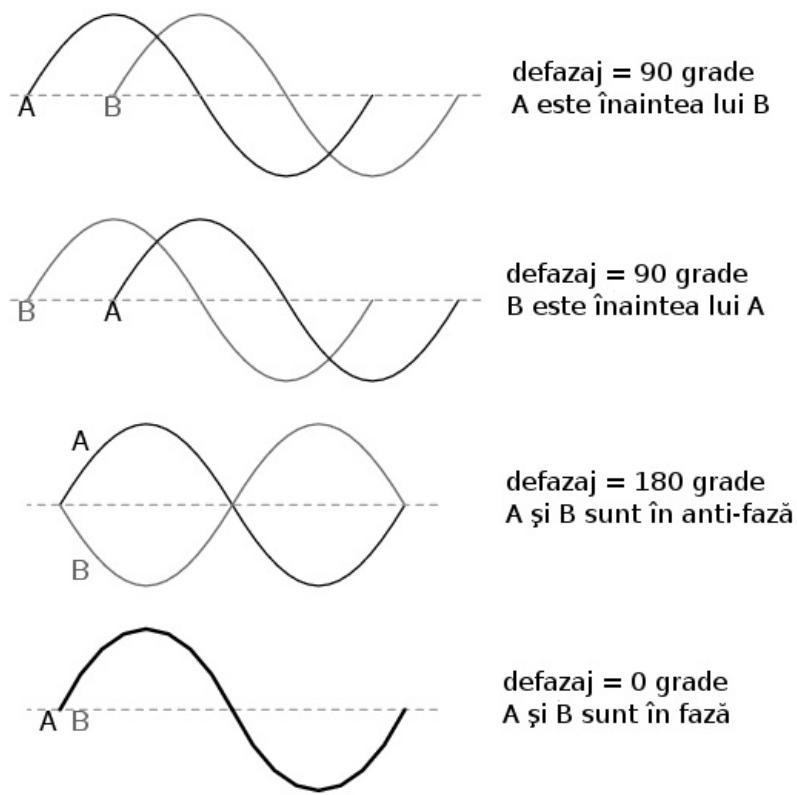


Figure 17: graficul diferitelor defazaje între două forme de undă

Deoarece formele de undă de mai sus au aceeași frecvență, defazajul dintre ele este același în oricare punct din timp. Din acest motiv, putem exprima defazajul dintre două sau mai multe forme de undă ce au aceeași frecvență ca și o valoare constantă pentru întreagă undă, și nu doar între două puncte particulare. Putem spune prin urmare că tensiunea A este defazată cu 45 de grade față de tensiunea B, de exemplu. Forma de undă ce este în față se numește *defazată înainte*, iar cea care este în urmă spunem că este *defazată înapoi*.

Defazajul, ca și tensiunea, este tot timpul o valoare relativă între două lucruri. Nu putem spune că o formă de undă are o anumită fază *absolută* pentru că nu există o referință universală pentru fază. În mod uzual, în analiza circuitelor de curent alternativ, forma de undă a sursei de energie este folosita ca și referință de fază, sub formă de „x volți la 0 grade”. Orice altă tensiune sau curent alternativ va fi în fază sau defazată înainte sau înapoi față de această undă de referință.

Din acest motiv, circuitele de curent alternativ sunt mult mai complicate decât cele de curent continuu. La aplicarea legilor lui Ohm și Kirchhoff, trebuie luate în considerare atât amplitudinile cât și diferențele de faze între undele de tensiune sau curent. Operațiile de adunare, scădere, înmulțire sau împărțire trebuie să ia în considerare aceste lucruri, folosind sistemul *numerelor complexe* pentru reprezentarea amplitudinii și a fazelor.

## 1.6 Principii ale undelor radio

Una dintre cele mai fascinante aplicații a energiei electrice constă în generarea undelor invizibile de energie, și anume, a undelor radio. Deși subiectul este prea vast pentru a fi acoperit în acest scurt capitol, vom prezenta totuși unele principii de bază.

### 1.6.1 Unde electromagnetice

Odată cu descoperirea accidentală a electromagnetismului de către Oersted, lumea științifică a realizat legătura strânsă dintre electricitate și magnetism. La trecerea unui curent electric printr-un conductor, se generează un câmp magnetic perpendicular pe axa de curgere. Asemănător, dacă un conductor este expus unui flux magnetic variabil perpendicular pe lungimea acestuia, se va produce o cădere de lungime pe această porțiune. Până în acel moment, oamenii de știință știau că electricitatea și magnetismul erau strâns legate prin aceste principii enumerate mai sus. Totuși, o descoperire crucială se ascundea sub acest concept simplu al perpendicularității celor două câmpuri. Această descoperire reprezintă un moment crucial în istoria științei.

Cel responsabil de această revoluție conceptuală în domeniul fizicii a fost James Clerk Maxwell (1831-1879), cel care a unificat studiul electricității și a magnetismului sub forma unor ecuații diferențiale compacte (în număr de 4) ce-i poartă numele (ecuațiile lui Maxwell). Acestea descriu practic întreg comportamentul câmpurilor electrice și magnetice, dar, necesită un nivel înalt de abstractizare și pregătire matematică pentru a le putea înțelege. Formal însă, descoperirea lui Maxwell poate fi rezumată astfel: un câmp electric variabil produce un câmp magnetic perpendicular, iar un câmp magnetic variabil produce un câmp electric perpendicular.

Acest comportament poate avea loc în spațiu liber, cele două câmpuri alternante menținându-se unul pe celălalt pe măsură ce parcurg spațiul cu viteza luminii. Această structură dinamică formată din câmpuri electrice și magnetice este cunoscută sub numele de *undă electromagnetică*.

Există multe tipuri de energie radiantă naturală compusă din unde electromagnetice. Chiar și lumina este o undă electromagnetică. La fel razele-X și radiația gamma. Singura diferență dintre aceste tipuri de radiație electromagnetică este frecvența lor de oscilație (schimbarea polarității câmpurilor electrice și magnetice).

### 1.6.2 Crearea undelor electromagnetice cu ajutorul antenelor

Folosind o sursă de tensiune de curent alternativ, și un dispozitiv special ce poartă numele de *antenă*, putem crea unde electromagnetice (cu o frecvență mult mai mică decât cea a luminii) relativ ușor. O antenă nu este altceva decât un dispozitiv construit pentru a produce un câmp electric sau magnetic dispersi. Cele două tipuri fundamentale de antene sunt *antena dipol* și *antena cadru*, prezentate în figura de mai jos:



Figure 18: tipuri de antenă (dipol și cadru)

Deși cele două tipuri de antene nu sunt altceva decât un circuit deschis (dipol), respectiv un scurt-circuit (cadru), acești conductori reprezintă surse eficiente de câmpuri electromagnetice atunci când sunt conectate la surse de curent alternativ cu o frecvență corespunzătoare. Cei doi conductori ai antenei dipol joacă rolul unui condensator (doi conductori separați de un dielectric). Dispersia câmpului electric este însă permisă, spre deosebire de condensatoarele propriu-zise unde acesta este concentrat între două armători.

Circuitul închis al antenei cadru se comportă precum o bobină cu miez (mare) de aer. Din nou, și în cazul acestei antene, dispersia câmpului este facilitată dinspre antenă spre mediul înconjurător. Acest lucru este în contradicție cu o bobină propriu-zisă, unde câmpurile magnetice sunt concentrate în interior.

Pe măsură ce antena dipol radiază un câmp electric în spațiu, va lua naștere un câmp magnetic variabil la unghiuri drepte. În acest fel, câmpul electric este susținut mai departe în spațiu, iar unda electromagnetică se propagă cu viteza luminii (în vid). Același lucru este valabil și pentru antena cadru, cu deosebirea că aceasta radiază inițial un câmp magnetic și nu electric. Rezultatul final este însă același: producerea controlată a unui câmp electromagnetic.

### 1.6.3 Transmisia și recepția undelor electromagnetice

Alimentată de o sursă de curent alternativ de frecvență înaltă, o antenă joacă rolul unui dispozitiv de transmisie. Tensiunea și curentul alternativ sunt convertite în energie sub forma undelor electromagnetice. Antenele pot de asemenea să intercepteze undele electromagnetice și să transforme energie lor în tensiunea și curent alternativ. În acest mod de funcționare, antena joacă rolul unui dispozitiv de recepție:

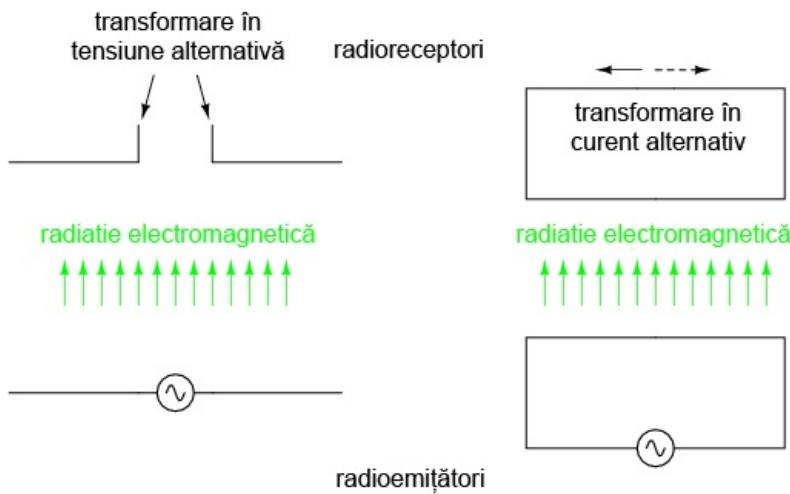


Figure 19: radioemitteri și radioreceptori

## 2 Numere complexe

### 2.1 Introducere

Dacă dorim de exemplu să descriem distanța dintre două orașe, putem folosi o singură cifră, în kilometri, sau orice altă unitate de măsură pentru distanță liniară. Totuși, dacă vrem să descriem și modul de deplasare dintr-un oraș în altul, avem nevoie de mai multă informație pe lângă distanță propriu-zisă dintre orașe; trebuie să indicăm și *direcția* de mers în acest caz.

Tipul de informație ce exprimă o singură dimensiune, precum distanța liniară, poartă denumirea de *scalar* în matematică. Numerele scalare sunt cele folosite pentru desemnarea valori tensiunii unei baterii, de exemplu, a rezistenței sau a curentului, dacă vorbim de curent continuu.

Totuși, atunci când începem să analizăm circuitele electrice în curent alternativ, descoperim că valorile tensiunii, curentului și chiar a rezistenței (denumită *impedanță* în curent alternativ) nu sunt cantități uni-dimensionale precum în cazul circuitelor de curent continuu, ci, aceste cantități, fiind dinamice (alternează în direcție și amplitudine), posedă alte dimensiuni ce trebuie luate în considerare. Frecvență și diferență de fază sunt două dintre aceste dimensiuni adiționale.

Pentru a putea analiza cu succes circuitele de curent alternativ, trebuie să abandonăm numerele scalare și să luăm în considerare cele complexe, capabile să reprezinte atât amplitudine cât și faze unei unde în același timp.

Numerele complexe sunt mai ușor de înțeles dacă sunt trecute pe un grafic. Dacă desenăm o linie cu o anumită lungime (amplitudine) și unghi (direcție), obținem o reprezentare grafică a unui număr complex, reprezentare cunoscută în fizica sub numele de *vector*:

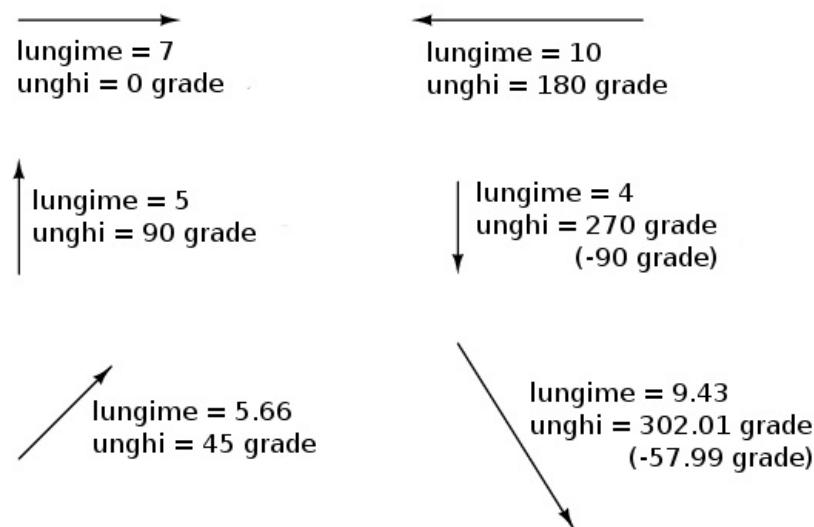


Figure 20: reprezentarea grafică a numerelor complexe sub formă de vectori; diferite lungimi și unghiuri

Precum în cazul distanțelor și direcțiilor de pe o hartă, trebuie să avem un sistem de referință pentru ca toate aceste

valori să aibă un sens. În acest caz, dreapta înseamnă  $0^\circ$ , iar unghiurile sunt măsurate în direcție pozitive în sensul invers acelor de ceasornic:

### Sistemul de referință pentru vectori

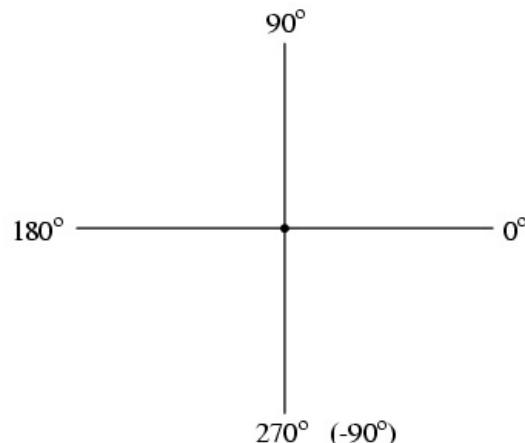


Figure 21: sistemul de referință al vectorilor

## 2.2 Vectori și forme de undă în curent alternativ

Să luăm câteva exemple de reprezentare a formelor de undă în curent alternativ cu ajutorul vectorilor, unde lungimea vectorului reprezintă amplitudinea undei, astfel:

ajutorul vectorilor, unde lungimea vectorului reprezintă amplitudinea

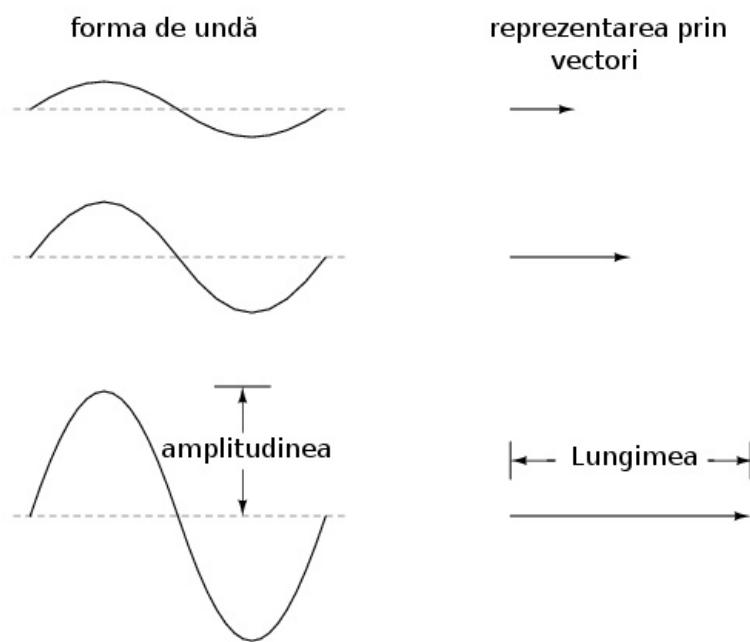


Figure 22: undei

Cu cât amplitudinea formei de undă este mai mare, cu atât lungimea vectorului corespunzător va fi mai mare. Unghiul vectorului, pe de altă parte, reprezintă diferența de fază (defazajul) dintre unda considerată și o altă formă de undă de referință. De obicei, atunci când exprimăm fază unei forme de undă, punctul de referință îl reprezintă forma de undă a sursei de alimentare, considerată a fi  $0^\circ$ . Țineți minte că fază este tot timpul o mărime relativă dintre două unde și nu o proprietate absolută a undelor.

ajutorul vectorilor; faze și relații pentru defazaje de  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $-90^\circ$

forme de undă	faze și relații	reprezentarea prin vectori (A față de B)
---------------	-----------------	--

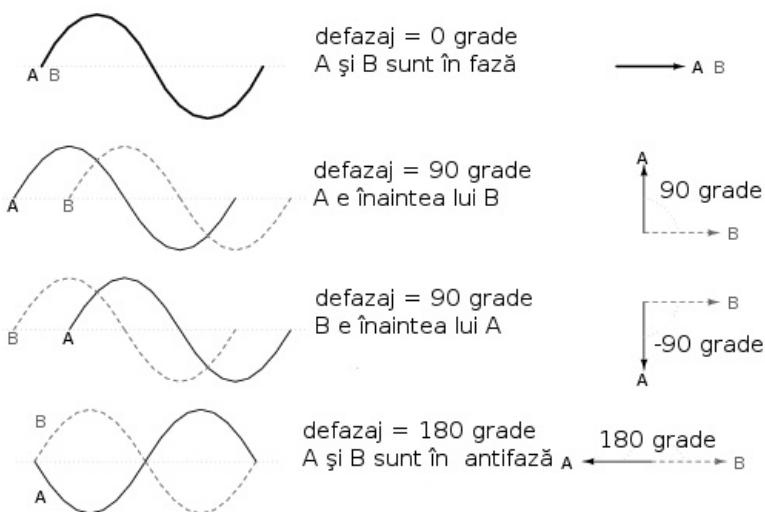


Figure 23: respectiv 180 de grade

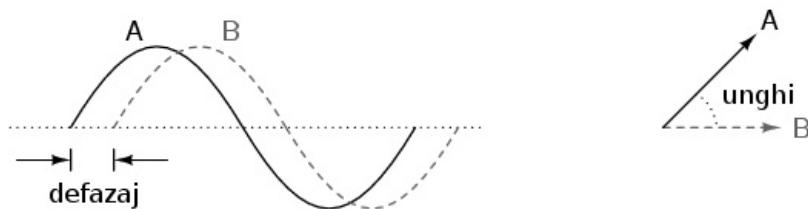


Figure 24: relația grafică dintre defazaj și unghiul dintre vectori

Cu cât defazajul dintre formele de undă considerate este mai mare, cu atât este mai mare unghiul dintre vectorii corespunzători.

### 2.3 Adunarea simplă a vectorilor

Operațiile ce pot fi efectuate asupra vectorilor sunt aceleasi care sunt posibile asupra oricărei mărimi scalare: adunare, scădere, înmulțire, împărțire. Dintre toate acestea, adunarea este probabil cea mai ușor de înțeles. Dacă adunăm doi vectori ce au același unghiu, lungimile lor se adună precum o mărime scalară:

$$\begin{array}{ccc} \text{lungime} = 6 & \text{lungime} = 8 & \text{lungime totală} = 6 + 8 = 14 \\ \xrightarrow{\text{unghi} = 0 \text{ grade}} & \xrightarrow{\text{unghi} = 0 \text{ grade}} & \xrightarrow{\text{unghi} = 0 \text{ grade}} \end{array}$$

Figure 25: adunarea vectorilor în cazul în care unghiurile lor sunt egale

Similar, dacă două sau mai multe surse de curent alternativ cu aceeași fază sunt conectate în serie, tensiunile lor se adună asemenea tensiunilor bateriilor:

aceeași fază sunt conectate în serie, tensiunile lor se adună asemenea

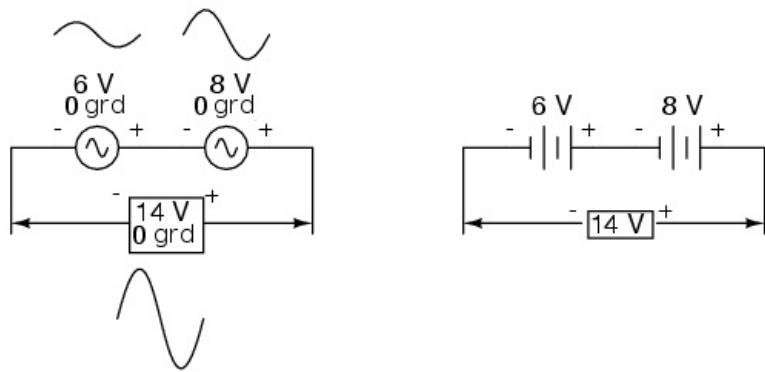


Figure 26: tensiunilor bateriilor

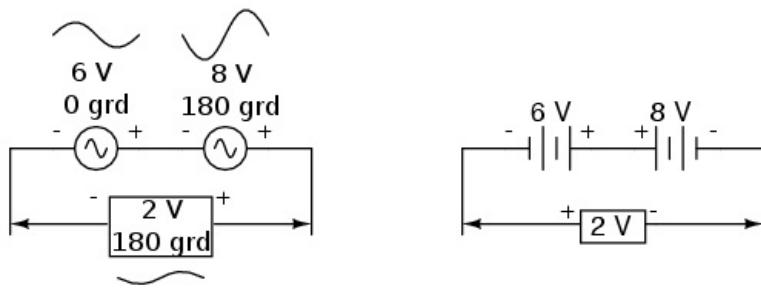
Observați notația „+” și „-” la bornele surselor de alimentare în curent alternativ. Chiar dacă noțiunea de polaritate nu este aceeași precum în curent continuu, aceste notații sunt esențiale pentru scoaterea în evidență a fazei undei de referință (tensiunea).

Dacă adunăm doi vectori, a căror diferență de fază este de  $180^\circ$ , aflați prin urmare în opoziție, lungimile lor se scad, asemenea operației de adunare dintre doi scalari, unul pozitiv și celălalt negativ:

$$\begin{array}{c}
 \text{lungime} = 6; \text{ unghi} = 0 \text{ grade} \\
 \xrightarrow{\quad} \\
 \text{lungime} = 8; \text{ unghi} = 180 \text{ grade} \\
 \\ 
 \xleftarrow{\quad} \text{lungime totală} = 6 - 8 = -2 \text{ la } 0 \text{ grade} \\
 \text{sau } 2 \text{ la } 180 \text{ grade}
 \end{array}$$

Figure 27: adunarea vectorilor aflați în opoziție de fază ( $180^\circ$ )

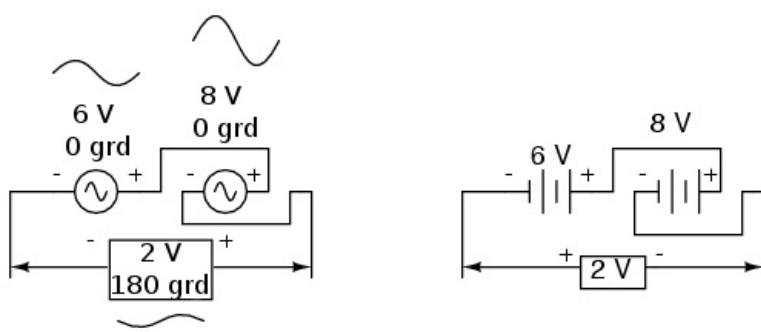
În mod similar, dacă două surse de curent alternativ aflate în antifază (defazaj de  $180^\circ$ ) sunt conectate în serie, tensiunile lor se scad asemenea bateriilor de curent continuu conectate în opoziție:



(180 grade)

Pentru a determina dacă cele două surse se află în opoziție una față de celalată, este nevoie de o examinare atentă atât a polarității (+ sau -) cât și a fazelor. Polaritățile de mai sus tind să indice faptul că cele două tensiuni sunt aditive (de la stânga spre dreapta: - și + la sursa de 6 V, - și + la sursa de 8 V). Chiar dacă aceste notații ar indica în mod normal un efect aditiv într-un circuit de curent continuu (cele două tensiuni „lucrează” împreună pentru a produce o tensiune rezultată mai mare), în acest circuit de curent alternativ, cele două tensiuni se scad pentru a da tensiunea finală, deoarece faza uneia dintre ele este de  $0^\circ$ , iar a celeilalte de  $180^\circ$ . Rezultatul total este o tensiune de 2 V, la  $180^\circ$ , sau, -2 V la  $0^\circ$ .

Un alt exemplu în care tensiunile se scad este următorul:



(180 grade)

După cât am văzut mai sus, există două moduri de reprezentare a rezultatului final:

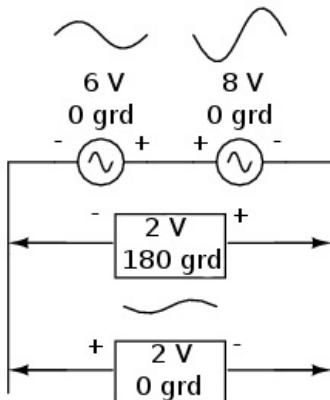


Figure 28: cele două moduri de reprezentare a tensiunilor alternative; 0 sau 180 de grade cu semnul schimbat

O inversare a firelor sursei de curent alternativ este echivalentă cu schimbarea fazei acelei surse cu 180 de grade: polaritatea schimbată și faza modificată cu 180 de grade față de

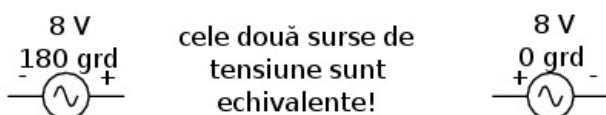


Figure 29: cealaltă

## 2.4 Adunarea complexă a vectorilor

Dacă adunăm doi vectori cu unghiuri diferite, lungimile lor se adună diferit față de cele scalare:

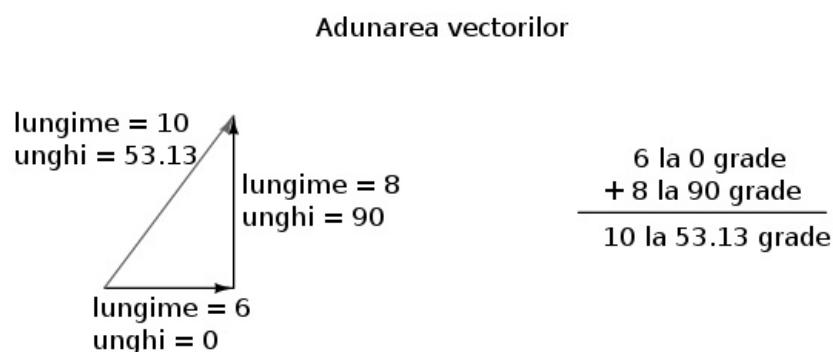


Figure 30: adunarea vectorilor cu unghiuri diferite

Dacă două tensiuni alternativ, defazate cu  $90^\circ$  între ele, sunt conectate în serie, amplitudinile lor nu se adună sau scad direct precum valorile scalare în cazul curentului continuu. În schimb, aceste tensiuni sunt valori complexe, și, precum în cazul vectorilor de mai sus a căror adunare se realizează trigonometric, o sursă de 6 V la  $0^\circ$  adunată în

serie) cu o sursă de 8 V la  $90^\circ$ , rezultă într-o tensiune de 10 V a cărei fază este de  $53.13^\circ$ :

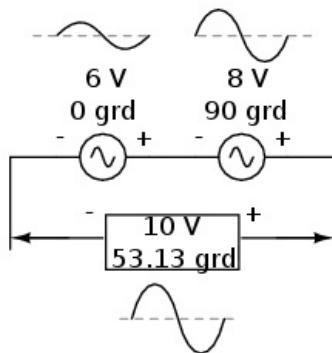


Figure 31: adunarea tensiunilor alternative aflate în diferență de fază

Prin comparație cu circuitele de curent continuu, acest lucru poate părea ciudat la început. De exemplu, cu ajutorul unui voltmetru, putem citi indicațiile de 6 și respectiv 8 volți la borenele celor două surse de curent alternativ, dar tensiunea totală indicată de acesta va fi de „doar” 10 volți!

## 2.5 Notația polară și rectangulară a numerelor complexe

Pentru a putea lucra cu aceste numere complexe fără a fi nevoiți să desenăm tot timpul vectori, avem nevoie de o notație matematică standard. Există două forme pentru notația numerelor complexe: *polară* și *rectangulară*.

### 1. Notația polară

Forma polară constă în exprimarea unui număr complex prin *lungimea* (cunoscută și sub numele de dimensiune, valoare absolută, modul) și *unghiul* vectorului (desemnat de obicei prin simbolul  $\angle$ ). Să luăm două exemple de vectori împreună cu notația lor polară:

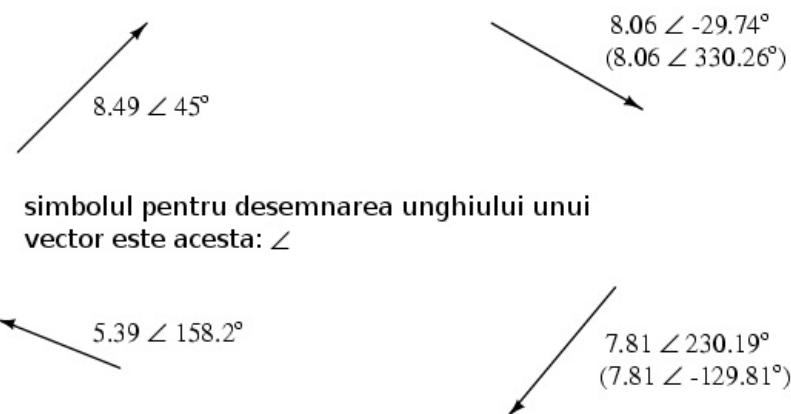


Figure 32: notația polară a vectorilor; exemple

Orientarea standard pentru unghiurile vectorilor în curent alternativ definește unghiul de 0 grade ca fiind în dreapta (axa orizontală),  $90^\circ$  sus,  $180^\circ$  stânga,  $270^\circ$  jos. Atenție, vectorii a căror unghi este „în jos” pot fi reprezentați cu ajutorul notației polare ca fiind vectori pozitivi cu un unghi de peste  $180^\circ$ , sau ca numere negative cu unghiuri sub  $180^\circ$ . De exemplu, putem spune că un vector cu unghiul  $\angle 270^\circ$  (direct în jos) are unghiul de  $-90^\circ$  (notație echivalentă). Vectorul de mai sus ( $7.81 \angle 230.19^\circ$ ) poate fi descris de asemenea prin  $7.81 \angle -129.81^\circ$ .

## Sistemul de referință pentru vectori

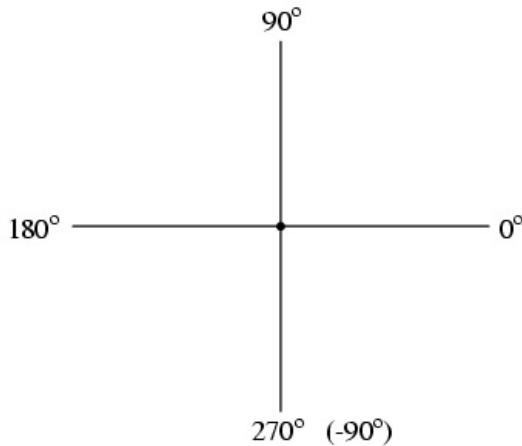


Figure 33: sistemul de referință pentru unghiul vectorilor în curent alternativ

### 2. Notația rectangulară

Forma rectangulară constă în reprezentarea vectorului prin componente sale orizontale și verticale. În esență, vectorul unghiular este considerat a fi ipotenuza unui unghi drept și descris cu ajutorul lungimilor laturilor opuse respectiv adiacente. În loc să descrie lungimea și direcția unui vector prin precizarea lungimii și a unghiului, acesta este descris în termenii „cât de departe în stânga/dreapta” și „cât de departe „sus/jos”.

Aceste două valori dimensionale (orizontală și verticală) sunt simbolizate prin două valori numerice. Pentru a putea face distincție între cele două dimensiuni, cea verticală este însotită de notația „i” (în matematică pură) sau „j” (în domeniul electric). Aceste litere nu reprezintă o variabilă fizică (precum curentul instantaneu, simbolizat de asemenea prin „i”), ci sunt *operatori* matematici folosiți pentru a face distincția dintre componenta verticală și cea orizontală a unui vector. Ca și număr complex complet, valorile cele două componente sunt scrise ca și sumă:

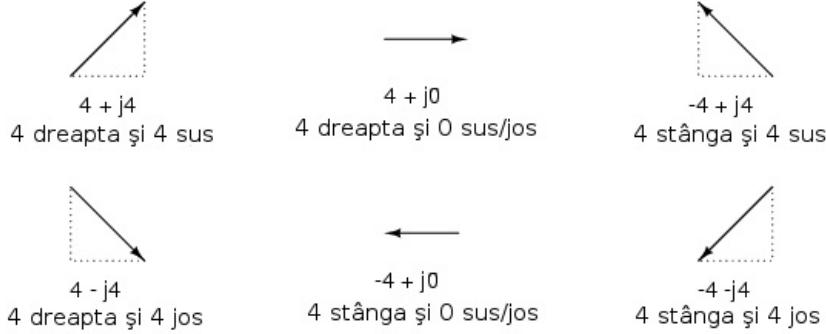


Figure 34: exprimarea vectorilor folosind notația rectangulară

Componenta orizontală este denumită componentă *reală* deoarece aceasta este compatibilă cu numerele normale, scalare („reale”). Componenta verticală este denumită componentă *imaginară*, deoarece această dimensiune se află pe o altă direcție și nu are nicio legătură cu scara numerelor reale.

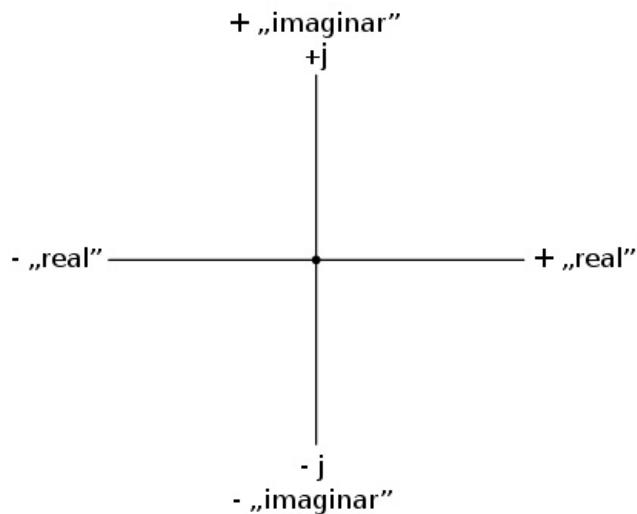


Figure 35: sistemul de referință vectorial cu notarea axelor reale și imaginare

Cele două axe poartă denumirea de *axa reală* respectiv *axa imaginară*:

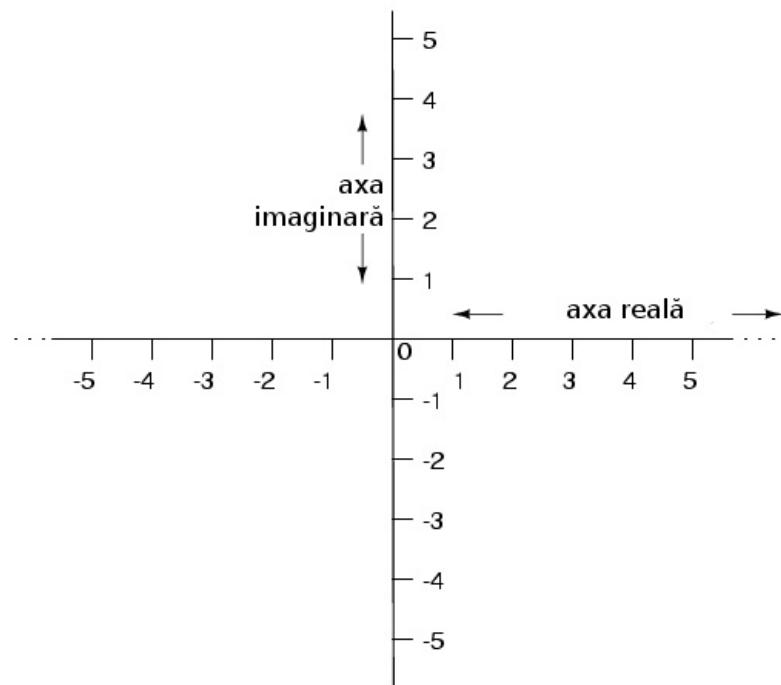


Figure 36: axa reală și cea imaginară a unui sistem de referință vectorial

Oricare dintre cele două forme poate fi folosită pentru numerele complexe. Principalul motiv pentru care există două sisteme de notație valide se datorează faptului că forma rectangulară este ușor de folosit pentru adunare și scădere, iar forma polară pentru înmulțire și împărțire.

### 3. Transformarea din formă polară în formă rectangulară

Conversia de la o formă la alta se poate realiza pe cale trigonometrică destul de ușor. Pentru a transforma forma polară în forma rectangulară, aflăm mai întâi componenta reală prin înmulțirea lungimii polare cu cosinusul unghiului, iar componenta imaginată prin înmulțirea lungimii polare cu sinusul unghiului. Acest lucru poate fi înțeles mult mai ușor dacă desenăm valorile ca și laturi ale unui triunghi dreptunghic, ipotenuza acestuia reprezentând exact vecotorul analizat (lungimea și unghiul său față de orizontală reprezintă forma sa polară), latura orizontală fiind componenta reală, iar latura verticală reprezentând componenta imaginată:

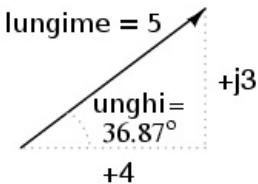


Figure 37: relația dintre forma polară și cea rectangulară

$$5 \angle 36.87^\circ \quad \text{formă polară}$$

$$(5)(\cos 36.87^\circ) = 4 \quad \text{componenta reală}$$

$$(5)(\sin 36.87^\circ) = 3 \quad \text{componenta imaginară}$$

$$4 + j3 \quad \text{formă rectangulară}$$

Figure 38: transformarea formei polare în formă rectangulară

#### 4. Transformarea din formă rectangulară în formă polară

Pentru a realiza conversi de la forma rectangulară la cea polară, găsim mai întâi lungimea polară folosind teorema lui Pitagora, fiindcă lungimea polară este ipotenuza unui triunghi dreptunghic, iar componenta reală și cea imaginară sunt reprezentate de latura adiacentă respectiv cea opusă. Găsim unghiul ca fiind raportul dintre arctangentă componentei imaginare și componenta reală:

$$4 + j3 \quad \text{formă rectangulară}$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{teorema lui Pitagora}$$

$$\text{lungimea polară} = \sqrt{4^2 + 3^2}$$

$$\text{lungimea polară} = 5$$

$$\text{unghiul polar} = \arctan \frac{3}{4}$$

$$\text{unghiul polar} = 36.87^\circ$$

$$5 \angle 36.87^\circ \quad \text{formă polară}$$

Figure 39: transformarea formei rectangulare în formă polară

## 2.6 Aritmetică numerelor complexe

### 1. Adunarea numerelor complexe

Pentru adunarea numerelor complexe, adunăm pur și simplu componentele reale pentru a determina componenta reală a sumei cele două numere complexe; același lucru este valabil și pentru componenta imaginară:

$$\begin{array}{r}
 2 + j5 \\
 + 4 - j3 \\
 \hline
 6 + j2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 175 - j34 \\
 + 80 - j15 \\
 \hline
 255 - j49
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 -36 + j10 \\
 + 20 + j82 \\
 \hline
 -16 + j92
 \end{array}$$

Figure 40: adunarea numerelor complexe

## 2. Scăderea numerelor complexe

Pentru scăderea numerelor complexe, se aplică același principiu de mai sus, doar cu scădere în loc de adunare:

$$\begin{array}{r} 2 + j5 \\ - (4 - j3) \\ \hline -2 + j8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 175 - j34 \\ - (80 - j15) \\ \hline 95 - j19 \end{array} \quad \begin{array}{r} -36 + j10 \\ - (20 + j82) \\ \hline -56 - j72 \end{array}$$

Figure 41: scăderea numerelor complexe

## 3. Înmulțirea numerelor complexe

Pentru operațiile de înmulțire și împărțire forma preferată este cea polară. Atunci când efectuăm înmulțirea numerelor complexe sub formă polară, înmulțim pur și simplu dimensiunile numerelor complexe pentru determinarea dimensiuni produsului și *adunăm* unghurile numerelor complexe pentru determinarea unghiului final al produsului:

$$(35 \angle 65^\circ)(10 \angle -12^\circ) = 350 \angle 53^\circ$$

$$(124 \angle 250^\circ)(11 \angle 100^\circ) = 1364 \angle -10^\circ$$

sau  
1364  $\angle 350^\circ$

$$(3 \angle 30^\circ)(5 \angle -30^\circ) = 15 \angle 0^\circ$$

Figure 42: înmulțirea numerelor complexe

## 4. Împărțirea numerelor complexe

Pentru efectuarea împărțirii numerelor complexe, calculăm pur și simplu raportul dintre dimensiunea primului număr complex cu dimensiunea celui de al doilea pentru aflarea dimensiunii final a raportului, și scădem unghiul celui de al doilea număr complex din primul pentru a afla unghiul final al raportului dintre cele două numere complexe:

$$\frac{35 \angle 65^\circ}{10 \angle -12^\circ} = 3.5 \angle 77^\circ$$

$$\frac{124 \angle 250^\circ}{11 \angle 100^\circ} = 11.273 \angle 150^\circ$$

$$\frac{3 \angle 30^\circ}{5 \angle -30^\circ} = 0.6 \angle 60^\circ$$

Figure 43: împărțirea numerelor complexe

## 5. Reciproca (inversa) numerelor complexe

Pentru a obține reciprocă ( $1/x$ ), sau inversa unui număr complex, calculăm raportul dintre valoarea scalară 1 (unghi zero) și numărul complex sub formă polară:

$$\frac{1}{35 \angle 65^\circ} = \frac{1 \angle 0^\circ}{35 \angle 65^\circ} = 0.02857 \angle -65^\circ$$

$$\frac{1}{10 \angle -12^\circ} = \frac{1 \angle 0^\circ}{10 \angle -12^\circ} = 0.1 \angle 12^\circ$$

$$\frac{1}{0.0032 \angle 10^\circ} = \frac{1 \angle 0^\circ}{0.0032 \angle 10^\circ} = 312.5 \angle -10^\circ$$

Figure 44: reciproca (inversa) numerelor complexe

## 2.7 Clarificări legate de polaritatea curentului alternativ

### 2.7.1 Polaritatea căderilor de tensiune

Numeralele complexe sunt folosite pentru analiza circuitelor de curent alternativ, deoarece reprezintă o metodă comodă de reprezentare simbolică a defazajului dintre mărimele curentului alternativ, precum tensiunea și curentul. Totuși, pentru majoritatea dintre noi, echivalenta dintre abstractizarea vectorială și valorile reale dintr-un circuit este destul de greu de înțeles. În acest capitol, am văzut că sursele de tensiune de curent alternativ sunt caracterizate atât prin valoarea tensiunii sub formă complexă (amplitudine și unghi de fază) cât și prin polaritatea tensiunii. Dat fiind faptul că în cazul curentului alternativ nu există o „polaritate” dată, precum în cazul curentului continuu, aceste notații de polaritate și relația acestora cu unghiul de fază poate crea confuzii. Această secțiune este scrisă pentru a încerca clarificarea unora dintre aceste probleme.

Tensiunea este o cantitate relativă. Atunci când măsurăm o tensiune, putem alege modul de conectare a voltmetrului la sursa de tensiune, din moment ce există două puncte între care măsurăm tensiunea și două sonde pentru oricare voltmetru. În cazul circuitelor de c.c., polaritatea și valoarea surselor de tensiune se specifică exact folosind simbolurile „+” și „-”. În cazul sondelor aparatului de măsură, acestea sunt colorate cu roșu, respectiv negru. Dacă un voltmetru digital indică o tensiune de c.c. negativă, putem fi siguri că sondele de test au fost conectate invers (roșu la „-” și negru la „+”).

Polaritatea bateriilor este specificată prin intermediul simbolisticii specifice acestora: linia mai scurtă reprezintă tot timpul terminalul negativ (-), iar linia orizontală mai lungă este tot timpul borna pozitivă (+):

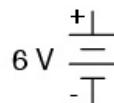


Figure 45: simbolul și polaritatea unei baterii electrice

Cu toate că, din punct de vedere matematic, reprezentarea tensiunii bateriei printr-o valoare negativă și polaritatea bornelor inversată este corectă, acest lucru nu este convențional:

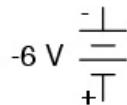


Figure 46: simbolul și polaritatea unei baterii electrice

Interpretarea unei astfel de notații ar fi mai usoară dacă polaritățile „+” și „-” ar fi văzute ca și puncte de referință pentru sondele voltmetrului. Polaritatea „+” însemnând „roșu” iar „-” însemnând „negru”. Un voltmetru conectat la bateria de mai sus cu sonda roșie la borna de jos și sonda neagră la borna de sus, ar indica într-adevăr o tensiune negativă (-6 V).

În cazul circuitelor de c.a. totuși, nu lucrăm cu valori negative ale tensiunii. În schimb, descriem relația dintre două tensiuni prin intermediul fazei: defazarea în timp dintre două forme de undă. Nu descriem niciodată o tensiune de c.a. printr-o valoare negativă, deoarece utilizarea notației polare permite existența vectorilor cu sens invers. Dacă două tensiuni de c.a. sunt opuse (+6 V și -6 V pentru c.c.), spunem că ele sunt defazate cu  $180^0$  între ele, sau că se găsesc în antifază.

Totuși, tensiunea este o valoare relativă între două puncte, și putem alege modul de conectare a aparatului de măsură între aceste două puncte. Semnul matematic al indicației unui voltmetru în cazul unei măsurători în c.c. are sens doar în contextul modulului de conectare al celor două sonde (la care terminal este conectată sonda roșie, și la care terminal cea neagră). Asemănător, unghiul de fază a unui semnal de c.a. are sens doar dacă știm care din cele două puncte este considerat punctul de „referință”. Din această cauză, polaritățile „+” și „-“ sunt adesea folosite pentru bornele surselor de c.a.: pentru a specifica punctul de referință al unghiului de fază.

## 3 Reactanta inductiva

### 3.1 Circuite rezistive în curent alternativ

Să considerăm un circuit de curent alternativ pur rezistiv, caz în care tensiunea și curentul sunt în fază (unghiul de defazaj dintre ele este  $0^0$ ):

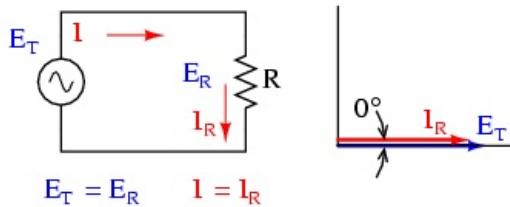


Figure 47: circuit de curent alternativ pur rezistiv - tensiunea și curentul sunt în fază

Dacă trecem curentul și tensiunea din circuitul de mai sus pe un grafic, acesta va arăta aproximativ astfel:

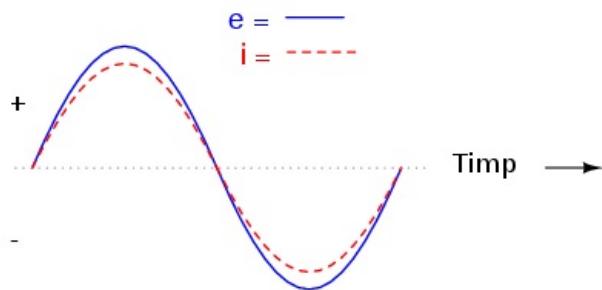
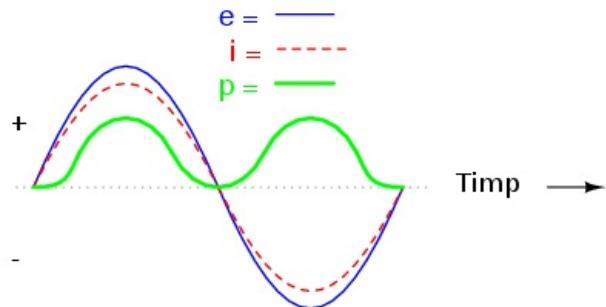


Figure 48: graficul tensiunii și al curentului în cazul unui circuit de curent alternativ pur rezistiv

Deoarece rezistorul se opune pur și simplu deplasării electronilor prin circuit în mod direct, în orice moment din timp, forma de undă a căderii de tensiune pe rezistor este exact în fază cu forma de undă a curentului prin acesta. Putem lua în considerare orice punct de pe axa orizontală a graficului și compara valorile curentului și ale tensiunii între ele (aceste puncte poartă denumirea de *valori instantanee*). Astfel, atunci când valoarea instantană a curentului este zero, valoarea instantană a tensiunii este și ea zero. De asemenea, atunci când curentul prin rezistor atinge valoarea sa maximă pozitivă, tensiunea la bornele sale este și ea la valoarea sa maximă pozitivă. În orice punct de-a lungul formelor de undă, putem aplica legea lui Ohm pentru valorile instantanee a curentului și tensiunii.

Putem de asemenea să calculăm puterea dissipată de rezistor și să completăm graficul astfel:



unui circuit de curent alternativ pur rezistiv

Se poate observa de pe grafic faptul că puterea nu are niciodată o valoare negativă. Atunci când valoarea curentului este pozitivă, și tensiunea este pozitivă, produsul celor două ( $p=ie$ ) fiind prin urmare pozitiv. Atunci când curentul este negativ, și tensiunea este negativă, ceea ce se traduce din nou printr-un produs pozitiv între cele două. Această polaritate unică ne spune de fapt că rezistorul disipa tot timpul putere ce este generată de sursă și degajată de acesta sub formă de căldură. Indiferent de valoarea curentului, pozitivă sau negativă, un rezistor va disipa tot timpul energie.

### 3.2 Circuite inductive în curent alternativ

Bobinele au în schimb un comportament diferit față de cel al rezistorilor atunci când sunt introduse în circuit. Față de rezistor, care doar se opun trecerii curentului prin acel punct din circuit în care aceștia sunt conectați (prin dezvoltarea unei căderi de tensiune direct proporționale cu valoarea curentului), bobinele se opun variației curentului prin ele, prin dezvoltarea unei căderi de tensiune direct proporționale cu *rata de variație* a curentului. În conformitate cu legea lui Lenz, polaritatea acestei tensiuni induse este astfel încât valoarea curentului să se mențină la valoarea curentă, și anume, dacă valoarea curentului crește, tensiunea inducă se va opune deplasării electronilor; în cazul descreșterii curentului, polaritatea este inversă pentru a putea împinge electronii și a se opune descreșterii curentului. Această opozitie la variația curentului poartă denumirea de *reactanță*, în loc de rezistență.

Matematic, relația dintre cădere de tensiune pe o bobină și rata variației curentului prin aceasta, se exprimă astfel:

$$e = L \frac{di}{dt}$$

Figure 49: relația dintre căderea de tensiune pe o bobină și rata variației curentului prin aceasta

Expresia  $di/dt$  reprezintă derivata curentului cu timpul, adică rata de variație a curentului instantaneu ( $i$ ) cu timpul, în amperi per secundă. „L” reprezintă inductanță în Henry, iar „e” este tensiunea instantanee. Câteodată în loc de „e” se mai folosește și „v”, dar cele două notații sunt echivalente.

Să analizăm un circuit pur inductiv simplu în curent alternativ. În acest, curentul este defazat în urmă față de tensiune cu  $90^\circ$ :

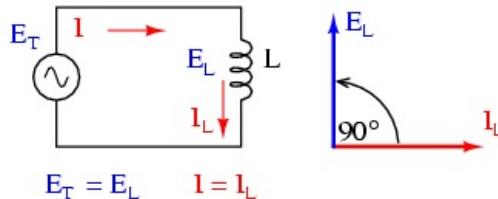


Figure 50: circuit electric pur inductiv simplu în curent alternativ

Graficul tensiunii și al curentului în acest caz arată aproximativ astfel:

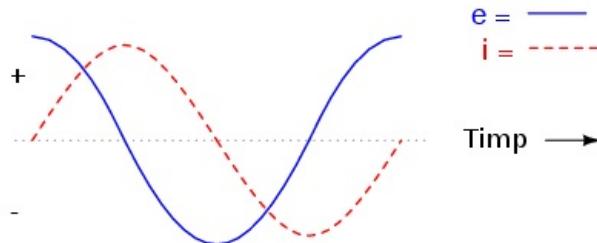


Figure 51: graficul formelor de undă pentru un circuit electric pur inductiv simplu în curent alternativ

Rețineți faptul că valoarea căderii de tensiune pe bobină este în funcție de *variația* curentului prin aceasta. Prin urmare, tensiunea instantanee este zero ori de câte ori curentul instantaneu este la valoarea maximă, de vârf (pozitivă sau negativă), deoarece în acest caz variația, sau panta, este zero; tensiunea instantanee are o valoare maximă, de vârf, atunci când panta curentului instantaneu, sau variația acestuia este maximă (intersecția formei de undă cu axa orizontală a timpului). Datorită acestui fapt, formele de undă sunt defazate cu  $90^\circ$ . Dacă ne uităm pe grafic, observăm că unda de tensiune are un mic „avantaj” față de una de curent; prin urmare, spunem că tensiunea este defazată cu  $90^\circ$  înaintea curentului, sau echivalent, curentul este defazat cu  $90^\circ$  în urma tensiunii.

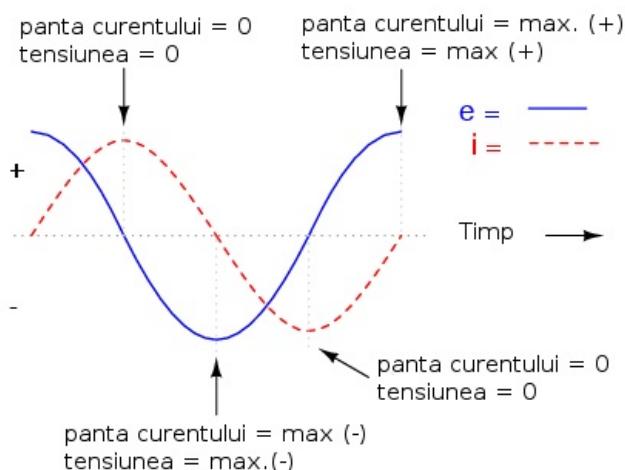


Figure 52: graficul formelor de undă pentru un circuit electric pur inductiv simplu în curent alternativ - explicații

Lucrurile devin și mai interesante atunci când introducem și forma de undă a puterii pe grafic:

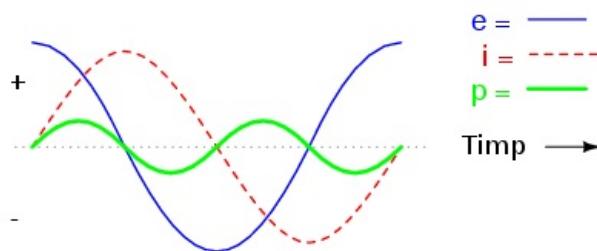


Figure 53: graficul formelor de undă pentru un circuit electric pur inductiv simplu în curent alternativ

Deoarece puterea instantaneă reprezintă produsul dintre tensiunea și curentul instantaneu ( $p=ie$ ), puterea este egală cu zero atunci când curentul sau tensiunea instantanea este zero. Ori de câte ori curentul și tensiunea instantanee sunt ambele pozitive sau ambele negative, puterea este și ea pozitivă. Dar, datorită faptului că cele două unde de tensiune, respectiv curent, sunt defazate între ele cu  $90^\circ$ , există momente în care una este pozitivă și cealaltă negativă, rezultatul fiind o *putere instantană negativă*:

Dar ce înseamnă putere *negativă*? Înseamnă că bobina generează putere înapoi în circuit, iar putere pozitivă înseamnă că aceasta absoarbe putere din circuit. Acest lucru dovedește faptul că bobina nu „consumă” putere precum o face un rezistor (ce o disipă sub formă de căldură), ci puterea absorbită din circuit este stocată sub formă de câmp magnetic. În cazul de față, datorită faptului că duratele de putere pozitivă și negativă sunt perfect egale, bobină generează aceeași cantitate de putere înapoi în circuit pe care absorbit-o într-o perioadă completă de timp. Practic, reactanță (rezistență în curent continuu) bobine nu disipa energie, sau echivalent, energia disipată de aceasta este zero. Atenție, cazul de sus este cel al unei bobine ideale, cu rezistență zero.

Opoziția unei bobine față de variația curentului se traduce printr-o opozitie față de curentul alternativ în general, curent ce este prin definiție variabil în magnitudine instantanee și direcție (polaritate). Această opozitie față de curent alternativ este similară rezistenței, dar diferită prin faptul că rezultă întotdeaună într-o diferență de fază între curent și tensiune, iar puterea disipată este zero. Datorită acestei diferențe, are și o denumire specifică: *reactanță*. Reactanță în curent alternativ se exprimă în ohmi, la fel ca și rezistență, doar că simbolul matematic este  $X$ , în loc de  $R$ . Pentru a fi mai exacti, reactanța asociată cu o bobină poartă numele de reactantă inductivă și este simbolizată prin  $X_L$ .

Din moment ce cădereea de tensiune pe bobine este proporțională cu rata de variație a curentului, cădereea de tensiune va fi mai mare pentru variații mai rapide de curent, și mai mică pentru variații mai lente. Acest lucru înseamnă că reactanță în ohmi pentru oricare bobină, este direct proporțională cu frecvența curentului alternativ. Matematic, acest lucru se exprimă astfel:

$$X_L = 2\pi f L$$

Figure 54: formula matematică pentru calcularea reactanței inductive

Dacă avem o bobină de 10 mH și o conectăm într-un circuit cu frecvență variabilă, astfel: 60, 120 și 2.500 Hz, reactanța (inductivă) acesteia în fiecare dintre cele trei cazuri este următoarea:

#### Frecvență (Hertz) Reactanță (Ohm)

60	3.7699
120	7.5398
2500	157.0796

#### 1. Viteza unghiulară a sistemului

În formula de calcul a reactanței inductive, termenul „ $2\pi f$ ” are un înțeles aparte. Este numărul de radiani pe secundă la care se „rotește” curentul alternativ, dacă ne imaginăm că o perioadă a curentului alternativ reprezintă o rotație completă. Radianul este o unitate de măsură unghiulară: într-o rotație completă există  $2\pi$  radiani, echivalentul a  $360^\circ$  într-un cerc complet. Dacă generatorul ce produce curentul alternativ are doi poli, va produce o rotație completă pentru fiecare rotație completă a arborelui, adică la fiecare  $2\pi$  radiani, sau  $360^\circ$ . Dacă această constantă,  $2\pi$ , este înmulțită cu frecvență în Herzi (număr de rotații pe secundă), rezultatul va reprezenta o valoare în radiani per secundă, valoare cunoscută sub numele de *viteză unghiulară* a sistemului de curent alternativ.

Viteză unghiulară poate fi reprezentată prin expresia  $2\pi f$ , sau poate fi reprezentată folosind propriul său simbol, și

anume, litera grecească Omega,  $\omega$ . Asfel, formula reactanței,  $X_L = 2\pi fL$ , poate fi rescrisă astfel:  $X_L = \omega L$ .

Trebuie înțeles faptul că această „viteză unghiulară” este o expresie a vitezei de rotație a formelor de undă în curent alternativ, o rotație completă fiind egală cu  $2\pi$  radiani, și nu este neapărat viteza actuală a arborelui generatorului ce produce curentul alternativ. Dacă generatorul este format din mai mult de doi poli, viteza unghiulară va fi multiplu de viteza arborelui. Din acest motiv, viteza unghiulară  $\omega$  este cîteodată exprimată sub formă de radiani *electrici* per secundă, pentru a face diferență între aceasta și rotația mecanică.

Indiferent de modul în care reprezentăm viteza unghiulară a sistemului, este știut faptul că reactanța bobinei este direct proporțională cu aceasta. Odată cu creșterea frecvenței sistemului de curent alternativ (creșterea vitezei de rotație a arborelui generatorului), opoziția bobinei față de curgere curentului va fi tot mai mare, și invers. Curentul alternativ într-un circuit inductiv simplu este egal cu raportul dintre tensiunea și reactanța inductivă, asemănător modului de calcul în curent continuu, sau în circuitele rezistive în curent alternativ; să considerăm un exemplu:

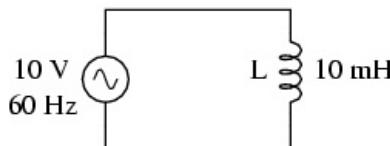


Figure 55: circuit electric în curent alternativ pur inductiv

Totuși, trebuie să fim atenți la faptul că tensiunea și curentul nu sunt în fază în acest caz. După cum am văzut, diferența de fază dintre cele două unde este de  $90^\circ$ . Dacă reprezentăm aceste unghiuri de fază matematic, sub formă numerelor complexe, observăm că opoziția unei bobine față de curent posedă și un unghi al fazei:

$$\text{Opoziție} = \frac{\text{Tensiune}}{\text{Curent}}$$

$$\text{Opoziție} = \frac{10 \text{ V} \angle 90^\circ}{2.6526 \text{ A} \angle 0^\circ}$$

$$\text{Opoziție} = 3.7699 \Omega \angle 90^\circ$$

sau

$$0 + j3.7699 \Omega$$

Figure 56: formule

Pentru o bobină:

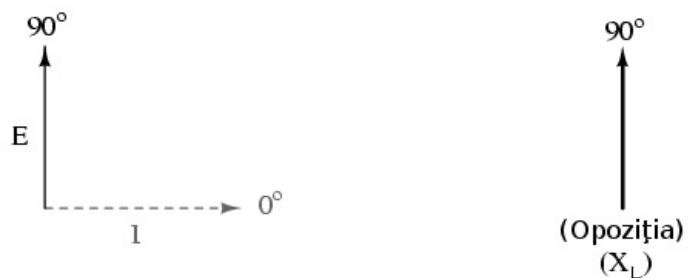


Figure 57: curentul este în urma tensiunii în cazul bobinei

Matematic, spunem că unghiul de fază a opoziției bobinei față de curent este de  $90^\circ$ , ceea ce înseamnă o mărime imaginară pozitivă. Acest unghi de fază este foarte important în analiza circuitelor electrice, în special al celor complexe (în curent alternativ), unde există o interacțiune între rezistență și reactanță. Se va dovedi extrem de benefică reprezentarea opoziției față de curent a *oricărei* componente sub formă numerelor complexe și nu sub forma cantităților scalare.

### 3.3 Circuite rezistiv-inductive serie. Impedanță

În secțiunile precedente, am văzut ce se întâmplă într-un circuit electric de curent alternativ simplu pur rezistiv, respectiv pur inductiv. Acum vom considera ambele componente legate în serie și vom studia efectele lor. Luăm aşadar ca și exemplu un circuit rezistiv-inductiv, caz în care curentul este defazat în urma tensiunii cu un unghi cuprins între  $0^\circ$  și  $90^\circ$

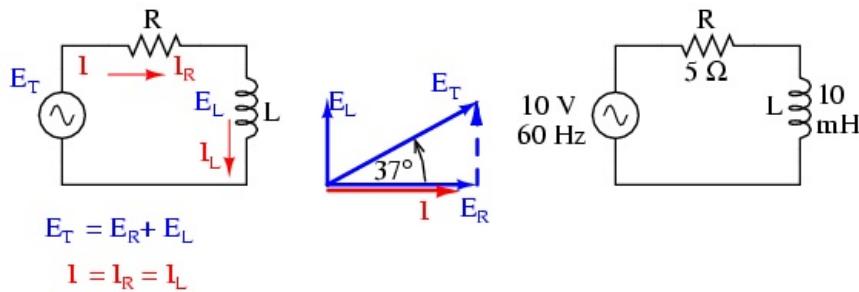


Figure 58: circuit electric rezistiv-inductiv serie în curent alternativ

Rezistorul impune o rezistență de  $5 \Omega$  față de curent, indiferent de valoarea frecvenței, iar bobina va oferi o reactanță de  $3.7699 \Omega$  față de curentul alternativ la o valoare a frecvenței de  $60 \text{ Hz}$ . Deoarece rezistența rezistorului este un număr real ( $5 \Omega \angle 0^\circ$ , sau  $5 + j0 \Omega$ ), iar reactanța bobinei este un număr imaginar ( $3.7699 \Omega \angle 90^\circ$ , sau  $0 + j3.7699 \Omega$ ), efectul total (combinat) al celor două componente va crea o opozitie față de curent egală cu suma complexă a celor două numere. Această opozitie combinată va fi un vector. Pentru a putea exprima mai clar această opozitie, avem nevoie de un nou termen pentru opozitie față de curent pe lângă rezistență și reactanță. Acest termen poartă numele de *impedanță*, iar simbolul lui este „ $Z$ ”; unitatea de măsură este de asemenea ohm-ul, la fel ca și a rezistenței și a reactanței. În exemplul de mai sus, impedanța totală a circuitului este:

$$Z_{\text{total}} = (5 \Omega \text{ rezistență}) + (3.7699 \Omega \text{ reactanță inductivă})$$

$$Z_{\text{total}} = 5 \Omega (R) + 3.7699 \Omega (X_L)$$

$$Z_{\text{total}} = (5 \Omega \angle 0^\circ) + (3.7699 \Omega \angle 90^\circ)$$

sau

$$(5 + j0 \Omega) + (0 + j3.7699 \Omega)$$

$$Z_{\text{total}} = 5 + j3.7699 \Omega \text{ sau } 6.262 \Omega \angle 37.016^\circ$$

Figure 59: formule

Relația dintre impedanță, curent și tensiune este similară rezistenței din legea lui Ohm:

**Legea lui Ohm pentru circuite  
în curent alternativ:**

$$E = IZ \quad I = \frac{E}{Z} \quad Z = \frac{E}{I}$$

Toate mărimile sunt exprimate  
sub formă complexă, nu scalară

Figure 60: Leagea lui Ohm pentru circuite în curent alternativ

De fapt, această expresie este o formă a legii lui Ohm mult mai cuprinzătoarea (mai generală) decât cea considerată în curent continuu ( $E=IR$ ), la fel precum impedanță este o expresie mult mai cuprinzătoare a opozitiei față de deplasarea electronilor decât rezistență. Orice rezistență și orice reactanță, separate sau în combinații serie/paralel, pot fi și trebuie exprimate ca și o singură impedanță într-un circuit de curent alternativ.

Pentru aflarea valorii curentului în circuitul de mai sus, trebuie mai întâi să impunem o referință pentru unghiul de fază a sursei de tensiune, iar în mod normal, aceasta se presupune a fi zero.

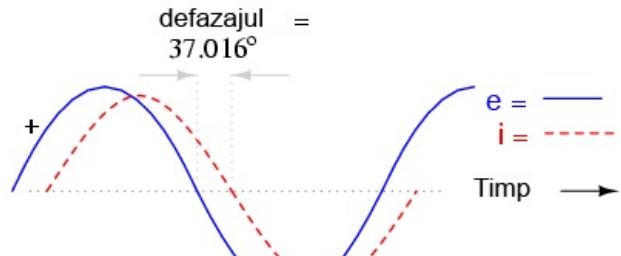
$$I = \frac{E}{Z}$$

$$I = \frac{10 \text{ V} \angle 0^\circ}{6.262 \Omega \angle 37.016^\circ}$$

$$I = 1.597 \text{ A} \angle -37.016^\circ$$

Figure 61: formule

La fel ca și în cazul circuitelor pur inductive, curentul este defazat în urma tensiunii (sursei), cu toată că de data aceasta defazajul nu este atât de mare, doar  $37.016^\circ$ , față de  $90^\circ$  în cazul circuitului pur inductiv.



electric rezistiv-inductiv serie în curent alternativ

Relațiile de fază pentru rezistor și bobină, luate individual, nu s-au modificat. Caderea de tensiune la bornele rezistorului și curentul prin acesta sunt în fază (defazaj de  $0^\circ$ ), iar defazajul dintre tensiune și curent în cazul bobinei este de  $+90^\circ$ . Putem verifica matematic acest lucru:

$$E = IZ$$

$$E_R = I_R Z_R$$

$$E_R = (1.597 \text{ A} \angle -37.016^\circ)(5 \Omega \angle 0^\circ)$$

$$E_R = 7.9847 \text{ V} \angle -37.016^\circ$$

Observăm că unghiul de fază al lui  $E_R$  este egal cu unghiul de fază al curentului

Figure 62: formule

În formula de mai sus  $Z_R$  semnifică impedanța rezistivă, și este același lucru cu rezistență. Tensiunea și curentul prin rezistor sunt în fază, adică au același unghiu de fază.

$$E = IZ$$

$$E_L = I_L Z_L$$

$$E_L = (1.597 \text{ A} \angle -37.016^\circ)(3.7699 \Omega \angle 90^\circ)$$

$$E_L = 6.0203 \text{ V} \angle 52.984^\circ$$

Observați că unghiul de fază al lui  $E_L$  este mai mare cu exact  $90^\circ$  față de unghiul curentului

Figure 63: formule

Tensiunea la bornele bobinei are un unghiu de fază de  $52.984^\circ$  (față de unghiul de fază de referință,  $0^\circ$ ), iar curentul

prin bobina are un unghiu de fază de  $-37.016^\circ$ , o diferență de exact  $90^\circ$  între cele două. Acest lucru ne spune că E și I sunt defazate între ele tot cu  $90^\circ$  (doar în cazul bobinei).

Putem de asemenea să demonstrăm matematic că rezultatul sumei acestor valori complexe este tensiunea totală, aşa cum rezultă din aplicarea legii lui Kirchhoff:

$$E_{\text{total}} = E_R + E_L$$

$$E_{\text{total}} = (7.9847 \text{ V} \angle -37.016^\circ) + (6.0203 \text{ V} \angle 52.984^\circ)$$

$$E_{\text{total}} = 10 \text{ V} \angle 0^\circ$$

Figure 64: formule

## 1. Aplicarea metodei tabelului

Cu toate aceste rezultate, chiar și pentru un circuit simplu precum este acesta, este mai ușor să aplicăm metoda tabelului. Tabelul va conține valorile pentru tensiune (E), curent (I) și impedanță (Z) pentru fiecare componentă în parte. Nu vom insera valorile propriu-zise ale rezistenței și inductanței în ohm sau Henry, ci lor complexă:

	R	L	Total	
E			$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	Volti
I				Amperi
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 + j3.7699$ $3.7699 \angle 90^\circ$		Ohmi

Figure 65: tabel

Deși nu este neapărat necesar, este folositor să trecem atât forma rectangulară ( $x + jy$ ) cât și pe cea polară ( $x \angle y$ ) în fiecare tabel. Dacă folosim un calculator pentru a realiza automat aceste calcule complexe fără a mai fi nevoie să facem conversia între cele două forme, atunci această documentație suplimentară nu este deloc necesară. Totuși, dacă suntem nevoiți să efectuăm calculele „de mână”, atunci scrierea ambelor forme în tabel se va dovedi într-adevăr folositoare.

După ce am introdus în tabel toate datele cunoscute, putem trece la rezolvarea circuitului asemănător circuitelor de curent continuu: determinăm impedanța totală din impedanțele individuale. Din moment ce acesta este un circuit serie, știm că opoziția față de curgerea electronilor (rezistență sau impedanță) este aditivă, iar rezultatul îl reprezintă opoziția totală:

	R	L	Total	
E			$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	Volti
I				Amperi
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 + j3.7699$ $3.7699 \angle 90^\circ$	$5 + j3.7699$ $6.262 \angle 37.016^\circ$	Ohmi

Regula circuitelor serie: \_\_\_\_\_

$$Z_{\text{total}} = Z_R + Z_L$$

Figure 66: tabel

Acum, după ce tensiunea și impedanța totală ne sunt cunoscute, putem aplica legea lui Ohm ( $I = E/Z$ ) pentru determinarea curentului total din circuit:

	R	L	Total	
E			$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	Volti
I			$1.2751 - j0.9614$ $1.597 \angle -37.016^\circ$	Amperi
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 + j3.7699$ $3.7699 \angle 90^\circ$	$5 + j3.7699$ $6.262 \angle 37.016^\circ$	Ohmi

↑  
Legea lui Ohm  
 $I = \frac{E}{Z}$

Figure 67: tabel

La fel ca în cazul circuitelor de curent continuu, curentul total într-un circuit de curent alternativ *serie* este același prin oricare din componentele circuitului. Acest lucru este în continuare adevărat, deoarece într-un circuit serie există doar o singură cale pentru curgerea electronilor, prin urmare, rata lor de deplasare trebuie să fie uniformă în întreg circuitul. Prin urmare, putem trece valorile curentului total pentru fiecare componentă în parte (rezistor și bobină) în tabel:

	R	L	Total	
E			$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	Volti
I	$1.2751 - j0.9614$ $1.597 \angle -37.016^\circ$	$1.2751 - j0.9614$ $1.597 \angle -37.016^\circ$	$1.2751 - j0.9614$ $1.597 \angle -37.016^\circ$	Amperi
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 + j3.7699$ $3.7699 \angle 90^\circ$	$5 + j3.7699$ $6.262 \angle 37.016^\circ$	Ohmi

Regula circuitelor serie:  $I_{total} = I_R = I_L$

Figure 68: tabel

Acum, tot ceea ce mai avem de făcut este să completăm căderea de tensiune pe rezistor și pe bobină. Aflarea acestor valori se realizează folosind legea lui Ohm ( $E=IZ$ ), aplicată pe fiecare coloană a tabelului:

	R	L	Total	
E	$6.3756 - j4.8071$ $7.9847 \angle -37.016^\circ$	$3.6244 + j4.8071$ $6.0203 \angle 52.984^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	Volti
I	$1.2751 - j0.9614$ $1.597 \angle -37.016^\circ$	$1.2751 - j0.9614$ $1.597 \angle -37.016^\circ$	$1.2751 - j0.9614$ $1.597 \angle -37.016^\circ$	Amperi
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 + j3.7699$ $3.7699 \angle 90^\circ$	$5 + j3.7699$ $6.262 \angle 37.016^\circ$	Ohmi

↑                              ↑  
Legea lui Ohm:          Legea lui Ohm:  
 $E = IZ$                        $E = IZ$

Figure 69: tabel

Tabelul este acum complet. De observat că am aplicat exact aceleași reguli ca și în analiza circuitelor electrice în curent continuu, cu diferența ca toate valorile trebuie exprimate și calculate sub formă complexă și nu scalară precum era cazul în curent continuu. Atâtă timp cât diferența de fază este reprezentată corect, nu există nicio diferență fundamentală între analiza unui circuit de curent alternativ față de unul în curent continuu.

- Indicația instrumentelor de măsură

Să luăm acum în considerare relație dintre valorile calculate mai sus și indicația tensiunii și a curentului dată de instrumentele de măsură. Valorile din tabel care corespund cu valorile citite de pe un instrument de măsură sunt cele sub formă *polară*, nu rectangulară! Cu alte cuvinte, dacă am conecta un voltmetru la bornele rezistorului din circuit pentru aflarea căderii de tensiune, acesta va indica 7.9847 V (valoarea sub formă polară), nu 6.3756 V (valoarea reală sub formă rectangulară) și nici 4.8071 V (valoarea imaginară sub formă rectangulară). Pentru a exprima acest lucru grafic, aparatul de măsură „indica” pur și simplu lungimea vectorului (pentru tensiune sau curent). Notația rectangulară, deși este mai ușor de folosit pentru operațiile aritmetice de adunare și scădere, este o formă de notație mai abstractă decât forma polară pentru măsurătorile reale. Dacă ar fi să folosim doar o singură notație, cea mai bună alegere ar fi cea polară, pentru că este singura ce are legătură directă cu măsurătorile reale.

### 3. Diagrama impedanței

Impedanța ( $Z$ ) unui circuit serie R-L poate fi calculată cunoștând rezistență ( $R$ ) și reactanță inductivă ( $X_L$ ). Din moment ce  $E = IR$ ,  $E = IX_L$  și  $E = IZ$ , rezistența, reactanța și impedanța sunt proporționale cu tensiunea. Prin urmare, diagrama fazorială a tensiunii poate fi înlocuită cu o diagramă similară a impedanței:

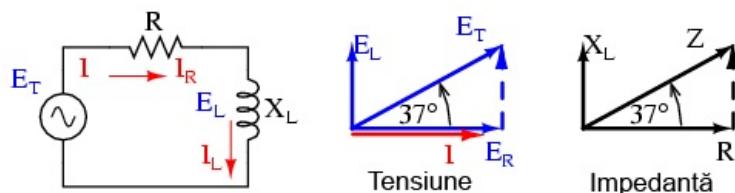


Figure 70: diagrama fazorială a impedanței într-un circuit R-L serie

### 4. Exemplu

Găsiți impedanță totală a circuitului format dintr-un rezistor de  $40 \Omega$  conectat în serie cu o bobină de  $79.59 \text{ mH}$ , la o frecvență a sursei de alimentare de  $60 \text{ Hz}$ . Răspuns:  $Z = 40 + j30 = 50 \angle 36.87^\circ$ .

## 3.4 Circuite rezistiv-inductive paralel în curent alternativ

Să luăm în considerare aceleași componente din circuitul serie, dar să le conectăm de data aceasta în paralel:

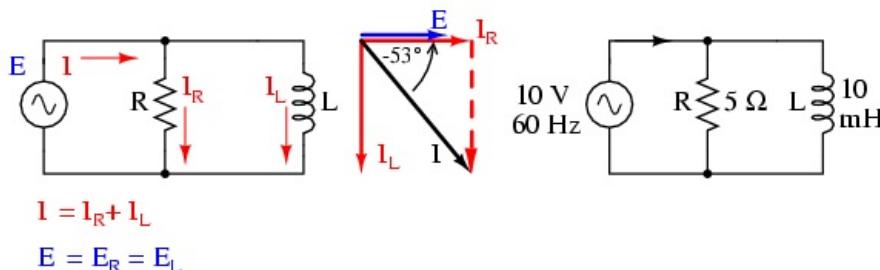


Figure 71: circuit rezistiv-inductiv paralel în curent alternativ

Deoarece sursa de tensiune are aceeași frecvență ca și în cazul circuitului serie, iar rezistorul și bobina au aceleași valori ale rezistenței și reactanței, acestea trebuie să aibă aceleași valori ale impedanței. Prin urmare, începem completarea tabelului cu aceleași valori date:

	R	L	Total	Volti
E			$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	
I				Amperi
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 + j3.7699$ $3.7699 \angle 90^\circ$		Ohmi

Figure 72: tabel

Singura diferență față de cazul precedent, este că de data aceasta vom aplica regulile circuitelor paralele, și nu cele ale circuitelor serie. Metoda de lucru este practic aceeași ca și în cazul circuitelor de curent continuu. Cunoaștem faptul că

tensiunea este aceeași pe toate componentele într-un circuit paralel, aşa că putem copleta toate coloanele cu aceeași valoare a tensiunii:

	R	L	Total	
E	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	Volti
I				Amperi
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 + j3.7699$ $3.7699 \angle 90^\circ$		Ohmi

Regula circuitelor paralele: \_\_\_\_\_  
 $E_{\text{total}} = E_R = E_L$

Figure 73: tabel

Acum putem aplica legea lui Ohm ( $I=E/Z$ ) vertical pentru cele două coloane, calculând curentul prin rezistor și curentul prin bobină:

	R	L	Total	
E	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	Volti
I	$2 + j0$ $2 \angle 0^\circ$	$0 - j2.6526$ $2.6526 \angle -90^\circ$		Amperi
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 + j3.7699$ $3.7699 \angle 90^\circ$		Ohmi

↑                              ↑  
 Legea lui Ohm          Legea lui Ohm  
 $I = \frac{E}{Z}$                    $I = \frac{E}{Z}$

Figure 74: tabel

La fel ca în cazul circuitelor de curent continuu, curenții de ramură în circuitele de curent alternativ se însumează pentru a forma curentul total (legea lui Kirchhoff pentru curent este valabilă și în acest caz):

	R	L	Total	
E	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	Volti
I	$2 + j0$ $2 \angle 0^\circ$	$0 - j2.6526$ $2.6526 \angle -90^\circ$	$2 - j2.6526$ $3.3221 \angle -52.984^\circ$	Amperi
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 + j3.7699$ $3.7699 \angle 90^\circ$		Ohmi

Regula circuitelor  
 paralele: \_\_\_\_\_  
 $I_{\text{total}} = I_R + I_L$

Figure 75: tabel

Impedanța totală poate fi calculată folosind legea lui Ohm ( $Z=E/I$ ) vertical pe coloana „Total”. Impedanța totală poate fi calculată, de asemenea, folosind o formulă echivalentă celei folosite pentru calcularea rezistenței totale paralele:

$$Z_{\text{paralel}} = \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots + \frac{1}{Z_n}}$$

Figure 76: formula de calcul a impedanței paralele totale

Indiferent ce metodă folosim, rezultatul este același:

	R	L	Total	
E	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	Volti
I	$2 + j0$ $2 \angle 0^\circ$	$0 - j2.6526$ $2.6526 \angle -90^\circ$	$2 - j2.6526$ $3.322 \angle -52.984^\circ$	Amperi
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 + j3.7699$ $3.7699 \angle 90^\circ$	$1.8122 + j2.4035$ $3.0102 \angle 52.984^\circ$	Ohmi

Legea lui Ohm:  $Z = \frac{E}{I}$  sau Regula circuitelor paralele:  $Z_{\text{total}} = \frac{1}{\frac{1}{Z_R} + \frac{1}{Z_L}}$

Figure 77: tabel

## 4 Reactanta capacativa

### 4.1 Circuite pur rezistive

Vezi subcapitolul precedent (3.1)

### 4.2 Circuite pur capacitive

Comportamentul condensatoarelor este diferit față de cel al rezistorilor. Pe când rezistorii opun o rezistență direct proporțională cu căderea de tensiune în față curgerii curentului, condensatoarele se opun *variației* de tensiune absorbând (încărcare) sau eliberând (descărcare) curent în circuit. Curgerea curentului „prin” condensator este direct proporțională cu *rata de variație* a tensiunii la bornele acestuia. Această opoziție în calea variației tensiunii este o altă formă de *reactanță*, opusă însă reactanței bobinei.

Matematic, relația dintre curentul condensatorului și rata de variație a tensiunii la bornele acestuia, se exprimă astfel:

$$i = C \frac{de}{dt}$$

condensatorului și rata de variație a tensiunii la bornele acestuia

Expresia  $de/dt$  exprimă rata de variație a tensiunii instantanee ( $e$ ) în raport cu timpul, calculată în volți per secundă. Capacitatea ( $C$ ) este în Farazi, iar curentul instantaneu ( $i$ ) în Amperi. O exprimare echivalentă este și  $dv/dt$ , folosind „ $v$ ” în loc de „ $e$ ” pentru exprimarea tensiunii; cele două notații sunt însă echivalente. Să analizăm un circuit simplu pur capacativ:

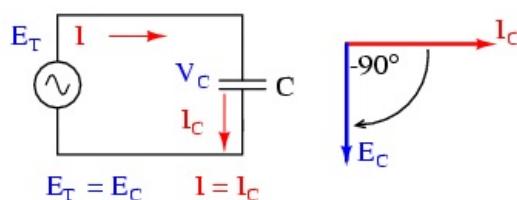


Figure 78: circuit electric pur capacativ și diagrama fazorială

În circuitul de mai sus, tensiunea este defazată în urma curentului cu  $90^\circ$ . Graficul celor două forme de undă arată

asfel:

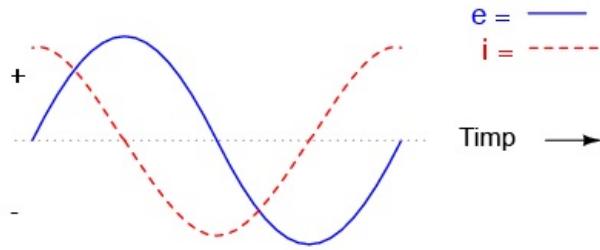


Figure 79: graficul formelor de undă pentru un circuit electric pur capacativ

Rețineti, curentul printr-un condensator este rezultatul variației tensiunii la bornele acestuia. Prin urmare, curentul instantaneu este zero atunci când tensiunea instantanee este la valoarea sa maximă, pozitivă sau negativă, reprezentând variație zero sau pantă zero; curentul instantaneu are valoarea maximă atunci când tensiunea instantanee are variația maximă, adică zona în care variația este maximă (intersectia cu axa orizontală a timpului). Rezultă o undă a tensiunii defazată cu  $-90^\circ$  față de curent. Dacă ne uităm pe grafic, curentul pare să aibă un „avantaj” față de tensiune; curentul este defazat înaintea tensiunii, sau echivalent, tensiunea este defazată în urma curentului.

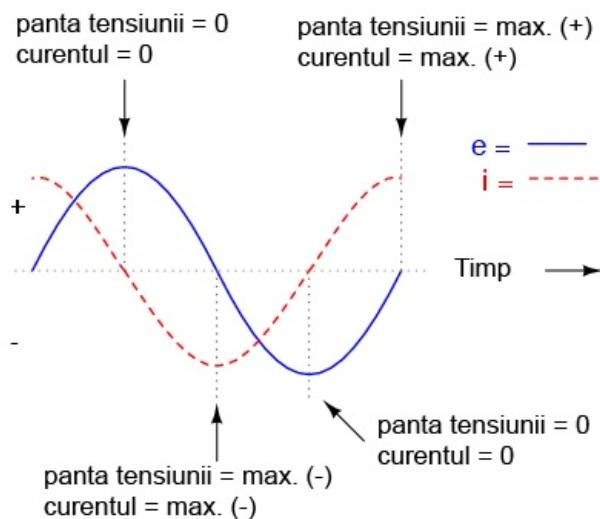


Figure 80: graficul explicat al formelor de undă pentru un circuit electric pur capacativ

Forma de undă pentru putere este asemănătoare celei existente în cazul circuitului pur inductiv:

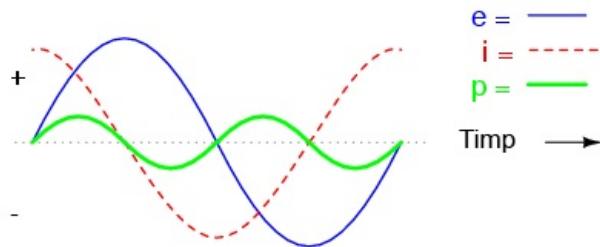


Figure 81: graficul formelor de undă pentru un circuit electric pur capacativ

Defazajul de  $90^\circ$  dintre curent și tensiune duce la o formă a unei de putere ce alternează în mod egal între pozitiv și negativ. Aceast lucru înseamnă că nu există pierdere de putere (nu se disipa putere) pe condensator ca urmare a variației tensiunii; acesta doar absoarbe putere și apoi o eliberează din și înspre circuit, în mod alternativ.

Opoziția condensatorului la variația tensiunii se traduce printr-o opoziție față de tensiunea alternativă în general, care prin definiție își modifică tot timpul amplitudinea instantanee și direcția. Oricare ar fi amplitudinea tensiunii alternative pentru o anumită frecvență, un condensator va „conduce” o anumită valoare a curentului alternativ. La fel ca în cazul rezistorilor, unde curentul este o funcție de tensiune la bornele acestuia și rezistența sa, curentul alternativ printr-un condensator este o funcție de tensiune la bornele sale și reactanța oferită de acesta. Ca și în cazul bobinelor, reactanța

este exprimată în ohmi, iar simbolul este X (sau mai exact,  $X_C$  - reactanța capacativă).

Din moment ce condensatoarele „conduc” curent în proporție directă cu variația tensiunii, acestea vor conduce mai mult curent cu cât variația tensiunii este mai mare (durata de încărcare și descărcare la valorile de vârf este mai mică), și mai puțin cu cât variația tensiunii este mai mică. Acest lucru înseamnă că reactanța condensatoarelor este *invers proporțională* cu frecvența curentului alternativ.

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

Figure 82: formula de calcul a reactanței capacitive

Reactanță unui condensator de 100  $\mu F$ :

Frecvență (Hertz)	Reactance (Ohm)
60	26.5258
120	13.2629
2500	0.6366

De observat că relația dintre reactanța capacativă și frecvență este exact opusă față de cea a reactanței inductive. Reactanța capacativă scade odată cu creșterea frecvenței curentului alternativ, și invers. Bobinele se opun variației curentului prin producerea unor căderi de tensiune mai mari; condensatoarele se opun variației tensiunii prin trecerea unor curenti mai mari prin aceștia.

Termenul  $2\pi f$  poate fi înlocuit cu litera grecească Omega ( $\omega$ ), viteza unghiulară a circuitului de curent alternativ. Asfel, ecuația  $X_C = 1/(2\pi f C)$  devine  $X_C = 1/(\omega C)$ , unde  $\omega$  se exprimă în radiani pe secundă.

Curentul alternativ într-un circuit pur capacativ este egal cu raportul dintre tensiune și reactanță capacativă. Să luăm ca și exemplu următorul circuit:

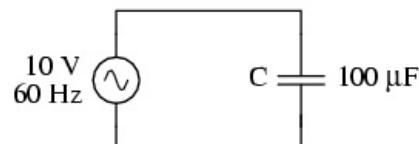


Figure 83: circuit capacativ simplu

$$X_C = 26.5258 \Omega$$

$$I = \frac{E}{X}$$

$$I = \frac{10 \text{ V}}{26.5258 \Omega}$$

calcularea curentului într-un circuit pur capacativ  $I = 0.3770 \text{ A}$

Totuși, trebuie să ne reamintim faptul că tensiunea și curentul nu sunt în fază în acest caz, curentul fiind defazat cu  $+90^\circ$  față de tensiune. Dacă reprezentăm unghiul de fază al tensiunii și al curentului sub formă matematică, putem calcula unghiul de fază al opoziției reactive a condensatorului față de curent:

$$\text{Opoziție} = \frac{\text{Tensiune}}{\text{Curent}}$$

$$\text{Opoziție} = \frac{10 \text{ V} \angle 0^\circ}{0.3770 \text{ A} \angle 90^\circ}$$

$$\text{Opoziție} = 26.5258 \Omega \angle -90^\circ$$

Figure 84: calcularea opoziției condensatorului față de curent într-un circuit pur capacativ

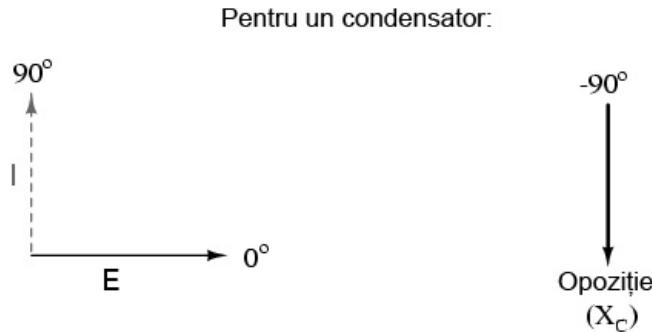


Figure 85: circuit capacativ simplu - diagrama fazorială

### 4.3 Circuite rezistiv-capacitive serie

Până acum am văzut doar ce se întâmplă într-un circuit pur rezistiv, respectiv pur inductiv. Acum vom analiza cele două componente conectate împreună într-un circuit serie:

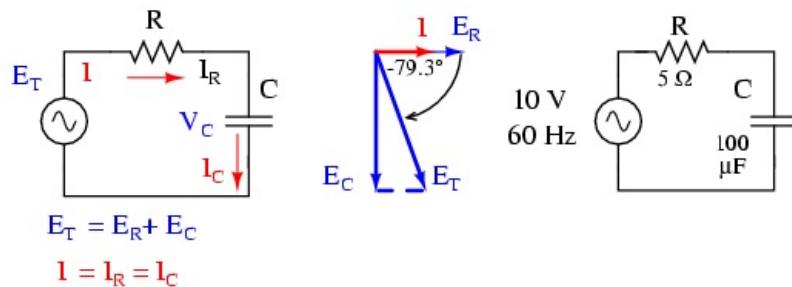


Figure 86: circuit electric rezistiv-capacitiv serie

Rezistorul va produce o rezistență de  $5 \Omega$  în circuit față de curentul alternativ, indiferent de valoarea frecvenței, iar condensatorul va produce o reactanță de  $26.5258 \Omega$  față de curentul alternativ la o frecvență de  $60 \text{ Hz}$ . Deoarece rezistența rezistorului este un număr real ( $5 \Omega \angle 0^\circ$  sau  $5 + j0 \angle 0^\circ$ ), iar reactanța condensatorului este un număr imaginar ( $26.5258 \Omega \angle -90^\circ$  sau  $0 - j26.5258 \Omega$ ), efectul celor două componente luate împreună (combinante) va fi o opoziție față de curent egală cu suma complexă a celor două numere. Termenul folosit pentru desemnarea acestei opoziții față de curent se numește *impedanță*, simbolizată prin  $Z$  și exprimată în Ohm, la fel ca rezistență și reactanță. În circuitul de sus, impedanță totală a circuitului este:

$$Z_{\text{total}} = (5 \Omega \text{ rezistență}) + (26.5258 \Omega \text{ reactanță capacativă})$$

$$Z_{\text{total}} = 5 \Omega (R) + 26.5258 \Omega (X_C)$$

$$Z_{\text{total}} = (5 \Omega \angle 0^\circ) + (26.5258 \Omega \angle -90^\circ)$$

sau

$$(5 + j0 \Omega) + (0 - j26.5258 \Omega)$$

$$Z_{\text{total}} = 5 - j26.5258 \Omega \quad \text{sau} \quad 26.993 \Omega \angle -79.325^\circ$$

Figure 87: formule

Relația dintre impedanță, curent și tensiune este similară rezistenței din legea lui Ohm:

**Legea lui Ohm pentru circuite  
în curent alternativ:**

$$E = IZ \quad I = \frac{E}{Z} \quad Z = \frac{E}{I}$$

Toate mărimile sunt exprimate  
sub formă complexă, nu scalară

Figure 88: legea lui Ohm în circuitele de curent alternativ

De fapt, această expresie este o formă a legii lui Ohm mult mai cuprinzătoarea (mai generală) decât cea considerată în curent continuu ( $E=IR$ ), la fel precum impedanță este o expresie mult mai cuprinzătoare a opoziției față de deplasarea electronilor decât rezistență. Orice rezistență și orice reactanță, separate sau în combinații serie/paralel, pot fi și trebuie exprimate ca și o singură impedanță într-un circuit de curent alternativ.

Pentru a calcula curentul din circuitul de mai sus, trebuie să luăm prima dată o referință a unghiului de fază pentru sursa de tensiune; în mod normal aceasta se consideră zero.

$$I = \frac{E}{Z}$$

$$I = \frac{10 \text{ V} \angle 0^\circ}{26.933 \Omega \angle -79.325^\circ}$$

$$I = 370.5 \text{ mA} \angle 79.325^\circ$$

Figure 89: formule

Ca și în cazul circuitului pur capacativ, curentul este defazat înaintea tensiunii (sursei), cu toate că de data aceasta diferența este  $79.325^\circ$ , nu  $90^\circ$ .

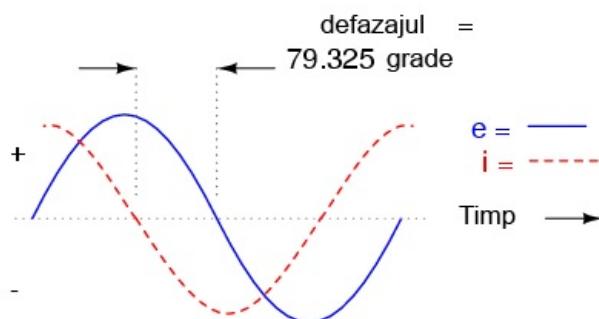


Figure 90: defazajul dintre curent și tensiune într-un circuit electric rezistiv-capacitiv - formele de undă

Să folosim din nou metoda tabelului pentru analiza circuitului de mai sus. Primul pas este introducerea tuturor cantităților cunoscute în tabel:

	R	C	Total	
E			$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	Volti
I			$68.623m + j364.06m$ $370.5m \angle 79.325^\circ$	Amperi
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 - j26.5258$ $26.5258 \angle -90^\circ$	$5 - j26.5258$ $26.993 \angle -79.325^\circ$	Ohmi

Figure 91: tabel

Într-un circuit serie, curentul total este același prin toate componentele circuitului; prin urmare, valorile curentului din coloana „Total” pot fi trecute și în celelalte două coloane, a rezistorului și a condensatorului:

	R	C	Total	
E			$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	Volti
I	$68.623m + j364.06m$ $370.5m \angle 79.325^\circ$	$68.623m + j364.06m$ $370.5m \angle 79.325^\circ$	$68.623m + j364.06m$ $370.5m \angle 79.325^\circ$	Amperi
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 - j26.5258$ $26.5258 \angle -90^\circ$	$5 - j26.5258$ $26.993 \angle -79.325^\circ$	Ohmi

Regula circuitelor serie:  $I_{total} = I_R = I_C$

Figure 92: tabel

Continuând analiza, putem aplica legea lui Ohm ( $E=IR$ ) vertical, pentru determinarea căderilor de tensiune pe rezistor și condensator:

	R	C	Total	
E	$343.11m + j1.8203$ $1.8523 \angle 79.325^\circ$	$9.6569 - j1.8203$ $9.8269 \angle -10.675^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	Volti
I	$68.623m + j364.06m$ $370.5m \angle 79.325^\circ$	$68.623m + j364.06m$ $370.5m \angle 79.325^\circ$	$68.623m + j364.06m$ $370.5m \angle 79.325^\circ$	Amperi
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 - j26.5258$ $26.5258 \angle -90^\circ$	$5 - j26.5258$ $26.993 \angle -79.325^\circ$	Ohmi

↑                              ↑  
 Legea lui Ohm            Legea lui Ohm  
 $E = IZ$                      $E = IZ$

Figure 93: tabel

Observați faptul că tensiune și curentul prin rezistor au același unghi de fază, ceea ce înseamnă că E și I sunt în fază în cazul rezistorului. Tensiunea la bornele condensatorului are un unghi de fază de  $-10.675^\circ$ , cu exact  $90^\circ$  mai puțin decât unghiul de fază al curentului din circuit. Acest lucru ne spune că tensiunea și curentul condensatorului sunt defazate cu exact  $90^\circ$  între ele (în cazul condensatorului!).

## 1. Indicația instrumentelor de măsură

Din nou, trebuie să insistăm pe faptul că valorile calculate ce corespund cu măsurătorile reale luate de aparatele de măsură, sunt cele sub formă polară, nu rectangulară! De exemplu, dacă am construi fizic acest circuit rezistiv-capacitiv (R-C) și am măsura tensiunea la bornele rezistorului, voltmetrul ar indica 1.8523 V, nu 343.11 mV (termenul real rectangular) și nici 1.8203 V (termenul imaginar rectangular). Instrumentele reale de măsură conectate la circuite reale indică lungimea vectorului (magnitudinea). Notația rectangulară, deși este mai ușor de folosit pentru operațiile aritmetice de adunare și scădere, este o formă de notație mai abstractă decât forma polară pentru măsurătorile reale. Dacă ar fi să folosim doar o singură notație, cea mai bună alegere ar fi cea polară, pentru că este singura ce are legătură directă cu măsurătorile reale.

## 2. Diagrama impedanței

Impedanța (Z) unui circuit serie R-L poate fi calculată cunoscând rezistență (R) și reactanță inductivă (XL). Din moment ce  $E=IR$ ,  $E=IXL$  și  $E=IZ$ , rezistență, reactanță și impedanță sunt proporționale cu tensiunea. Prin urmare, diagrama fazorială a tensiunii poate fi înlocuită cu o diagramă similară a impedanței:

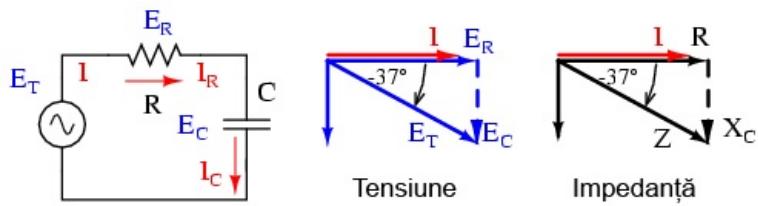


Figure 94: circuit electric rezistiv-capacitiv serie; diagrama fazorială a tensiunii și a impedanței

### 3. Exemplu

Găsiți impedanță unui circuit serie format dintr-un rezistor de  $40 \Omega$  și un condensator de  $88.42 \text{ mF}$  la frecvența de  $60 \text{ Hz}$ . Răspuns:  $Z = 40 - j30 = 50 \angle 36.87^\circ$ .

## 4.4 Circuite rezistiv-capacitive paralel

Folosind aceleași valori, vom conecta rezistorul și condensatorul în paralel, și vom trece la analiza acestuia folosind metoda tabelului:

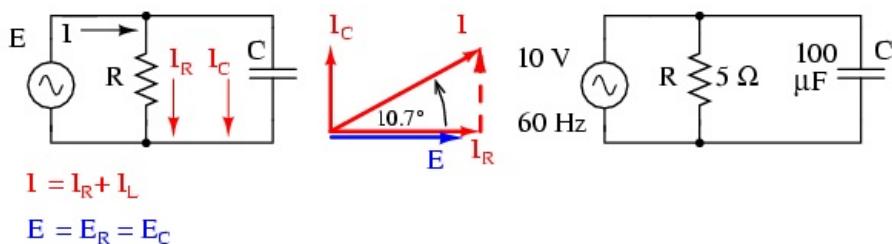


Figure 95: circuit electric rezistiv-capacitiv serie; diagrama fazorială

Întrucât sursa de tensiune are aceeași frecvență ca și în cazul circuitului serie, iar rezistorul și condensatorul au aceleași valori ale rezistenței, respectiv capacității, valorile impedanțelor trebuie să fie aceleași. Prin urmare, putem începe completarea tabelului cu valorile cunoscute:

	R	C	Total	
E			$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	Volti
I				Amperi
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 - j26.5258$ $26.5258 \angle -90^\circ$		Ohmi

Figure 96: tabel

Fiind un circuit paralel, știm faptul că tensiunea este aceeași pe fiecare dintre componente, prin urmare, putem introduce tensiunea totală ( $10 \text{ V} \angle 0^\circ$ ) pe toate coloanele:

	R	C	Total	
E	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	Volti
I				Amperi
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 - j26.5258$ $26.5258 \angle -90^\circ$		Ohmi

Regula circuitelor paralele:

$$E_{\text{total}} = E_R = E_C$$

Figure 97: tabel

Acum putem aplica legea lui Ohm vertical ( $I=E/Z$ ) pentru cele două coloane din tabel, calculând curentul prin rezistor, respectiv condensator:

	R	C	Total	
E	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	Volti;
I	$2 + j0$ $2 \angle 0^\circ$	$0 + j376.99m$ $376.99m \angle 90^\circ$		Amperi
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 - j26.5258$ $26.5258 \angle -90^\circ$		Ohmi

$\uparrow$                              $\uparrow$   
*Ohm's Law*                    *Ohm's Law*  
 $I = \frac{E}{Z}$                      $I = \frac{E}{Z}$

Figure 98: tabel

Asemenea circuitelor de curent continuu, curentul total este suma curenților de ramură (legea lui Kirchhoff pentru curent):

	R	C	Total	
E	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	Volti;
I	$2 + j0$ $2 \angle 0^\circ$	$0 + j376.99m$ $376.99m \angle 90^\circ$	$2 + j376.99m$ $2.0352 \angle 10.675^\circ$	Amperi
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 - j26.5258$ $26.5258 \angle -90^\circ$		Ohmi

Regula circuitelor paralele:

$$I_{\text{total}} = I_R + I_C$$

Figure 99: tabel

## 1. Formula de calcul a impedanței totale

Impedanța totală poate fi calculată folosind legea lui Ohm ( $Z=E/I$ ), vertical, pe coloana „Total”. După cum am mai văzut, impedanța paralelă poate fi calculată folosind o formulă echivalentă cu cea folosită pentru calcularea rezistenței totale paralele. Trebuie amintit faptul că această regulă a impedanței paralele se aplică indiferent de tipul impedanțelor ce le avem în paralel. Cu alte cuvinte, nu contează dacă avem circuite compuse exclusiv din rezistori paraleli, bobine paralele, condensatoare paralele sau orice alt tip de combinație între cele trei: sub forma impedanței ( $Z$ ), toți termenii sunt comuni și pot fi aplicati uniform în aceeași formulă:

$$Z_{\text{paralel}} = \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots + \frac{1}{Z_n}}$$

Figure 100: formula de calcul a impedanței paralele

Singurul dezavantaj al acestei ecuații este volumul mare de muncă necesar pentru a efectua calculele matematice. Dar, indiferent de metoda ce o aplicăm pentru calcularea imedanței paralel din circuitul de mai sus (fie folosind legea lui Ohm, fie formula echivalentă), rezultatul este identic:

	R	C	Total	
E	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	Volti
I	$2 + j0$ $2 \angle 0^\circ$	$0 + j376.99m$ $376.99m \angle 90^\circ$	$2 + j376.99m$ $2.0352 \angle 10.675^\circ$	Amperi
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 - j26.5258$ $26.5258 \angle -90^\circ$	$4.8284 - j910.14m$ $4.9135 \angle -10.675^\circ$	Ohmi

↑  
Legea lui Ohm: sau  
 $Z = \frac{E}{I}$

Regula circuitelor paralele:  
 $Z_{total} = \frac{1}{\frac{1}{Z_R} + \frac{1}{Z_C}}$

Figure 101: tabel

## 5 Reactanta RLC

### 5.1 R, X și Z - recapitulare

Înainte de a începe să explorăm efectele rezistorilor, bobinelor și a condensatoarelor conectate împreună în același circuit de curent alternativ, să recapitulăm mai întâi câteva noțiuni de bază.

#### 1. Rezistență (R)

Rezistența este defapt *freqarea* întâmpinată de electroni, atunci când aceștia se află în mișcare. Toate materialele conductoare posedă o anumită rezistență (excepție făcând supraconductoarele!), în special rezistorii. Atunci când curentul alternativ întâmpină o rezistență, căderea de tensiune produsă și curentul prin aceasta sunt în fază. Simbolul matematic pentru rezistență este „R”, iar unitatea de măsură este Ohm-ul ( $\Omega$ ).

#### 2. Reactanță (X)

Reactanța este defapt *inerția* întâmpinată de electroni, atunci când aceștia se află în mișcare. Este prezentă peste tot unde există câmpuri electrice sau magnetice datorită tensiunii sau curentului aplicat, dar în special în condensatoare și bobine. Atunci când curentul alternativ întâmpină o reactanță, căderea de tensiune și curentul prin aceasta sunt defazate cu  $90^\circ$ . Simbolul matematic pentru reactanță este „X”, iar unitatea de măsură este Ohm-ul ( $\Omega$ ).

#### 3. Impedanță (Z)

Impedanța este o expresie completă a tuturor formelor de opoziție întâmpinate de electroni, atunci când aceștia se află în mișcare, și include efectele rezistenței cât și a reactanței. Este prezentă în toate circuitele și în toate componente. Atunci când curentul alternativ întâmpină o impedanță, căderea de tensiune și curentul prin aceasta sunt defazate cu un unghi între  $0^\circ$  și  $90^\circ$ . Simbolul matematic al impedanței este „Z”, iar unitatea de măsură este Ohm-ul ( $\Omega$ ), sub formă complexă.

#### 4. Componente ideale

Rezistorii perfecti posedă doar rezistență, nu și reactanță. Bobinele și condensatoarele perfecte posedă doar reactanță, nu și rezistență. Toate componente posedează impedanță, și, datorită acestor proprietăți universale a componentelor, este normal să exprimăm (traducem) valorile tuturor componentelor (rezistență, inductanță și capacitate) sub un termen comun, cel al impedanței, ca prim pas în analiza oricărui circuit de curent alternativ:

<b>Rezistor</b> $100 \Omega$  $R = 100 \Omega$ $X = 0 \Omega$ $Z = 100 \Omega \angle 0^\circ$	<b>Bobină</b> $100 \text{ mH}$ $159.15 \text{ Hz}$  $R = 0 \Omega$ $X = 100 \Omega$ $Z = 100 \Omega \angle 90^\circ$	<b>Cond.</b> $10 \mu\text{F}$ $159.15 \text{ Hz}$  $R = 0 \Omega$ $X = 100 \Omega$ $Z = 100 \Omega \angle -90^\circ$
--	--	--

Figure 102: rezistor, bobină și condensator ideal

#### 5. Unghiul de fază al impedanței

Unghiul de fază al impedanței pentru fiecare componentă este diferența de fază dintre căderea de tensiune la bornele acelui componentă și curentul prin el. În cazul unui rezistor perfect, căderea de tensiune și curentul sunt tot

timpul în fază, prin urmare, unghiul de fază al impedanței rezistorului (impedanță rezistivă) este  $0^\circ$ . Pentru o bobină perfectă, căderea de tensiune este tot timpul defazată înaintea curentului cu  $90^\circ$ , prin urmare, unghiul de fază al impedanței bobinei (impedanță inductivă) este  $+90^\circ$ . Pentru un condensator perfect, căderea de tensiune este tot timpul defazată în urma curentului cu  $90^\circ$ , prin urmare, unghiul de fază al impedanței condensatorului (impedanță capacativă) este  $-90^\circ$ .

## 6. Legile lui Ohm și Kirchhoff în curent alternativ

Impedanțele în curent alternativ se comportă analog rezistențelor în curent continuu: se adună când sunt conectate în serie și se micșorează în paralel. Legea lui Ohm pentru circuitele de curent alternativ, bazată pe impedanță, nu pe rezistență, arată astfel:

Legea lui Ohm pentru circuite  
în curent alternativ:

$$E = IZ \quad I = \frac{E}{Z} \quad Z = \frac{E}{I}$$

Toate mărurile sunt exprimate  
sub formă complexă, nu scalară

Figure 103: legea lui Ohm pentru circuitele de curent alternativ - impedanță în loc de rezistență

Legile lui Kirchhoff, precum și toate metodele de analiză a rețelelor și toate teoremele valabile pentru curent continuu sunt valabile și în curent alternativ, atât timp când valorile sunt exprimate sub formă complexă și nu scalară. Cu toate că această echivalență poate fi greu de aplicat aritmetic, conceptual, ea este simplă și elegantă. Singura diferență reală între circuitele de curent continuu și alternativ este cea legată de calcularea puterii. Doarece reactanța nu disipa putere precum o face rezistență, conceptual de putere în circuitele de curent alternativ este radical diferit față de cele de curent alternativ.

## 5.2 Circuite RLC serie

Să considerăm următorul circuit RLC serie:

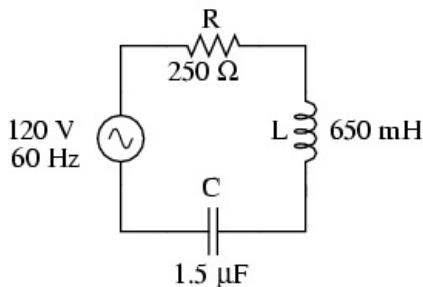


Figure 104: circuit electric RLC serie

Primul pas este determinarea reactanțelor pentru bobină și condensator:

$$X_L = 2\pi f L$$

$$X_L = (2)(\pi)(60 \text{ Hz})(650 \text{ mH})$$

$$X_L = 245.04 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

$$X_C = \frac{1}{(2)(\pi)(60 \text{ Hz})(1.5 \mu F)}$$

$$X_C = 1.7684 \text{ k}\Omega$$

Figure 105: formule

Următorul pas constă în exprimarea tuturor rezistențelor și reactanțelor într-o formă matematică comună: impedanță. Tineți minte că reactanță inductivă (a bobinei) se traduce printr-o impedanță imaginară pozitivă ( $+90^\circ$ ), iar reactanță capacativă (a condensatorului) se traduce printr-o impedanță imaginară negativă ( $-90^\circ$ ). Rezistența, desigur, este considerată o impedanță „reală” pură (unghi polar de  $0^\circ$ ):

$$Z_R = 250 + j0 \Omega \quad \text{or} \quad 250 \Omega \angle 0^\circ$$

$$Z_L = 0 + j245.04 \Omega \quad \text{or} \quad 245.04 \Omega \angle 90^\circ$$

$$Z_C = 0 - j1.7684k \Omega \quad \text{or} \quad 1.7684 k\Omega \angle -90^\circ$$

Figure 106: formule

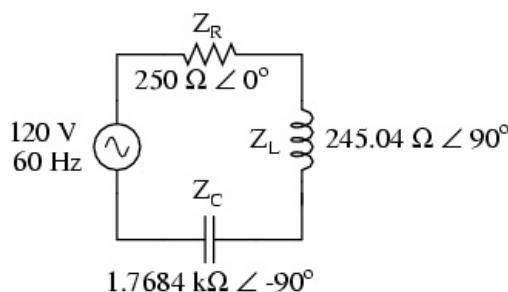


Figure 107: circuit electric RLC serie; impedanțele componentelor

După ce toate valorile opoziției față de curent au fost exprimate sub forma comună a impedanței, ca numere complexe, acestea pot fi manipulate la fel ca rezistențele în curent continuu. Putem scrie toate valorile cunoscute într-un tabel, și apoi să rezolvăm mai departe acest circuit:

	R	L	C	Total	
E				$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	Volti
I					Amperi
Z	$250 + j0$ $250 \angle 0^\circ$	$0 + j245.04$ $245.04 \angle 90^\circ$	$0 - j1.7684k$ $1.7684k \angle -90^\circ$		Ohmi

Figure 108: tabel

Circuitul de mai sus fiind unul serie, știm că impedanța totală este egală cu suma impedanțelor individuale:

$$Z_{\text{total}} = Z_R + Z_L + Z_C$$

$$Z_{\text{total}} = (250 + j0 \Omega) + (0 + j245.04 \Omega) + (0 - j1.7684k \Omega)$$

$$Z_{\text{total}} = 250 - j1.5233k \Omega \quad \text{sau} \quad 1.5437 k\Omega \angle -80.680^\circ$$

Figure 109: formule

Introducând valoarea impedanței totale în tabel, obținem:

	R	L	C	Total	
E				$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	Volti
I					Amperi
Z	$250 + j0$ $250 \angle 0^\circ$	$0 + j245.04$ $245.04 \angle 90^\circ$	$0 - j1.7684k$ $1.7684k \angle -90^\circ$	$250 - j1.5233k$ $1.5437k \angle -80.680^\circ$	Ohmi

Regula circuitelor serie:

$$Z_{\text{total}} = Z_R + Z_L + Z_C$$

Figure 110: tabel

Putem acum să aplicăm legea lui Ohm ( $I = E/R$ ), vertical, în coloana „Total” pentru a găsi curentul total din circuit:

	R	L	C	Total	
E				$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	Volti
I				$12.589m + 76.708m$ $77.734m \angle 80.680^\circ$	Amperi
Z	$250 + j0$ $250 \angle 0^\circ$	$0 + j245.04$ $245.04 \angle 90^\circ$	$0 - j1.7684k$ $1.7684k \angle -90^\circ$	$250 - j1.5233k$ $1.5437k \angle -80.680^\circ$	Ohmi

↑  
Legea lui Ohm:  
 $I = \frac{E}{Z}$

Figure 111: tabel

Fiind un circuit serie, curentul trebuie să fie același prin toate componentele:

	R	L	C	Total	
E				$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	Volti
I	$12.589m + 76.708m$ $77.734m \angle 80.680^\circ$	Amperi			
Z	$250 + j0$ $250 \angle 0^\circ$	$0 + j245.04$ $245.04 \angle 90^\circ$	$0 - j1.7684k$ $1.7684k \angle -90^\circ$	$250 - j1.5233k$ $1.5437k \angle -80.680^\circ$	Ohmi

Regula circuitelor serie:  
 $I_{\text{total}} = I_R = I_L = I_C$

Figure 112: tabel

Putem aplica acum legea lui Ohm ( $E=IZ$ ) fiecărui componentă în parte, pentru determinarea căderilor de tensiune:

	R	L	C	Total	
E	$3.1472 + j19.177$ $19.434 \angle 80.680^\circ$	$-18.797 + j3.0848$ $19.048 \angle 170.68^\circ$	$135.65 - j22.262$ $137.46 \angle -9.3199^\circ$	$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	Volti
I	$12.589m + 76.708m$ $77.734m \angle 80.680^\circ$	Amperi			
Z	$250 + j0$ $250 \angle 0^\circ$	$0 + j245.04$ $245.04 \angle 90^\circ$	$0 - j1.7684k$ $1.7684k \angle -90^\circ$	$250 - j1.5233k$ $1.5437k \angle -80.680^\circ$	Ohmi

↑  
Legea lui Ohm:  
 $E = IZ$

↑  
Legea lui Ohm:  
 $E = IZ$

↑  
Legea lui Ohm:  
 $E = IZ$

Figure 113: tabel

Putem observa ceva aparent ciudat în acest caz: cu toate că tensiunea sursei de alimentare este de doar 120 V, tensiunea la bornele condensatorului este de 137.46 V! De ce se întâmplă acest lucru? Răspunsul se află în interacțiunea dintre reactanțele inductive și capacitive. Exprimată ca și impedanță, putem vedea că bobina se opune trecerii curentului într-un mod exact invers față de condensator. Exprimată sub formă rectangulară, impedanță bobinei posedă un termen imaginar pozitiv, iar condensatorul un termen imaginar negativ. Când aceste două impedanțe contrare sunt adunate (în serie), ele tend să se anuleze reciproc! Cu toate că ele se adună, suma lor este defapt mai mică decât oricare dintre impedanțe (inductive sau capacitive) considerate separat. Acest lucru este analog sumei dintre un scalar pozitiv și unul negativ.

Dacă impedanța totală într-un circuit serie ce conține atât elemente inductive cât și capacitive, pe lângă cele rezistive (RLC), este mai mică decât impedanța individuală a oricărui element luat separat, atunci curentul total din circuit trebuie să fie *mai mare* decât curentul rezultat în cazul în care doar componeta capacativă sau inductivă ar fi introduse în circuit. Odată cu apariția acestui curent prin fiecare element, mai mare decât în mod normal, pot apărea căderi de tensiune mai mari decât tensiunea sursei de alimentare, pe anumite elemente din circuit!

### 5.3 Circuite RLC paralel

Putem folosi aceleași componente de la circuitul serie, dar conectate în paralel de această dată:

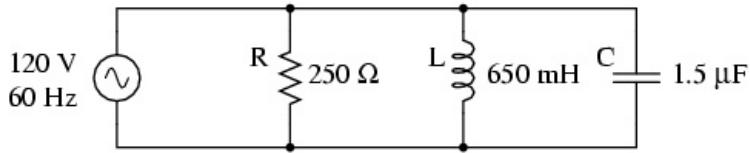


Figure 114: circuit electric RLC paralel

Faptul că aceste componente sunt conectate în paralel și nu în serie, nu are absolut niciun efect asupra impedanțelor individuale. Atâtă timp cât frecvența sursei de tensiune este aceeași, reactanțele inductive și capacitive nu se vor modifica deloc:

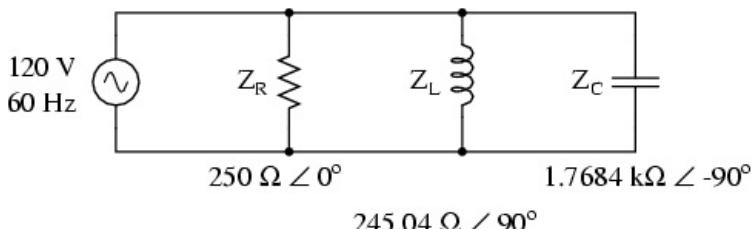


Figure 115: circuit electric RLC paralel - impedanțele componentelor

După ce am exprimat valorile tuturor componentelor ca și impedanțe (Z), putem începe analiza circuitului prin completarea tabelului, folosind regulile circuitelor serie de date aceasta:

	R	L	C	Total	
E				$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	Volti
I					Amperi
Z	$250 + j0$ $250 \angle 0^\circ$	$0 + j245.04$ $245.04 \angle 90^\circ$	$0 - j1.7684k$ $1.7684k \angle -90^\circ$		Ohmi

Figure 116: tabel

Știind că într-un circuit paralel, căderea de tensiune este aceeași pe toate componente, putem trece valoarea tensiunii totale în fiecare coloană:

	R	L	C	Total	
E	$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	Volti
I					Amperi
Z	$250 + j0$ $250 \angle 0^\circ$	$0 + j245.04$ $245.04 \angle 90^\circ$	$0 - j1.7684k$ $1.7684k \angle -90^\circ$		Ohmi

Regula circuitelor paralele:

$$E_{total} = E_R = E_L = E_C$$

Figure 117: tabel

Acum putem aplica legea lui Ohm ( $I=E/Z$ ) vertical, pe fiecare coloană, pentru determinarea curentului prin fiecare component:

	R	L	C	Total	
E	$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	Volti
I	$480m + j0$ $480 \angle 0^\circ$	$0 - j489.71m$ $489.71m \angle -90^\circ$	$0 + j67.858m$ $67.858m \angle 90^\circ$		Amperi
Z	$250 + j0$ $250 \angle 0^\circ$	$0 + j245.04$ $245.04 \angle 90^\circ$	$0 - j1.7684k$ $1.7684k \angle -90^\circ$		Ohmi

↑ Legea lui Ohm  $I = \frac{E}{Z}$       ↑ Legea lui Ohm  $I = \frac{E}{Z}$       ↑ Legea lui Ohm  $I = \frac{E}{Z}$

Figure 118: tabel

Există două strategii pentru calcularea curentului și a impedanței totale. Prima presupune calcularea impedanței totale din impedanțele individuale conectate în paralel folosind formula echivalentă ( $Z_{Total} = 1/(1/Z_R + 1/Z_L + 1/Z_C)$ ), iar curentul total ca raport dintre tensiunea sursei de alimentare și impedanța totală ( $I=E/Z$ ). Totuși, rezolvarea ecuației presupune un calcul dificil cu numere complexe. A doua metodă de calcul presupune aflarea curentului total ca sumă a curenților de ramură, iar apoi, folosind legea lui Ohm, putem determina impedanța totală ca raport dintre tensiunea sursei de alimentare și curentul total ( $Z=E/I$ ). Rezultatul final trebuie să fie același în ambele cazuri.

	R	L	C	Total	
E	$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	Volti
I	$480m + j0$ $480 \angle 0^\circ$	$0 - j489.71m$ $489.71m \angle -90^\circ$	$0 + j67.858m$ $67.858m \angle 90^\circ$	$480m - j421.85m$ $639.03m \angle -41.311^\circ$	Amperi
Z	$250 + j0$ $250 \angle 0^\circ$	$0 + j245.04$ $245.04 \angle 90^\circ$	$0 - j1.7684k$ $1.7684k \angle -90^\circ$	$141.05 + j123.96$ $187.79 \angle 41.311^\circ$	Ohmi

Figure 119: tabel

## 5.4 Circuite RLC serie-paralel

Să luăm ca și exemplu următorul circuit serie-paralel:

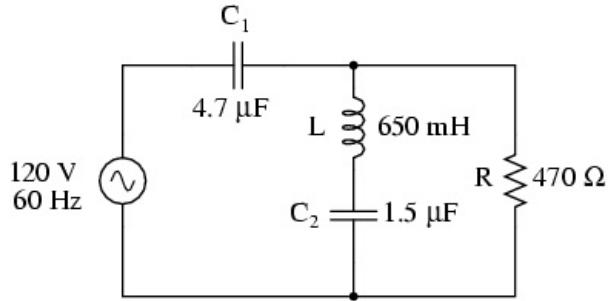


Figure 120: circuit electric RLC serie-paralel

Primul pas este determinarea valorilor impedanțelor (Z) pentru toate componentele, în funcție de frecvența sursei de alimentare. Pentru a realiza acest lucru, trebuie mai întâi să determinăm valorile reactanțelor (X) bobinelor și condensatoarelor iar apoi să exprimă reactanțele (X) și rezistențele (R) sub formă de impedanțe (Z):

**Reactanțe și rezistențe:**

$X_{C1} = \frac{1}{2\pi f C_1}$	$X_L = 2\pi f L$
$X_{C1} = \frac{1}{(2)(\pi)(60 \text{ Hz})(4.7 \mu\text{F})}$	$X_L = (2)(\pi)(60 \text{ Hz})(650 \text{ mH})$
$X_{C1} = 564.38 \Omega$	$X_L = 245.04 \Omega$
$X_{C2} = \frac{1}{2\pi f C_2}$	
$X_{C2} = \frac{1}{(2)(\pi)(60 \text{ Hz})(1.5 \mu\text{F})}$	$R = 470 \Omega$
$X_{C2} = 1.7684 \text{ k}\Omega$	

Figure 121: tabel

$$Z_{C1} = 0 - j564.38 \Omega \text{ sau } 564.38 \Omega \angle -90^\circ$$

$$Z_L = 0 + j245.04 \Omega \text{ sau } 245.04 \Omega \angle 90^\circ$$

$$Z_{C2} = 0 - j1.7684 \text{ k}\Omega \text{ sau } 1.7684 \text{ k}\Omega \angle -90^\circ$$

$$Z_R = 470 + j0 \Omega \text{ sau } 470 \Omega \angle 0^\circ$$

Figure 122: tabel

Putem acum să completăm valorile inițiale în tabel:

	C <sub>1</sub>	L	C <sub>2</sub>	R	Total	
E					$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	Voltii
I						Amperi
Z	$0 - j564.38$ $564.38 \angle -90^\circ$	$0 + j245.04$ $245.04 \angle 90^\circ$	$0 - j1.7684 \text{ k}\Omega$ $1.7684 \text{ k}\Omega \angle -90^\circ$	$470 + j0$ $470 \angle 0^\circ$		Ohmi

Figure 123: tabel

Întrucât avea de a face în acest caz cu un circuit serie-paralel combinat, nu putem afla impedanța totală dintr-un singur pas. Prima dată luăm L și C<sub>2</sub> ca și combinație serie; impedanța combinată va fi suma impedanțelor individuale. Apoi,

impedanță rezultată o vom combina în paralel cu impedanța rezistorului, rezultatul fiind o nouă impedanță. Îi, în sfârșit, impedanța precedentă o combinăm în serie cu impedanța  $C_1$  și ajungem la valoarea impedanței totale a circuitului considerat.

Pentru a putea reprezenta toți acești pași sub format tabelar, va trebui să mai adăugam câteva coloane (folosim de fapt un al doilea tabel din motive de spațiu), fiecare coloană reprezentând combinația respectivă.

	$L \dashv C_2$	$R // (L \dashv C_2)$	$C_1 \dashv [R // (L \dashv C_2)]$	$Total$
E				
I				
Z				

Figure 124: tabel

Calculul acestor impedanțe combinate necesită sume complexe pentru combinațiile serie și utilizarea formulei echivalente pentru impedanțele paralelă.

Figure 125: table

Potrivit tabelului, întrucât aceasta apare în cel de al doilea tabel.

Acum că știm impedanța și tensiunea totală, putem aplica legea lui Ohm, vertical, pe coloana „Total” pentru calcularea curentului total:

	$L - C_2$	$R // (L - C_2)$	$C_1 - [R // (L - C_2)]$	Total
E			$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	
I			<b><math>76.899m + j124.86m</math></b> <b><math>146.64m \angle 58.371^\circ</math></b>	
Z	$0 - j1.5233k$ $1.5233k \angle -90^\circ$	$429.15 - j132.41$ $449.11 \angle -17.147^\circ$	$429.15 - j696.79$ $818.34 \angle -58.371^\circ$	

↑

Legea lui Ohm:

$$I = \frac{E}{Z}$$

Figure 126: tabel

În acest moment, putem căuta componente sau combinații de componente ce au fie aceeași cădere de tensiune sau același curent. Iar în acest caz, atât prin  $C_1$  cât și prin combinația paralelă  $R/(L-C_2)$  trece același curent, întrucât ele

sunt în serie. Putem trece prin urmare aceste valori în ambele coloane:

	$C_1$	$L$	$C_2$	$R$
E				
I	<b>76.899m + j124.86m</b> <b>146.64m <math>\angle 58.371^\circ</math></b>			
Z	0 - j564.38 564.38 $\angle -90^\circ$	0 + j245.04 245.04 $\angle 90^\circ$	0 - j1.7684k 1.7684k $\angle -90^\circ$	+70 + j0 +70 $\angle 0^\circ$

Regula circuitelor serie:

$$I_{\text{total}} = I_{C1} = I_{R//(L-C2)}$$

Figure 127: tabel

	$L - C_2$	$R // (L - C_2)$	$C_1 - [R // (L - C_2)]$	$Total$
E				120 + j0 120 $\angle 0^\circ$
I		<b>76.899m + j124.86m</b> <b>146.64m <math>\angle 58.371^\circ</math></b>	<b>76.899m + j124.86m</b> <b>146.64m <math>\angle 58.371^\circ</math></b>	
Z	0 - j1.5233k 1.5233k $\angle -90^\circ$	429.15 - j132.41 449.11 $\angle -17.147^\circ$	429.15 - j696.79 818.34 $\angle -58.371^\circ$	

Regula circuitelor serie:

$$I_{\text{total}} = I_{C1} = I_{R//(L-C2)}$$

Figure 128: tabel

Acum putem calcula căderile de tensiune pe  $C_1$  și pe combinația serie-paralel  $R//(L-C_2)$  folosind legea lui Ohm ( $E=IZ$ ), vertical:

	$C_1$	$L$	$C_2$	$R$
E	<b>70.467 - j43.400</b> <b>82.760 <math>\angle -31.629^\circ</math></b>			
I	76.899m + j124.86m 146.64m $\angle 58.371^\circ$			
Z	0 - j564.38 564.38 $\angle -90^\circ$	0 + j245.04 245.04 $\angle 90^\circ$	0 - j1.7684k 1.7684k $\angle -90^\circ$	+70 + j0 +70 $\angle 0^\circ$

Legea lui Ohm:

$$E = IZ$$

Figure 129: tabel

	$L - C_2$	$R // (L - C_2)$	$C_1 - [R // (L - C_2)]$	$Total$
E		<b>49.533 + j43.400</b> <b>65.857 <math>\angle +1.225^\circ</math></b>		120 + j0 120 $\angle 0^\circ$
I		76.899m + j124.86m 146.64m $\angle 58.371^\circ$	76.899m + j124.86m 146.64m $\angle 58.371^\circ$	
Z	0 - j1.5233k 1.5233k $\angle -90^\circ$	429.15 - j132.41 449.11 $\angle -17.147^\circ$	429.15 - j696.79 818.34 $\angle -58.371^\circ$	

Legea lui Ohm:

$$E = IZ$$

Figure 130: tabel

Din nou, putem căuta componente ce au aceeași cădere de tensiune sau curent. În acest caz, rezistorul (R) și

combinăția serie a bobinei cu cel de al doilea condensator (L-C) au aceeași cădere de tensiune, pentru că cele două seturi de impudențe sunt conectate în paralel. Astfel, putem trece valorile tensiunii calculate mai sus în coloanele R și L-C<sub>2</sub>:

	C <sub>1</sub>	L	C <sub>2</sub>	R
E	70.467 - j43.400 82.760 ∠ -31.629°			49.533 + j43.400 65.857 ∠ +1.225°
I	76.899m + j124.86m 146.64m ∠ 58.371°			
Z	0 - j564.38 564.38 ∠ -90°	0 + j245.04 245.04 ∠ 90°	0 - j1.7684k 1.7684k ∠ -90°	470 + j0 470 ∠ 0°

Regula circuitelor paralel:

$$E_{R/(L-C_2)} = E_R = E_{L-C_2}$$

Figure 131: tabel

	L -- C <sub>2</sub>	R // (L -- C <sub>2</sub> )	Total
E	49.533 + j43.400 65.857 ∠ +1.225°	49.533 + j43.400 65.857 ∠ +1.225°	120 + j0 120 ∠ 0°
I		76.899m + j124.86m 146.64m ∠ 58.371°	76.899m + j124.86m 146.64m ∠ 58.371°
Z	0 - j1.5233k 1.5233k ∠ -90°	429.15 - j132.41 449.11 ∠ -17.147°	429.15 - j696.79 818.34 ∠ -58.371°

Regula circuitelor paralel:

$$E_{R/(L-C_2)} = E_R = E_{L-C_2}$$

Figure 132: tabel

Următorul pas este calcularea curentului prin rezistor și prin combinația serie L-C<sub>2</sub>. Tot ceea ce trebuie să facem este să aplicăm legea lui Ohm ( $I=E/Z$ ), vertical, în ambele coloane:

	C <sub>1</sub>	L	C <sub>2</sub>	R
E	70.467 - j43.400 82.760 ∠ -31.629°			49.533 + j43.400 65.857 ∠ +1.225°
I	76.899m + j124.86m 146.64m ∠ 58.371°			105.39m + j92.341m 140.12m ∠ +1.225°
Z	0 - j564.38 564.38 ∠ -90°	0 + j245.04 245.04 ∠ 90°	0 - j1.7684k 1.7684k ∠ -90°	470 + j0 470 ∠ 0°

Legea lui Ohm:

$$I = \frac{E}{Z}$$

Figure 133: tabel

	L -- C <sub>2</sub>	R // (L -- C <sub>2</sub> )	Total
E	49.533 + j43.400 65.857 ∠ +1.225°	49.533 + j43.400 65.857 ∠ +1.225°	120 + j0 120 ∠ 0°
I	-28.490m + j32.516m 43.232m ∠ 131.22°	76.899m + j124.86m 146.64m ∠ 58.371°	76.899m + j124.86m 146.64m ∠ 58.371°
Z	0 - j1.5233k 1.5233k ∠ -90°	429.15 - j132.41 449.11 ∠ -17.147°	429.15 - j696.79 818.34 ∠ -58.371°

Legea lui Ohm:

$$I = \frac{E}{Z}$$

Figure 134: tabel

Din moment ce  $L$  și  $C_2$  sunt conectate în serie și cunoaștem curentul prin combinație serie a impedanței, putem trece aceleleași valori și în coloanele  $L$  și  $C_2$ , folosind regula conform căreia în circuitele serie, curentul prin fiecare component este același:

	$C_1$	$L$	$C_2$	$R$
E	$70.467 - j43.400$ $82.760 \angle -31.629^\circ$			$49.533 + j43.400$ $65.857 \angle +41.225^\circ$
I	$76.899m + j124.86im$ $146.64m \angle 58.371^\circ$	<b>-28.490m + j32.516m</b> <b>43.232m \angle 131.22^\circ</b>	<b>-28.490m + j32.516m</b> <b>43.232m \angle 131.22^\circ</b>	$105.39m + j92.341m$ $140.12m \angle +41.225^\circ$
Z	$0 - j564.38$ $564.38 \angle -90^\circ$	$0 + j245.04$ $245.04 \angle 90^\circ$	$0 - j1.7684k$ $1.7684k \angle -90^\circ$	$+70 + j0$ $+70 \angle 0^\circ$

Regula circuitelor serie:

$$I_{L-C_2} = I_L = I_{C_2}$$

Figure 135: tabel

Ultimul pas constă în aplicarea legii lui Ohm ( $E=IZ$ ), vertical, pentru calcularea căderilor de tensiune pentru cele două coloane rămase ( $L$  și  $C_2$ ):

	$C_1$	$L$	$C_2$	$R$
E	$70.467 - j43.400$ $82.760 \angle -31.629^\circ$	<b>-7.968 - j6.981</b> <b>10.594 \angle 221.22^\circ</b>	<b>57.501 + j50.382</b> <b>76.451 \angle +41.225^\circ</b>	$49.533 + j43.400$ $65.857 \angle +41.225^\circ$
I	$76.899m + j124.86im$ $146.64m \angle 58.371^\circ$	$-28.490m + j32.516m$ $43.232m \angle 131.22^\circ$	$-28.490m + j32.516m$ $43.232m \angle 131.22^\circ$	$105.39m + j92.341m$ $140.12m \angle +41.225^\circ$
Z	$0 - j564.38$ $564.38 \angle -90^\circ$	$0 + j245.04$ $245.04 \angle 90^\circ$	$0 - j1.7684k$ $1.7684k \angle -90^\circ$	$+70 + j0$ $+70 \angle 0^\circ$

↑                              ↑  
 Legea lui Ohm:            Legea lui Ohm:  
 $E = IZ$                      $E = IZ$

Figure 136: tabel

## 5.5 Susceptanța și admitanța

În studiul circuitelor electrice de curent continuu am întâlnit termenul de *conductanță*; aceasta se definește ca inversul rezistenței. Matematic, aceasta reprezintă reciproca rezistenței,  $1/R$ , termen ce în formula rezistenței paralele este chiar conductanța.

Pe când „rezistență” denotă cantitatea opoziției față de deplasarea electronilor, „conductanță” reprezintă ușurința de deplasare a electronilor. Unitatea de măsură pentru conductanță este Siemens, iar simbolul matematic, „G”.

Componentele reactive, precum bobinele și condensatoarele, se opun trecerii curentului (deplasării electronilor) în funcție de timp și nu într-un mod constant, uniform, ca în cazul rezistorilor. Această opoziție în funcție de timp se numește *reactanță*, notată cu „X” și măsurată de asemenea în Ohm.

La fel cum pentru rezistență există o mărime complementară, conductanță, și pentru expresia reactanței există o mărime complementară, denumită *susceptanță*. Matematic, susceptanță este inversa (reciproca) reactanței,  $1/X$ . Simbolul matematic este „B”, iar unitatea de măsură este tot Siemens.

În aceeași ordine de idei, există și o mărime complementară pentru impedanță, *admitanță*. Matematic, aceasta este inversa impedanței,  $1/Z$ . Simbolul matematic este „Y”, iar unitatea de măsură este Siemens. La fel ca și impedanță, admitanța este o cantitate complexă, nu scalară.

Chiar dacă în calculele uzuale nu vom întâlni prea des acești termeni, este bine de știut că aceștia există.

## 6 Rezonanta

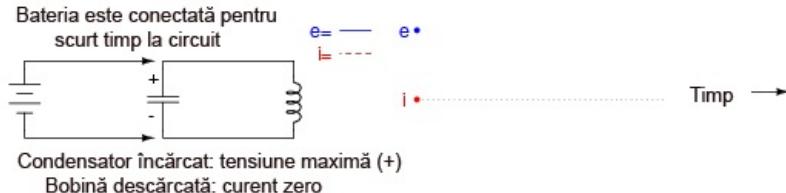
### 6.1 Pendulul electric

Condensatoarele stochează energie sub formă de câmp electric, iar această energie stocată se manifestă electric sub formă de potențial: *tensiune statică*. Bobinele stochează energie sub formă de câmp magnetic, iar această energie stocată se manifestă electric sub formă cinetică: *curent*. Ambele elemente sunt însă fețele opuse ale aceleiași monede;

ambele sunt elemente reactive ce stochează și eliberează energie în două moduri complementare. Când aceste două tipuri de componente reactive sunt conectate împreună, rezultatul modului lor complementar de stocare a energiei este unul neobișnuit.

Dacă unul dintre cele două componente, fie condensatorul, fie bobina, este inițial încărcat, cele două componente vor schimba energie între ele, de la unul la altul, creând propria lor tensiune și curent alternativ. Dacă presupunem că ambele componente sunt supuse unei tensiuni aplicate brusc (de la o baterie, de exemplu), condensatorul se va încărca foarte repede, iar bobina se va opune variației curentului; prin urmare condensatorul va fi încărcat, iar bobina descărcată:

încărcat la tensiunea de vârf, bobina descărcată, curent zero



Condensatorul va începe să-și descarce energia înmagazinată pe bobină, prin urmare, tensiunea va descrește. Între timp, bobina va conduce curent electric și va înmagazina energie sub formă de câmp magnetic; rezultatul este creșterea curentului în circuit:

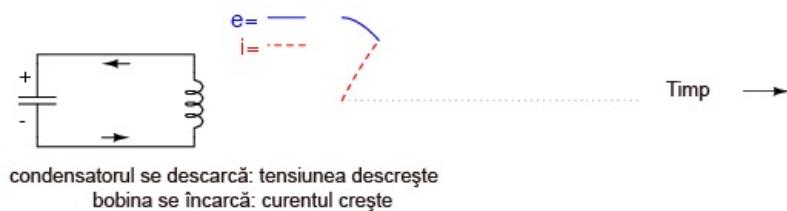


Figure 137: pendul electric - descărcarea condensatorului, tensiunea descrește; încărcarea bobine, curentul crește

Bobina va continua să se încarce și să mențină curgerea electronilor în circuit până când condensatorul va fi complet descărcat (tensiune zero la bornele sale):

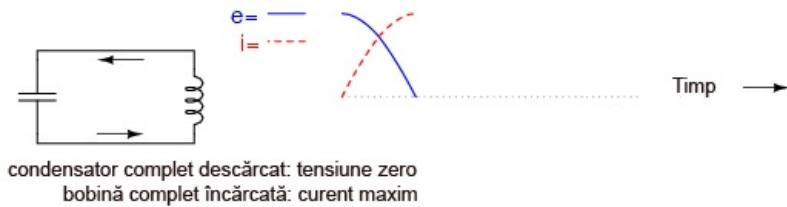
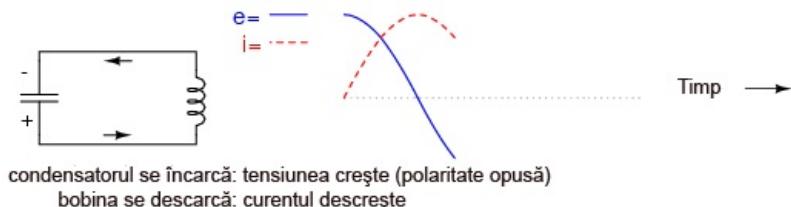


Figure 138: pendul electric - condensator complet descărcat, tensiune zero; bobină complet încărcată, curent maxim

Bobina va menține curentul chiar și fără existența unei tensiuni aplicate la bornele sale; de fapt, va genera o tensiune (precum o baterie) pentru menținerea direcției curentului. Condensatorul, fiind elementul ce primește acest curent, va începe să acumuleze o sarcină de polaritate inversă față de polaritatea sa inițială:



tensiunii; descărcarea bobine, descreșterea curentului

Atunci când curentul prin bobină se epuizează iar energia înmagazinată ajunge la zero, tensiunea condensatorului va fi maximă, și de polaritate opusă tensiunii inițiale:

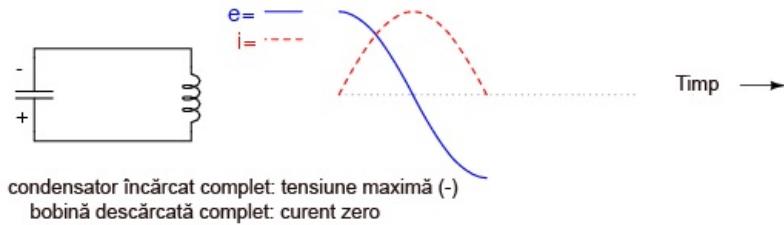


Figure 139: pendul electric - condensator încărcat complet, tensiune maximă; bobină descărcată complet, curent zero

Am ajuns acum la o situație foarte similară celei inițiale: condensatorul este complet încărcat iar curentul prin circuit este zero (bobină descărcată). Condensatorul va începe (din nou) să se descarce prin/pe bobină, ducând la creșterea curentului (în direcție opusă față de cazul inițial) și descreșterea tensiunii pe măsură ce energia înmagazinată de condensator tinde spre zero:

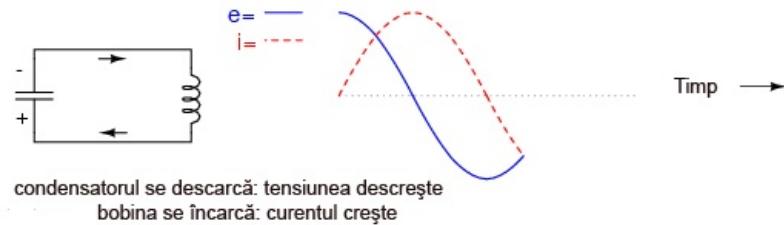


Figure 140: pendul electric - condensatorul se descarcă, tensiunea descrește; bobina se încarcă, curentul crește

Într-un final, condensatorul se va descărca complet (zero volți), iar bobina va deveni încărcată complet (curent maxim):

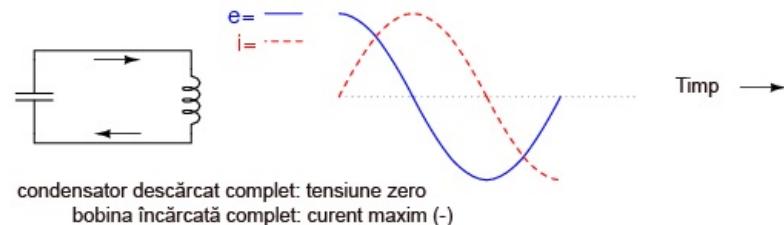
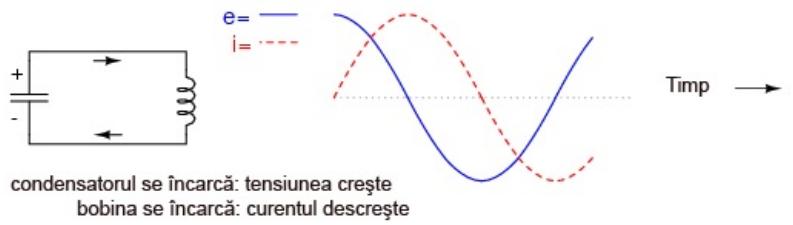


Figure 141: pendul electric - condensator complet descărcat, tensiune zero; bobină complet încărcată, curent maxim

Bobina, încercând să mențină direcția curentului, se va comporta din nou precum o sursă, generând tensiune electrică precum o baterie pentru menținerea acestuia. În acest fel, condensatorul va începe să se încarce din nou, iar amplitudinea curentului din circuit va descrește din nou:



tensiunii; descărcarea bobinei, descreșterea curentului

Până la urmă condensatorul se va încărca complet (din nou) pe măsură ce energia bobinei se apropie de zero. Tensiunea se va afla din nou la valoarea maximă pozitivă, iar curentul la zero. Acest ultim pas duce la completarea unei perioade pe parcursul cărei cele două componente au schimbat între ele aceeași energie electrică:

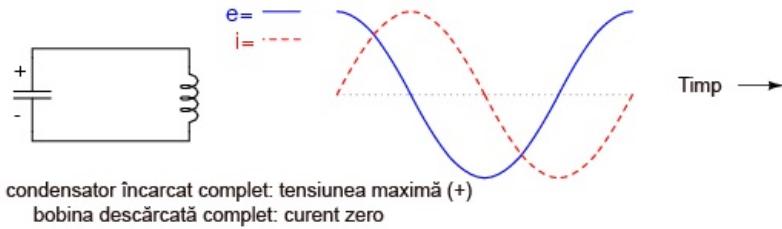


Figure 142: pendul electric - condensator încărcat complet, tensiune maximă; bobină descărcată complet, curent zero

Această oscilație a energiei de la un component la altul va continua cu o amplitudine a semnalelor din ce în ce mai mică, descreștere datorată pierderilor de putere cauzate de rezistențele parazite din circuit, până când întregul proces se oprește cu totul. În mare, acest comportament este asemănător comportamentului pendulului: pe măsură ce masa pendulului oscilează înainte și înapoi, există o transformare continuă între energia cinetică (mișcare) și energia potențială (înălțime), asemănător circuitului format din bobină și condensator.

În punctul în care înălțimea pendulului este maximă, masa acestuia se oprește pentru o scurtă perioadă de timp, urmată de schimbarea direcției sale de mișcare. În acest punct, energia potențială (înălțime) este maximă iar energia cinetică (mișcare) este zero. Pe măsură ce masa oscilează înapoi, trece rapid printr-un punct în care coarda este direcționată perpendicular pe direcția pământului. În acest punct, energia potențială (înălțime) este zero iar energia cinetică (mișcare) este la valoarea sa maximă. Precum un circuit, oscilația înainte și înapoi a pendulului va continua cu o amplitudine a oscilațiilor din ce în ce mai mică, descreșterea datorată frecării cu aerul (rezistență) ce disipa energie. Tot precum în cazul circuitului de mai sus, poziția și viteza pendulului trasate pe un grafic (timp-amplitudine) trasează două unde sinusoidale defazate între ele cu  $90^\circ$ .

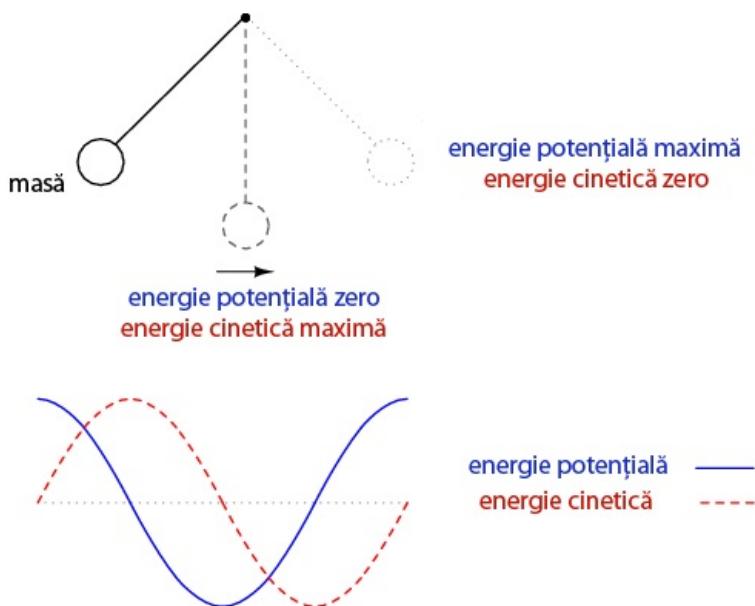


Figure 143: principiul pendulului fizic și formele de undă descrise de acesta

În fizică, această oscilație sinusoidală naturală este cunoscută sub numele de *mișcare armonică simplă*. Aceleasi principii stau însă și la baza circuitelor formate din condensator și bobină, de genul celui văzut mai sus. O proprietate interesantă al oricărui tip de pendul, este că perioada sa depinde de lungimea brațului și nu de greutatea masei de la capătul acesta. De aceea pendulul va continua să oscileze la aceeași frecvență pe măsură ce amplitudinea oscilațiilor scade. Rata oscilațiilor este independentă de *cantitatea* de energie stocată în pendul.

Același lucru este valabil și pentru circuitul bobină/condensator. Rata oscilațiilor este stric dependentă de mărimea condensatorului și a bobinei, și nu de cantitatea de tensiune (sau curent) disponibilă în circuit. Proprietatea sa de a menține o singură frecvență, naturală, indiferent de valoarea energiei stocate, este de o mare importanță în realizarea circuitelor electric.

Totuși, această tendință de oscilație, sau *rezonanță*, la o anumită frecvență, nu este limitată doar la circuitele concepute special în acest scop. De fapt, aproape orice circuit de curent alternativ ce conține o combinație de capacitate și inductivitate (circuit „LC”) poate să manifeste efecte neobișnuite atunci când frecvența sursei de alimentare în curent alternativ se apropie de frecvența naturală. Acest lucru este valabil indiferent de scopul pentru care circuitul a fost creat.

Dacă frecvența sursei de alimentare a circuitului este exact frecvență naturală de oscilație a combinației LC, spunem că circuitul se află într-o stare de **rezonanță**. Efectele neobișnuite vor atinge un maxim în această condiție de rezonanță. Din acest motiv, trebuie să calculăm din timp frecvența de rezonanță pentru diferite combinații de L și C, și să ținem cont de efectele acesteia asupra circuitului.

## 6.2 Rezonanță paralel

Putem ajunge la o stare de rezonanță într-un circuit oscilator (LC), dacă reactanțele condensatorului și a bobinei sunt egale între ele. Deoarece reactanța inductivă crește odată cu creșterea frecvenței, iar reactanța capacativă scade cu creșterea frecvenței, există doar o singură frecvență unde cele două reactanțe vor fi egale.

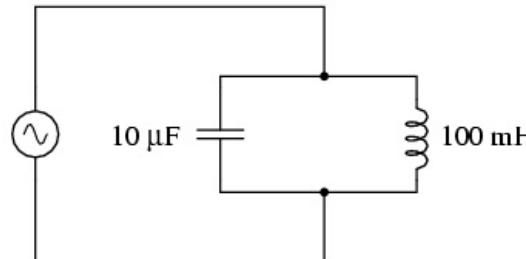


Figure 144: circuit electric paralel simplu rezonant (LC); circuit oscilator

În circuitul de mai sus, avem un condensator de  $10 \mu F$  și o bobină de  $100 mH$ . Din moment ce cunoaștem ecuațiile pentru determinarea reactanțelor, oricare ar fi valoarea frecvenței, iar ceea ce ne interesează este punctul în care cele două reactanțe sunt egale între ele, putem rezolva ecuația formată din egalitatea celor două reactanțe pentru a afla frecvența de rezonanță (naturală):

$$X_L = 2\pi f L \quad X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

din cele două formule ale reactanței,  
obținem ecuația de mai jos, reprezentând  
egalitatea celor două reactanțe

$$2\pi f L = \frac{1}{2\pi f C}$$

înmulțim ambele părți cu „f” pentru  
eliminarea termenului „f” de la numitor

$$2\pi f^2 L = \frac{1}{2\pi C}$$

împărțim ambele părți cu  $2\pi L$

$$f^2 = \frac{1}{2\pi^2 L C}$$

rezolvând f din ecuația de mai sus

$$f = \frac{1}{\sqrt{2\pi^2 L C}}$$

și simplificând

$$f = \frac{1}{2\pi \sqrt{L C}}$$

Figure 145: formule

Aceasta este formula prin care putem afla frecvența de rezonanță a unui circuit oscilator, atunci când cunoaștem valorile inductanței (L) și a capacității (C). După introducerea valorilor L și C în formula de mai sus, ajungem la frecvență de rezonanță de  $159.155$  Hz.

Ceea ce se întâmplă la rezonanță este interesant. Fiindcă reactanța inductivă este egală cu cea capacativă, impedanța totală crește spre infinit, ceea ce înseamnă că circuitul oscilator nu „consumă” deloc curent de la sursa de tensiune! Putem calcula impedanțele individuale ale condensatorului de  $10 \mu F$  și a bobinei de  $100 mH$ , ca mai apoi să aplicăm formula impedanței paralele pentru a demonstra matematic ceea ce am spus mai sus:

$$X_L = 2\pi f L$$

$$X_L = (2)(\pi)(159.155 \text{ Hz})(100 \text{ mH})$$

$$X_L = 100 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

$$X_C = \frac{1}{(2)(\pi)(159.155 \text{ Hz})(10 \mu F)}$$

$$X_C = 100 \Omega$$

Figure 146: formule

Prin urmare, ambele impedanțe sunt egale,  $100 \Omega$ . Putem acum să folosim formula impedanței paralel:

$$Z_{\text{parallel}} = \frac{1}{\frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C}}$$

$$Z_{\text{parallel}} = \frac{1}{\frac{1}{100 \Omega \angle 90^\circ} + \frac{1}{100 \Omega \angle -90^\circ}}$$

$$Z_{\text{parallel}} = \frac{1}{0.01 \angle -90^\circ + 0.01 \angle 90^\circ}$$

$$Z_{\text{parallel}} = \frac{1}{0} \quad \text{Nedefinit!}$$

Figure 147: formule

Desigur, nu putem face raportul unui număr cu zero pentru a ajunge la un rezultat care să aibă sens, dar putem spune că rezultatul tinde spre infinit pe măsură ce valorile celor două impedanțe paralele se apropiu una de cealaltă. Practic, acest lucru înseamnă că impedanța totală a circuitului oscilator la rezonanță este infinită (se comportă precum un circuit deschis).

Grafic, amplitudinea curentului din circuit în funcție de frecvență sursei de alimentare arată astfel:

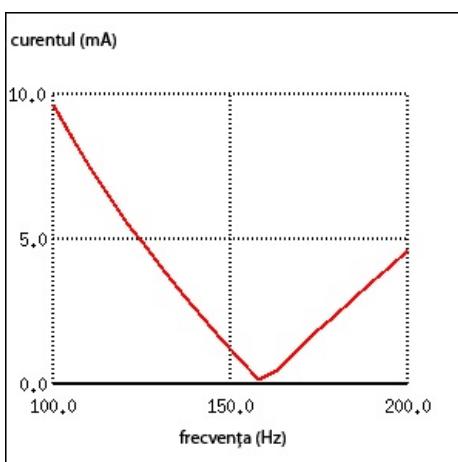


Figure 148: graficul curent-frecvență pentru un circuit oscilator la frecvența de rezonanță

Punctul de pe grafic unde curentul este zero, coincide cu frecvența de rezonanță calculată mai sus, 159.155 Hz.

### 6.3 Rezonanță serie

Un efect similar rezonanție paralel are loc și în circuitele inductiv/capacitive serie. Atunci când este atinsă o stare de rezonanță (reactanța capacativă este egală cu cea inductivă), cele două impudențe se anulează reciproc iar impudența totală scade la zero!

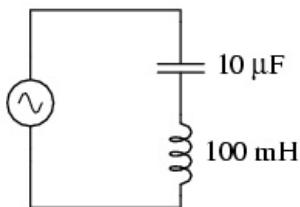


Figure 149: circuit rezonant serie (LC)

La 159.155 Hz:

$$Z_L = 0 + j100 \Omega \quad Z_C = 0 - j100 \Omega$$

$$Z_{\text{serie}} = Z_L + Z_C$$

$$Z_{\text{serie}} = (0 + j100 \Omega) + (0 - j100 \Omega)$$

$$Z_{\text{serie}} = 0 \Omega$$

Figure 150: formule

Fiindcă impudența serie totală este  $0 \Omega$  la frecvența de rezonanță de 159.155 Hz, se va produce un *scurt circuit* la bornele sursei de curent alternativ la rezonanță. Graficul curentului în funcție de frecvență arată astfel:

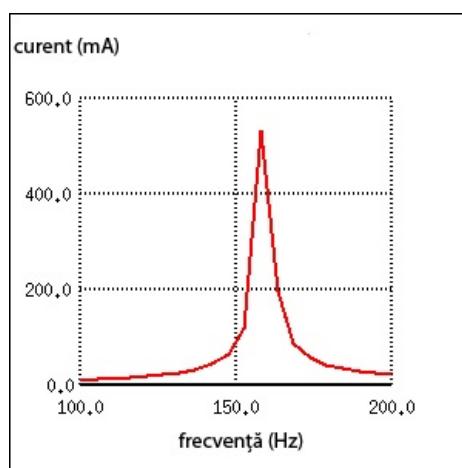


Figure 151: graficul frecvență curent pentru un circuit rezonant serie

Putem observa de pe grafic, că la frecvența de rezonanță de 159.155 (aproximativ), valoarea curentului prin circuit este maximă, ceea ce sugerează un scurt-circuit. Formula frecvenței de rezonanță calculată anterior este valabilă atât pentru circuitele LC paralel cât și pentru cele serie:

$$f_{\text{rezonanță}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$$

LC serie și paralel

Atenție, datorită curentilor mari ce se pot dezvoltă într-un circuit LC serie la rezonanță, este posibilă apariția unor căderi de tensiune periculoase pe condensator și bobină, întrucât fiecare componentă are o impudență suficient de mare. Dacă alimentăm acest circuit cu doar 1 V, căderile de tensiune pe cele două componente pot atinge valori

impresionante de aproximativ 70 V ! Prin urmare, fiți foarte atenți atunci când experimentați cu astfel de circuite!

## 6.4 Aplicații ale rezonanței

Până acum, fenomenul rezonanței pare doar o curiozitate nefolositoare, sau chiar dăunătoare, mai ales în cazul scurt-circuitării sursei de tensiune alternativă în circuitul serie. Totuși, rezonanța este o proprietate valoroasă a circuitelor de curent alternativ, fiind folosită într-o varietate de aplicații.

Una dintre aplicațiile rezonanței constă în atingerea unei frecvențe stable în circuitele folosite pentru producerea semnalelor alternative. De obicei este folosit un circuit paralel în acest scop, condensatorul și bobina fiind conectate împreună, schimbând energie între ele, alternativ. La fel cum pendulul poate fi folosit pentru stabilizarea frecvenței oscilațiilor ceasurilor, un circuit oscilator (paralel) poate fi folosit pentru stabilizarea frecvenței electrice a unui circuit *oscilator* de curent alternativ. După cum am mai spus, frecvența impusă de circuitul oscilator depinde doar de valorile L și C, și nu de amplitudinea tensiunii sau a curentului din circuit.

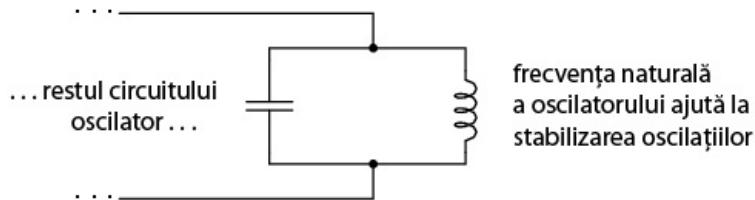


Figure 152: circuit oscilator LC în curent alternativ

O altă aplicație a rezonanței este în circuitele în care efectele impedanțelor mărite sau micșorate, la o anumită frecvență, sunt de dorit. Un circuit rezonant poate fi folosit pentru „blocarea” (impedanță mare) unei anumite frecvențe sau a unui domeniu de frecvențe; circuitul se comportă în acest caz precum un „filtru”, pentru selectarea anumitor frecvențe în defavoarea altora. Aceste circuite sunt de fapt denumite *filtre*, iar studiul lor constituie o întreagă disciplină.

În principiu, acesta este și modul de funcționare al unui aparat de radioînregistrare, ce selectează o anumită frecvență (post radio) din seria frecvențelor variate recepționate de antenă.

## 6.5 Rezonanța serie-paralel. Antirezonanța

În circuitele reactive simple fără rezistență (sau rezistență foarte mică), efectele impedanțelor la frecvența de rezonanță vor fi cele prezise de ecuația acesteia. Într-un circuit LC serie, aceasta înseamnă impedanță infinită. În circuitele LC serie, înseamnă impedanță zero (la rezonanță).

$$f_{rezonanță} = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$$

Figure 153: formula de calcul a frecvenței de rezonanță între bobină și condensator

Totuși, dacă începem să introducем rezistență în circuitele LC, această formulă de calcul pentru rezonanță nu mai este utilizabilă. Vom lua câteva circuite LC ca și exemplu, folosind aceleași valori pentru capacitate și inducție ca și înainte: 10 μF și 100 mH. Frecvența de rezonanță, potrivit formulei, ar trebui să fie 159.155 Hz, dar să vedem ce se întâmplă atunci când introducem un rezistor în circuit:

1. Circuit LC paralel; rezistor în serie cu bobina

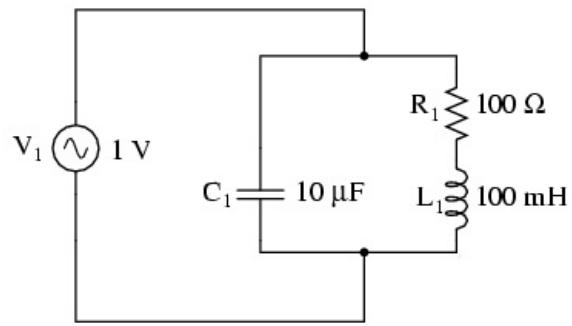


Figure 154: circuit LC paralel; rezistor serie cu bobina

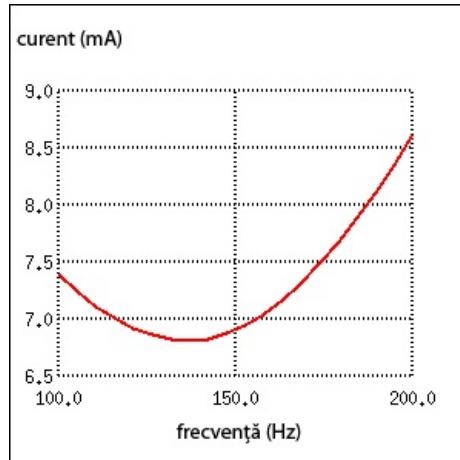


Figure 155: circuit LC paralel; rezistor serie cu bobina; graficul variației curentului cu frecvența

Rezistorul conectat în paralel cu bobina produce un curent minim, ce nu este zero, la frecvența de  $136.8\text{ Hz}$ , și nu la  $159.2\text{ Hz}$ , valoarea calculată.

## 2. Circuit LC paralel; condensatorul în serie cu rezistorul

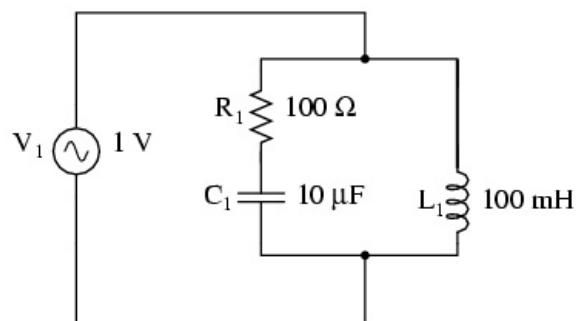
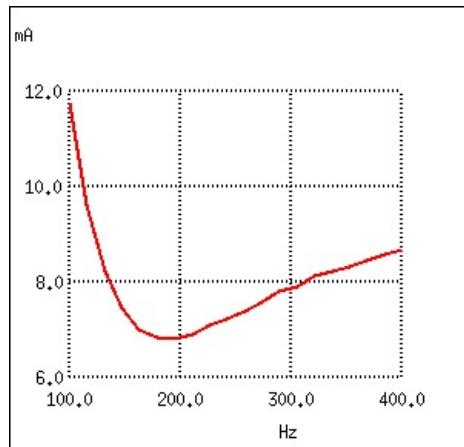


Figure 156: circuit LC paralel; rezistor serie cu condensatorul



condensatorul; graficul variației curentului cu frecvența

Curentul minim în acest caz este la frecvența de 180 Hz, nu la 159.2.

### 3. Circuit LC serie; rezistor paralel cu bobina

Înțorcându-ne la circuitul LC serie, vom conecta o rezistență în paralel cu bobina. În circuitul de mai jos, rezistorul  $R_1$  de  $1 \Omega$  este conectat în serie cu bobina și condensatorul pentru limitarea curentului total prin circuit la rezonanță. Rezistorul „extra” pe care îl introducem în circuit pentru influențarea frecvenței de rezonanță este rezistorul  $R_2$  de  $100 \Omega$ :

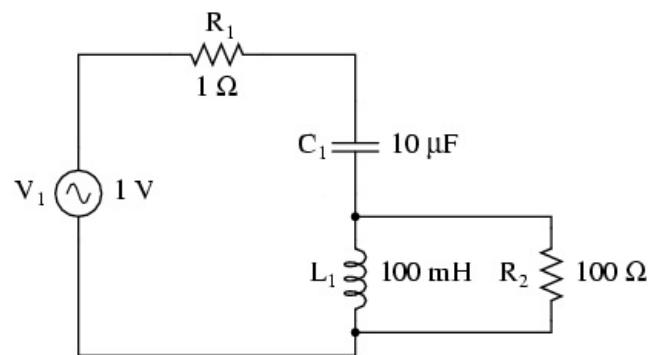


Figure 157: circuit LC serie; rezistor paralel cu bobina

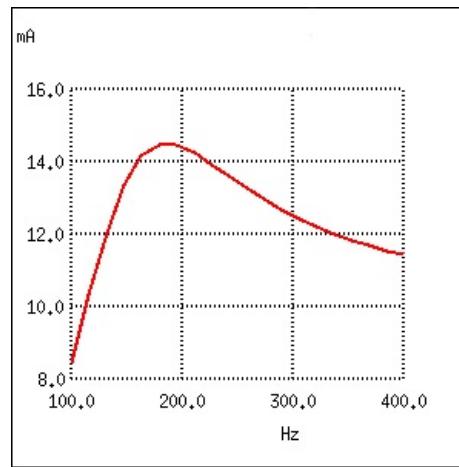


Figure 158: circuit LC serie; rezistor paralel cu bobina; graficul variației curentului cu frecvența

Circuitul rezonant serie (LC) cu un rezistor conectat în paralel cu bobina, prezintă un curent maxim la o frecvență de 180 Hz, față de 159.2.

### 4. Circuit LC serie; rezistor paralel cu condensatorul

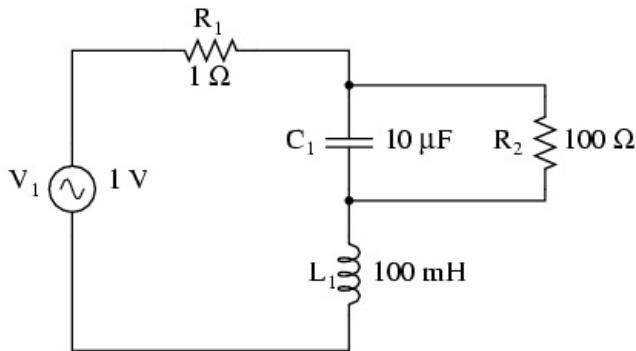
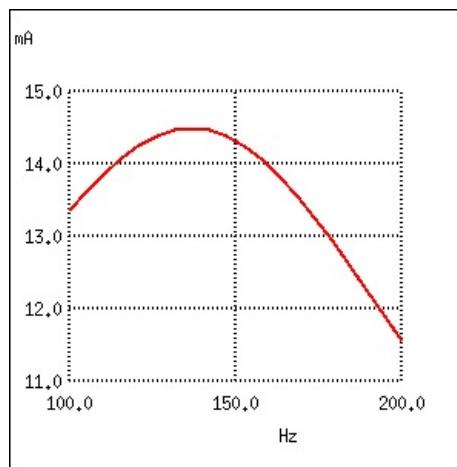


Figure 159: circuit LC serie; rezistor paralel cu condensatorul



condensatorul; graficul variației curentului cu frecvența

Și în acest caz, curentul maxim prin circuit nu se mai produce la frecvența de 159.2 Hz, ci la 136.8 Hz.

## 5. Antirezonanță

Tendența rezistenței de modificare a punctului în care impedanța atinge maximul sau minimul într-un circuit LC, poartă numele de *antirezonanță*.

Din nou, efectele de mai sus ilustrează natura complementară a condensatoarelor și a bobinelor: rezistența serie cu unul dintre ele crează un efect de antirezonanță echivalent cu rezistența paralel cu celălalt. Dacă ne uităm și mai atent la graficele de mai sus, putem observa că frecvențele de rezonanță sunt modificate cu aceeași valoare, iar forma graficelor complementare sunt în oglindă!

Nu este foarte greu să adăugăm o rezistență într-un circuit LC, dar, deși confectionarea condensatorilor cu rezistențe neglijabile, este posibilă, bobinele suferă la acest capitol; rezistențele lor sunt mari datorită lungimilor conductorilor folosiți la confectionarea acestora. Mai mult decât atât, rezistența conductorilor tinde să crească odată cu creșterea frecvenței de funcționare, datorită *efectului peculiar*, efect ce se manifestă prin excluderea deplasării curentului alternativ prin centrul conductorului, reducând prin urmare secțiunea transversală a firului și mărind astfel rezistența sa. Asfel, bobinele nu doar că au rezistență, dar au o rezistență variabilă, dependentă de frecvență.

Pe lângă asta, bobinele se mai confruntă și cu pierderi, datorită miezurilor de fier folosite, efect cunoscut sub numele de *curenți turbionari*.

## 6. Circuit RLC serie

O excepție de la regula conform cărei o rezistență adițională într-un circuit LC modifică valoarea rezistenței de rezonanță, este circuitul RLC serie. Atâtă timp cât toate componentele sunt conectate în serie, frecvența de rezonanță nu va fi afectată de rezistența în plus introdusă în circuit. Graficul variației curentului în funcție de frecvență este prezentat mai jos:

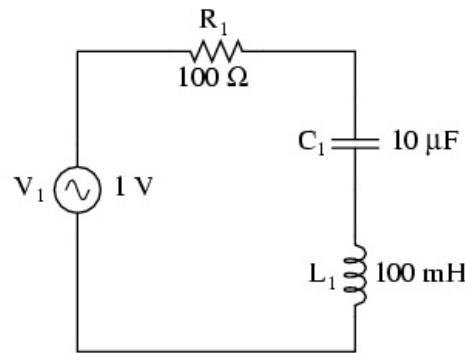
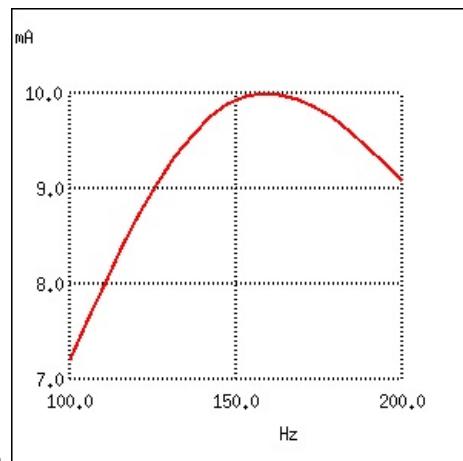


Figure 160: circuit RLC serie; frecvența de rezonanță nu este afectată de introducerea unei rezistențe în serie



circuit RLC serie; graficul variației curentului cu frecvența

Valoarea curentului maxim este din nou atinsă pentru frecvența de 159.2 Hz!

## 7. Aplicațiile antirezonanței

Este bine de știu că antirezonanța are un efect de amortizare (atenuare) a oscilațiilor circuitelor pur LC, precum cele paralel. La începutul acestui capitol am observat cum un condensator și o bobină conectate direct împreună se comportă precum un pendul, schimbând tensiune și curent între ele precum un pendul schimbă energia potențială cu cea cinetică, alternativ. Într-un circuit oscilator perfect (rezistență zero), această oscilație poate continua la infinit, la fel ca în cazul unui pendul fără frecări, ce ar putea oscila la infinit la frecvența sa de rezonanță. Dar aceste dispozitive fără frecări sunt foarte greu de găsit în realitate, și la fel este și cazul circuitelor oscilatoare. Pierderea de energie prin rezistență (sau alte tipuri de pierdere) într-un circuit LC va duce la attenuarea amplitudinii oscilațiilor până acestea se „sting”. Dacă într-un circuit oscilator, există suficiente pierderi de energie, acesta nu va rezona deloc.

Efectul de antirezonanță este mai mult decât o simplă curiozitate: poate fi extrem de utilă la eliminarea oscilațiilor *nedorite* din circuitele care conțin inductanțe sau capacitații parazite, precum este cazul majorității circuitelor. Să luăm ca și exemplu următorul circuit, al cărei constantă de timp este  $L/R$ :

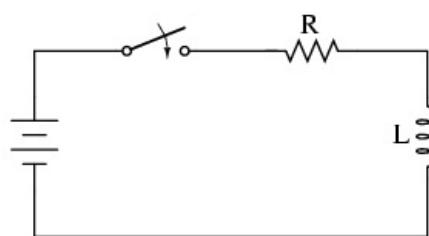


Figure 161: circuit electric cu constantă de timp  $L/R$

Idea acestui circuit este simplă: încărcarea bobinei atunci când întrerupătorul este închis. Rata (viteză) de încărcare a bobinei depinde de raportul  $L/R$ , cunoscut sub numele de constantă de timp al circuitului, măsurată în secunde. Totuși, dacă ar fi să construim fizic un astfel de circuit, am descoperi oscilații neașteptate a tensiunii la

bornele bobine atunci când îintrerupătorul este închis. De ce se întâmplă acest lucru? Nu există niciun condensator în circuit, prin urmare, cum putem avea oscilație rezonantă folosind doar o bobină, un rezistor și o baterie?

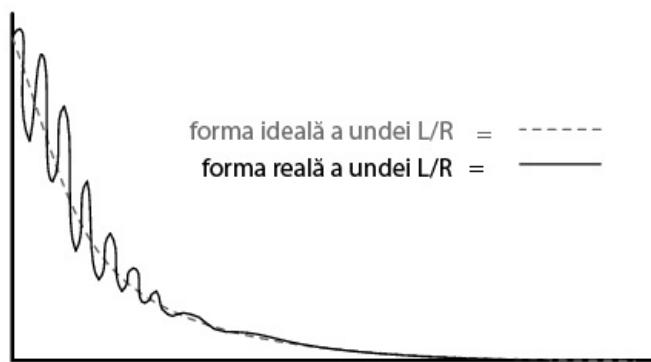


Figure 162: circuit electric cu constantă de timp  $L/R$ ; forma reală și forma ideală a undei  $L/R$

Toate bobinele prezintă o anumită capacitate parazită datorită modului de realizare a înfășurărilor. De asemenea, conductorii folosiți pentru realizarea circuitului, prezintă și ei o anumită capacitate parazită. Cu toate că proiectarea „curată” a circuitelor electrice elimină mare parte dintre aceste capacitațile parazite, aceasta nu poate fi niciodată eliminată integral. Dacă acest lucru cauzează probleme de rezonanță (oscilații nedorite), un mod de combatere al acestui efect este prin adăugarea rezistențelor. Dacă un rezistor,  $R$ , este suficient de mare, acesta va duce la o situație de antirezonanță, disipând suficientă energie pentru anularea, sau diminuarea efectelor oscilației datorate combinației dintre inductanță și capacitațile parazite.

Este interesant de menționat faptul că, principiul utilizării rezistenței pentru eliminarea efectelor nedorite ale rezonanței este des folosit în conceperea sistemelor mecanice, unde orice obiect aflat în mișcare reprezintă un potențial rezonator. O aplicație extrem de des întâlnită este folosirea amortizoarelor la automobile. Fără amortizoare, automobilele ar vibra necontrolat la frecvența de rezonanță, atunci când ar întâlni o denivelare în asfalt, de exemplu. Rolul amortizorului este de a introduce un efect antirezonant puternic prin disiparea energiei pe cale hidraulică, în același fel în care un rezistor disipa energie pe cale electrică.

## 7 Frecvențe combinate

### 7.1 Introducere

Circuitele studiate până în acest moment au fost alimentate integral într-o singură frecvență sinusoidală. În multe aplicații însă, frecvența unică este mai degraba excepția decât regula. De multe ori întâlnim circuite unde frecvența tensiunii de alimentare este compusă din mai multe frecvențe individuale luate împreună. Pe lângă asta, formele de undă ale tensiunii pot avea și alte forme, nu doar sinusoidale, caz în care ele intră în categoria formelor de undă *ne-sinusoidale*.

Întâlnim de asemenea cazuri în care semnalul de curent continuu este combinat cu cel de curent alternativ: forma de undă este suprapusă peste un semnal de curent continuu. Rezultatul unei astfel de combinații este un semnal variabil în intensitate (amplitudine) dar nu și în polaritate, sau polaritatea sa variază asimetric. Indiferent de caz, atunci când avem mai multe frecvențe în același circuit, analiza acestuia este mult mai complexă decât ceea ce am văzut până acum.

#### 1. Cuplajele inductive și capacitive accidentale

Unele situații de semnale de curent sau tensiune cu frecvențe multiple sunt create accidental, fiind rezultatul conexiunilor accidentale dintre circuite, denumite *cuplaje*, cauzate de capacitațile sau inductanțele parazite dintre conductorii acelor circuite. Un exemplu clasic de cuplaj este întâlnit des în industrie, unde o rețea de curent continuu este plasată în apropierea unei rețele de curent alternativ. Prezența tensiunilor înalte și a curenților alternativi pot duce la modificarea comportamentului rețelei de curent cotinuu. Capacitatea parazită formată între izolațiile celor două rețele poate induce tensiune (față de împământare) de la cea de curent alternativ la cea de curent continuu, iar inductanțele parazite formate între cele două lungimi ale conductorilor pot duce la situația în care curenții primei rețele să inducă tensiune pe cale electromagnetică în conductorii celei de a doua rețele. Rezultatul este o combinație de semnale de curent continuu și alternativ. Următoarea schemă prezintă modul în care sursa de zgomot de curent alternativ se poate cupla la circuitul de curent alternativ prin inductanță ( $M_p$ ) și capacitatea parazită ( $C_p$ ):

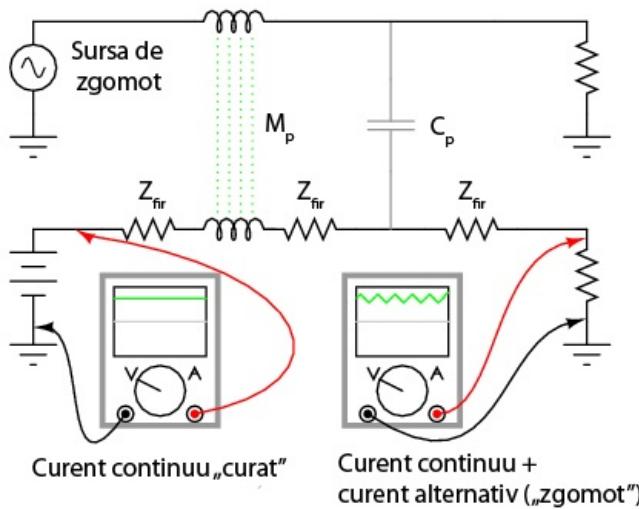
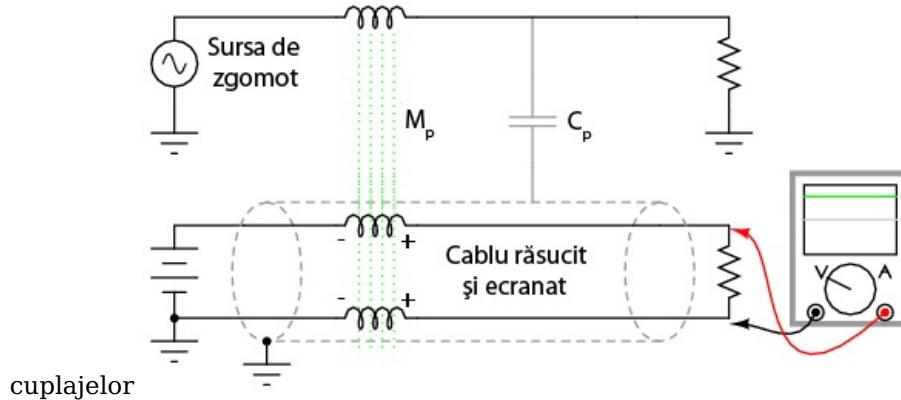


Figure 163: cuplaj inductiv și cuplaj capacitive între un circuit de curent continuu și unul de curent alternativ

## 2. Folosirea cablurilor răsucite și ecranate

Atunci când tensiunile alternative parazite se mixează cu semnalele de curent continuu, rezultatele sunt de obicei nedorite. Din acest motiv, rețea de alimentare cu energie electrică (curent alternativ, puteri mari) trebuie să fie neapărat separată de rețelele de semnal (curent continuu, puteri mici), iar semnalele transmise prin intermediul cablurilor răsucite (twisted) formate din doi conductori, și nu doar printr-un singur fir și conexiunea acestuia la împământare:

curent continuu și unul de curent alternativ; folosirea cablurilor răsucite și ecranate pentru reducerea efectelor



Ecranajul cablului - o folie metalică înfășurată în jurul celor doi conductori izolați - este conectat la împământare, și izolează ambii conductori față de cuplajul electrostatic (capacitiv), blocând orice câmp electric exterior. Răsucirea celor doi conductori, unul lângă celălalt, anulează orice cuplaj electromagnetic (inductanță mutuală), întrucât orice tensiune parazită indușă va fi aproximativ egală în amplitudine dar defazată cu 180° (opozitie de fază) în ambii conductori, cele două semnale anulându-se practic între ele, rezultând o diferență de potențial aproape nulă.

Cuplajul poate să apară și între două seturi de conductori de curent alternativ, caz în care ambele semnale vor purta o combinație de frecvențe:

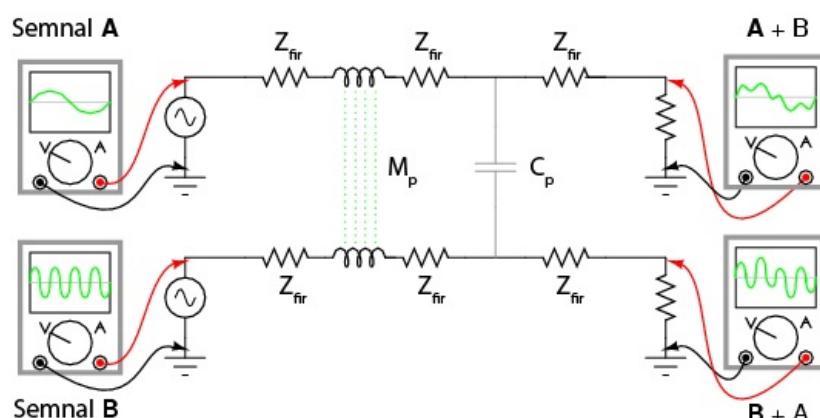


Figure 164: cuplaj inductiv și cuplaj capacitive între două circuite de curent alternativ

### 3. Alte moduri de generare a frecvențelor multiple

Cuplajul este doar unul dintre exemplele de combinare a frecvențelor, fiind accidental și de nedorit. În alte cazuri însă, semnalele cu frecvențe multiple sunt rezultatul proiectării voite a circuitului sau reprezintă o calitate intrinsecă a semnalului analizat. Cel mai ușor mod de producere a semnalelor cu frecvențe multipe este conectarea surselor de tensiune de frecvențe diferite în serie:

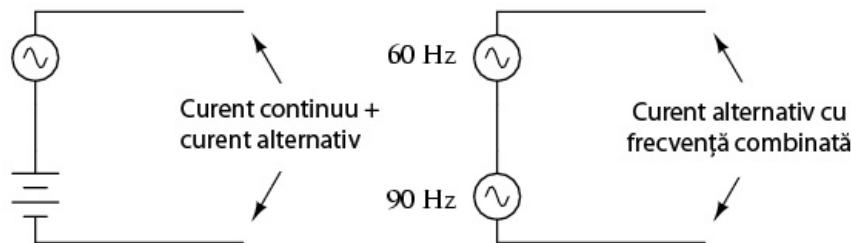


Figure 165: modul de generare a semnalelor cu frecvențe multiple

În unele cazuri, frecvența mixată a semnalului este produsă de o singură sursă de tensiune. Un exemplu este microfonul, un traductor ce transformă presiunea aerului datorată frecvențelor audio într-o tensiune a cărei formă de undă corespunde acestor frecvențe ne-sinusoidale. Foarte puține sunete naturale sunt formate dintr-o vibrație sinusoidală pură, ci, majoritatea sunt compuse dintr-o serie de vibrații la frecvențe și amplitudini diferite combinate într-un singur semnal final.

### 4. Sunetele muzicale

Acordurile muzicale sunt produse printr-un amestec de frecvențe cu frecvență de bază, fiecare dintre acestea fiind un multiplu al frecvenței *fundamentale*. Chiar și o simplă notă de pian este compusă dintr-o frecvență predominantă amestecată cu alte frecvențe (*armonici*, fiecare dintre acestea fiind un multiplu al primei (fundamentala). Pentru ilustrare, putem considera următorul tabel, în care frecvența fundamentală este de 1.000 Hz (cifră luată la întâmplare):

Frecvență (Hz)	Termen
1000	armonica 1, sau fundamentală
2000	armonica a 2-a
3000	armonica a 3-a
4000	armonica a 4-a
5000	armonica a 5-a
6000	armonica a 6-a
7000	armonica a 7-a

Unele instrumente muzicale nu pot produce anumite tipuri de frecvențe armonice. De exemplu, un „instrument” realizat dintr-un tub deschis la un capăt și închis la celălalt (precum o sticlă) nu va putea produce armonice pare. Un astfel de instrument, construit astfel încât să producă o frecvență fundamentală de 1.000 Hz, va produce și armonici de 3.000, 5.000, 7.000, etc. Hz, dar nu va putea produce 2.000, 4.000, 6.000, etc. Hz.

O formă de undă pur sinusoidală (frecvență unică, „curată”), neavând nicio armonică, sună „sec” urechii umane. Majoritatea instrumentelor muzicale nu sunt capabile să producă sunete atât de „simple”.

## 7.2 Forme de undă dreptunghiulare

Este cunoscut faptul că orice semnal periodic (ce se repetă în timp) ne-sinusoidal poate fi reprezentat ca și combinație de semnale continue, sinusoidale și/sau cosinusoidale (semnal sinusoidal defazat cu 90 de grade) de frecvențe și amplitudini variante. Acest lucru este perfect valabil indiferent cât de „ciudat” sau „contorsionat” ar părea semnalul analizat. Atâtă timp cât este periodic, se poate reduce la tipul de combinații prezentate mai sus. Într-un caz particular, forme de undă dreptunghiulare sunt echivalente din punct de vedere matematic cu suma unui semnal sinusoidal fundamental, de o anumită frecvență, plus o serie infinită de multiplii impari ai frecvenței fundamentale cu amplitudini descrescătoare.

Acest adevăr, perfect demonstrabil, al formelor de undă pare greu de crezut. Totuși, dacă o formă de undă dreptunghiulară este de fapt o serie infinită de armonici sinusoidale adunate împreună, ar trebui să putem demonstra acest lucru însușând câteva armonici sinusoidale și obținând o aproximare a semnalului dreptunghiular. Vom încerca să facem acest lucru în continuare.

Circuitul considerat constă în cinci surse de tensiune, de amplitudini și frecvențe diferite, conectate în serie. Armonicele considerate sunt: cea fundamentală (prima) la o frecvență de 50 Hz, armonica a 3-a ( $3 \times 50 = 150$  Hz), a 5-a, a 7-a și a 9-

a ( $9 \cdot 50 = 450$  Hz). Amplitudinile semnalelor nu sunt nici ele aleatoare, ci, constau din fracția  $4/\pi$  înmulțită cu fracțiile 1 ( $4/\pi \cdot 1 = 4/\pi$  V),  $1/3$ ,  $1/5$ ,  $1/7$  și  $1/9$  ( $4/\pi \cdot 1/9 = 4/9\pi$  V) , în funcție de armonica corespunzătoare.

Primul grafic reprezintă tocmai frecvența fundamentală, la 50 Hz și amplitudine de  $4/\pi$ , adică aproximativ 1.27 V:

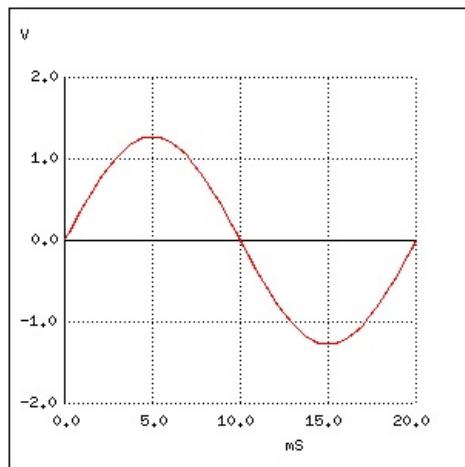


Figure 166: graficul formei de undă sinusoidale fundamentale, la 50 Hz

În următorul grafic, vom vedea ce se întâmplă cu acest semnal sinusoidal pur atunci când îl combinăm cu armonica a 3-a (150 Hz). Din acest moment, nu mai seamănă cu un semnal sinusoidal pur (semnalul combinat este cel cu roșu):

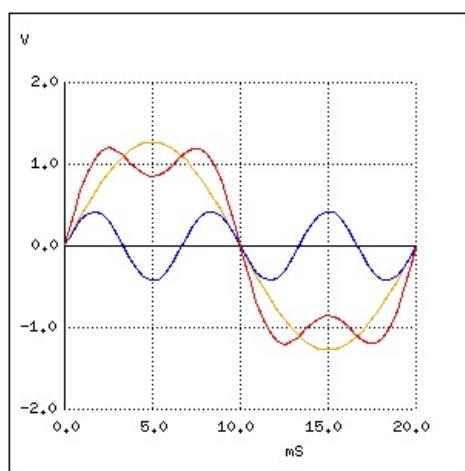


Figure 167: graficul formei de undă sinusoidale fundamentale, la 50 Hz plus armonica a 3-a

Panta formei de undă la intersecția cu axa orizontală a timpului este mult mai mare acum, semn că forma de undă inițială se apropie de cea dreptunghiulară. Să adăugăm încă continuare și armonica a 5-a pe grafic:

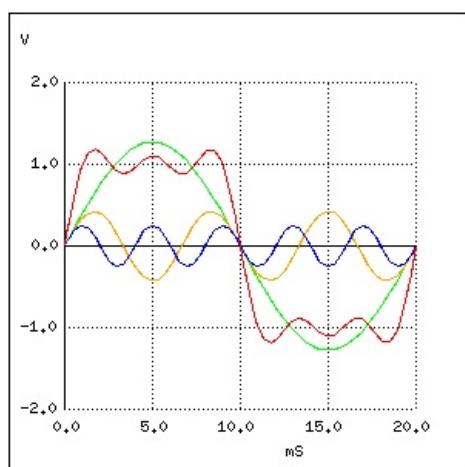


Figure 168: graficul formei de undă sinusoidale fundamentale, la 50 Hz, plus armonicele a 3-a și a 5-a

Armonica a 5-a (250 Hz) este reprezentată pe graficul de mai sus cu albastru, iar efectele combinate a celor două armonici cu fundamentale sunt reprezentate cu roșu.

Putem observa cum vârful formei de undă s-a aplatizat față de situația inițială, iar panta a crescut și mai mult față de cazul precedent. Adăugăm pe rând și armonicele a 7-a, respectiv a 9-a:

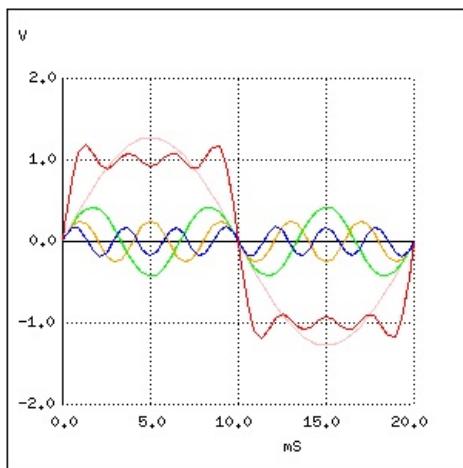


Figure 169: graficul formei de undă sinusoidale fundamentale, la 50 Hz, plus armonicele a 3-a, a 5-a și a 7-a  
graficul formei de undă sinusoidale fundamentale, la 50 Hz, plus

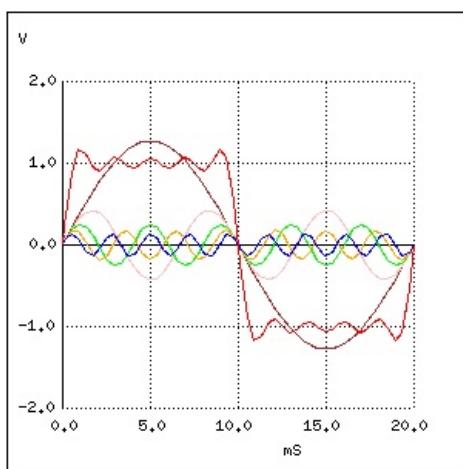


Figure 170: armonicele a 3-a, a 5-a, a 7-a și a 9-a

Rezultatul însumării celor 5 armonici, cu amplitudinile de rigoare, reprezintă o aproximare destul de bună a unui semnal dreptunghiular. Scopul acestui exemplu a fost ilustrarea modului de construire a unui semnal dreptunghiular folosind semnale sinusoidale multiple la frecvențe diferite pentru a demonstra faptul că un semnal pur dreptunghiular este într-adevăr echivalent cu o serie de semnale sinusoidale. Atunci când aplică un semnal dreptunghiular într-un circuit ce conține elemente reactive (condensatoare și/sau bobine), acele componente se comportă ca și cum am fi aplicat mai multe tensiuni de frecvențe diferite în același timp, ceea ce de fapt am și făcut.

Faptul că semnalele ne-sinusoidale perioadice sunt echivalente cu o serie de semnale de curent cotinuu, sinusoidale și/sau cosinusoidale este o consecință intrinsecă a modului de „funcționare” al semnalelor: o proprietate fundamentală a tuturor formelor de undă, indiferent că sunt electrice sau mecanice. Procesul matematic de reducere a acestor forme de undă ne-sinusoidale ca sumă a componentelor sale la frecvențe și amplitudini diferite, poartă numele de *analiză Fourier*, fiind un proces destul de complicat. Analiza Fourier este în schimb ușor de făcut folosind un calculator și un algoritm numit *transformata Fourier*, ceea ce vom încerca să facem în continuare.

Să luăm din nou exemplul semnalului dreptunghiular, simetric, cu amplitudinea de 1 V:

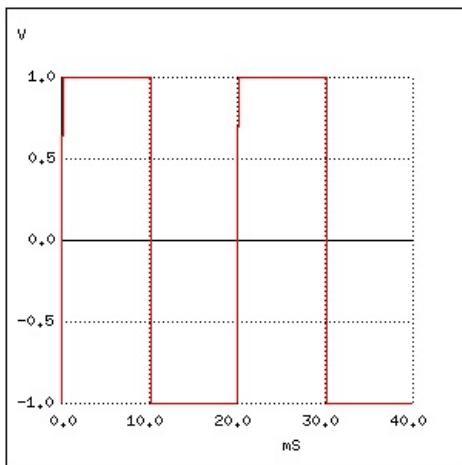


Figure 171: semnal dreptunghiular simetric

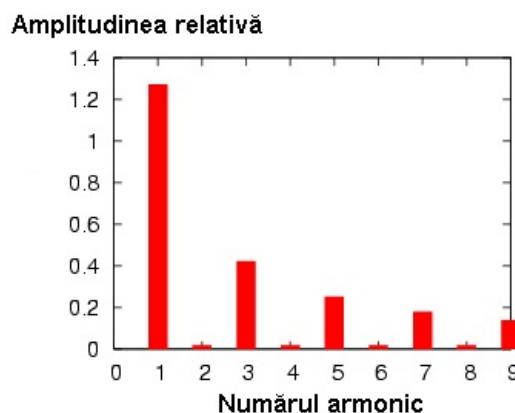


Figure 172: analiza spectrală a formei de undă dreptunghiulare

În graficul de mai sus, formele de undă sunt împărțite în funcție de frecvențele lor sinusoidale, până la armonica a 9-a. Amplitudinile armonicilor pare să sunt aproximativ zero, iar cele impare descresc de la 1 la 9 (prima este cea mai mare, ultima cea mai mică).

Un dispozitiv construit special pentru afișarea - și controlul - amplitudinii fiecarei frecvențe a unui semnal format din mai multe frecvențe, se numește *analizor spectral*, iar procesul de analiză a unui semnal în acest mod, poartă numele de *analiză spectrală*

Deși poate părea ciudat, orice formă de undă periodică ne-sinusoidală este de fapt echivalentă cu suma unei serii de unde sinusoidale de frecvențe și amplitudini diferite. Formele dreptunghiulare sunt doar un singur caz, dar nu unicul.

### 7.3 Analiza spectrală

Analiza Fourier computerizată, în special sub forma algoritmului *FFT* (Fast Fourier Transform), este un instrument excelent pentru înțelegerea formelor de undă și a componentelor spectrale ale acestora.

Pentru început, luăm o formă de undă sinusoidală (aproape perfectă) la frecvența de 523.25 Hz, semnal produs cu ajutorul unei claviaturi electronice. Graficul formei de undă este de mai jos este luat de pe afișajul unui osciloscop și prezintă amplitudinea tensiunii (axa verticală) cu timpul (axa orizontală):

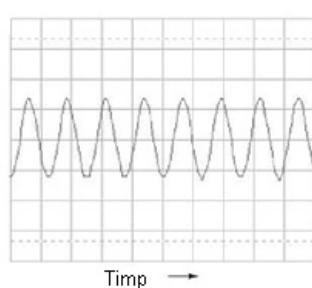


Figure 173: formă de undă sinusoidală afişată pe osciloscop; variația amplitudine-timp

Dacă observăm cu atenție unde sinusoidală putem vedea că există anumite imperfecții ale formei acestia. Din păcate, acesta este rezultatul echipamentului folosit pentru analiza undei. Asfel de caracteristici datorate echipamentelor de testare sunt cunoscute sub denumirea tehnică de *artefacte*: fenomene a cărei existență se datorează aparatelor de măsură folosite pentru derularea experimentului.

Dacă urmărim această tensiune alternativă pe un analizor spectral, rezultatul este puțin diferit, dar semnalul analizat este exact același:

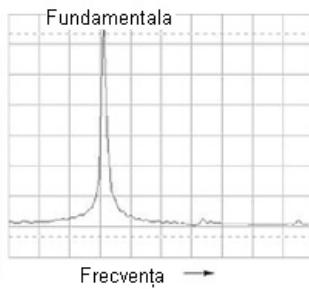


Figure 174: analiza spectrală a formei de undă sinusoidale

După cum se poate vedea, orizontală este marcată și reprezintă „Frecvență”, adică domeniul măsurătorii. Vârful curbei reprezintă frecvența dominantă, considerată mai sus (523.25 Hz), iar înălțimea acestuia este amplitudinea semnalului pentru această frecvență.

Dacă vom combina mai multe note muzicale pe aceeași claviatură electronică și măsurăm rezultatul, din nou cu un osciloscop, putem vedea foarte ușor faptul că semnalul crește în complexitate. Semnalul final este de fapt o combinație de semnale sinusoidale de frecvențe și amplitudini diferite:

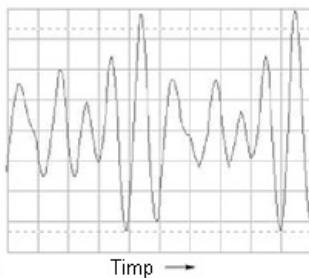


Figure 175: formă de undă ne-sinusoidală afişată pe osciloscop; variația amplitudine-timp

Analiza spectrală este mult mai ușor de analizat, întrucât fiecare note (sinusoidale) îi corespunde pe grafic un vârf, în funcție de frecvența sa:

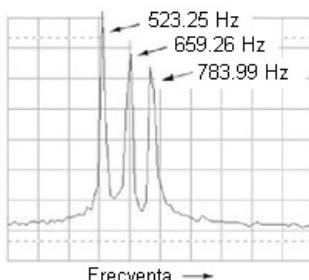


Figure 176: analiza spectrală a unei forme de undă ne-sinusoidale

Să luăm în continuare alte forme de undă muzicale, și să le analizăm grafic:

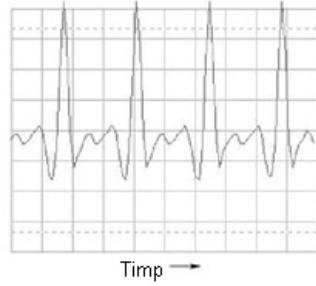


Figure 177: formă de undă ne-sinusoidală afișată pe osciloscop; variația amplitudine-timp

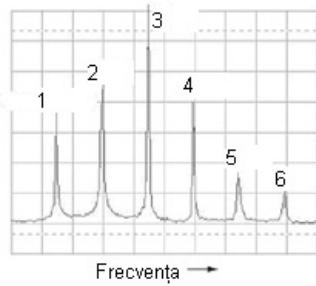


Figure 178: analiza spectrală a unei forme de undă ne-sinusoidale

Primul vârf îl reprezintă fundamentala, iar celelalte vârfuri (2-6) sunt armonicele formei de undă ne-sinusoidale considerate mai sus.

Un alt exemplu:

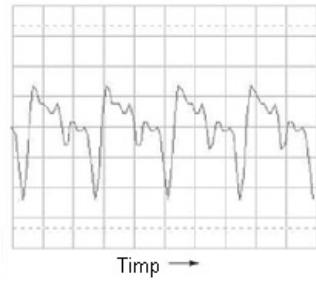


Figure 179: formă de undă ne-sinusoidală afișată pe osciloscop; variația amplitudine-timp

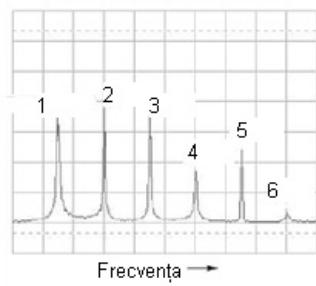


Figure 180: analiza spectrală a unei forme de undă ne-sinusoidale

Să luăm din nou o formă de undă dreptunghiulară:

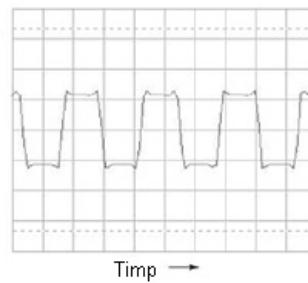


Figure 181: formă de undă dreptunghiulară afișată pe osciloscop; variația amplitudine-timp

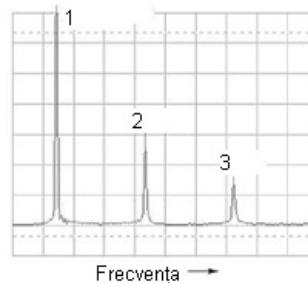


Figure 182: analiza spectrală a unui semnal dreptunghiular

Conform analizei spectrale, această formă de undă *nu* conține armonici pare, doar impare. Cu toate că afișajul osciloskopului nu permite vizualizarea frecvențelor peste armonica a 6-a, armonicile impare continuă la infinit, cu o amplitudine din ce în ce mai mică.

Să considerăm și un semnal triunghiular:

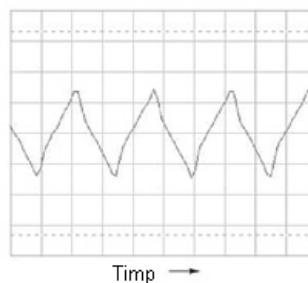


Figure 183: formă de undă triunghiulară afișată pe osciloscop; variația amplitudine-timp

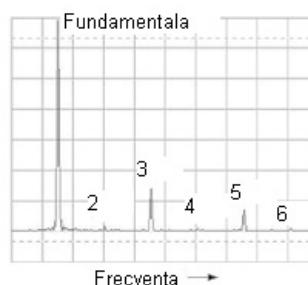


Figure 184: analiza spectrală a unui semnal triunghiular

În acest caz, nu există practic armonici pare: singurele armonici sunt cele pare. Deși putem vedea vârfuri mici pentru armonicele 2, 4 și 6, acestea se datorează imperfecțiunilor formei de undă triunghiulară. O formă de undă triunghiulară perfectă, nu produce armonici pare, la fel ca în cazul formei de undă dreptunghiulară. Este evident însă că cele spectrul celor două nu este identic: amplitudinile armonicelor respective nu sunt identice.

Să analizăm și semnalul dintre de fierăstrău:

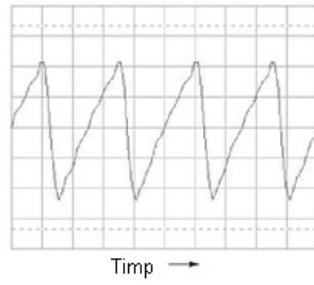


Figure 185: formă de undă dintă de fierăstrău afișată pe osciloscop; variația amplitudine-timp

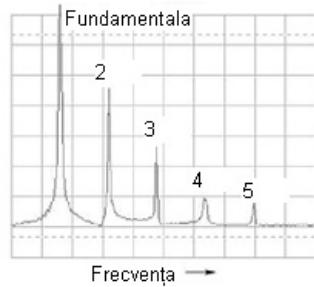
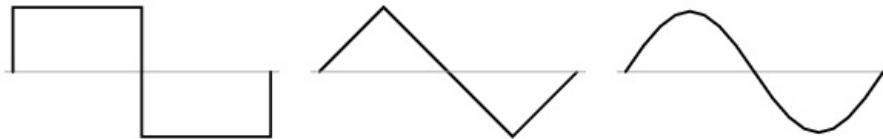


Figure 186: analiza spectrală a unui semnal dintă de fierăstrău

### 1. Diferența dintre armonice pare și impare

Distinctia dintre o formă de undă ce conține armonici pare și o formă de undă ce nu conține aceste armonici se poate observa grafic, înaintea realizării analizei spectrale. Diferența constă în *simetria* față de axa orizontală a undei. O formă de undă simetrică față de axa orizontală nu va prezenta armonici pare:

triunghiulară și pur sinusoidală) - simetrice față de axa orizontală



Formele de undă de mai sus, fiind toate simetrice față de orizontală, conțin doar armonici impare (forma de undă pur sinusoidală conține doar armonica de gradul întâi, fundamentală).

Cele care nu sunt simetrice față de orizontală, conțin însă și armonici pare:

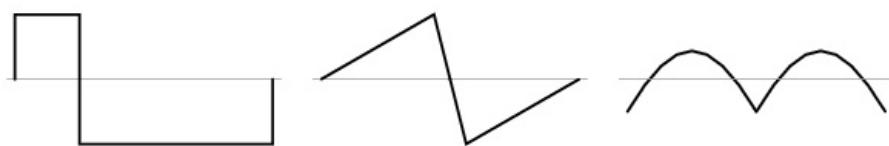


Figure 187: forme de undă asimetrice față de orizontală - conține forme de undă pare

Trebuie înțeles faptul că simetria se referă exclusiv la axa orizontală a undei, și nu neapărat la axa orizontală a timpului. Să luăm de exemplu aceleași forme de undă, dar însumate cu o componentă de curent continuu, astfel încât graficul lor este deplasat în sus, sau în jos, față de axa timpului (în cazul precedent, componenta de curent continuu era zero, astfel încât cele două axe orizontale conincideau). Analiza armonică a acestor forme de undă nu va fi diferită față de cele de mai sus, singura diferență fiind componenta de curent continuu, care însă nu afectează în niciun fel conținutul armonicilor (frecvența ei este zero):

triunghiulară și pur sinusoidală plus o componentă de curent continuu) -

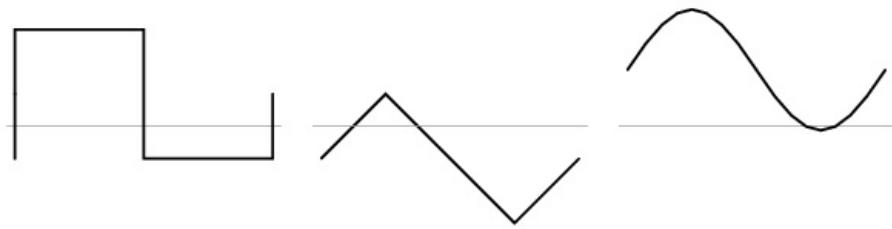


Figure 188: simetrice față de axa lor orizontală

Același lucru este valabil și pentru formele de undă nesimetrice față de orizontală, conținutul armonic al acestor forme de undă nu va fi afectat de introducerea componentei de curent continuu:

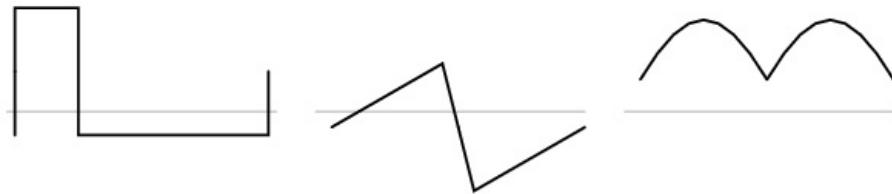


Figure 189: forme de undă asimetrice față de orizontală - conține forme de undă pare

## 7.4 Efecte asupra circuitelor

Principiul conform căruia formele de undă periodice ne-sinusoidale sunt compuse dintr-o serie de unde sinusoidale de frecvențe și amplitudini diferite, este o proprietate generală a formelor de undă și are o importanță practică în studiul circuitelor de curent alternativ. Acest lucru înseamnă că de fiecare dată când întâlnim o formă de undă ne-sinusoidală, comportamentul circuitului va fi același ca și în cazul în care am introduce deodată, în circuit, tensiuni de frecvențe diferite.

Când un circuit de curent alternativ este alimentat de la o sursă de tensiune ce conține o combinație de forme de undă de frecvențe diferite, componentele aceluia circuit vor răspunde diferit fiecărei frecvențe în parte. Orice componentă reactivă din circuit, precum condensatorul și bobina, va avea simultan o impedanță unică și diferită față de fiecare frecvență prezentă în circuit. Din fericire, analiza unui astfel de circuit este destul de ușor de realizat apelând la *teorema superpoziției*, considerând sursa de alimentare cu frecvențe multiple ca un set de surse cu frecvențe unice conectate în serie; analiza circuitului se face considerând fiecare „sursă” în parte, însușind la final rezultatele pentru a determina efectul total asupra circuitului:

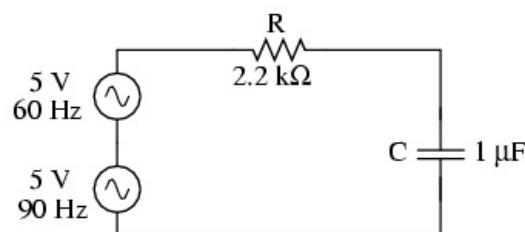


Figure 190: circuit electric alimentat printr-o combinație de frecvențe de 60 Hz, respectiv 90 Hz

Primul pas constă în analiza circuitului alimentat doar cu sursa de tensiune de 60 Hz:

de 60 Hz, respectiv 90 Hz - analiza circuitului doar cu sursa de

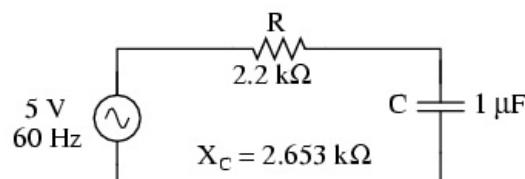


Figure 191: tensiune de 60 Hz

	R	C	Total	
E	2.0377 + j2.4569 3.1919 ∠ 50.328°	2.9623 - j2.4569 3.8486 ∠ -39.6716°	5 + j0 5 ∠ 0°	Volti
I	926.22μ + j1.1168m 1.4509m ∠ 50.328°	926.22μ + j1.1168m 1.4509m ∠ 50.328°	926.22μ + j1.1168m 1.4509m ∠ 50.328°	Amperi
Z	2.2k + j0 2.2k ∠ 0°	0 - j2.653k 2.653k ∠ -90°	2.2k - j2.653k 3.446k ∠ -50.328°	Ohmi

Figure 192: tabel

Apoi analizăm circuitul considerând doar efectele sursei de tensiune de 90 Hz:

de 60 Hz, respectiv 90 Hz - analiza circuitului doar cu sursa de

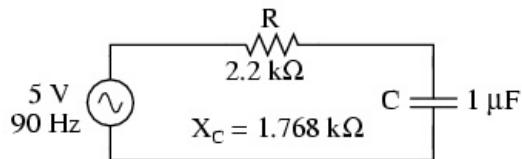


Figure 193: tensiune de 90 Hz

	R	C	Total	
E	3.0375 + j2.4415 3.8971 ∠ 38.793°	1.9625 - j2.4415 3.1325 ∠ -51.207°	5 + j0 5 ∠ 0°	Volti
I	1.3807m + j1.1098m 1.7714m ∠ 38.793°	1.3807m + j1.1098m 1.7714m ∠ 38.793°	1.3807m + j1.1098m 1.7714m ∠ 38.793°	Amperi
Z	2.2k + j0 2.2k ∠ 0°	0 - j1.768k 1.768k ∠ -90°	2.2k - j1.768k 2.823k ∠ -38.793°	Ohmi

Figure 194: tabel

Folosind teorema superpoziției (suma efectelor celor două surse de tensiune) pentru căderile de tensiune pe rezistor (R) și condensator (C), obținem:

$$E_R = [3.1919 \text{ V} \angle 50.328^\circ (60 \text{ Hz})] + [3.8971 \text{ V} \angle 38.793^\circ (90 \text{ Hz})]$$

$$E_C = [3.8486 \text{ V} \angle -39.6716^\circ (60 \text{ Hz})] + [3.1325 \text{ V} \angle -51.207^\circ (90 \text{ Hz})]$$

Figure 195: tabel

Pentru că cele două tensiuni se află la frecvențe diferite, nu putem obține un rezultat final cu o singură valoare a tensiunii, precum putem aduna două tensiuni de amplitudini și faze diferite dar de *aceeași* frecvență. Cu ajutorul numerelor complexe, putem reprezenta amplitudinea și faza formelor de undă, dar nu și frecvența.

Ceea ce putem concluziona după aplicarea teoremei superpoziției, este că, pe condensator, căderea de tensiune va fi mai mare pentru componenta de 60 Hz față de componenta de 90 Hz. În cazul bobinei, este exact invers. Acest lucru este important de realizat, având în vedere faptul că tensiunile celor două surse de alimentare sunt, de fapt, *egale*. Este important de luat în considerare acest răspuns nesimetric al componentelor circuitului (cap. următor?!).

## 8 Filtre

### 8.1 Ce este un filtru

În unele cazuri este necesară folosirea unor circuite capabile să filtreze selectiv o anumită frecvență, sau un domeniu de

frecvențe, dintr-un circuit ce conține o combinație de frecvențe (cap. prec.). Un circuit construit special pentru realizarea acestei selecții a frecvențelor poartă numele de *circuit de filtrare*, sau mai simplu, *filtru*. O aplicație populară pentru circuitele de filtrare este în cazul sistemelor audio, unde este necesar ca anumite domenii de frecvențe să fie amplificate sau înălțurate pentru obținerea unui sunet de cea mai înaltă calitate și eficiență. Un exemplu este folosirea egalizatorului, ce permite selectarea de către utilizator a domeniilor frecvențelor și amplitudinile acestora în funcție de preferințele acestuia sau de acustica încăperii. Crossover-ele sunt folosite de asemenea pentru blocarea „accesului” anumitor frecvențe la difuzoare. Un tweeter (difuzor de frecvență înaltă) este inefficient atunci când este folosit la reproducerea semnalelor de frecvență joasă, astfel că este nevoie de conectarea unui crossover între tweeter și terminalele de ieșire a sistemului audio pentru blocarea semnalelor de frecvență joasă; singurele semnale care trec de acest punct sunt doar semnalele de frecvență înaltă. Acest lucru duce la creșterea eficienței sistemelor audio, și prin urmare la o performanță crescută. Atât egalizatorul cât și crossover-ul sunt exemple de filtre, concepute special pentru filtrarea anumitor frecvențe nedorite.

O altă aplicație practică a circuitelor de filtrare constă în prelucrarea tensiunilor ne-sinusoidale în circuitele de putere. Unele componente electronice sunt sensibile în prezentă armonicilor surselor de alimentare, prin urmare, este nevoie de prelucrarea acestor forme de undă pentru funcționarea normală a dispozitivelor electronice. Dacă o tensiune sinusoidală distorsionată se comportă precum o serie de armonici însumate cu frecvența fundamentală, atunci ar trebui să fie posibilă construirea unui circuit de filtrare care să permită doar trecerea fundamentală, blocând toate celelalte armonici.

În cele ce urmează, vom studia câteva circuite de filtrare elementare, folosind reprezentarea prin diagrame Bode (variația amplitudinii față de frecvență) pentru diferitele filtre considerate. Totuși, aceste circuite pot fi analizate luând fiecare frecvență împarte și aplicând teorema superpoziției, precum în cazul precedent.

## 8.2 Filtrul trece-jos

Prin definiție, filtrul trece-jos permite trecerea (impedanță mică) semnalelor de frecvență joasă și blochează trecerea (impedanță mare) celor de frecvență înaltă.

### 1. Filtrul trece-jos inductiv

Există două tipuri de circuite capabile să îndeplinească aceste condiții, și multe versiuni din fiecare: filtrul trece-jos inductiv și filtrul trece-jos capacativ:

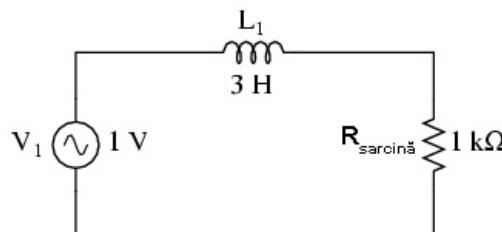


Figure 196: filtru trece-jos inductiv

În această configurație, impedanța bobinei crește odată cu creșterea frecvenței, iar această impedanță în serie cu rezistența de sarcină (bec, motor electric, ventilator, etc.) face ca semnalele de frecvență înaltă să nu ajungă la aceasta (blocarea/filtrarea lor). Grafic, comportamentul filtrului, atunci când este supus unei forme de undă multi-frecvență, arată astfel:

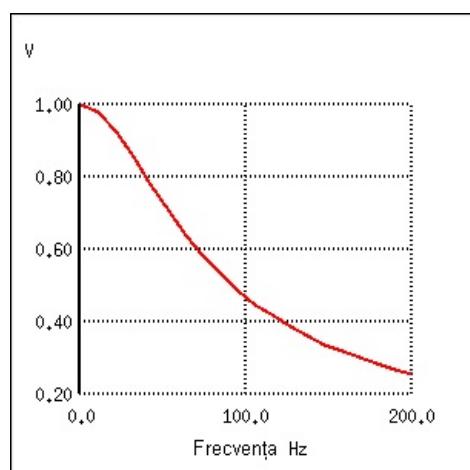


Figure 197: diagrama Bode pentru filtrul trece-jos inductiv

## 2. Filtrul trece-jos capacativ

Să considerăm și filtrul trece-jos capacativ:

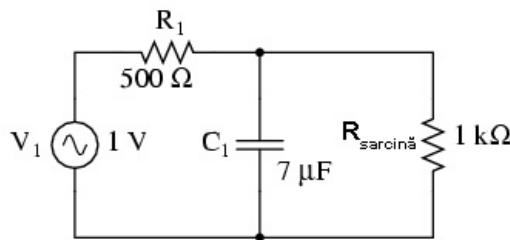


Figure 198: filtru trece-jos capacativ

Impedanța condensatorului scade odată cu scăderea frecvenței. Această impedanță mică, conectată în paralel cu rezistența de sarcină, duce la scurt-circuitarea celei din urmă la semnalele de frecvență înaltă, iar mare parte din cădereea de tensiune se va regăsi pentru rezistorul serie  $R_1$ .

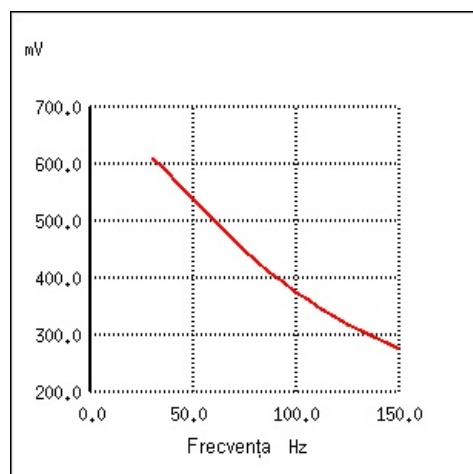


Figure 199: diagrama Bode pentru filtrul trece-jos capacativ

## 3. Comparație între filtrele trece-jos inductive și capacitive

Filtrul trece-jos inductiv este cât se poate de simplu, constând doar dintr-un singur componență, bobina. Versiunea capacativă a același filtru nu este nici ea mai complicată, constând dintr-un rezistor și un condensator. Totuși, filtrele capacitive, chiar dacă sunt puțin mai complexe, sunt cele mai folosite dintre cele două, deoarece condensatoarele sunt în general elemente reactive mai „pure” decât bobinele, prin urmare, comportamentul acestora este mult mai previzibil. Prin pur se înțelege faptul că rezistența condensatoarelor este mult mai mică decât cea a bobinelor, fiind astfel aproape 100% reactive. Bobinele, pe de altă parte, prezintă efecte disipative importante (rezistive), atât în lungimea firelor utilizate cât și prin pierderile magnetice din miezul magnetic. Condensatoarele sunt mult mai puțin supuse efectelor de „cuplaj” cu alte componente și sunt mult mai ieftine decât bobinele.

Totuși, filtrul trece-jos inductiv este adeseori preferat în cazul redresării tensiunii de curent alternativ în curent continuu pentru eliminarea vârfurilor create în această situație, rezultând o componentă continuă pură. Principalul motiv al alegerii constă în necesitatea unei rezistențe mici a filtrului pentru ieșirea unei astfel de surse de alimentare. Un filtru capacativ necesită introducerea unei rezistențe suplimentare în serie cu sursa, pe când unul inductiv nu. Dacă în circuitul de curent continuu considerat, adăugarea unei rezistențe suplimentare nu este de dorit, atunci filtrul trece-jos inductiv este cea mai bună alegere pentru filtrarea formei de undă. Pe de altă parte, dacă prioritățile principale sunt un volum și o greutate scăzută, atunci filtrul capacativ este cea mai bună alegere.

## 4. Frecvența de tăiere

Toate filtrele trece-jos au o anumită proprietate, și anume, *frecvența de tăiere*, și reprezintă frecvența peste care tensiunea de ieșire a circuitului scade sub 70.7% din valoarea tensiunii de intrare. Această valoare de 70.7% nu este arbitrară, chiar dacă pare aşa la prima vedere.

Într-un circuit simplu trece-jos capacativ sau inductiv, frecvența de tăiere reprezintă frecvența la care reactanță capacativă (în ohmi) este egală cu rezistență (în ohmi). Într-un circuit trece-jos capacativ simplu (un rezistor, un condensator), frecvența de tăiere este dată de următoarea formulă:

$$f_{tăiere} = \frac{1}{2\pi RC}$$

Figure 200: formula frecvenței de tăiere pentru un filtru trece-jos capacativ

Realizând calculele, ajungem la valoarea frecvenței de tăiere, 45.473 Hz. Întrucât formula de mai sus nu ia în considerare și rezistența de sarcină din circuit, refacem graficul de mai sus, eliminând sarcina din circuit:

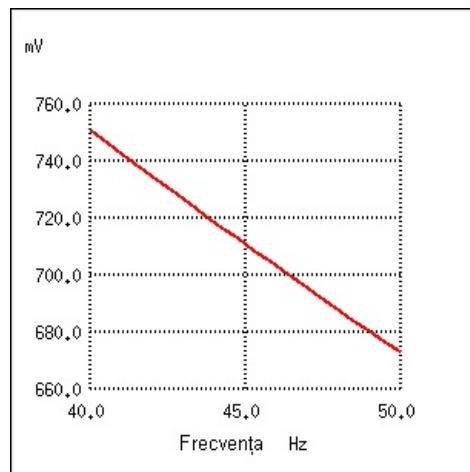


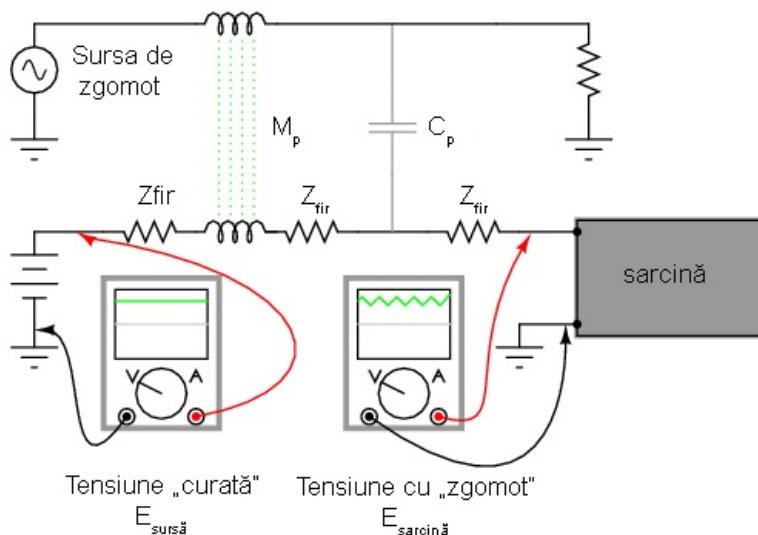
Figure 201: diagrama Bode pentru filtrul trece-jos capacativ

Este important de ținut minte că răspunsul filtrului depinde de valorile componentelor acestuia precum și de impedanța sarcinii. Dacă ecuația frecvenței de tăiere nu ia în considerare și această impedanță, sarcina nu este luată în considerare, iar valorile reale ale frecvenței de tăiere vor fi diferite de valoarea calculată.

##### 5. Folosirea filtrului trece-jos capacativ pentru eliminarea zgomotului

O aplicație frecvență a filtrului trece-jos capacativ este în cadrul circuitelor ce prezintă componente sau secțiuni susceptibile zgomotului electric. Un exemplu este suprapunerea zgomotului de curent alternativ peste liniile electrice de curent continuu folosite pentru alimentarea circuitelor sensibile prin capacitatea și inducția mutuală parazită ( $C_p$  și  $M_p$ ):

curent alternativ într-un circuit de curent continuu sensibil



Aparatul de măsură din stânga măsoară o tensiune de alimentare în curent cotinuu „curat”. După realizarea cuplajului cu circuitul de curent alternativ, prin inducția mutuală și capacitatea parazită, tensiunea măsurată la bornele sarcinii prezintă un amestec de curent continuu și curent alternativ, componenta alternativă fiind cea nedorită. În mod normal ne-am aștepta ca  $E_{sarcină}$  să fie identică cu  $E_{sursă}$  datorită faptului că nu există întreruperi ale conductorilor de la sursă la sarcină, iar cele două seturi de câte două puncte ar trebui să fie comune din punct de vedere electric. Totuși, amplitudinea zgomotului poate varia în diferite puncte ale sistemului de curent continuu.

Scopul nostru este de a preveni astfel de zgomote în circuitul de curent continuu, iar pentru aceasta este suficientă conectarea unui filtru trece-jos la ieșirea circuitului, înainte de sarcină, pentru blocarea oricărora semnale de cuplaj

nedorite. Sub forma cea mai simplă, acest filtru nu este nimic mai mult decât un condensator conectat direct la bornele sarcinii, acesta prezentând o impedanță foarte mică față de orice zgomot de curenț alternativ. Un astfel de condensator poartă numele de *condensator de decuplare*.

curenț alternativ într-un circuit de curenț continuu sensibil; folosirea

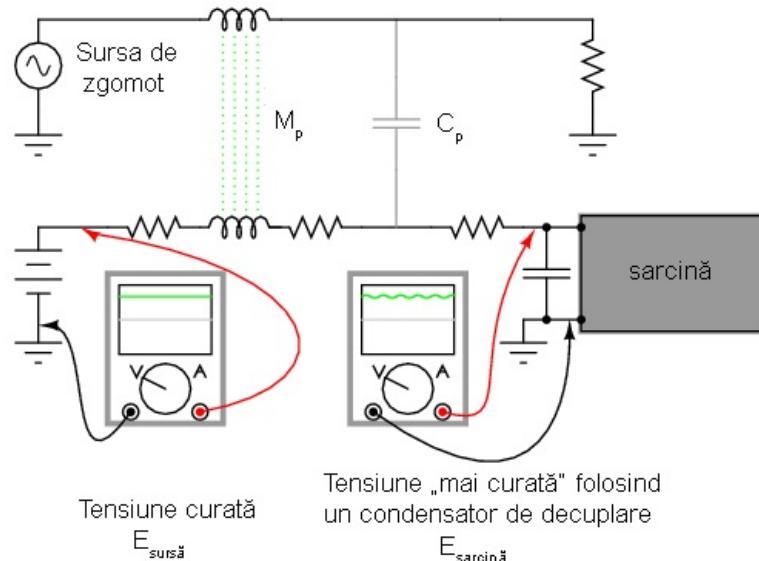


Figure 202: condensatorului de decuplare

Capacitatea unui condensator de decuplare este în mod normal în jurul valorii de  $0.1 \mu\text{F}$ , sau peste, fiind capacitatea minimă necesară pentru producerea unei impedanțe suficiente de mari pentru scurt-circuitarea oricărui zgomot.

### 8.3 Filtrul trece-sus

Filtrul trece-sus este exact opusul filtrului trece-jos, după cum sugerează și numele: permite trecerea semnalelor de frecvență înaltă și blochează trecerea semnalelor de frecvență joasă. Modul de conectare al elementelor reactive în circuit este exact opus față de filtrele trece-jos.

#### 1. Filtrul trece-sus capacitivev

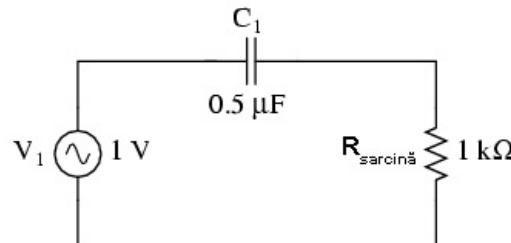


Figure 203: filtru trece-sus capacitivev

Impedanța condensatorului din circuitul de mai sus crește odată cu descreșterea frecvenței. Această impedanță în serie cu sarcina tinde să blocheze semnalele de frecvență joasă ce ar putea ajunge pe sarcină.

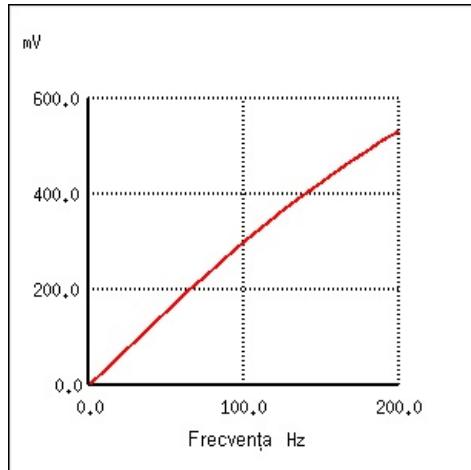


Figure 204: diagrama Bode a filtrului capacativ trece-sus

După cum se poate vedea în diagrama Bode, răspunsul filtrului capacativ trece-sus crește cu creșterea frecvenței.

## 2. Filtrul trece-sus inductiv

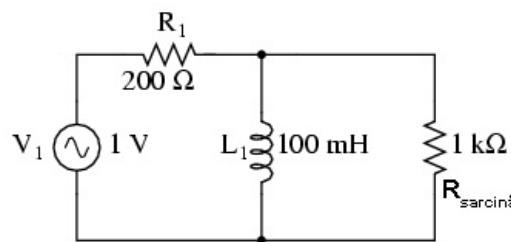


Figure 205: filtru trece-sus inductiv

Impedanța bobine scade odată cu scăderea frecvenței. Aceasta impedanță mică conectată în paralel cu sarcina, tinde să scurt-circuiteze semnalele de frecvență joasă, astfel că acestea nu mai ajung la sarcină. Prin urmare, mare parte a căderii de tensiune se va regăsi pe rezistorul  $R_1$ .

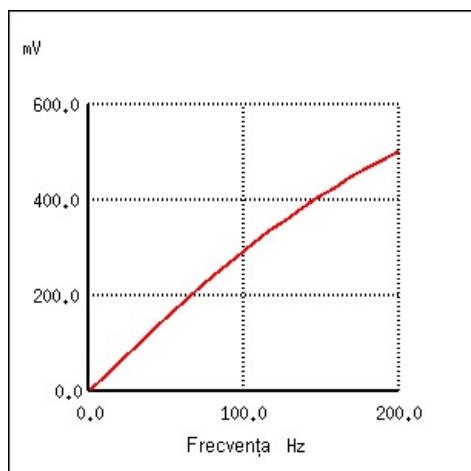


Figure 206: diagrama Bode a filtrului trece-sus inductiv

După cum se poate vedea în diagrama Bode, răspunsul filtrului inductiv trece-sus crește cu creșterea frecvenței.

## 3. Comparație între filtrele trece-sus inductive și capacitive

De data aceasta, schema filtrului capacativ trece-sus este mai simplă decât cea inductivă, necesitând doar un singur componentă în plus, un condensator. Din nou, puritatea reactivă a condensatoarelor față de bobine face ca filtrele capacitive să fie cel mai des folosite.

#### 4. Frecvența de tăiere

La fel ca în cazul filtrelor trece-jos, și filtrele trece-sus au o *frecvență de tăiere* specifică. Peste valoarea acestei frecvențe, tensiunea de ieșire este mai mare de 70.7% din valoarea tensiunii de intrare. Formula de calcul a frecvenței de tăiere este aceeași ca și în cazul filtrelor trece-jos:

$$f_{tăiere} = \frac{1}{2\pi RC}$$

Figure 207: formula de calcul a frecvenței de tăiere a filtrelor trece-sus

Rezistența din formulă, în cazul circuitului capacativ trece-sus, este chiar rezistența de sarcină:

#### 5. Filtrarea unui sistem audio

Să considerăm un sistem audio, ca și exemplu. Un condensator conectat în serie cu tweeter-ul (înaltele) are rolul de filtru trece-sus, impunând circuitului de ieșire o impedanță mare frecvențelor joase (bas), prevenind astfel risipa de putere pe un difuzor ce este inefficient în reproducerea acestor sunete. Asemănător, bobina conectată în serie cu woofer-ul (bas) are rolul de filtru trece-jos, permitând doar trecerea acelor sunete pe care difuzorul le și poate reproduce cu succes. În acest circuit simplu, difuzorul pentru frecvențele medii este supus întregului spectru de frecvențe produs de aparatul stereo. Câteodată se folosesc sisteme de filtrare mult mai elaborate, dar ideea generală este aceasta. În acest exemplu este prezentat doar un singur canal (stânga sau dreapta). Un sistem real ar conține 6 difuze: 2 joase, 2 medii și 2 înalte.

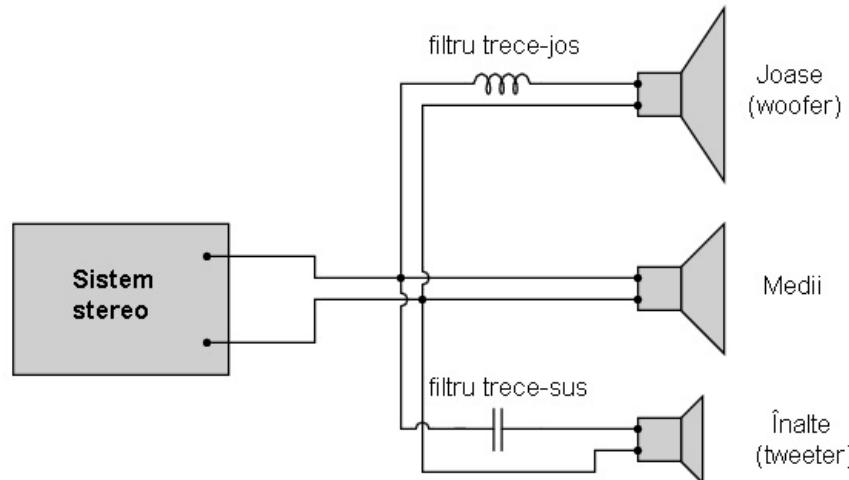


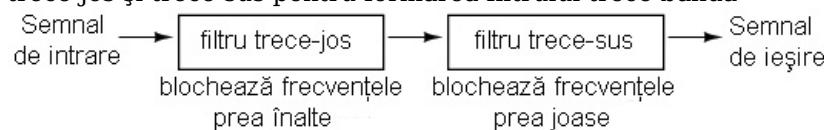
Figure 208: folosirea filtrelor trece-jos și trece sus la ieșirea unui sistem audio

Pentru a mări și mai mult performanțele acestui sistem, am putea construi un circuit de filtrare capabil să permită trecerea frecvențelor ce se află între joase și înalte spre difuzorul de medii, astfel încât să nu existe putere disipată (de frecvență înaltă sau joasă) pe un difuzor ce reproduce acest tip de sunete inefficient. Ceea ce vrem de fapt să realizăm, este un filtru *trece bandă*.

#### 8.4 Filtrul trece-bandă

Există aplicații în care este nevoie de filtrarea unei anumite benzi de frecvențe din totalul frecvențelor prezente în semnal. Circuitele de filtrare realizate pentru îndeplinirea acestui obiectiv pot dintr-un filtru trece-jos și unul trece-sus, conectate împreună. Rezultatul este un filtru denumit *trece-bandă*. Diagrama prin care pot fi combinate cele două tipuri de filtre, arată în felul următor:

trece-jos și trece-sus pentru formarea filtrului trece-bandă



Rezultatul acestei combinații serie dintre cele două filtre este un circuit ce va permite trecerea acelor frecvențe ce se regăsesc între cele două limite, nici mai mari, nici mai mici.

##### 1. Filtrul trece-bandă capacativ

Folosind componente reale, circuitul electric al filtrului trece-bandă astfel conceput, arată astfel:

filtru trece-jos capacativ și un filtru trece-sus capacativ conectate în

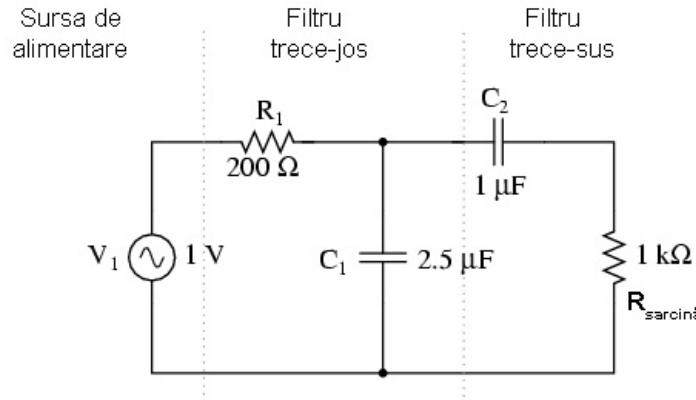


Figure 209: serie

Să vedem și răspunsul în frecvență (diagrama Bode) a filtrului capacativ trece-bandă: trece-bandă compus dintr-un filtru trece-jos capacativ și un filtru

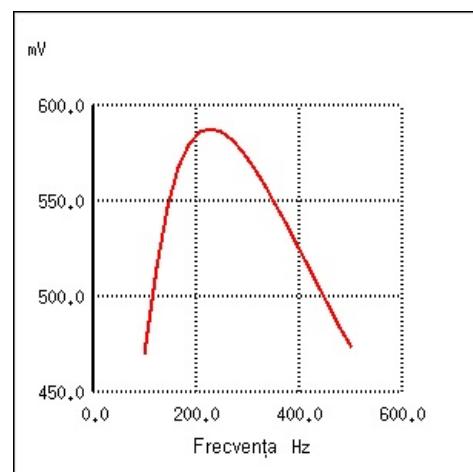


Figure 210: trece-sus capacativ conectate în serie

## 2. Filtrul trece-bandă inductiv

Filtrele trece-bandă pot fi construite folosind elemente inductive, dar, după cum am mai menționat, filtrele capacitive sunt preferate în locul celor inductive datorită „purității” reactive a condensatoarelor. Circuitul electric al filtrului inductiv arată astfel:

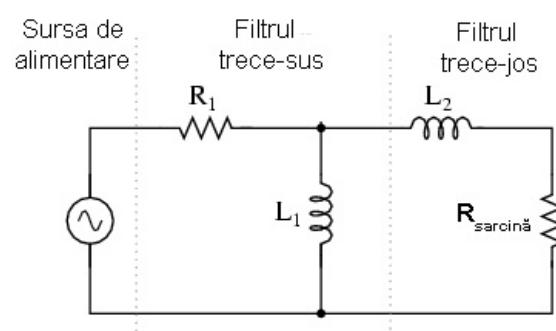


Figure 211: circuitul electric al filtrului trece-bandă inductiv

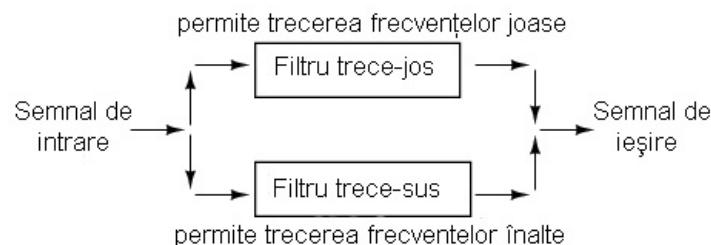
Faptul că filtrul trece-sus se află poziționat înainte filtrului trece-jos, nu are nicio importanță din punct de vedere al funcționalității filtrului.

## 3. Limitele unui asfel de filtru

Deși ideea combinării celor două filtre, trece-jos și trece-sus, într-unul singur, pentru a realiza un filtru trece-bandă, este bună, aceasta posedă și unele dezavantaje. Deoarece acest tip de filtru funcționează utilizând proprietatea fiecărui filtru în parte de a *bloca* frecvențele nedorite, construirea unui astfel de filtru, astfel încât să nu blocheze în anumită măsură și frecvențele din banda dorită, este de obicei dificilă. Atât filtrul trece-jos cât și filtrul trece-sus vor bloca toate semnalele într-o anumită măsură, iar efectul lor combinat se traduce printr-o amplitudine redusă a semnalului chiar și în domeniul frecvențelor dorite (de trecere). Putem observa acest lucru din diagrama de mai sus, unde tensiunea sarcinii nu depășește valoarea de 0.6 V, deși tensiunea sursei este de 1 V. Această atenuare a semnalului de ieșire devine și mai pronunțată în cazul în care filtrul are un scop mult mai restrictiv (pantă mai mare a undei, banda de trecere a frecvențelor mai îngustă).

## 8.5 Filtrul stop-bandă

Filtrul stop-bandă permite trecerea tuturor frecvențelor ce se află peste sau sub un anumit domeniu/bandă de frecvențe determinat de elementele sale componente. Își acest tip de filtru poate fi realizat prin conectarea unui filtru trece-jos cu un filtru trece-sus, doar că de data aceasta conectarea se realizează în paralel, nu în serie cum era cazul filtrului trece-bandă. Mai jos este prezentată diagrama bloc a filtrului:



în paralel a unui filtru trece-jos cu un filtru trece-sus

### 1. Filtrul stop-bandă capacativ

Folosind componente reale, circuitul stop-bandă capacativ arată în felul următor:

format din conectarea în paralel a unui filtru trece-jos cu un filtru

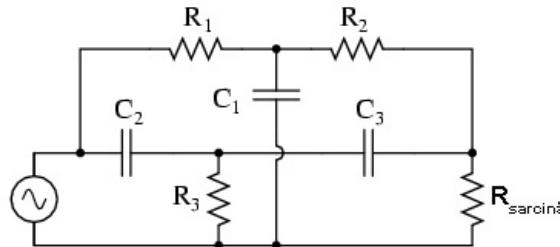


Figure 212: trece-sus

Filtrul trece-jos este compus din  $R_1$ ,  $R_2$  și  $C_1$  în configurație „T”, iar filtrul trece-sus este compus din  $C_2$ ,  $C_3$  și  $R_3$  de asemenea în configurație „T”. Împreună, cele două filtre formează filtrul stop-bandă cunoscut sub numele de „dublu T”; răspunsul acestui filtru este foarte precis atunci când sunt respectate următoarele proporții în alegerea elementelor constitutive:

$$R_1 = R_2 = 2(R_3)$$

$$C_2 = C_3 = (0.5)C_1$$

Utilizând aceste rații, frecvența maximă de trecere poate fi calculată astfel:

$$f_{trecere} = \frac{1}{4\pi R_3 C_3}$$

Figure 213: formula matematică de calcul pentru frecvența de trecere a unui filtru stop-bandă în dublu T

Putem vedea și răspunsul în frecvență foarte bun al acestui filtru, folosind proprietăile de mai sus, în diagrama (Bode) de mai jos:

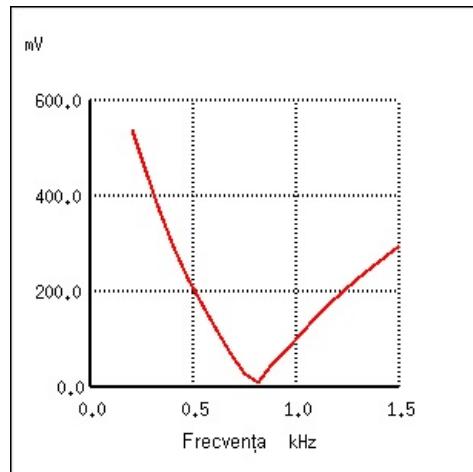


Figure 214: răspunsul în frecvență al filtrului stop-bandă în configurație T

## 8.6 Filtre rezonante

Filtrele considerate până în acest moment au fost compuse exclusiv din condensatoare sau bobine, dar nu ambele tipuri de componente în același timp. Stim că circuitele ce folosesc combinații de L și C tind să rezoneze, iar această proprietate poate fi exploatată în construcția filtrelor trece-bandă și stop-bandă.

Circuitele LC serie prezintă o impedanță minimă la rezonanță, iar circuitele LC paralel impedanță maximă la frecvența de rezonanță. Există prin urmare două strategii de bază pentru construcție filtrelor trece- respectiv stop-bandă.

### 1. Filtrul trece-bandă rezonant

Pentru acest tip de filtru, există două strategii: circuit LC serie sau LC paralel.

#### 1. Filtrul trece-bandă în configurație LC serie

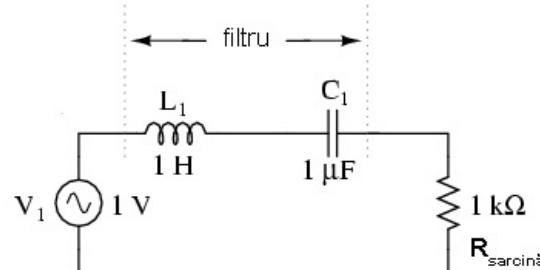


Figure 215: filtrul trece-bandă rezonant în configurație LC serie

Circuitul LC serie permite trecerea semnalului la frecvența de rezonanță (impedanță mică - scurt-circuit), și blochează toate celelalte frecvențe (impedanță mare - circuit deschis), astfel că acestea nu ajung la sarcină, după cum se poate vedea în diagramă.

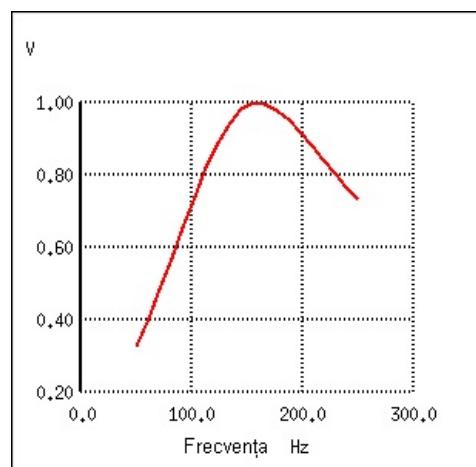


Figure 216: răspunsul în frecvență a filtrului trece-bandă rezonant în configurație LC serie; diagrama Bode

Putem observa că în cazul acestui tip de filtru, nu există practic nicio atenuare a semnalului în banda de trecere, astfel că tensiunea de ieșire pe rezistența de sarcină este aceeași cu tensiunea de alimentare a sursei; acesta nu este și cazul filtrelor construite exclusiv din condensatoare sau bobine. De asemenea, din moment ce principiul de funcționare al filtrului se bazează pe principiul rezonanței LC serie, frecvența de rezonanță nefiind prin urmare afectată de valoarea rezistenței prezentă în circuit, valoarea rezistenței de sarcină nu va influența în niciun fel frecvența de trecere. Totuși, diferite valori ale rezistenței de sarcină vor duce la modificarea pantei diagramei Bode („selectivitatea” filtrului).

## 2. Filtrul trece-bandă în configurație LC paralel

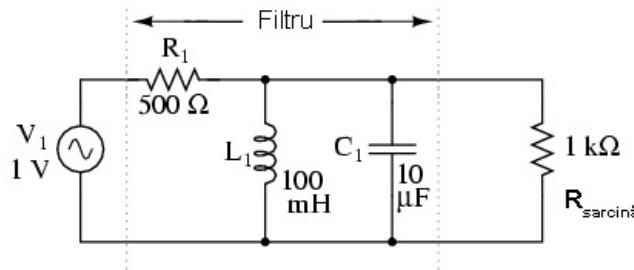


Figure 217: filtrul trece-bandă rezonant în configurație LC paralel

Circuitul LC paralel permite trecerea semnalului la frecvența de rezonanță (impedanță mare - circuit deschis) spre sarcină, și blochează toate celelalte frecvențe (impedanță mică - scurt-sicircuit), căderea de tensiune regăsindu-se în marea ei parte pe  $R_1$ , astfel că acestea nu ajung la sarcină, după cum se poate vedea în diagramă.

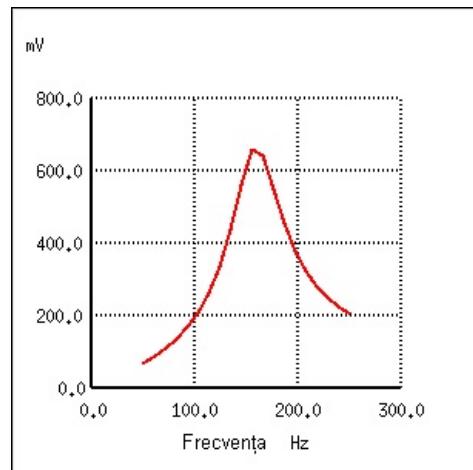


Figure 218: răspunsul în frecvență a filtrului trece-bandă rezonant în configurație LC paralel; diagrama Bode

Acest tip de filtru rezonant, asemenea filtrelor trece-sus și trece-jos, nu va putea transmite întreaga tensiune de la sursă spre sarcină datorită rezistorului conectat în serie ce va prelua tot timpul o parte din cădereea de tensiune totală existentă în circuit.

Putem menționa că acest tip de filtru trece-bandă rezonant este folosit pe scară largă în radiourile analogice, pentru selectarea unei anumite frecvențe din cele recepționate de antenă. Practic, se folosește un disc selector pentru alegerea postului de radio, disc ce modifică capacitatea unui condensator variabil dintr-un circuit LC paralel.

## 2. Filtrul stop-bandă rezonant

Din nou, avem două strategii la dispoziție, circuitul LC serie sau LC paralel.

### 1. Filtrul stop-bandă rezonant în configurație LC serie

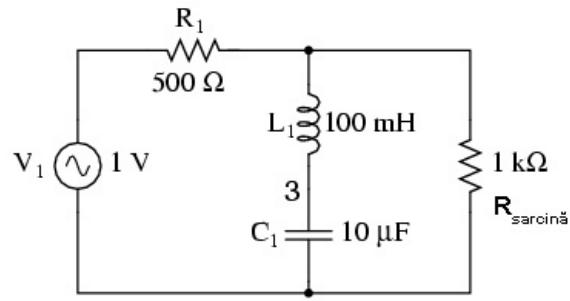


Figure 219: filtrul stop-bandă rezonant în configurație LC serie

Folosit în această combinație, filtrul LC prezintă o impedanță foarte scăzută față de semnal, la frecvența de rezonanță, întreaga cădere de tensiune regăsindu-se pe rezistorul  $R_1$ , iar semnalul nu este astfel „văzut” de sarcină.

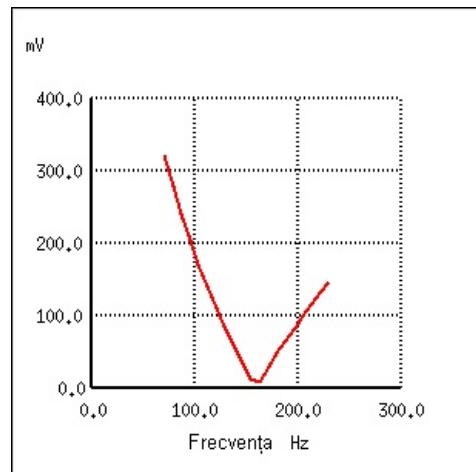


Figure 220: răspunsul în frecvență a filtrului stop-bandă rezonant în configurație LC serie; diagrama Bode

## 2. Filtrul stop-bandă rezonant în configurație LC paralel

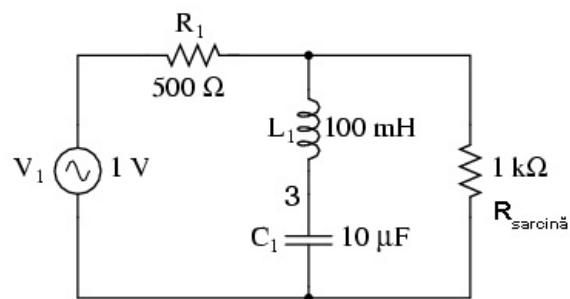


Figure 221: filtrul stop-bandă rezonant în configurație LC paralel

Coponentele LC conectate în paralel prezintă o impedanță mare la frecvența de rezonanță, blocând astfel semnalele de la sursa spre sarcină, la frecvența respectivă, și permite trecerea tuturor celorlalte semnale (alte frecvențe decât cea de rezonanță) de la sursă spre sarcină.

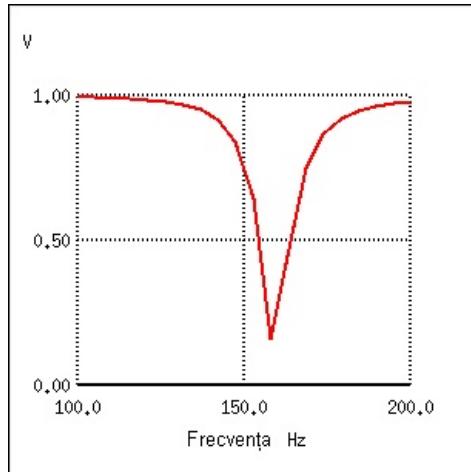


Figure 222: răspunsul în frecvență a filtrului stop-bandă rezonant în configurație LC paralel; diagrama Bode

Din nou se poate observa faptul că absența unui rezistor serie duce la o atenuare minimă a semnalelor dorite. Amplitudinea semnalului la frecvența de trecere, pe de altă parte, este foarte mică. Cu alte cuvinte, acesta este un filtru foarte „selectiv”.

În toate aceste circuite de filtrare rezonante, selectivitatea depinde în mare măsură de „puritatea” bobinelor și a condensatoarelor utilizate. În cazul în care există o rezistență parazită, aceasta va afecta abilitatea filtrului de discriminare precisă a frecvențelor, și este posibilă introducerea efectelor antirezonante ce afectează frecvențele de trecere.

### 3. Filtre trece-jos și trece-sus rezonante

După ce am analizat filtrele standard RC și LC trece-jos și trece-sus, ne-am putea imagina că se poate realiza o proiectare mai eficientă a acestor tipuri de filtre combinând efectele condensatoarelor și a bobinelor în același circuit.

#### 1. Filtru trece-jos capacativ-inductiv

Bobinele ar trebui să blocheze trecerea frecvențelor înalte, iar condensatorul ar trebui să blocheze și el trecerea acelorași frecvențe, efectele lor combinate permitând doar trecerea semnalelor de frecvență joasă de la sursă spre sarcină.

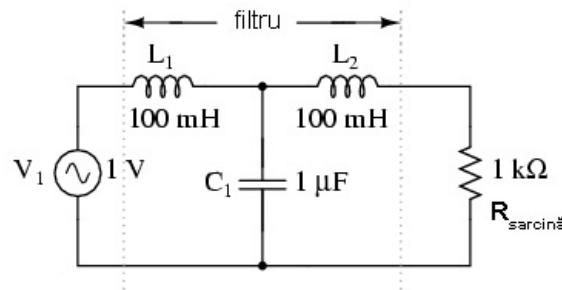
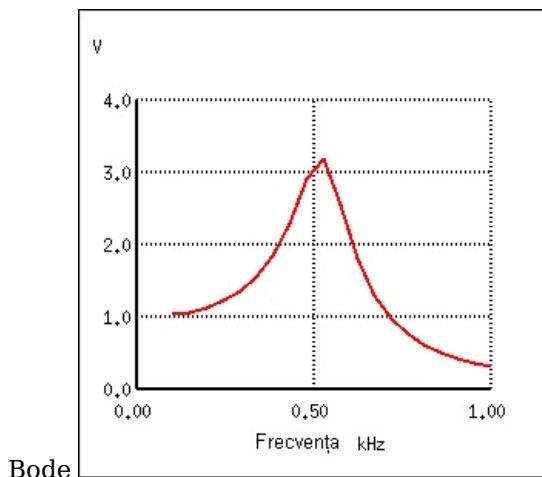


Figure 223: filtrul trece-jos LC

La prima vedere, aceasta pare o strategie bună, și elimină rezistorul serie. Totuși, trebuie realizat faptul că orice combinație condensator-bobină poate duce la efecte rezonante la o anumită frecvență, iar acesta nu este un lucru de dorit. Să urmărim răspunsul în frecvență a filtrului de mai sus, pe rezistență de sarcină ( $R_{sarcină}$ ):



Bode

Ceea ce a fost gândit ca un filtru trece-jos s-a dovedit a fi un filtru trece bandă cu o frecvență de trecere în jurul valorii de 526 Hz, frecvența de rezonanță a condensatorului și a bobinei în acest caz.

Problema este că impedanța de intrare și impedanța de ieșire a filtrului LC trebuie să fie egală. Cu alte cuvinte, impedanța sursei de alimentare trebuie să fie egală cu impedanța de intrare a filtrului, iar impedanța de ieșire a filtrului trebuie să fie egală cu impedanța sarcinii ( $R_{\text{sarcină}}$ ) pentru ca răspunsul filtrului să fie cel așteptat. Impedanța de intrare și de ieșire a filtrului este radăcina pătrată a raportului dintre L și C:

$$Z = (L/C)^{1/2}$$

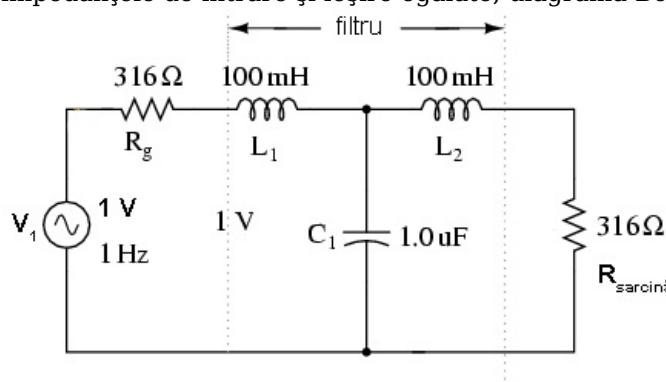
Folosind valorile componentelor de pe circuit, putem afla impedanța filtrului și impedanțele sursei și a sarcinii necesare.

**Pentru  $L = 100 \text{ mH}$ ,  $C = 1 \mu\text{F}$**

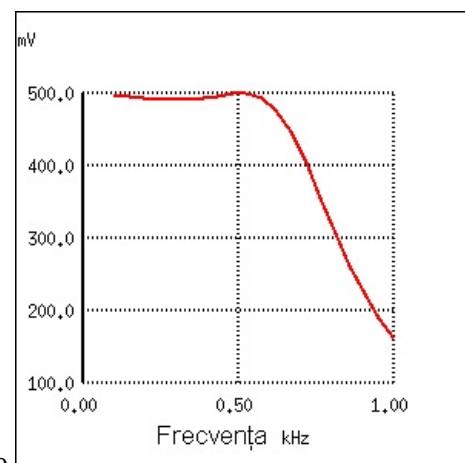
$$Z = (L/C)^{1/2} = ((100 \text{ mH})/(1 \mu\text{F}))^{1/2} = 316 \Omega$$

Asfel, în circuitul de mai sus putem adăuga rezistorul  $R_g$  de  $316 \Omega$  în serie cu sursa de tensiune și modificăm  $R_{\text{sarcină}}$  de la  $1.000 \Omega$  la  $316 \Omega$ . Dacă ar fi fost necesară alimentarea unei sarcini de  $1.000 \Omega$ , am fi putut modifica raportul L/C pentru a păstra egalitatea față de sarcină.

impedanțele de intrare și ieșire egale; diagrama Bode



Răspunsul în frecvență al filtrului arată de data aceasta mult mai bine:



impedanțele de intrare și ieșire egale; diagrama Bode

## 9 Transformatorul

## 9.1 Inductanță mutuală și modul de funcționare

Să presupunem că avem un miez feromagnetic închis (formă dreptunghiulară) și înfășurăm un conductor metalic izolat alimentat în curent alternativ în jurul uneia dintre laturi:

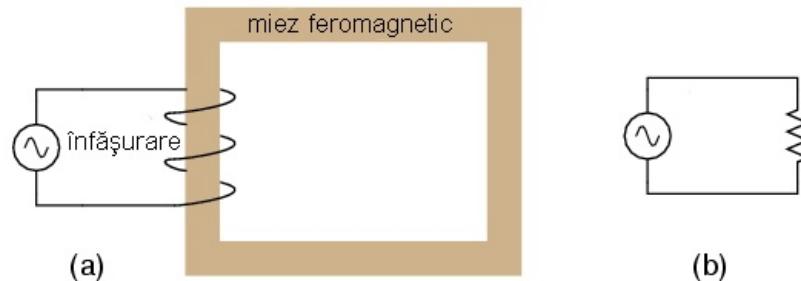


Figure 224: miez feromagnetic dreptunghiular cu o înfășurare alimentată în curent alternativ

Fiindcă ceea ce am realizat mai sus este de fapt o bobină, această înfășurare în jurul miezului feromagnetic ar trebui să se opună tensiunii aplicate datorită reactanței inductive, limitând astfel curentul prin înfășurare conform ecuațiilor  $X_L = 2\pi fL$  și  $I = E/X$  (sau  $I = E/Z$ ). Pentru a clarifica acest exemplu totuși, vom analiza mai atent interacțiunile ce iau naștere între tensiune, curent și fluxul magnetic în acest dispozitiv.

Conform legii lui Kirchhoff pentru tensiune, suma tuturor tensiunilor dintr-un circuit închis trebuie să fie egală cu zero. În exemplul de mai sus, putem aplica această lege generală a electricității pentru descrierea tensiunilor sursei, respectiv a înfășurării. Ca în oricare circuit format dintr-o singură sursă și o singură sarcină, căderea de tensiune a sarcinii trebuie să fie egală cu tensiunea produsă de sursă, presupunând că nu există căderi de tensiune în lungul firelor (rezistența lor este zero). Cu alte cuvinte, sarcina, reprezentată de înfășurare, trebuie să producă o tensiune de semn contrar și de aceeași amplitudine cu sursa. Dar de unde apare această tensiune opusă tensiunii sursei? Dacă sarcina ar fi un rezistor (cazul „b” din figura de mai sus), căderea de tensiune ia naștere ca urmare a pierдерilor sub formă de căldură datorate „frecării” electronilor la trecerea prin această rezistență. În cazul unei bobine perfecte (rezistență zero a înfășurării), tensiunea opusă se prezintă sub o altă formă, și anume, *reactia* față de fluxul magnetic variabil al miezului de fier. Atunci când forma de undă a curentului variază, variază și fluxul  $\Phi$ . Variația fluxului induce un câmp electromagnetic contrar.

Formularea relației matematice între fluxul magnetic ( $\Phi$ ) și tensiunea indusă îi este atribuită lui Michael Faraday, și arată astfel:

$$e = N \frac{d\Phi}{dt} \quad \text{unde,}$$

$e$  = tensiunea indușă instantanea (V)  
 $N$  = numărul de spire a înfășurării (1 - fir drept)  
 $\Phi$  = fluxul magnetic (Wb)  
 $t$  = timpul (s)

Figure 225: formula matematică a inducției electromagnetice

Tensiunea instantanee indușă ( $e$ ) în înfășurare, în orice moment, este egală cu produsul dintre numărul spirelor înfășurării ( $N$ ) și variația instantanee a fluxului magnetic ( $d\Phi/dt$ ) a bobinei. Grafic, formele de undă sunt sinusoidale (presupunând că forma de undă a sursei de alimentare este sinusoidală), fluxul fiind defazat în urma tensiunii cu  $90^\circ$ :

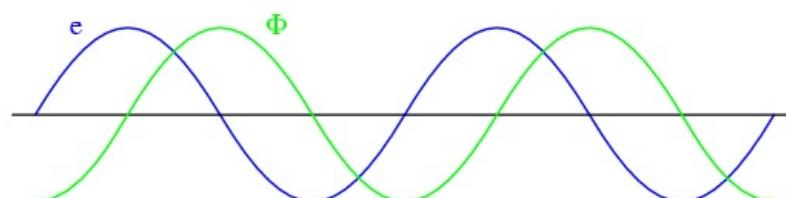


Figure 226: formele de undă ale tensiunii induse și a fluxului magnetic - defazate între ele cu  $90^\circ$

Fluxul magnetic printr-un material feromagnetic este analog curentului printr-un conductor: trebuie să fie „împins” de o forță exterioară pentru a se forma. În circuitele electrice, această forță o reprezintă tensiunea (mai precis, tensiunea

electromotoare, prescurtat *tem*). În „circuitele” magnetice, această forță este reprezentată de tensiunea magnetomotoare (prescurtat *tmm* și simbolizat prin  $u_{mm}$ ) Tensiunea magnetomotoare și fluxul magnetic se află în strânsă legătură una cu celalătă prin intermediul unei proprietăți a materialelor magnetice, *reluctanța*, concept analog rezistenței în circuitele electrice.

Legea lui Ohm pentru  
circuite electrice și circuite magnetice

$$\begin{array}{l} E = IR \\ \text{electric} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} u_{mm} = \Phi R \\ \text{magnetic} \end{array}$$

Figure 227: legea lui Ohm pentru circuite electrice și magnetice; comparație

În exemplul de mai sus, *tmm* necesară producerii acestui flux magnetic variabil trebuie să fie furnizată de un curent variabil prin înfășurare. Tensiunea magnetomotoare generată de înfășurarea unui electromagnet este egală cu produsul dintre curentul prin înfășurare și numărul de spire a înfășurări. Unitatea de măsură a tensiunii magnetomotoare este Amper-spiră. Deoarece relația matematică dintre fluxul magnetic și *tmm* este direct proporțională, iar relația dintre *tmm* și curent este de asemenea direct proporțională, curentul prin înfășurare este în fază cu fluxul magnetic:

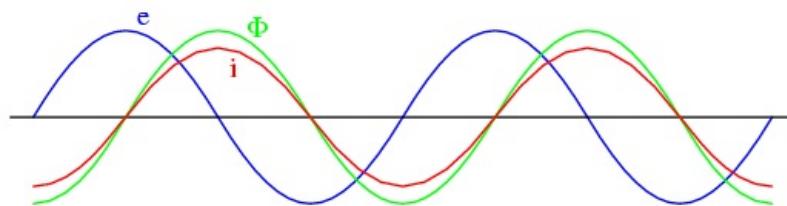


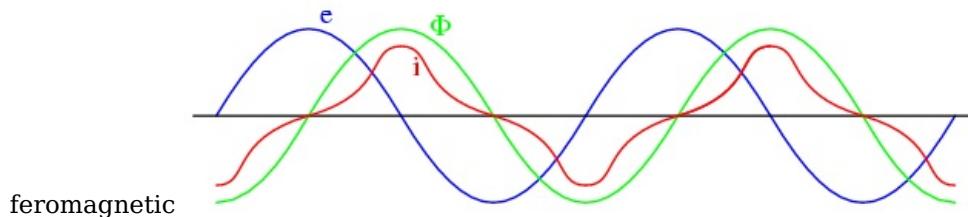
Figure 228: formele de undă ale tensiunii induse, a curentului prin înfășurare și a fluxului magnetic

Acesta este și motivul pentru care curentul într-o bobină este defazat în urma tensiunii cu  $90^\circ$ : deoarece aceasta este defazarea necesară producerii unui flux magnetic a cărui rată de variație poate produce o tensiune în opozitie de fază cu tensiunea aplicată. Datorită funcției sale de producere a tensiunii magnetomotoare pentru miezul feromagnetic, acest curent este cîteodată numit și *curent de magnetizare*.

### 1. Saturație miezului feromagnetic

Trebuie menționat faptul că acest curent prin înfășurare nu este perfect sinusoidal, iar acest lucru se datorează neliniarității curbei de magnetizație ( $B/H$ ) a fierului. Dacă bobina este construită ieftin, folosind cât mai puțin fier cu puțină densitatea fluxului magnetic poate atinge valori mari, aproape de saturație, rezultatul fiind o formă de undă a curentului de magnetizare ce arată aproximativ asfel:

înfășurare și a fluxului magnetic; forma de undă a curentului este distorsionată datorită saturației miezului



Atunci când un material feromagnetic se apropie de fluxul magnetic de saturație, este nevoie de tensiuni magnetomotoare din ce în ce mai mari pentru menținerea constantă a creșterii fluxului magnetic. Deoarece *tmm* este direct proporțională cu valoarea curentului prin înfășurare înfășurare ( $u_{mm} = NI$ ), creșterea foarte mare a *tmm* necesare susținerii creșterii fluxului duce la creșteri mari ale curentului prin înfășurare, pentru a putea menține forma de undă a fluxului magnetic nedistorsionată (sinusoidală).

Situatia este însă și mai complicată datorită pierderilor de energie din miezul feromagnetic. Efectul histerezisului și al curentilor turbionari duce la accentuarea deformării formei de undă a curentului, alterându-i atât forma sinusoidală cât și defazajul, ce va fi cu puțin sub  $90^\circ$  în urma tensiunii. Acest curent al înfășurării constituie din suma tuturor efectelor magnetice asupra înfășurării, poartă numele de *curent de excitație*. Distorsionarea curentului de excitație a unei înfășurări cu miez feromagnetic (bobină) poate fi minimizată dacă aceasta este concepută și funcționează la densități de flux foarte scăzute. Acest lucru necesită însă un miez cu o secțiune transversală mare, ceea ce duce la costuri ridicate și un volum mare. Pentru a simplifica lucrurile însă, vom presupune un miez feromagnetic ideal, fără pericolul saturației și fără pierderi, ceea ce duce la un curent de excitație perfect sinusoidal.

## 2. Inducerea tensiunii într-o înfășurare secundară

După cum am văzut în capitolul dedicat bobinelor, defazajul curentului față de tensiune cu  $90^\circ$  crează o condiție în care puterea este absorbită și eliberată alternativ de la circuit la bobină și invers. Dacă bobina este perfectă (rezistență zero, pierderi în miez zero, etc.), puterea disipată de aceasta va fi zero.

Să reluăm exemplul de mai sus, dar introducem de data această o nouă înfășurare în jurul aceluiași miez feromagnetic. Ca să diferențiem între cele două înfășurări, prima înfășurare o vom denumi *înfășurarea primară* sau simplu, *primar*, iar cea de a doua, *înfășurarea secundară*, sau simplu, *secundar*.

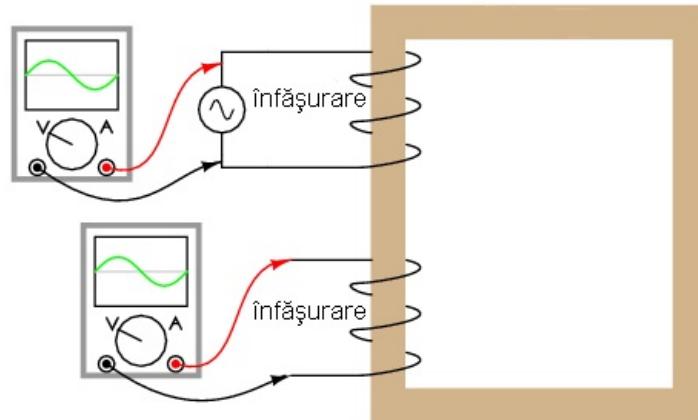


Figure 229: miez feromagnetic; înfășurarea primară și secundară

Dacă cea de a doua înfășurare este supusă unei variații a fluxului magnetic identice cu prima infășurare, iar numărul de spire al înfășurării este același cu al primei înfășurări, atunci, conform principiului inducției electromagnetice, tensiunea indușă în această înfășurare va fi egală în amplitudine și fază cu tensiunea sursei de alimentare a primei înfășurări. În graficul de mai jos, amplitudinea tensiunii induse este voit mai mică, pentru a putea face distincție între aceasta și tensiunea de alimentare:

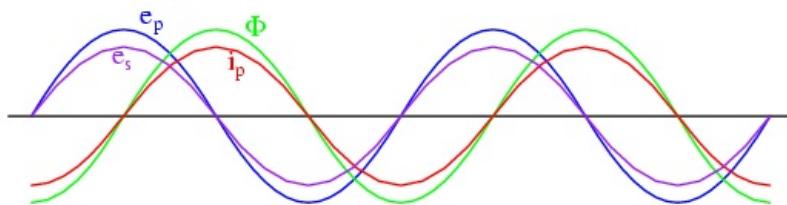
și secundar, precum și a fluxului magnetic și a curentului din primar

$e_p$  = tensiunea din primar

$i_p$  = curentul din primar

$\Phi$  = fluxul magnetic

$e_s$  = tensiunea din secundar



Acest efect al inducerii unei tensiuni într-o înfășurare ca răspuns a variației curentului din celalătă înfășurare, poartă nuemele de *inductanță mutuală*. Unitatea de măsură este Henry, la fel ca inductanța proprie, iar simbolul matematic este „M”, în loc de „L”:

inductanță (proprie)

$$e = L \frac{di}{dt}$$

inductanță mutuală

$$e_2 = M \frac{di_1}{dt} \quad \text{unde,}$$

$e_2$  = tensiunea indușă în secundar  
 $i_1$  = curentul în primar

Figure 230: inductanța proprie și inductanța mutuală; formulele matematice de calcul

În acest moment, în înfășurarea secundară nu există curent deoarece aceasta este deschisă. Dacă conectăm însă un rezistor în acest circuit, curentul alternativ prin înfășurare va fi în fază cu tensiunea indușă.

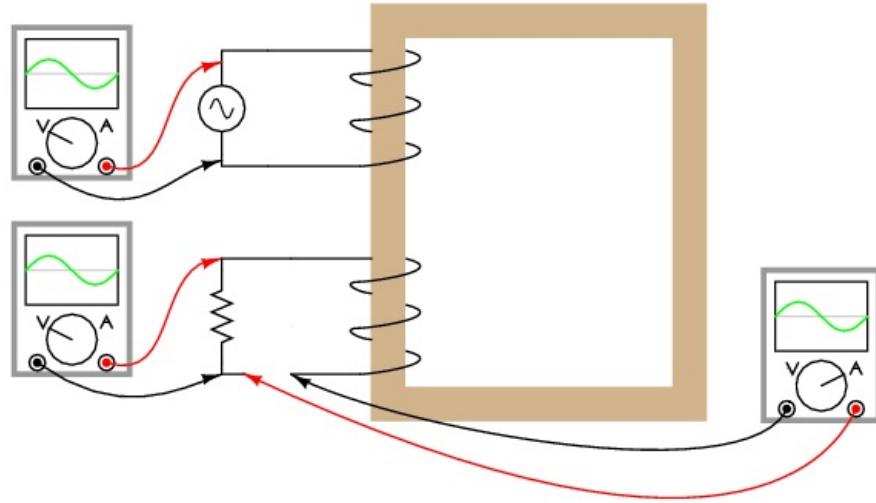


Figure 231: miez feromagnetic; înfăsurarea primară și secundară

Ne-am putea aștepta ca acest curent secundar să producă un flux magnetic suplimentar în miezul feromagnetic. Acest lucru nu se întâmplă însă. Dacă fluxul magnetic induș în miez ar crește, acest lucru ar duce la creșterea tensiunii induse și a înfăsurării primare. Acest lucru nu se poate întâmpla, doarece tensiunea indușă a primarului trebuie să rămână la aceeași amplitudine și fază pentru a păstra egalitatea dintre aceasta și tensiunea sursei, potrivit legii lui Kirchhoff pentru tensiune. Prin urmare, fluxul magnetic al miezului nu este afectat de curentul din secundar. Totuși, ceea ce se modifică este valoarea tensiunii magnetomotoare a circuitului magnetic.

Tensiunea magnetomotoare (tmm) ia naștere ori de câte ori există deplasare de electroni prin fir. De obicei, această tensiune este însoțită de flux magnetic, conform legii lui Ohm pentru circuitele magnetice,  $\mathbf{u}_{\text{mm}} = \Phi \mathbf{R}$ . Dar producerea unui flux magnetic suplimentar nu este permisă în acest caz, prin urmare, singura posibilitate de existență a tmm în secundar implică apariția unei tmm contrare (în antifază), și amplitudine egală, generate de înfăsurarea primară. Acest lucru este exact ceea ce se întâmplă, și anume, formarea unui curent alternativ în înfăsurarea primară, defazat cu  $180^\circ$  (în antifază) față de curentul secundarului, pentru generarea unei tmm contrare și prevenirea apariției unui flux magnetic adițional prin miez.

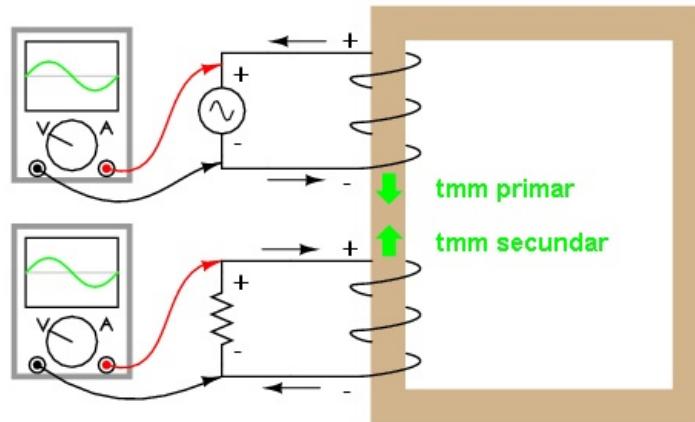


Figure 232: miez feromagnetic; înfăsurarea primară și secundară; conectarea sarcinii în înfăsurarea secundară

Deși întreg procesul pare destul de complicat, iar proiectarea transformatoarelor este un subiect complex, ceea ce este important de ținut minte este aceasta: atunci când asupra înfăsurării primare este aplicată o tensiune alternativă, aceasta produce un flux magnetic în miezul feromagnetic ce induce o tensiune alternativă în înfăsurarea secundară, în fază cu tensiunea sursei de alimentare. Apariția oricărui curent prin secundar, la conectarea unei sarcini de exemplu, duce la apariția unui curent similar în primar, curent menținut de sursa de alimentare.

Putem observa faptul că înfăsurarea primară se comportă precum o sarcină față de sursa de tensiune, iar înfăsurarea secundară este echivalentă unei surse de tensiune alternativă pentru rezistorul conectat la capetele acesteia. Față de prima situație, de data aceasta energia nu este absorbită și eliberată tot în înfăsurarea primară, ci este cuplată cu înfăsurarea secundară unde este folosită pentru alimentarea sarcinii (rezistor). Din punct de vedere al sursei, aceasta alimentează direct sarcina secundarului. Desigur, curentul din primar este defazat cu  $90^\circ$  față de tensiune, lucrul ce nu s-ar întâmpla într-o alimentare directă a rezistorului.

Acest dispozitiv este cunoscut sub numele de *transformator*, deoarece transformă energie electrică în energie

magnetică și înapoi în energie electrică. Deoarece funcționarea acestuia depinde de inducția electromagnetică dintre două înfășurări staționare și de variația amplitudinii și „polarității” fluxului magnetic, transformatoarele se pot folosi doar în curent alternativ, nu și în curent continuu. Simbolul electric al transformatorului îl reprezintă două bobine (înfășurarea primară și secundară) și un miez feromagnetic comun celor două:

(înfășurarea primară și secundară) și un miez feromagnetic comun celor

Simbolul  
transformatorului



Figure 233: două

Chiar dacă majoritatea transformatoarelor sunt confecționate cu miez feromagnetic, există și transformatoare în care cuplajul celor două înfășurări se realizează prin aer.

Poza de mai jos reprezintă un transformator tipic folosit pentru iluminatul cu ajutorul lămpilor cu descărcare în gaz. Se pot observa clar cele două înfășurări din jurul miezului de fier:



Figure 234: transformator electric

Înfășurarea de sus este mai mare decât cea de jos, având mai multe spire în jurul miezului (secț. urm.!).

În următoarea poză, este prezentată o secțiune printr-un transformator cu cele două înfășurări și miezul feromagnetic vizibile. Si în acest caz, numărul spirelor celor două înfășurări nu este egal. Secțiunea conductorilor dintre cele două înfășurări este de asemenea diferită (secț. urm.!). De asemenea, putem observa că miezul nu este confecționat dintr-o singură bucată de material ci din foi subțiri (denumite tole) laminate (secț. urm.!).

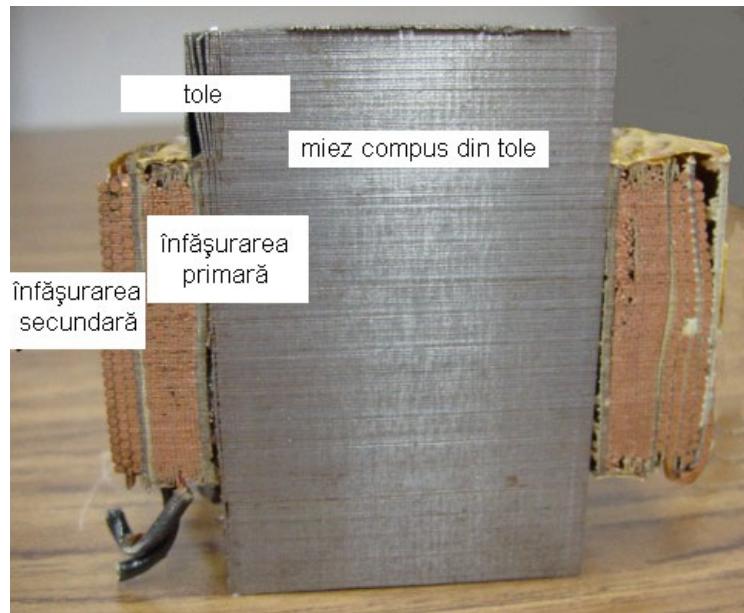


Figure 235: transformator electric; secțiune

### 3. Exemplu

Putem explica funcționarea unui transformator simplu prin intermediul unui circuit electric. Vom considera *coeficientul de cuplaj magnetic* ( $k$ ) ca având o valoare foarte aproape de perfecție, și anume, 0,999. Acest coeficient descrie cât de „strâns” sunt cuplate cele două bobine (înfășurări) una față de celală. Cu cât acest coeficient este mai mare (ideal, 1), cu atât cuplajul magnetic dintre cele două înfășurări, și prin urmare, și eficiența transferului de energie este mai mare. (Calcule realizate cu SPICE!)

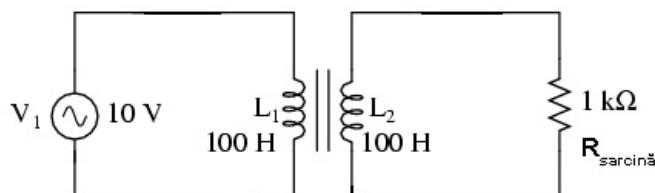


Figure 236: circuit electric simplu cu transformator

Ambele inductanțe ale înfășurărilor fiind egale (100 H), tensiunile și curenții pentru cele două înfășurări sunt aproximativ egale (10 V, respectiv 10 mA). Diferența dintre curentul primar și cel secundar este defazajul de  $90^\circ$  dintre ele, datorat curentului de magnetizare al miezului. Valoarea acestui curent de magnetizare este foarte mică în acest caz, față de curentul din primar, astfel că cei doi curenți sunt aproximativi egali. Această eficiență mare este tipică transformatoarelor în general. Orice eficiență de sub 95% este considerată mult prea mică în proiectarea transformatoarelor.

Dacă reducem rezistența sarcini (de la  $1\text{ k}\Omega$  la  $200\text{ }\Omega$ ), pentru a crește valoarea curentului în secundar, pentru aceeași valoare a tensiunii, observăm că și curentul din înfășurarea primară crește. Chiar dacă sursa de tensiune alternativă nu este conectată direct la sarcină, ci este cuplată electromagnetic, valoarea curentului ce parcurge sarcina este aproximativ aceeași cu valoarea curentului dacă sarcina ar fi conectată direct la sursă. În acest caz, valoarea curenților din înfășurări va crește de la aproximativ 10 mA la 47 mA. De fapt, egalitatea celor doi curenți este chiar mai accentuată față de cazul precedent, deoarece curentul de magnetizare este același ca și în cazul precedent. De asemenea, tensiunea din secundar a scăzut puțin sub influență sarcini mai mare (curent mai mare), de la aproximativ 10 V la 9.3 V.

Să vedem ce se întâmplă dacă reducem și mai mult rezistența sarcinii, până la valoarea de  $15\text{ }\Omega$ . Curentul sarcinii (în secundar) este acum 130 mA, o creștere substanțială față de cazul precedent, iar curentul primar este aproximativ egal cu acesta. În schimb, tensiunea prin secundar a scăzut foarte mult comparativ cu valoarea tensiunii din secundar (1.95 V în secundar față de 10 V în primar). Motivul acestei diferențe se regăsește în imperfecțiunile transformatorului: cuplajul dintre cele două înfășurări nu este perfect, coeficientul de cuplaj magnetic,  $k$ , fiind 0.999, nu 1. Prin urmare, există o inductanță de scăpare prezentă, ceea ce înseamnă ca o parte a

câmpului magnetic nu se regăsește pe înfășurarea secundară și nu poate „transfera” energie din această cauză:

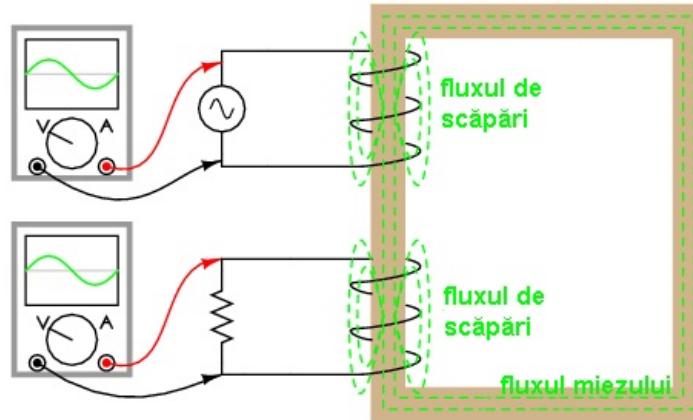


Figure 237: inductanța de scăpări datorită faptului că fluxul magnetic nu este același pe cele două înfășurări

Acest flux de scăpări doar stochează și eliberează energie înapoi în circuitul de alimentare prin intermediul inductanței proprii, comportamentul acestuia fiind al unei impedanțe serie conectate în ambele înfășurări. Căderea de tensiunea finală este redusă datorită existenței unei căderi de tensiune pe această „impedanță serie”. Efectul este cu atât mai pronunțat cu cât curentul sarcinii crește.

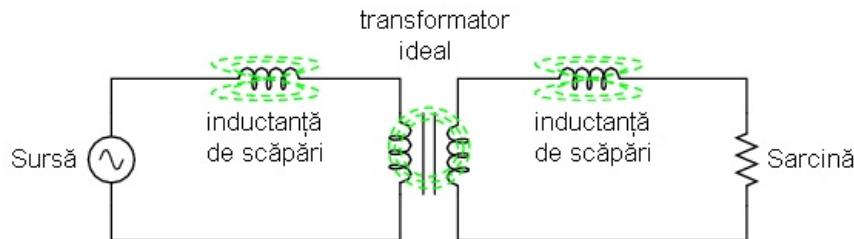


Figure 238: circuit electric echivalent al inductanțelor de scăpări și transformatorul ideal, fără scăpări

Dacă cuplajul magnetic dintre cele două înfășurări ar fi mai „strâns”, de exemplu,  $k=0.99999$  (în loc de 0.999), valorile tensiunii în cele două înfășurări ar fi din nou aproximativ egale (10 V), păstrându-se și egalitatea dintre cei doi curenți.

Din păcate, construirea unui transformator real, cu un astfel de coeficient de cuplaj magnetic, este foarte dificilă. O soluție de compromis constă în folosirea unei inductanțe mai scăzute pentru ambele înfășurări (1 H, în loc de 100 H), deoarece o inductanță mai scăzută duce și la o inductanță de scăpări mai scăzută, oricare ar fi coeficientul de cuplaj magnetic. Rezultatul este o cădere de tensiune pe sarcină mult mai bună, menținând aceeași valoare a curentului și a cuplajului:

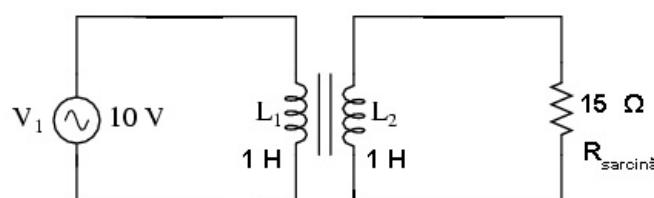


Figure 239: circuit electric simplu cu transformator

Prin simpla utilizare a unei inductanțe mai mici pentru cele două înfășurări, căderea de tensiune pe sarcină este din nou „ideală”, aproximativ 10 V, aceeași valoare cu a sursei de alimentare. Cu siguranță că ne putem întreba, „Dacă tot ceea ce este necesar pentru atingerea unei performanțe ideale în cazul unei sarcini mari, este reducerea inductanței, de ce să ne mai facem griji cu privire la eficiența cuplajului magnetic? Dacă este imposibilă

proiectarea transformatoarelor cu coeficienți de cuplaj perfecti, dar înfășurările cu inductanțe mici sunt ușor de construit, atunci de ce nu am construi transformator cu inductanțe mici și cuplaj scăzut pentru obținerea unei eficiențe ridicate?"

Pentru a răspunde acestei nedumeriri, considerăm un nou circuit, în care sarcina de data aceasta este de  $1\ \Omega$  în loc de  $15\ \Omega$ , toate celalalte valori rămânând egale. Cu inductanțe mai mici pentru înfășurări, tensiunile din primar și secundar sunt aproximativ egale ( $10\ V$ ), dar curenții celor două înfășurări nu sunt egali, cel din primar fiind  $28.35\ mA$ , de aproape trei ori mai mare decât cel din secundar, de doar  $10\ mA$ . De ce se întâmplă acest lucru? Cu o inductanță mult mai mică a înfășurării primare, reactanța inductivă este mult mai mică, și prin urmare, curentul de magnetizare este mult mai mare. O parte importantă a curentului din înfășurarea primară este folosit doar pentru magnetizarea miezului feromagnetic și nu pentru *transferul* de energie spre înfășurarea secundară.

Un transformator ideal, cu înfășurări primare și secundare identice, ar dezvolta aceeleași căderi de tensiune și curenți în ambele înfășurări, indiferent de valoarea sarcinii. Ideal, transformatoarele ar trebui să transfere putere electrică din primar în secundar ca și cum sarcina (secundar) ar fi conectată direct la sursă (primar). Acest lucru se poate realiza doar dacă există un cuplaj magnetic *perfect* între cele două înfășurări. Din moment ce acest lucru nu este imposibil, transformatoarele trebuie proiectate pentru a funcționa între anumite valori ale tensiunii și sarcinii, valori cunoscute dinainte, pentru a oferi maximul de eficiență.

## 9.2 Transformatorul ridicător și coborător de tensiune

Până în acest moment, am luat în considerare doar cazul în care cele două înfășurări ale transformatorului aveau inductanțe identice, ducând la egalitatea tensiunilor și a curenților în cele două înfășurări. Această egalitate între înfășurarea primară și cea secundară nu este însă specifică tuturor transformatoarelor. Dacă inductanțele celor două înfășurări sunt diferite, prin modificarea raportului de spire dintre cele două, și comportamentul transformatorului suferă modificări. Să considerăm circuitul de mai jos:

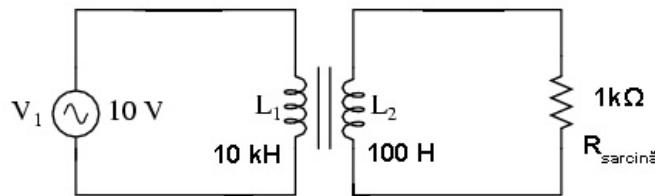


Figure 240: circuit electric simplu cu transformator

În această configurație, tensiunea secundarului este de aproximativ 10 ori mai mică decât tensiunea din primare ( $1\ V$  față de  $10\ V$ ), iar pe de altă parte, curentul din secundar este de aproximativ 10 ori mai mare decât curentul din primar ( $1\ mA$  față de  $0.1\ mA$ ). Ceea ce avem în circuitul de mai sus, este un dispozitiv ce coboară tensiunea de zece ori și crește curentul cu același factor (cotorător de tensiune / ridicător de curent):

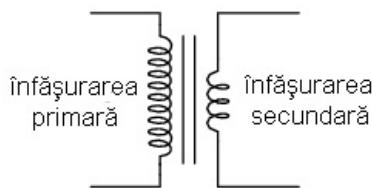


Figure 241: transformator cotorător de tensiune

Acesta este un dispozitiv extrem de folositor. Cu ajutorul acestuia se pot foarte ușor multiplica sau împărți valorile tensiunilor și ale curenților în circuitele de curent continuu. Un transformator ce ridică nivelul tensiunii dinspre primar înspre secundar se numește transformator *ridicător* de tensiune, iar unul care face exact opusul, se numește *cotorător* de tensiune.

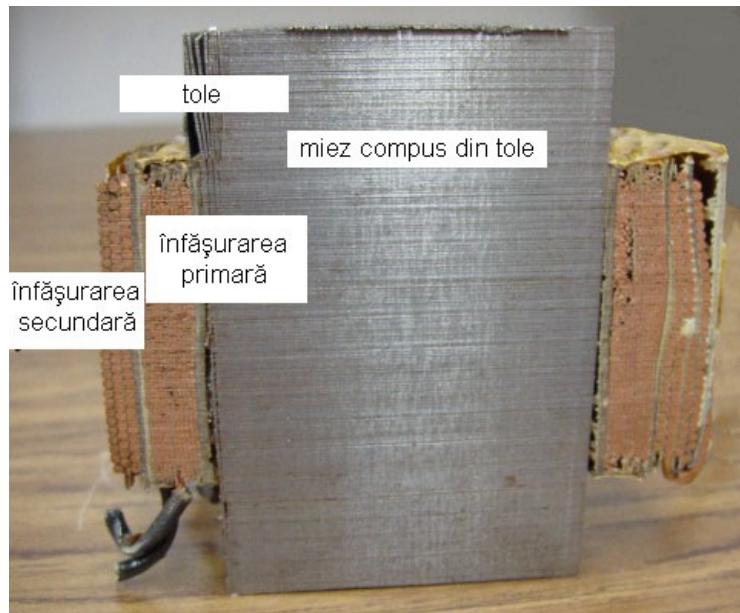


Figure 242: secțiune printr-un transformator coborâtor de tensiune

Transformatorul de mai sus este un transformator coborâtor de tensiune datorită faptului că numărul spirelor din înfășurarea primară este mai mare decât cel din înfășurarea secundară. Prin urmare, acesta transformă tensiunea ridicată și curentul scăzut din primare în tensiune scăzută și curent ridicat în secundar. Secțiunea mult mai mare a conductorului din secundar este necesară datorită creșterii curentului față de înfășurarea primară.

Oricare transformator poate fi alimentat și invers, dinspre secundar spre primar, inversându-se astfel și rolul acestuia: transformatorul coborâtor de tensiune devine ridicător de tensiune, și invers. Totuși, după cum am precizat în secțiunea precedentă, funcționare eficientă a unui transformator se poate realiza doar prin proiectarea acestuia pentru anumite valori ale curentilor și tensiunilor. Prin urmare, dacă am fi să folosim un transformator „invers”, va trebui să respectăm parametrii inițiali pentru tensiune și curent în cazul fiecărei înfășurări, altfel, transformatorul s-ar putea dovedi extrem de inefficient, iar în cazuri extreme, operarea lui necorespunzătoare poate duce la distrugerea acestuia datorită curentilor sau tensiunilor în exces.

În general, transformatoarele sunt astfel construite încât este imposibil de spus care este înfășurarea primară și care cea secundară. O convenție folosită în industrie este notarea cu „H” a înfășurării cu tensiune mai înaltă (primarul, într-un transformator coborâtor; secundarul, într-un transformator ridicător) și cu „X” a înfășurării cu tensiune mai joasă. Prin urmare, un transformator simplu ar trebui să aibă notațiile „H<sub>1</sub>”, „H<sub>2</sub>”, „X<sub>1</sub>” și „X<sub>2</sub>”.

Faptul că tensiunea și curentul sunt „transformate” în direcții opuse nu ar trebui să ne mire. Puterea este egală cu produsul dintre tensiune și curent, iar transformatoarele nu pot produce putere, ci o pot doar converti.

Dacă ne uităm mai atent la rezultatele obținute cu circuitul de mai sus, putem vedea o legătură între *raportul de transformare* al transformatorului și cele două inductanțe. Se observă că bobina primară are o inductanță de 100 de ori mai mare decât cea secundară, iar raportul de transformare al tensiunii a fost de 10 la 1. Înfășurarea cu o inductanță mai mare va avea o tensiune mai mare și un curent mai mic decât cealaltă. Din moment ce ambele bobine sunt înfășurate în jurul aceluiași material (pentru un cuplaj magnetic cât mai eficient între ele), singurul parametru care nu este comun ambelor înfășurări este numărul spirelor din fiecare înfășurare în parte. Din formula inductanței (?!), putem observa că aceasta este direct proporțională cu pătratul spirelor înfășurării:

$$L = \frac{N^2 \mu A}{l} \quad \text{unde,}$$

L = inductanță înfășurării (H)

N = numărul spirelor din înfășurare (1, fir drept)

$\mu$  = permeabilitatea absolută a miezului magnetic

A = aria înfășurării ( $m^2$ )

l = lungimea înfășurării (m)

Figure 243: formula de calcul a inductanței înfășurării unei bobine

Asfel, putem deduce că cele două înfășurări din exemplul de mai sus, cu un raport al inductanțelor de 100:1, ar trebui să aibă un raport al înfășurărilor de 10:1 ( $10^2 = 100$ ). Aceasta este exact raportul descoperit între valorile tensiunilor și ale curentilor primare și secundare (10:1). Putem spune prin urmare, că raportul de transformare al unui transformator

este egal cu raportul dintre numărul spirelor înfășurărilor primare și secundare

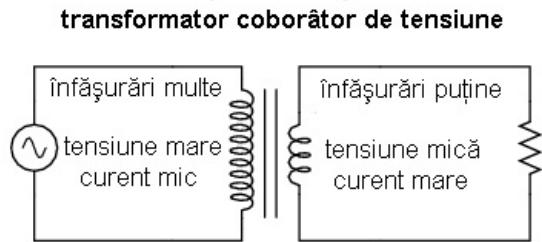


Figure 244: transformator coperțător de tensiune; principiul de transformare al curenților și al tensiunilor

#### raportul de transformare al transformatorului

$$k = \frac{N_2}{N_1} \quad \text{unde,}$$

$N_2$  = numărul spirelor înfășurării secundare

$N_1$  = numărul spirelor înfășurării primare

$k > 1 (N_2 > N_1)$  - transformator ridicător de tensiune

$k < 1 (N_2 < N_1)$  - transformator coperțător de tensiune

$k = 1 (N_2 = N_1)$  - separator electric

Figure 245: formula matematică de calcul al raportului de transformare al transformatorului electric

### 9.3 Tipuri de înfășurări

Nu este neapărat necesar ca transformatoarele să fie realizate din doar două seturi de înfășurări. Să considerăm următorul circuit:

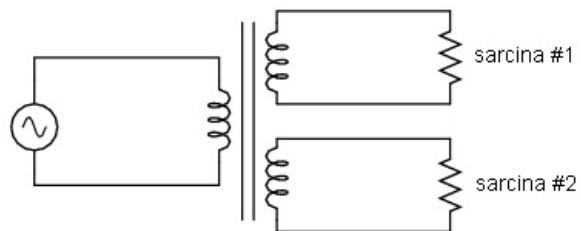


Figure 246: transformator cu înfășurări secundare multiple

În acest caz, toate înfășurările împart același miez feromagnetic, fiind cuplate magnetic între ele. Relația dintre numărul spirelor înfășurărilor și raportul de transformare al tensiunilor considerat la transformatoarele cu două înfășurări, este valabilă și în acest caz, unde există înfășurări multiple. Este posibilă proiectarea unui transformator precum cel din figura de mai sus (o înfășurare primară și două înfășurări secundare) în care, o înfășurare secundară să fie ridicătoare de tensiune iar cealaltă coperțătoare. Toate circuitele sunt separate electric în acest caz.

Dacă în schimb, nu avem neapărată nevoie de o separare electrică a circuitelor, un efect similar poate fi obținut și prin utilizarea prizelor în diferite puncte ale înfășurării secundare, astfel:

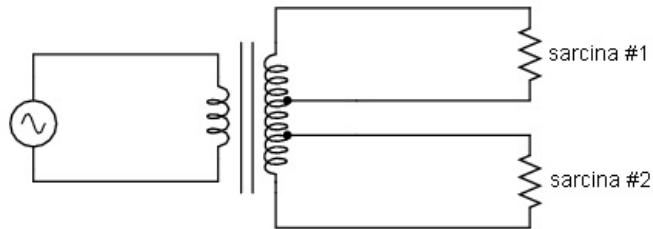


Figure 247: transformator cu înfăşurări secundare multiple folosind prize

O priză nu este altceva decât o conexiune făcută într-un anumit punct de pe secundarul transformatorului. Ralatia dintre numărul de spire al înfăşurării și tensiunea obținută în secundar este valabilă și în acest caz, pentru toate prizele transformatorului. Acest lucru poate fi exploarat pentru obținerea unui domeniu mult mai lar de raporturi de transformare:

prize; utilizarea comutatoarelor pentru alegerea raportului de

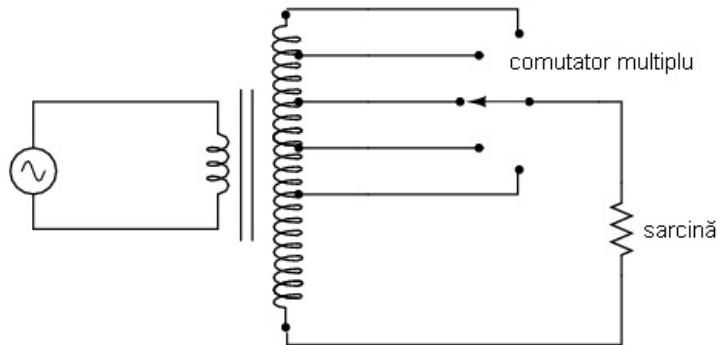
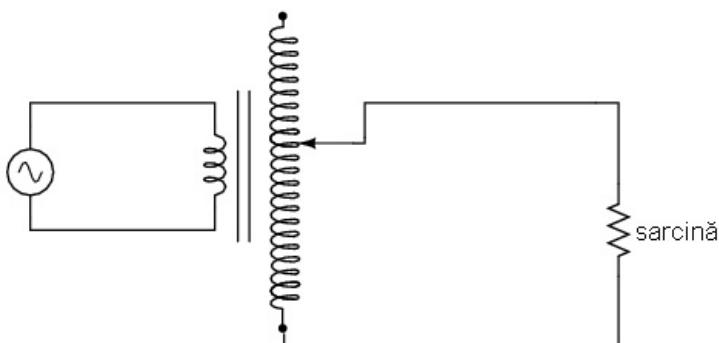


Figure 248: transformare

Trecând mai departe, putem construi un „transformator variabil”, caz în care vom avea un contact variabil ce se deplasează pe înfăşurarea secundară expusă a transformatorului, fiind posibilă conectarea acestuia în oricare punct (priză variabilă).

se deplasează pe înfăşurarea secundară expusă a transformatorului

#### **transformator variabil**



Utilizarea acestor contacte variabile nu este practică în proiectarea transformatoarelor industriale de putere mare, dar sunt totuși folosite pentru ajutarea tensiunilor. În sistemele de putere, aceste ajustări de tensiune trebuie făcute periodic pentru a veni în întâmpinarea variației sarcinilor de-a lungul timpului. În mod normal, aceste tipuri de transformator nu sunt proiectate pentru a opera sub curenti sa sarcină, prin urmare, „reglarea” lor se realizează doar atunci când transformatorul nu este alimentat.

#### 1. Autotransformatorul

Dacă neglijăm în totalitate separarea electrică dintre înfăşurări, putem construi un transformator folosind doar o singură înfăşurare; dispozitivul astfel creat poartă numele de *autotransformator*:

**autotransformator**

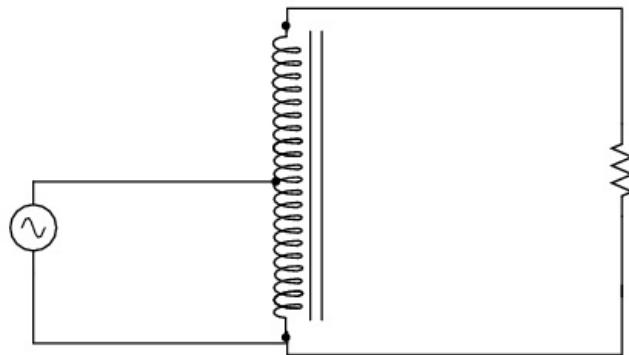


Figure 249: autotransformator ridicător de tensiune

Configurația de mai sus este un autotransformator ridicător de tensiune. Un autotransformator coborâtor de tensiune arată astfel:

**autotransformator**

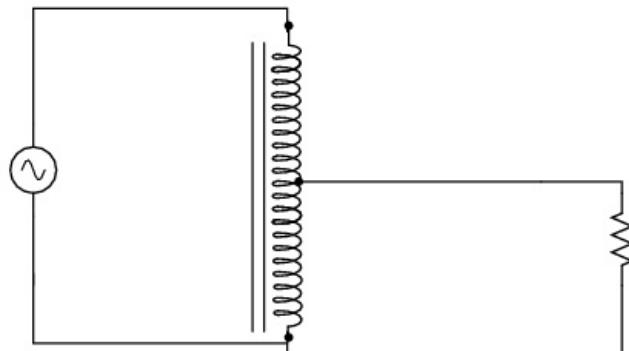
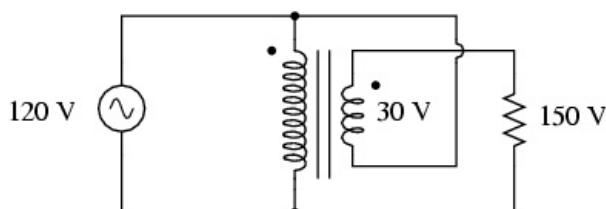


Figure 250: autotransformator coborâtor de tensiune

Autotransformatoarele sunt folosite în principal în aplicațiile unde este nevoie de o mică reducere sau amplificare a tensiunii pe sarcină. Ca și alternativă, se poate folosi un transformator normal construit special pentru aplicația în cauză, sau se poate folosi un autotransformator coborâtor de tensiune cu înfășurarea secundară conectată în serie, fie pentru amplificarea tensiunii sau pentru reducerea ei (anti-serie).

înfășurarea secundară conectată în serie pentru amplificarea tensiunii  
**amplificarea tensiunii**



coborâtor de tensiune cu înfășurarea secundară conectată în serie pentru

**reducerea tensiunii**

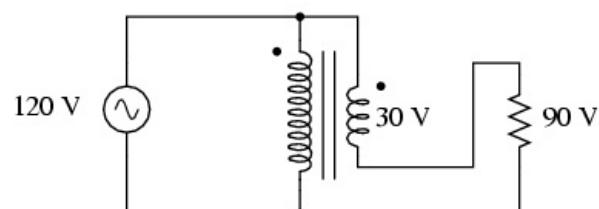


Figure 251: reducerea tensiunii

Principalul avantaj al unui autotransformator precum cel de mai sus, este folosirea unei singure înfășurări pentru realizarea amplificării sau reducerii tensiunii, fiind mult mai ușor de construit și mai ieftin decât un transformator normal.

Ca și în cazul transformatoarelor normale, se pot realiza prize și pe înfășurările autotransformatoarelor pentru obținerea variației raporturilor de transformare. Mai mult decât atât, acestea pot fi realizate cu un contact variabil, caz în care transformatoarele poartă numele de *Variac*:

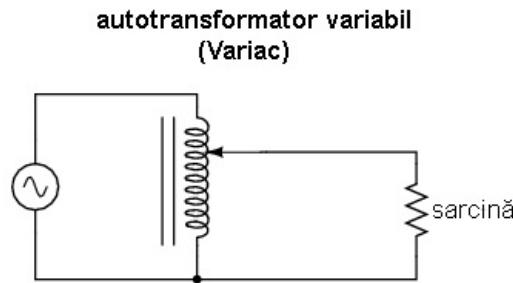


Figure 252: Variac - autotransformator variabil

## 10 Circuite polifazate

### 10.1 Sisteme de alimentare monofazate



Figure 253: schema electrică a unui circuit monofazat simplu; sarcini conectat în paralel

Schema electrică de sus este a unui circuit electric simplu, monofazat, în curent alternativ. Dacă puterea disipată pe sarcini este suficient de mare, putem denumi-o astfel de configurație „circuit de putere”. Distanția dintre un circuit de putere și un circuit normal poate părea întâmplătoare, dar implicațiile practice sunt importante.

Una dintre implicații este costul și mărimea conductorilor necesari pentru alimentarea sarcinilor de la sursă. În mod normal, nu ne interesează astfel de probleme dacă analizăm un circuit doar pentru a învăța despre electricitate. Totuși, în viața reală, acest lucru este de o importanță deosebită. Dacă, în circuitul de mai sus, considerăm sursa de tensiune ca fiind de 120 V, iar puterile disipate pe sarcini de 10 kW fiecare, putem determina tipul conductorilor de care avem nevoie.

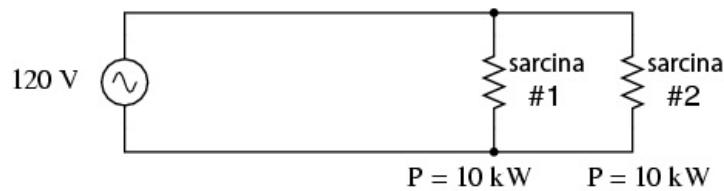


Figure 254: schema electrică a unui circuit monofazat simplu; sarcini conectat în paralel

$$I = \frac{P}{E}$$

$$I = \frac{10 \text{ kW}}{120 \text{ V}}$$

$$I = 83.33 \text{ A} \quad (\text{pentru fiecare rezistor de sarcină})$$

$$I_{\text{total}} = I_{\text{load}\#1} + I_{\text{load}\#2}$$

$$P_{\text{total}} = (10 \text{ kW}) + (10 \text{ kW})$$

$$I_{\text{total}} = (83.33 \text{ A}) + (83.33 \text{ A})$$

$$P_{\text{total}} = 20 \text{ kW}$$

$$I_{\text{total}} = 166.67 \text{ A}$$

Figure 255: calcule matematice

Putem vedea că valoarea curentului prin circuit este foarte mare în acest caz, 88.33 A pentru fiecare rezistor, adică 166.66 A pentru curentul total din circuit. Conductorii de cupru folosiți pentru astfel de aplicații ar ajunge undeva la 6 mm în diametru, cu o greutate de aproximativ 50 kg la 100 m, iar cuprul nu este nici el un material ieftin. În cazul în care ar fi să proiectăm un astfel de sistem de putere, cea mai bună strategie ar fi să căutăm soluții pentru minimizarea acestor tipuri de costuri.

O soluție ar fi creșterea tensiunii sursei de alimentare folosind sarcini ce disipă aceeași cantitate de putere, 10 kW, pentru această tensiune. Sarcinile ar trebui să aibă valori mai mari ale rezistențelor dacă vrem să disipe aceeași putere la o tensiune mai mare. Avantajul constă în diminuarea curentului necesar, și prin urmare, folosirea unor conductori de dimensiuni mai mici, mai ușori și mai ieftini:

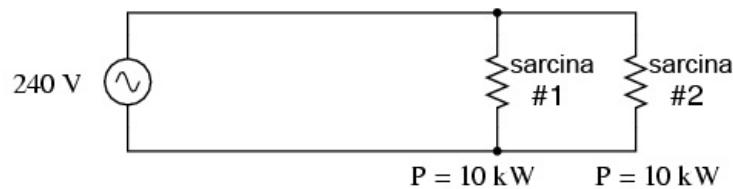


Figure 256: schema electrică a unui circuit monofazat simplu; sarcini conectat în paralel

$$I = \frac{P}{E}$$

$$I = \frac{10 \text{ kW}}{240 \text{ V}}$$

$$I = 41.67 \text{ A} \quad (\text{pentru fiecare rezistor de sarcină})$$

$$I_{\text{total}} = I_{\text{load}\#1} + I_{\text{load}\#2}$$

$$P_{\text{total}} = (10 \text{ kW}) + (10 \text{ kW})$$

$$I_{\text{total}} = (41.67 \text{ A}) + (41.67 \text{ A})$$

$$P_{\text{total}} = 20 \text{ kW}$$

$$I_{\text{total}} = 83.33 \text{ A}$$

Figure 257: calcule matematice

De data aceasta, curentul total este 83.33 A, jumătate față de valoarea precedentă. Putem utiliza conductori a căror greutate este jumătate din valoarea precedentă. Aceasta este o reducere considerabilă a costurilor sistemului, fără niciun efect negativ asupra performanțelor. Aceasta este și motivul pentru care sistemele de distribuție sunt proiectate pentru transmiterea puterilor la tensiuni foarte înalte: pentru a profita de avantajul oferit de utilizarea conductorilor cu diametru mai mic, mai ușori și mai ieftini.

Totuși, această soluție prezintă și dezavantaje. O altă problemă ce trebuie luată în considerare în cadrul circuitelor de

putere, este pericolul electrocutării datorat tensiunilor înalte. Din nou, acesta nu este neapărat un subiect luat în considerare atunci când învățăm despre legile electricității, dar este o problemă reală în proiectarea sistemelor electrice, mai ales atunci când puterile sunt foarte mari. Deși am câștigat în eficiență prin ridicarea tensiunii sistemului, acest lucru duce pe de altă parte la mărirea pericolului electrocutării. Companiile de distribuție a curentului electric au rezolvat această problemă prin instalarea liniilor de putere pe stâlpi de „înaltă tensiune” și izolarea lor față de conductori prin dielectrici confectionați din porțelan.

Dar această tensiune ridicată nu poate fi păstrată la aceleași valori atunci când ajunge la consumatori, evident, din motive de siguranță. Sistemele de putere din Europa folosesc această tensiune mai înaltă, de 240 V, riscul crescut de electrocutare al utilizatorilor fiind compensat de eficiență mărită a unui astfel de sistem. În America de Nord, tensiune de alimentare este jumătate, și anume 120 V, scăderea eficienței în acest caz fiind compensată de creșterea siguranței utilizatorilor.

O soluție alternativă ar fi utilizarea unei surse de tensiune mai înaltă pentru alimentarea celor două sarcini în serie, cădere de tensiune pe fiecare sarcină fiind astfel jumătate din tensiunea de alimentare. Această soluție combină eficiența unui sistem de tensiune înaltă cu siguranța oferită de un sistem de tensiune joasă.

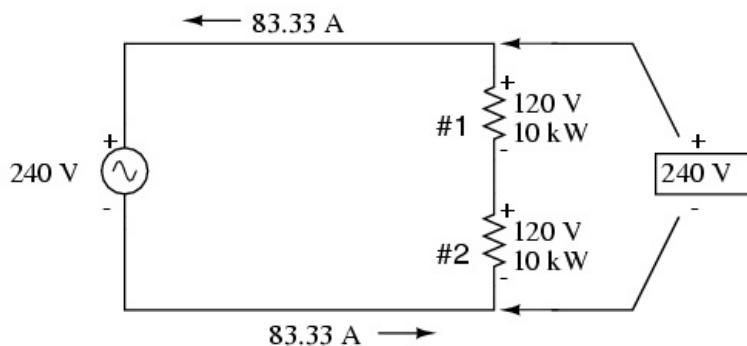
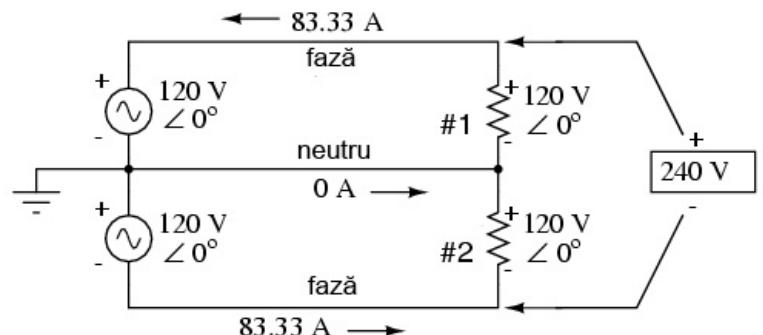


Figure 258: schema electrică a unui circuit monofazat simplu; sarcinile sunt conectate în serie

Puteți observa pe desen și polaritățile („+” și „-“) pentru fiecare tensiune, precum și direcția curentului prin circuit. Chiar dacă este un circuit alternativ, vom utiliza aceste notații pentru a avea un sistem de referință pentru fazele tensiunilor și a curenților, sistem ce se va dovedi folosit în capitolele următoare.

Curențul pe fiecare sarcină este același ca în cazul circuitului alimentat de la 120 V, dar aceștia nu se însumează, deoarece sunt în serie, nu în paralel. Cădere de tensiune pe fiecare sarcină este de doar 120 V, nu 240, așadar nivelul de siguranță a crescut. Diferența de potențial între cei doi conductori ai sistemului de alimentare este tot de 240 V, dar fiecare sarcină este alimentată la o tensiune mult mai mică. În cazul apariției electrocutării, este foarte probabil ca persoana în cauză să intre în contact cu sarcina, sau conductorii acesteia, și nu cu firele de 240 V.

Există însă un dezavantaj al acestui tip de circuit: în cazul defectării uneia dintre sarcinii, dacă aceasta este închisă sau scoasă din circuit, vom avea practic un circuit deschis, curențul scăzând la zero și întreaga cădere de tensiune se va regăsi pe această sarcină „defectă”. Din acest motiv, trebuie să modificăm puțin circuitul:



sunt conectate în serie; adăugarea unui conductor neutru

$$E_{\text{total}} = (120 \text{ V} \angle 0^\circ) + (120 \text{ V} \angle 0^\circ)$$

$$E_{\text{total}} = 240 \text{ V} \angle 0^\circ$$

$$I = \frac{P}{E}$$

$$P_{\text{total}} = (10 \text{ kW}) + (10 \text{ kW})$$

$$I = \frac{10 \text{ kW}}{120 \text{ V}}$$

$$P_{\text{total}} = 20 \text{ kW}$$

$$I = 83.33 \text{ A} \quad (\text{pentru fiecare sarcină})$$

Figure 259: calcule matematice

În locul unei singure surse de tensiune de 240 V, folosim două surse de 120 V, conectate în serie și în fază una cu celalaltă, pentru producerea unei tensiuni de 240 V, și utilizăm un conductor suplimentar conectat între cele două sarcini și cele două surse, pentru a prelua curentul în cazul deschiderii uneia dintre sarcini. Dacă suntem atenți, observăm că firul neutru trebuie să conducă doar diferența de curent dintre cele două sarcini. În cazul de mai sus, când sarcinile sunt echilibrate (egale), puterea consumată de acestea este egală, astfel că neutrul nu conduce curent.

Neutrul este conectat la împământare, fiind o practică des întâlnită în proiectarea sistemelor de putere cu fir neutrul. Această împământare asigură o diferență de potențial cât mai mică, în fiecare clipă, între fază și pământ.

O componentă importantă a unui astfel de sistem o reprezintă sursele de tensiune duale în curent alternativ. Din fericire, construcția unui astfel de sistem nu este dificilă. Din moment ce majoritatea sistemelor de curent alternativ sunt alimentate de un transformator coborâtor de tensiune, acel transformator poate fi construit cu o priză mediană pe înfășurarea secundară:

înfășurarea secundară pentru alimentarea unui sistem de alimentare în

transformator coborâtor de tensiune  
cu priză mediană pe înfășurarea secundară

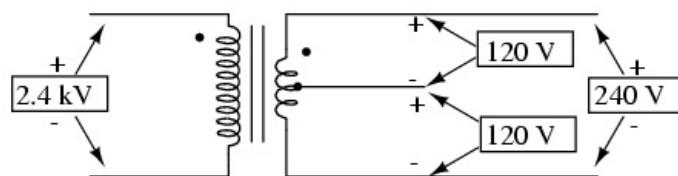


Figure 260: curent continuu dual

Notarea polarităților („+” și „-“) devine în acest moment importantă. Aceasta este folosită ca și sistem de referință al fazelor în circuitele de curent alternativ cu surse de alimentare multiple. Cele două surse de mai sus, conectate în serie, pot fi la fel de bine reprezentate folosind notația polară: conectate în anti-serie și defazaj de  $180^\circ$  între ele. Cele două moduri de reprezentare sunt echivalente.

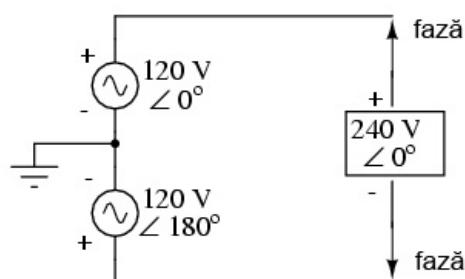


Figure 261: reprezentarea alternativă a conexiunilor surselor de alimentare, folosind notația polară

Cădereea de tensiune între cele două faze poate fi calculată astfel:

<i>Polar</i>	<i>Rectangular</i>
$120 \angle 0^\circ$	$120 + j0 \text{ V}$
$-120 \angle 180^\circ$	$-(-120 + j0) \text{ V}$
$\underline{240 \angle 0^\circ}$	$\underline{240 + j0 \text{ V}}$

Figure 262: calcule matematice

Dacă marcăm conexiunea comună a celor două surse (firul neutru) cu aceeași polaritate (-), atunci va trebui să exprimăm diferența de fază a celor două ca fiind  $180^\circ$ . În caz contrar, am avea două surse de tensiune acționând în direcții opuse, ceea ce ar duce la o diferență de  $0^\circ$  între cele două faze.

În general, un astfel de sistem de alimentare este denumit *monofazat*, datorită faptului că ambele forme de undă sunt în fază. De asemenea, toate circuitele electrice studiate până în acest moment au fost monofazate.

## 10.2 Sisteme de alimentare trifazate

Folosind modul „straniu” de însumare a vectorilor și a numerelor complexe atunci când tensiunile alternative sunt defazate între ele, putem construi sisteme de putere cu o eficiență crescută și risc scăzut de electrocutare.

Să presupunem că avem două surse de curent continuu conectate în serie, la fel ca în secțiunea precedentă, cu diferența că fiecare sursă este defazată cu  $120^\circ$  față de celalaltă

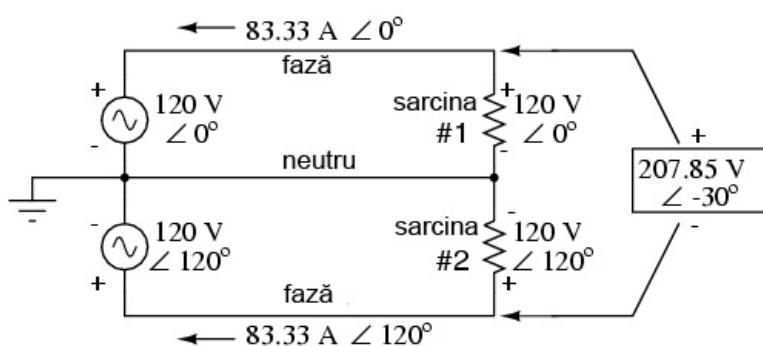


Figure 263: sistem de alimentare folosind două surse de tensiune de  $120 \text{ V}$  defazate între ele cu un unghi de  $120^\circ$  de grade

Din moment ce fiecare sursă de tensiune are  $120 \text{ V}$ , și fiecare rezistor este conectat direct în paralel cu sursa respectivă, cădereea de tensiune pe fiecare sarcină trebuie să fie de asemenea de  $120 \text{ V}$ . Curentii prin sarcină fiind  $83.33 \text{ A}$ , aceastea vor disipa tot  $10 \text{ kW}$  de putere. Totuși, tensiunea dintre cele două faze nu mai este  $240 \text{ V}$  ca în cazul precedent, deoarece diferența de fază între cele două tensiuni este  $120^\circ$ , nu  $180^\circ$  (sau  $0^\circ$ ).

$$E_{\text{total}} = (120 \text{ V} \angle 0^\circ) - (120 \text{ V} \angle 120^\circ)$$

$$E_{\text{total}} = 207.85 \text{ V} \angle -30^\circ$$

Figure 264: calcule matematice

Putem spune că tensiunea nominală dintre cele două fază este de  $208 \text{ V}$ , iar notația sistemului este  $120/208$ .

Dacă acum calculăm și curentul prin neutru, folosind legea lui Kirchhoff pentru curent, vom vedea că acesta nu este zero, chiar și în cazul sarcinilor echilibrate (egale între ele).

defazate între ele cu un unghi de  $120^\circ$  de grade; calcului curentului prin

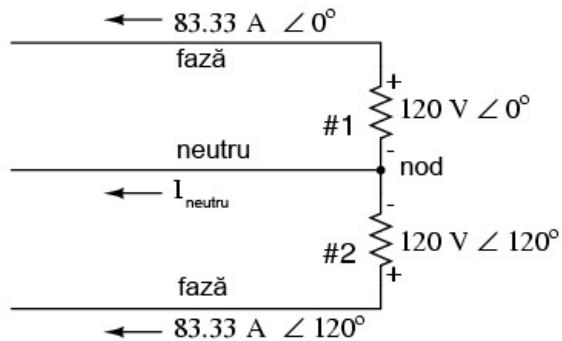


Figure 265: neutru

$$-I_{\text{sarcină}1} - I_{\text{sarcină}2} - I_{\text{neutral}} = 0$$

$$-I_{\text{neutru}} = I_{\text{sarcină}1} + I_{\text{sarcină}2}$$

$$I_{\text{neutru}} = -I_{\text{sarcină}1} - I_{\text{sarcină}2}$$

$$I_{\text{neutru}} = -(83.33 \text{ A} \angle 0^\circ) - (83.33 \text{ A} \angle 120^\circ)$$

$$I_{\text{neutru}} = 83.33 \text{ A} \angle 240^\circ \text{ sau } 83.33 \text{ A} \angle -120^\circ$$

Figure 266: calcule matematice

Prin urmare, firul neutru conduce același curent de 83.33 A, ca și celelalte fire.

Și în acest caz, puterea totală furnizată în sistem este de 20 kW, iar fiecare fază conduce tot 83.33 A, prin urmare n-am reușit o reducere a costurilor prin utilizarea unor conductori cu diametru mai mic. Totuși, siguranța sistemului este mai mare în acest caz, doarece căderea de tensiune între cele două faze este mai mică cu 32 V față de cazul precedent (208 V în loc de 240 V).

Putem profita de faptul că neutrul conduce un curent de 83.33 A: din moment ce oricum conduce curent, de ce să nu folosim acest al treilea fir pe post de fază, conectând o altă sarcină în serie cu o sursă de 120 V, defazată cu 240° față de tensiunea de referință? În acest fel, putem transmite mai multă putere (10 kW în plus), fără a fi nevoie de adăugarea unor conductori în plus.

defazate între ele cu un unghi de 120 de grade; folosirea neutrului pe

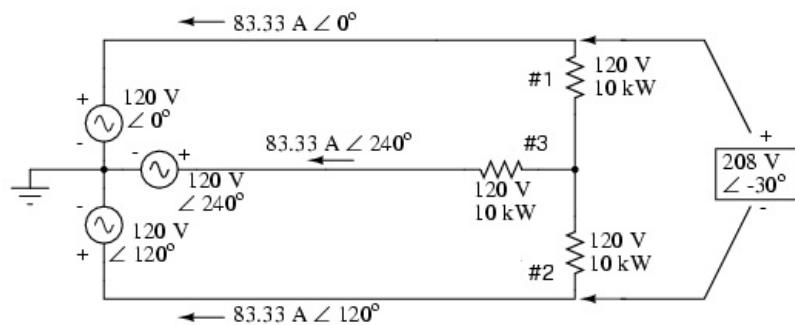


Figure 267: post de fază

O analiză matematică completă a tuturor curenților și tensiunilor din circuit ar necesita utilizarea unei teoreme de rețea, cea mai ușoară fiind teorema superpoziției. Căderea de tensiune pe fiecare sarcină este de 120 V, iar căderea de tensiune între oricare două fază este de aproximativ 208 V. Curenții prin conductori sunt egali între ei, și anume 83.33 A. La aceste valori, fiecare sarcină va disipa o putere de 10 kW. Putem observa că acest circuit nu are un conductor neutru pentru asigurarea unei tensiuni stable în cazul în care unul dintre ei este deconectat (sistem dezechilibrat), situația fiind similară cu cea întâlnită în secțiunea precedentă.

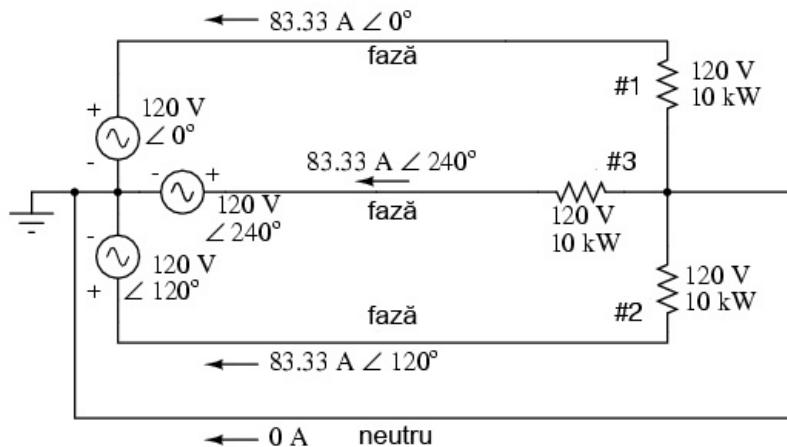


Figure 268: sistem de alimentare trifazat; adăugarea conductorului neutru

Atât timp cât sistemul este echilibrat (rezistențe egale, curenți egali), conductorul neutru nu va conduce niciun curent. Acesta este folosit însă pentru cazurile în care una dintre sarcini este înălăturată din circuit (defect, oprire, etc.).

Acest circuit analizat mai sus, folosind trei surse de alimentare, poartă numele de *circuit polifazat*, mai exact, este un *circuit trifazat* (trei surse de alimentare), folosit în sistemele de distribuție a energiei electrice.

### 1. Avantajele unui sistem de alimentare trifazat

Să analizăm unele dintre avantajele unui astfel de circuit trifazat față de un circuit monofazat de putere echivalentă. Un sistem monofazat (o singură sursă de alimentare, sau mai multe surse, dar în fază) cu trei sarcini conectate în paralel ar produce un curent total foarte mare ( $3 * 83.33 \text{ A}$ , sau  $250 \text{ A}$ ).

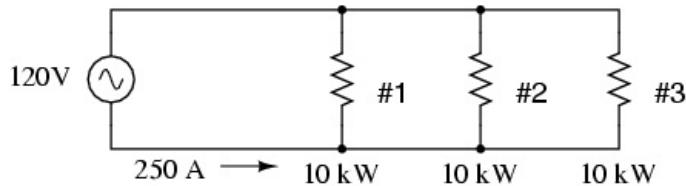


Figure 269: sistem de alimentare monofazat cu trei sarcini conectate în paralel

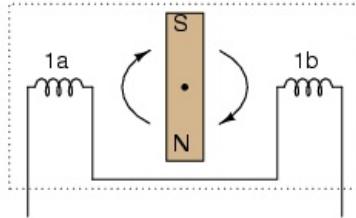
Acest lucru ar necesita conductori cu secțiune foarte mare, cu o greutate de aproximativ optzeci de kilograme la o sută de metri. Dacă distanța dintre sursă și sarcină ar depăși cu puțin un kilometru, am avea nevoie de aproximativ o tonă de cupru pentru realizarea acestui circuit!

Folosind în schimb un sistem trifazat, costurile cu conductorii se reduc considerabil, și în plus, crește și siguranța la electrocutare a sistemului (208 V față de 240 V).

Mai rămână însă o singură întrebare: cum putem obține trei surse de curent alternativ defazate cu exact  $120^\circ$  între ele? Evident, nu putem folosi transformator cu prize pe înfășurarea secundară, pentru că am obține forme de undă ale tensiunii fie în fază, fie defazate cu  $180^\circ$  între ele. Am putea folosi condensatoare și bobine pentru a crea un defazaj de  $120^\circ$ , dar atunci, aceste defazaje ar depinde și de unghiurile de fază ale sarcinilor, în cazul în care în loc de sarcină rezistivă avem o sarcină capacitive sau inductive.

Cea mai bună metodă de obținere a defazajelor dorite este chiar generarea lor directă, folosind generatoare de curent alternativ construite pentru exact acest scop: câmpul magnetic rotitor trece pe lângă trei seturi de înfășurări, fiecare la o distanță de  $120^\circ$  una față de cealaltă în jurul circumferinței generatorului.

generator monofazat (a)



generator trifazat (b)

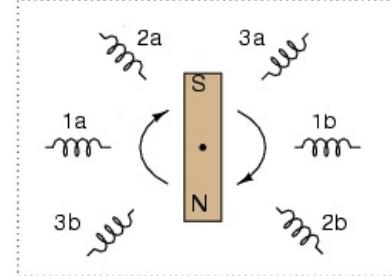


Figure 270: principiul de proiectare al generatoarelor monofazate și trifazate

Împreună, cele șase înfășurări ale generatorului trifazat sunt conectate astfel încât să formeze trei perechi de înfășurări (1a cu 1b, 2a cu 2b, 3a cu 3b), fiecare pereche producând o tensiune alternativă defazată cu  $120^\circ$  față de oricare dintre celelalte două perechi/tensiuni. Conexiunile fizice existente pentru fiecare pereche de înfășurări au fost omise pentru simplitate. Acestea se pot vedea însă în cazul generatorului monofazat.

În circuitul considerat, cele trei surse de alimentare au fost conectate în configurație stea, sau „Y”, fiecare sursă având o parte conectată la punctul comun (conductorul neutru). Descrierea unei astfel de circuit se face astfel:

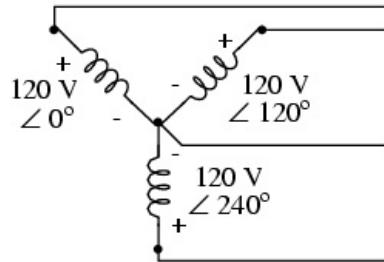


Figure 271: sistem de alimentare trifazat în configurație stea (Y); schema de reprezentare

Aceasta însă nu este singura schma de conectare posibilă.

### 10.3 Secvența fazelor

Să considerăm din nou generatorul trifazat de curent alternativ din cazul precedent și să analizăm rotația magnetilor și efectele acestiei:

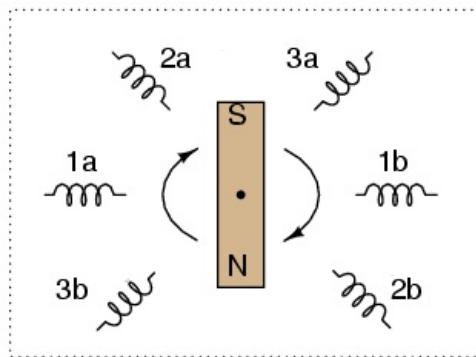


Figure 272: generatorul de curent alternativ trifazat

Unghiul de fază de  $120^\circ$  dintre cele trei tensiuni se datorează poziționării celor trei seturi de înfășurări la un unghi de  $120^\circ$  între ele. Dacă rotația magnetului se realizează în sensul acelor de ceasornic, înfășurarea 3 va genera tensiunea instantanea maximă după o rotație de exact  $120^\circ$  a înfășurării 2, a cărei tensiune instantanea va atinge pragul maxim la exact  $120^\circ$  după înfășurarea 1. Modul de poziționare al înfășurărilor va decide valoarea defazajului dintre formele de undă generate. Dacă luăm înfășurarea 1 ca și înfășurare de referință ( $0^\circ$ ), atunci înfășurarea doi va avea un defazaj de  $-120^\circ$  ( $120^\circ$  în urmă, sau  $240^\circ$  înainte), iar înfășurarea 3 un unghi de  $-240^\circ$  ( $240^\circ$  în urmă, sau  $120^\circ$  înainte).

Secvența fazelor are o ordine bine stabilită. Pentru rotația în sensul acelor de ceasornic, ordinea este 1-2-3. Această ordine se repetă atât timp cât generatorul își continuă rotația (1-2-3-1-2-3-etc.).

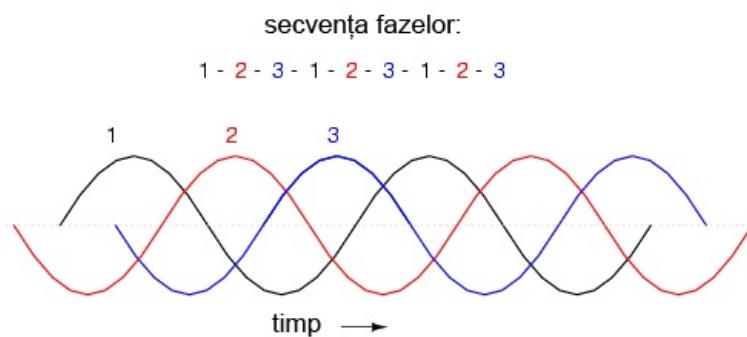


Figure 273: generatorul de curent alternativ trifazat; secvența fazelor - sensul acelor de ceasornic

Dacă inversăm sensul de rotație al generatorului, în sensul invers acelor de ceasornic, sau sensul trigonometric, magnetul va trece pe lângă perechile de poli în secvență inversă. În loc de 1-2-3, vom avea 3-2-1. Forma de undă celei de a două înfășurări va fi defazată înaintea primei cu  $120^\circ$  iar a treia înaintea celei de a două cu  $120^\circ$ .

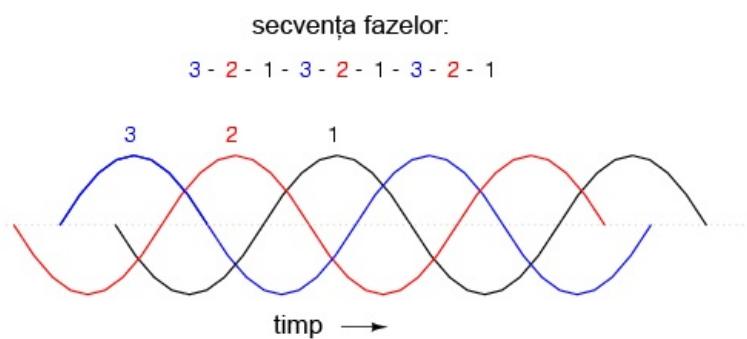


Figure 274: generatorul de curent alternativ trifazat; secvența fazelor - sens trigonometric

Ordinea secvențelor formelor de undă într-un sistem polifazat se numește *secvența fazelor*. Dacă folosim un sistem polifazat pentru alimentarea sarcinilor pur rezistive, rotația fazelor nu are nicio importanță. Fie că vorbim de 1-2-3 sau 3-2-1, curenti și tensiunilor vor avea tot aceeași valoare. Există însă aplicații ale sistemelor trifazate, în care, secvența fazelor este importantă. Din moment ce voltmetrele și ampermetrele nu pot măsură această secvență, avem nevoie de un alt tip de instrument pentru această sarcină.

#### 1. Detectarea secvenței fazelor într-un circuit trifazat

Un circuit ingenios pentru această aplicație, utilizează un condensator pentru introducerea unui defazaj între tensiune și curent, ce sunt mai apoi folosite pentru detectarea secvenței prin comparație dintre intensitatea luminoasă a două lămpii.

corpuri de iluminat pentru detectarea secvenței fazelor unui sistem de

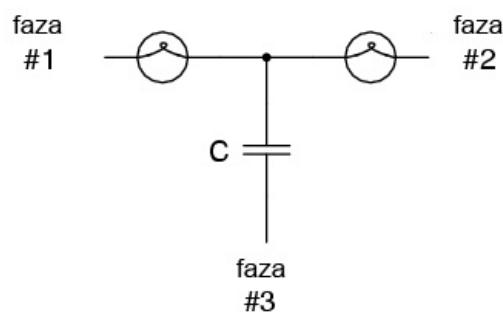


Figure 275: alimentare trifazat

Cele două lămpi au aceeași valoare a rezistenței. Condensatorul este ales astfel încât valoarea reactanței la

frecvența sistemului să fie egală cu rezistența unei lămpi. Dacă ar să înlocuim condensatorul cu un rezistor de o valoare egală cu ea a rezistenței lămpii, intensitatea luminoasă a celor două lămpi ar fi egală, circuitul fiind echilibrat. Totuși, condensatorul introduce un defazaj între tensiune și curent de  $90^\circ$  în faza #3. Acest defazaj, mai mare de  $0^\circ$ , dar mai mic de  $120^\circ$ , „strică” valorile curenților și ale tensiunilor celor două lămpi relativ la unghiul lor de fază față de faza 3. Să considerăm circuitul:

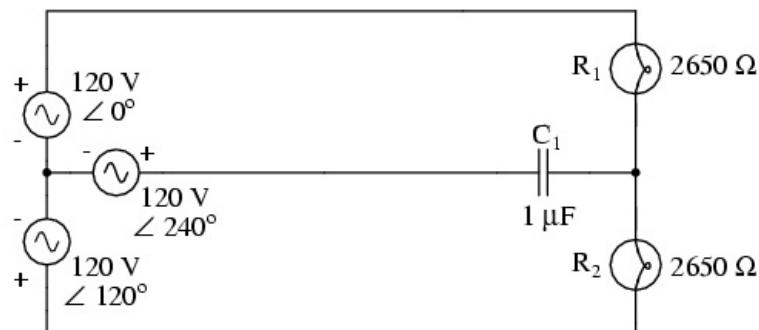


Figure 276: circuit electric trifazat - determinarea secvenței fazelor

Diferența de fază rezultată prin introducerea condensatorului în circuit duce la scăderea tensiunii din faza 1 la 48 V, și la creșterea tensiunii din faza 2 la 180 V. Acest lucru înseamnă că intensitatea luminoasă a celei de a două lămpi va fi mult mai mare, lucru ce poate fi observat lesne cu ochiul liber. Dacă inversăm secvența fazelor (3-2-1), rezultatul este exact invers.

## 2. Inversarea secvenței fazelor

Am văzut că putem inversa secvența fazelor prin schimbarea sensului de rotație al generatorului. Totuși, această modificare de rotație nu se poate realiza de către consumator, atunci când tensiune de alimentare din rețea provine de la un furnizor național de electricitate și nu de la propriile sale generatoare. O inversare mult mai ușoară a secvențelor se realizează prin inversarea oricărora două faze între ele.

Putem observa mai bine acest lucru, dacă ne uităm la o secvență mai lungă a fazelor unei surse trifazate:

**secvență 1-2-3 : 1-2-3-1-2-3-1-2-3-1-2-3-1-2-3 . . .**

**secvență 3-2-1 : 3-2-1-3-2-1-3-2-1-3-2-1 . . .**

Secvența 1-2-3 poate la fel de bine să fie notată prin 2-3-1 sau 3-1-2. Asemănător, secvența inversă, 3-2-1, o putem nota cu 2-1-3 sau 1-3-2.

Luând ca și secvența inițială combinația 3-2-1, putem încerca toate combinațiile posibile de inversare a oricărora două faze și să vedem secvența rezultată.

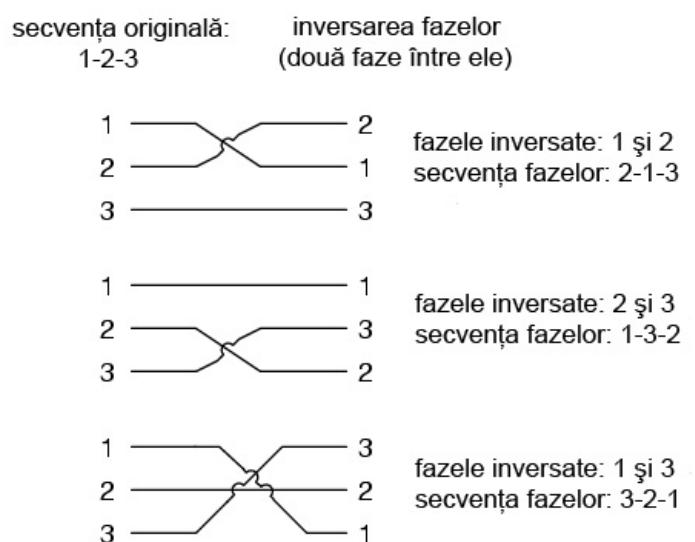


Figure 277: combinațiile posibile ale inversării fazelor într-un siste trifazat; secvența originală: 1-2-3

Indiferent de perechea fazelor alese pentru inversare, rezultatul este tot timpul o secvență inversată (1-2-3 devine

## 10.4 Funcționarea motorului polifazat

Probabil că cel mai mare avantaj al sistemelor de curent alternativ polifazata constă în proiectarea și operarea motoarelor de curent alternativ. După cum se știe, unele tipuri de motoare sunt practic identice din punct de vedere constructiv cu generatoarele electrice, constând dintr-un set de înfășurări staționare și un set de magneti (electromagneți) rotitori. Să considerăm prima dată un motor de curent alternativ monofazat:

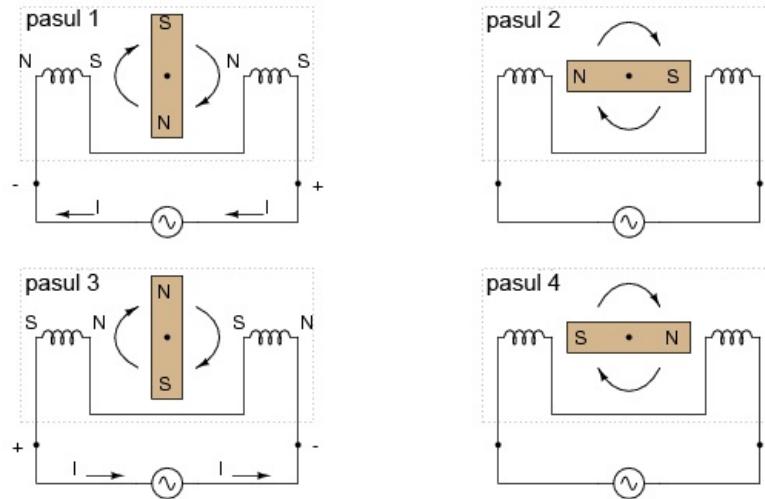


Figure 278: modul de funcționare al unui motor de curent alternativ monofazat; rotirea în sensul acelor de ceasornic

Dacă magnetul rotitor va putea să țină pasul cu frecvențe curentului alternativ prin înfășurări, acesta va fi „tras” într-o mișcare permanentă în sensul acelor de ceasornic. Totuși, aceasta nu este singura direcția posibilă. Ar putea la fel de bine să se rotească în sensul invers acelor de ceasornic (trigonometric), folosind exact aceeași formă de undă:

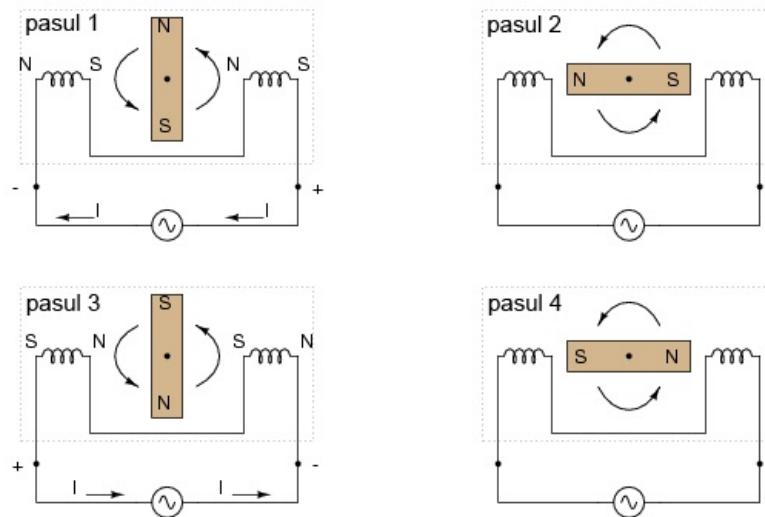


Figure 279: modul de funcționare al unui motor de curent alternativ monofazat; rotirea în sens trigonometric

Folosind aceeași formă de undă, rotorul magnetic se poate învârti în oricare dintre direcții. Aceasta este o caracteristică comună a tuturor motoarelor monofazate de „inducție” și „sincrone”: nu posedă o direcție normală, sau „corectă” de rotație. O întrebare este binevenită în acest moment: cum putem porni motorul în direcția dorită, dacă acesta se poate roti la fel de bine în orice direcție? Adevărul este că aceste motoare au nevoie de puțin ajutor la pornire. Odată ajutate să pornească într-o anumită direcție, vor continua să se rotească în aceeași direcție, atât timp când este menținută puterea electrică pe înfășurări.

### 1. Pornirea motorului monofazat de curent alternativ

În mod normal, acest ajutor vine din partea unor seturi adiționale de înfășurări poziționate diferit față de seturile de înfășurări principale, și alimentate cu un curent alternativ defazat față de curentul principal.

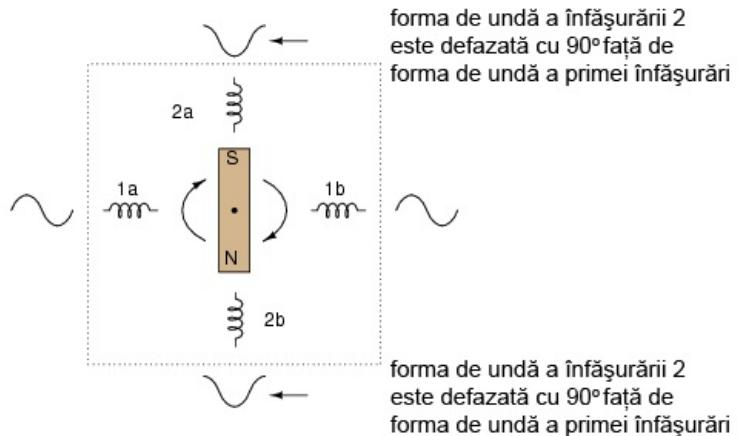


Figure 280: schema de principiu folosită pentru pornirea uni-directională a motoarului de curent alternativ monofazat

Acstea înfăşurări suplimentare sunt de obicei conectate în serie cu un condesator pentru introducerea unui defazat între curenții celor două seturi de înfăşurări.

între curenții înfăşurărilor de pornire a motorului de curent alternativ

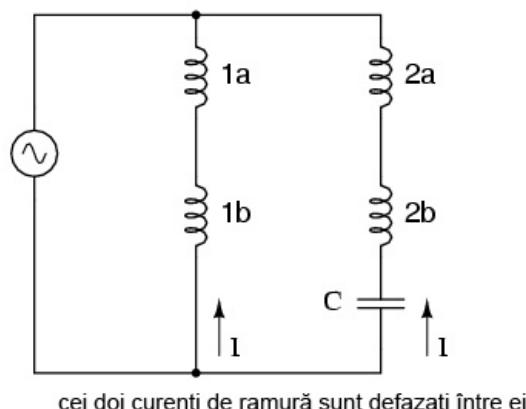


Figure 281: monofazat

Acest defazaj crează un câmp magnetic al înfăşurărilor 2a și 2b ce este defazat la rândul lui cu câmpul magnetic al înfăşurărilor 1a și 1b. Rezultatul este un set de câmpuri magnetice cu o direcție de rotație precisă. Această secvență de rotație „trage”, trage la rândul său magnetul într-o direcție precisă.

Motoarele de curent alternativ polifazate nu necesită astfel de mecanisme pentru pornirea lor într-o anumită direcție. Datorită faptului că formele de undă ale tensiunilor au deja o direcție bine stabilită (secvența fazelor), și câmpurile magnetice generate de înfășurări vor avea o direcție precisă. De fapt, combinația tuturor seturilor de înfășurări, lucrând împreună, crează un câmp magnetic ce poartă numele de *câmp magnetic rotitor*. Acest concept l-a inspirat și pe Nikola Tesla să dezvolte primele sisteme electrice polifazate existente, pentru a realiza motoare mai simple și mai eficiente. Avantajele sistemelor polifazate față de cele monofazate nu au fost descoperite decât mai târziu.

Dacă acest concept prezentat mai sus vă este încă confuz, putem folosi o analogie pentru explicarea lui mai pe înțeles. Să considerăm un set de beculețe alimentate intermitent (ce „clipesc”), precum cele folosite la decorațiile de crăciun. Unele seturi par să se „deplaseze” într-o anumită direcție pe măsură ce becurile se aprind și se sting într-o secvență bine stabilită. Altele doar se sting și se aprind fără nicio mișcare aparentă. Cum se realizează această diferență între diferitele seturi de becuri? Cu ajutorul diferențelor de fază!

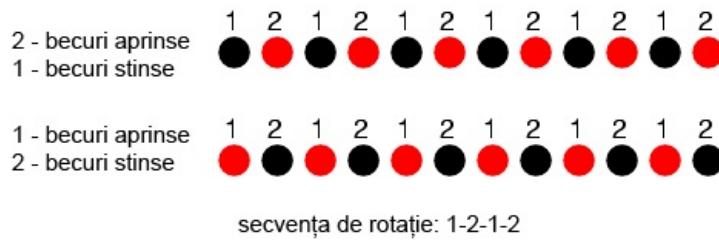


Figure 282: analogie pentru funcționarea motorului de curent alternativ monofazat; secvența fazelor unui set de becuri

Când toate becurile „1” sunt aprinse, toate becurile „2” sunt stinse, și invers. Cu acest tip de secvență, nu există nicio „mișcare” vizibilă a luminii becurilor. Putem la fel de bine să urmărim o deplasare de la stânga la dreapta, la fel de bine cum putem considera aceeași mișcare ca realizânduse de la dreapta la stânga. Tehnic, secvențelor de aprindere-stingere ale celor două becuri sunt defazate cu  $180^\circ$  între ele (exact opus). Acest lucru este analog motorului de curent alternativ monofazat, ce poate funcționa la fel de bine în ambele direcții, dar care nu poate porni singur datorită faptul că variația câmpului său magnetic nu are o direcție precisă.

Să considerăm prin urmare un nou set de becuri, de această dată folosind trei becuri pentru secvența în loc de două, fiind și acestea defazate între ele:

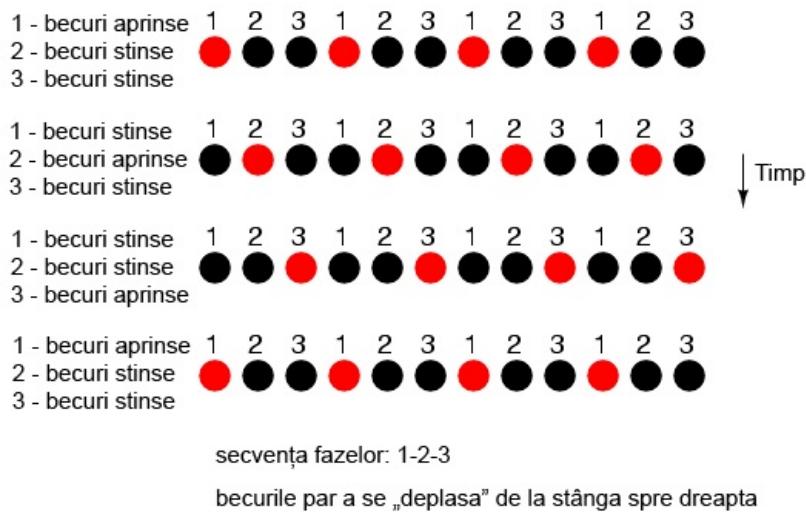


Figure 283: analogie pentru funcționarea motorului de curent alternativ trifazat; secvența fazelor unui set de becuri

Dacă secvența fazelor este 1-2-3, becurile par a se „deplasa” de la stânga la dreapta. Ne putem acum imagina același set de becuri, dar aranjate într-un cerc:

trifazat; secvența fazelor unui set de becuri; rearanjarea acestora

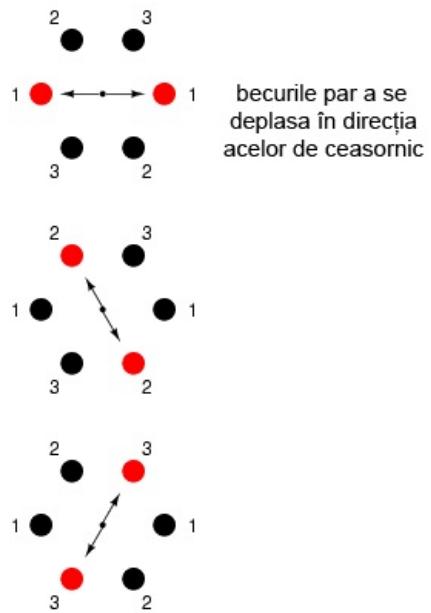


Figure 284: într-o combinație circulară

De data aceasta, becurile par a se deplasa în cerc, în direcția acelor de ceasornic, deoarece sunt aranjate circular și nu liniar, precum era cazul precedent. Desigur, aparența mișcării becurile se inversează dacă inversăm secvența de rotație a lor.

Mișcarea becurilor va fi fie în sensul acelor de ceasornic, fie în sens trigonometric, în funcție de secvența fazelor. Această situație este analoagă unui motor de curent alternativ trifazat cu trei seturi de înfășurări alimentate cu trei surse de tensiune de faze diferite:

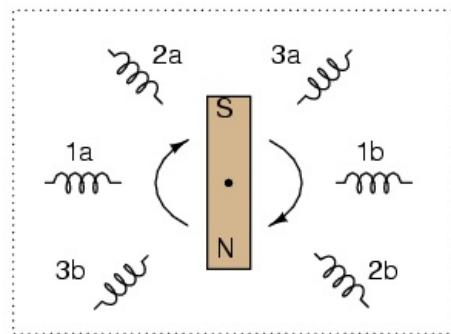


Figure 285: înfășurările unui motor de curent alternativ trifazat

## 10.5 Configurații stea și triunghi trifazate

### 1. Configurația stea (Y)

Acest tip de configurație este cel considerat până acum în secțiunile precedente. Aceasta se caracterizează prin existența unui punct comun tuturor surselor de tensiune:

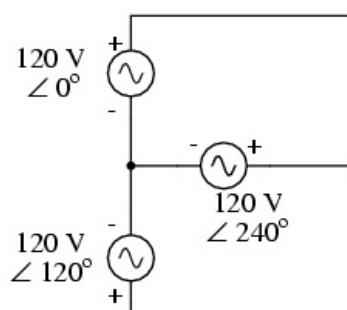


Figure 286: configurația stea trifazată

Dacă redesenăm circuitul, folosind în loc de sursele de tensiune bobine, reprezentând înfășurările generatorului, și rearanjăm poziția acestora, configurația devine mai aparentă:

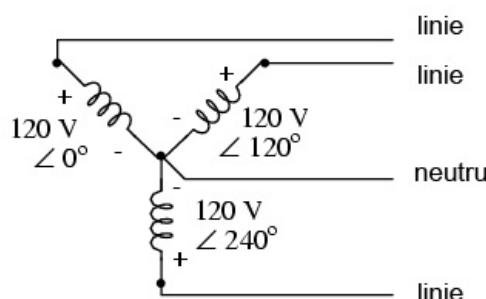


Figure 287: configurația stea trifazată

Cei trei conductori ce pleacă de la sursele de alimentare (înfășurări) înspre sarcină, poartă numele de „linii”, iar înfășurările propriu-zise sunt denumite „faze”. Într-un sistem „Y” (stea), prezența conductorului neutru nu este obligatorie, deși ajută la evitarea problemelor de potențial în cazul în care una dintre sarcini este scoasă din funcțiune.

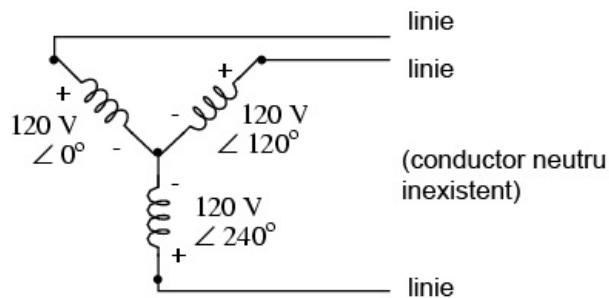


Figure 288: configurația stea trifazată, fără conductorul neutrul

## 2. Tensiunea de linie și tensiunea de fază

La măsurarea tensiunilor și curenților într-un sistem trifazat, trebuie să fim atenți ce și unde anume măsurăm. *Tensiunea de linie* se referă la valoarea tensiunii măsurată între oricare doi conductori, într-un sistem trifazat echilibrat. În circuitul de sus, tensiunea de linie este aproximativ 208 V. *Tensiunea de fază* se referă la tensiunea măsurată la bornele oricărui component (înfășurarea sursei sau impedanța) într-un circuit trifazat. Acolo unde există fir neutrul, putem spune că tensiunea de fază se măsoară între linie și neutrul. În circuitul de sus, tensiune de fază este de 120 V. Ambii termeni, tensiunea/curentul de linie și tensiunea/curentul de fază au aceeași logică: primul se referă la tensiunea/curentul prin oricare dintre conductori (linie), iar celălalt la tensiunea/curentul prin oricare component.

Sursele și sarcinile dintr-o configurație în stea au tot timpul tensiunile de linie mai mari decât tensiunile de fază, iar curenții de linie egali cu cei de fază. Mai mult, dacă sursa sau sarcina este echilibrată, tensiunea de linie va fi egală cu produsul dintre tensiunea de fază și radical de ordin doi din trei:

tensiunile/curenții de fază într-o sistem de tensiuni trifazate în

configurația stea (Y)

$$E_{\text{linie}} = \sqrt{3} E_{\text{fază}}$$

$$I_{\text{linie}} = I_{\text{fază}}$$

Figure 289: configurație stea

## 3. Configurația triunghi ( $\Delta$ )

Un alt tip de configurație pentru sistemele de alimentare trifazate este configurația triunghi, denumită și „delta”, după litera grecească  $\Delta$ :

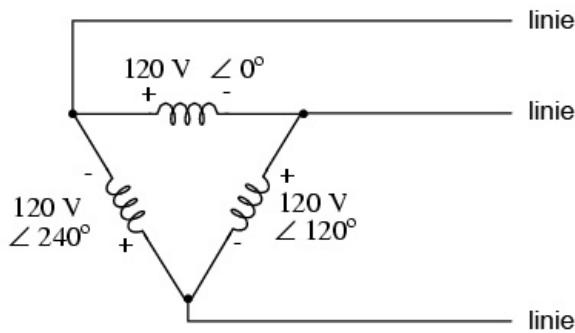


Figure 290: conexiunea unui sistem alternativ trifazat în configurație triunghi

La o primă vedere, am putea presupune că sursele de tensiune astfel conectate, ar produce un scurt-circuit, din cauză că electronii sunt liberi să se deplaseze în jurul triunghiului neexistând o altă rezistență decât impedanța internă a înfășurărilor. Însă, datorită diferențelor de fază dintre cele trei surse, acest lucru nu se întâmplă.

Putem verifica acest lucru aplicând legea lui Kirchhoff pentru tensiune și să vedem dacă suma tensiunilor din interiorul buclei formate din laturile triunghiului este într-adevăr zero. Dacă suma este zero, atunci nu va există nicio cădere de tensiune necesară pentru împingerea electronilor de-a lungul buclei, și prin urmare, nu va exista nici curent și nici posibilitatea apariției scurt-circuitului. Începând cu înfășurarea de sus și continuând în direcție trigonometrică, expresia legii lui Kirchhoff pentru tensiune arată astfel:

$$(120 \text{ V} \angle 0^\circ) + (120 \text{ V} \angle 240^\circ) + (120 \text{ V} \angle 120^\circ) = 0$$

Figure 291: suma tensiunilor surselor de alimentare a unui sistem trifazat în configurație stea, este egală cu zero

Într-adevăr, suma acestor trei vectori este zero.

O altă metodă prin care putem demonstra că nu poate exista curent electric în jurul circuitului format de cele trei surse de alimentare (înfășurări), este să „deschidem” bucla la unul dintre noduri, și să calculăm diferența de potențial (tensiunea) dintre cele două ramuri:

triunghi; deschiderea circuitului la unul din noduri pentru asigurarea faptului că nu există circulație de curent prin bucla formată din laturile triunghiului; tensiunea măsurată între cele două ramuri trebuie

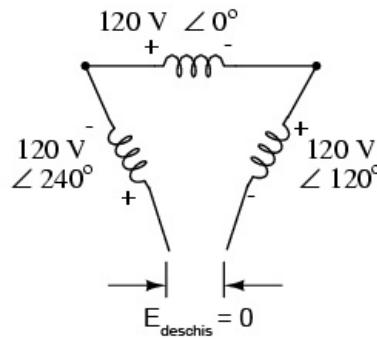


Figure 292: să fie zero

Începând cu înfășurarea din dreapta și continuând în sens trigonometric, ecuația legii lui Kirchhoff pentru tensiune arată astfel:

$$(120 \text{ V} \angle 120^\circ) + (120 \text{ V} \angle 0^\circ) + (120 \text{ V} \angle 240^\circ) + E_{deschis} = 0$$

$$0 + E_{deschis} = 0$$

$$E_{deschis} = 0$$

Figure 293: suma tensiunilor surselor de alimentare a unui sistem trifazat în configurație stea, este egală cu

Rezultatul obținut este într-adevăr zero, ceea ce înseamnă că nu va exista circulație de curent în bucla formată de triunghiul surselor de alimentare, atunci când circuitul este închis.

Datorită faptului că fiecare pereche de conductori, într-o configurație stea, este conectată direct la bornele unei singure înfășurări, tensiunea de linie va fi egală cu tensiunea de fază. De asemenea, datorită faptului că fiecare conductor are un punct comun cu două înfășurări, curentul de linie va fi suma vectorilor celor doi curenți de fază.

tensiunile/curenții de fază într-o sistem de tensiuni trifazate în

configurația triunghi ( $\Delta$ )

$$E_{\text{linie}} = E_{\text{fază}}$$

$$I_{\text{linie}} = \sqrt{3} I_{\text{fază}}$$

Figure 294: configurație triunghi

Să luăm un circuit ca și exemplu:

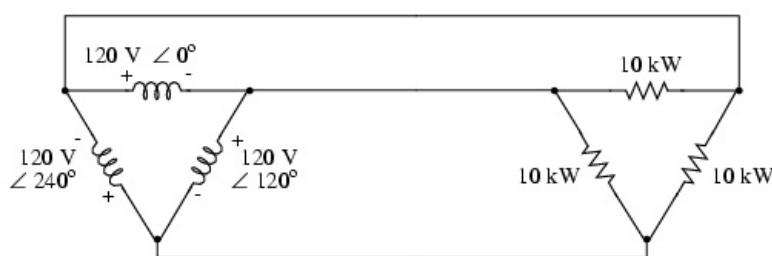


Figure 295: circuit electric trifazat utilizând un sistem de alimentare în configurație triunghi (delta)

Căderea de tensiune pe fiecare rezistor va fi de 120 V, iar curentul fiecărei faza va fi de 83.33 A:

$$I = \frac{P}{E}$$

$$I = \frac{10 \text{ kW}}{120 \text{ V}}$$

$$I = 83.33 \text{ A} \quad (\text{pentru fiecare înfășurare și sarcină})$$

$$I_{\text{linie}} = \sqrt{3} I_{\text{phase}}$$

$$I_{\text{linie}} = \sqrt{3} (83.33 \text{ A})$$

$$I_{\text{linie}} = 144.34 \text{ A}$$

Figure 296: calcule matematice

Un avantaj al utilizării configurației triunghi, constă în lipsa firului neutru. În conexiunea stea, firul neutru este necesar pentru preluarea oricărora curenți în cazul în care sarcina este dezechilibrată. Acest lucru nu este însă necesar (nici măcar posibil!) într-o configurație triunghi. Fiecare element fiind conectat direct la bornele sursei respective, tensiunea din circuit va fi aceeași indiferent de comportamentul individual al sarcinilor.

Proabil că cel mai mare avantaj a conexiunii triunghi este toleranța sistemului în caz de defect. Defectarea uneia dintre înfășurări nu va influența tensiunea sarcinii și nici curentul!

configurație triunghi, nu afectează tensiunea de linie și de fază; singura diferență este creșterea curentului în înfășurările funcționale

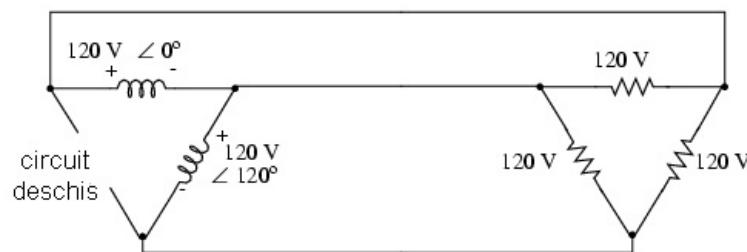
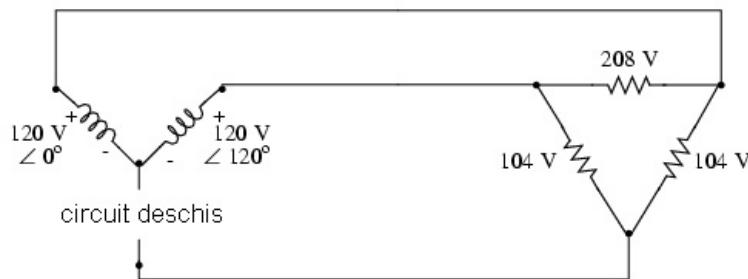


Figure 297: rămase

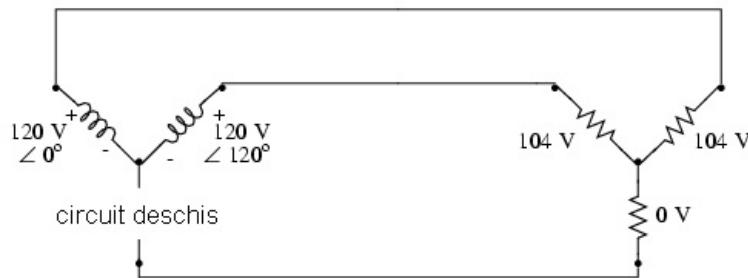
Singura consecință al unui defect într-un dintre înfășurări pentru un sistem în configurație triunghi, este creșterea curentului de fază pentru înfășurările rămase. Să comparăm acest comportament cu cel al unui sistem în configurație stea, dar cu aceeași configurație sa sarcinii (triunghi):

configurație stea, alimentând o sarcină în configurație triunghi



Cu o sarcină în configurație triunghi ( $\Delta$ ), căderea de tensiune pe două dintre sarcini scade la jumătate (104 V), iar una dintre sarcini rămâne la tensiunea originală, 208 V. O sarcină în configurație Y, suferă și mai mult de pe urma aceluiasi defect al înfășurării:

configurație stea, alimentând o sarcină în configurație stea



În acest caz, numărul sarcinilor ce suferă o reducere a tensiunii se ridică la două, iar căderea de tensiunea pe cea de a treia sarcină este zero! Din această cauză, sursele de tensiune în configurație triunghi ( $\Delta$ ) sunt preferate pentru fiabilitatea lor. Totuși, dacă este necesară o tensiune duală (120/208), sau curenți de linie mai mici, sunt preferate sistemele în conexiune strea (Y).

## 10.6 Transformatorul trifazat

Din moment ce sistemele trifazate sunt folosite atât de des în sistemele de distribuție a energiei electrice, este necesară folosirea transformatoarelor trifazate pentru ridicarea sau coborârea tensiunilor. Este adevărat că se pot folosi individual transformatoare monofazate, câte unul pe fiecare fază și în diverse combinații, pentru realizarea acestei sarcini. Dar, transformatoarele trifazate sunt construite special pentru acest scop, folosind mult mai puțin material, volum și greutate decât utilizarea modulară a transformatoarelor monofazate.

Un transformator trifazat este compus din trei seturi de înfășurări primare și secundare, înfășurate pe același miez feromagnetic și având fiecare propria sa latură.

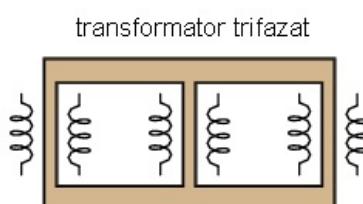


Figure 298: transformator trifazat

Aceste înfășurări primare și secundare pot fi conectate între ele în configurații  $\Delta$  sau  $Y$ , astfel:

\*\*

Primar - Secondar
Y - Y
Y - $\Delta$
$\Delta$ - Y
$\Delta$ - $\Delta$

Motivul alegerii configurației  $\Delta$  sau  $Y$  pentru conexiunile înfășurărilor transformatorului sunt aceleasi ca și în cazul aplicațiilor trifazate: conexiunile  $Y$  oferă posibilitatea tensiunilor multiple, iar conexiunile  $\Delta$  oferă un nivel mai ridicat de fiabilitate.

Cel mai important aspect al conectării celor trei seturi de înfășurări o reprezintă faza înfășurărilor (punctele sunt folosite pentru desemnarea „polarității” înfășurărilor). Putem revedea relațiile dintre fazele înfășurărilor  $Y$  și  $\Delta$ , centrul înfășurării trebuie să fie ori „-“ ori „+“, pentru toatele cele trei înfășurări, iar polaritățile înfășurării  $\Delta$  trebuie să complementare, „+“ și „-“:

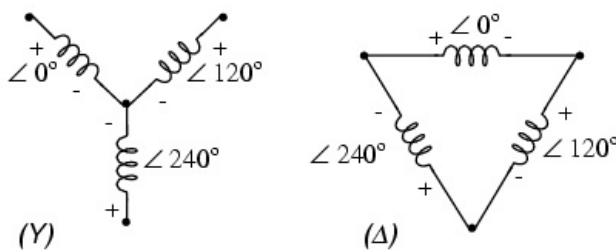
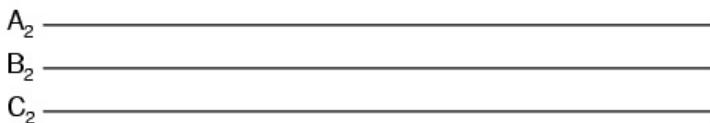
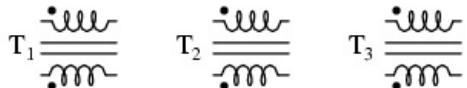
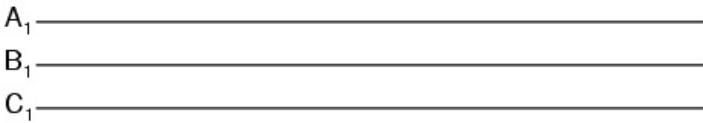


Figure 299: fazele corecte ale înfășurărilor stea și triunghi

Realizarea corectă a fazelor, atunci când înfășurările nu sunt prezentate sub forma configurațiilor stea sau triunghi, poate să fie destul de dificilă. Să ilustrăm acest lucru, pornind cu figura de mai jos: fiecare transformator monofazat reprezentând o înfășurare primară plus cea secundară, întreg ansamblul fiind echivalent din punct de vedere funcțional unui transformator trifazat:

stea, fie triunghi; același lucru este valabil și pentru intrările A2, B2, C2



Cele trei transformatoare monofazate sunt vor fi conectate împreună pentru transformarea puterii dintr-un sistem trifazat în altul. Să considerăm conexiunea Y-Y:

triunghi-triunghi - Y-Y; exemplificare cu ajutorul a trei

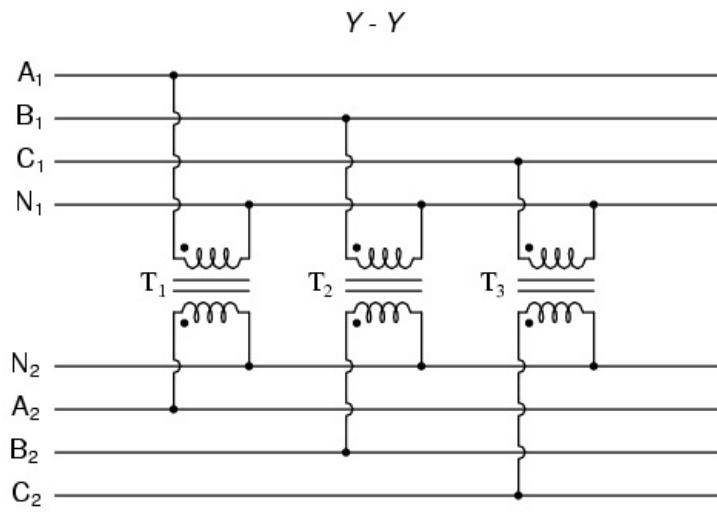


Figure 300: transformatoare monofazate echivalente

În cazul de mai sus,  $Y-Y$ , toate înfășurările marcate cu punct sunt conectate la fazele lor respective, A, B, C, iar înfășurările fără punct sunt conectate împreună (la firul neutru, N) pentru a forma centrul fiecărei configurații stea. Dacă realizăm ambele înfășurări în configurație Y, putem folosi conductori de nul ( $N_1$  și  $N_2$ ) în fiecare sistem trifazat.

Următoarea configurație, stea-triunghi ( $Y-\Delta$ ), arată astfel:

stea-triunghi -  $Y-\Delta$ ; exemplificare cu ajutorul a trei transformatoare

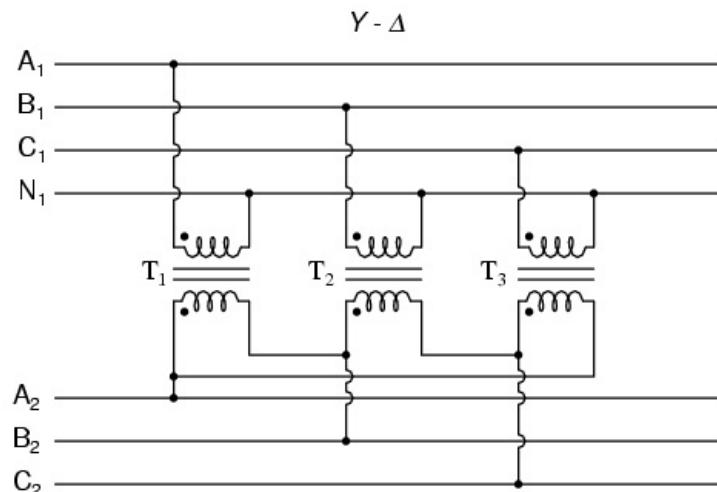


Figure 301: monofazate echivalente

În acest caz, înfășurările secundare sunt conectate în lanț, înfășurarea conectată fiind conectată la următoarea înfășurare ne-punctată, formând o buclă  $\Delta$ .

Configurația triunghi-stea ( $\Delta-Y$ ):

triunghi-stea -  $\Delta-Y$ ; exemplificare cu ajutorul a trei transformatoare

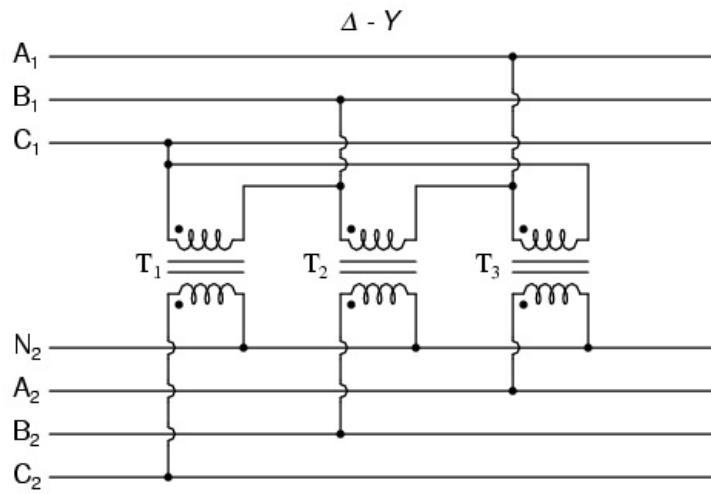


Figure 302: monofazate echivalente

O asemenea configurație permite folosirea tensiunilor multiple, linie-linie, sau linie-neutru, în sistemul de putere secundar, folosind un sistem primar fără neutru.

Configurația triunghi-triunghi ( $\Delta$ - $\Delta$ ):

triunghi-triunghi -  $\Delta$ - $\Delta$ ; exemplificare cu ajutorul a trei

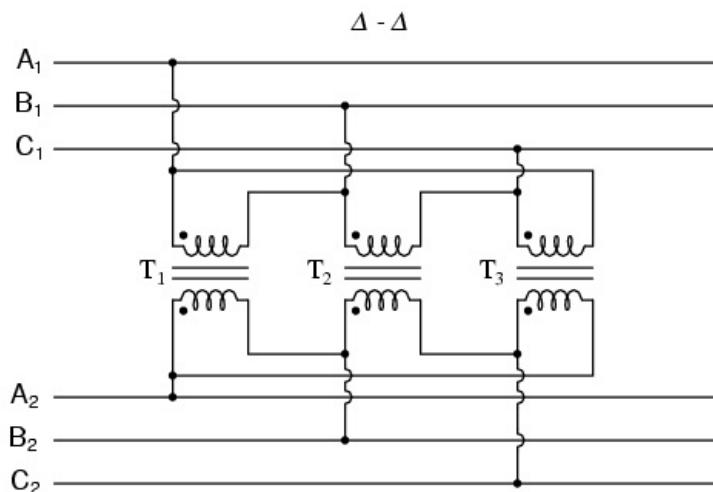


Figure 303: transformatoare monofazate echivalente

Atunci când nu avem nevoie de un conductor neutru în sistemul secundar, cele mai folosite configurații sunt cele triunghi-triunghi, datorită fiabilității lor crescute.

Considerând faptul că o configurație triunghi poate funcționa suficient de bine folosind doar două înfășurări, unele scheme de transformare trifazate utilizează doar două transformatoare, reprezentând o configurație triunghi-triunghi, dar fără una dintre înfășurările primare și secundare:

triunghi-triunghi deschisă-  $\Delta$ - $\Delta$ ; exemplificare cu ajutorul a două

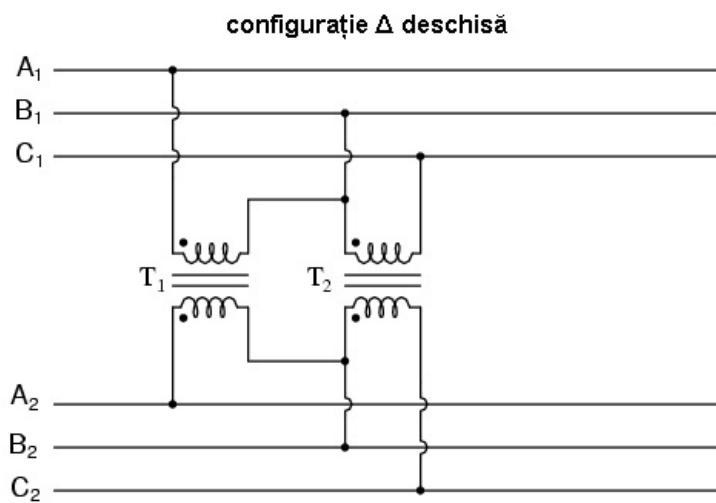


Figure 304: transformator monofazat echivalent

Această configurație mai este cunoscută și sub numele de „V” sau „triunghi deschisă”. Fiecare dintre cele două transformatoare va trebui să fie însă supradimensionat, pentru a putea face față aceleiași puteri precum o configurație standard cu trei transformatoare în configurație triunghi, dar de multe ori, avantajele de cost, mărime și greutate, fac ca această configurație să merite realizată. Totuși, în caz de avarie, sistemul nu poate funcționa la fel ca un sistem triunghi-triunghi în aceeași situație. Dacă unul din cele două transformatoare se defectează, tensiunile și curentii de sarcină vor avea cu siguranță de suferit.

## 11 Factorul de putere

### 11.1 Puterea în circuitele de curent alternativ rezistive și reactive

Să considerăm un circuit monofazat de curent alternativ, compus dintr-o sursă de tensiune de 120 V, la frecvență de 60 Hz, și o sarcină rezistivă:

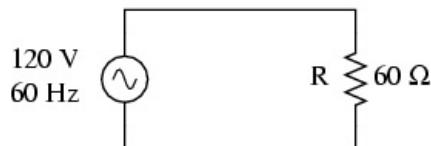


Figure 305: circuit electric monofazat de curent alternativ cu sarcină rezistivă

$$Z_R = 60 + j0 \Omega \quad \text{or} \quad 60 \Omega \angle 0^\circ$$

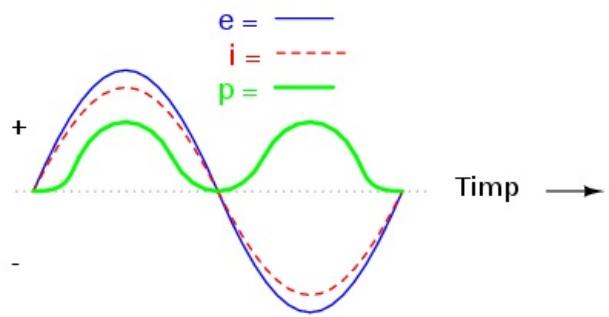
$$I = \frac{E}{Z}$$

$$I = \frac{120 \text{ V}}{60 \Omega}$$

$$I = 2 \text{ A}$$

Figure 306: calcule matematice

Curentul efectiv prin sarcină va fi de 2 A, iar puterea disipată de 240 W. Deoarece sarcina este pur rezistivă (fără reactanță), curentul este în fază cu tensiune, iar calculele sunt asemănătoare unui circuit de curent continuu. Formele de undă ale tensiunii, curentului și puterii, arată astfel:



circuit monofazat de curent alternativ cu sarcină pur rezistivă

Puterea este tot timpul pozitivă în acest caz. Acest lucru înseamnă că puterea este tot timpul disipată de sarcina rezistivă și nu este reintrodusă în circuit, aşa cum este cazul sarcinilor reactive.

De asemenea, frecvența formei de undă a puterii este dublă frecvenței tensiunii și curentului. Această diferență de frecvență face imposibilă exprimarea puterii în circuitele de curent alternativ folosind aceeași notație complexă, rectangulară sau polară, folosită în cazul tensiunii, curentului și a impedanței, deoarece această formă de exprimare matematică presupune o frecvență constantă pentru toate formele de undă implicate.

Cea mai bună metodă de calcul a puterii în circuitele de curent alternativ se realizează folosind notația scalară, iar relațiile de fază sunt evidențiate cu ajutorul trigonometriei.

Ca și comparație, să considerăm un circuit simplu cu o sarcină reactivă:



Figure 307: circuit electric monofazat de curent alternativ cu sarcină inductivă

$$X_L = 60.319 \Omega$$

$$Z_L = 0 + j60.319 \Omega \text{ sau } 60.319 \Omega \angle 90^\circ$$

$$I = \frac{E}{Z}$$

$$I = \frac{120 \text{ V}}{60.319 \Omega}$$

$$I = 1.989 \text{ A}$$

Figure 308: calcule matematice

curentului și puterii într-un circuit monofazat de curent alternativ cu

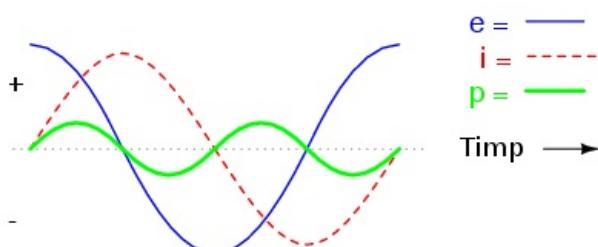


Figure 309: sarcină pur inductivă

În acest caz, puterea variază alternativ între partea pozitivă și cea negativă. Acest lucru înseamnă că puterea este alternativ absorbită și eliberată din și în circuit. Dacă am considera sursa ca fiind un generator mecanic, practic, energia consumată pentru acționarea arborelui ar fi zero, deoarece sarcina nu consumă deloc putere.

Să considerăm acum un circuit cu sarcină rezistiv-inductivă:

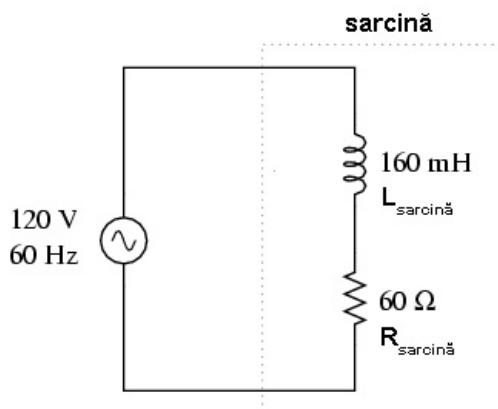


Figure 310: circuit electric monofazat de curent alternativ cu sarcină rezistiv-inductivă

$$X_L = 60.319 \Omega$$

$$Z_L = 0 + j60.319 \Omega \text{ sau } 60.319 \Omega \angle 90^\circ$$

$$Z_R = 60 + j0 \Omega \text{ sau } 60 \Omega \angle 0^\circ$$

$$Z_{\text{total}} = 60 + j60.319 \Omega \text{ sau } 85.078 \Omega \angle 45.152^\circ$$

$$I = \frac{E}{Z}$$

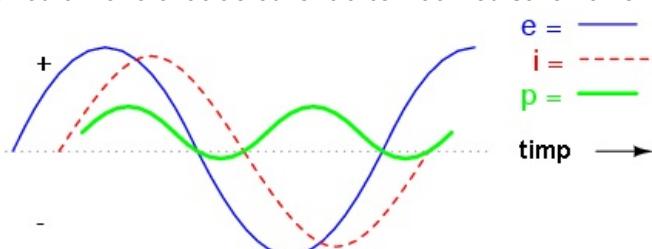
$$I = \frac{120 \text{ V}}{85.078 \Omega}$$

$$I = 1.410 \text{ A}$$

Figure 311: calcule matematice

Aceasta este valoarea efectivă a curentului (1.41 A) pe care ar arăta-o un ampermetru conectat în serie cu rezistorul și bobina. Graficul formelor de undă arată în acest caz astfel:

circuit monofazat de curent alternativ cu sarcină rezistiv-inductivă



Și în acest caz, puterea alternează între partea negativă și cea pozitivă, dar valoarea puterii „pozitive” este mai mare decât cea negativă. Cu alte cuvinte, combinație serie rezistor-bobină, va consuma mai multă putere decât va introduce înapoi în circuit.

## 11.2 Puterea reală, reactivă și aparentă

Se știe că elementele reactive precum bobinele și condensatoarele nu disipă putere, dar existența căderii de tensiune și curentului la bornele lor, dă impresia că acestea ar disipa putere. Această „putere nevăzută” poartă numele de *putere reactivă*, iar unitatea sa de măsură este *Volt-Amper-Reactiv*, VAR, și nu Watt-ul. Simbolul matematic pentru puterea reactivă este „Q”. Puterea reală disipată, sau consumată, dintr-un circuit, poartă numele de *putere reală*, unitatea sa de măsură este Watt-ul, iar simbolul matematic este „P”. Combinăție dintre cele două puteri, cea reactivă și cea reală, poartă numele de *putere aparentă*. Unitatea de măsură a puterii aparente este Volt-Amper, iar simbolul matematic este „S”.

Ca și regulă, puterea reală este o caracteristică a elementelor disipative, de obicei rezistori, puterea reactivă caracterizează reactanța (X) circuitului, iar puterea aparentă depinde de impedanța (Z) totală a circuitului. Datorită faptului că folosim valori scalare pentru reprezentarea puterilor, toate valorile complexe ale tensiunilor, curenților și impedanțelor trebuie să fie reprezentate sub formă polară și nu sub formă reală sau rectangulară.

Relațiile dintre cele trei tipuri de putere și rezistență, reactanță și impedanță (folosind valori scalare), sunt următoarele:

$$P = \text{puterea reală} \quad P = I^2R \quad P = \frac{E^2}{R}$$

Unitatea de măsură: Watt

$$Q = \text{puterea reactivă} \quad Q = I^2X \quad Q = \frac{E^2}{X}$$

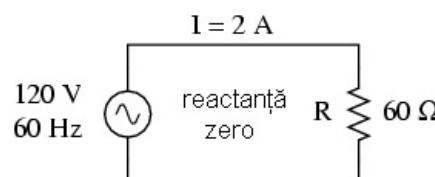
Unitatea de măsură: Volt-Amper-Reactiv (VAR)

$$S = \text{puterea aparentă} \quad S = I^2Z \quad S = \frac{E^2}{Z} \quad S = IE$$

Unitatea de măsură: Volt-Amper (VA)

aparentă, în funcție de rezistență, reactanță și impedanță

Există două ecuații pentru calcularea puterilor reale și reactive, dar există trei ecuații pentru calcularea puterii aparente,  $P=IE$  fiind folosită doar în acest scop. Să luăm următoarele circuit pur rezistiv ca și prim exemplu:



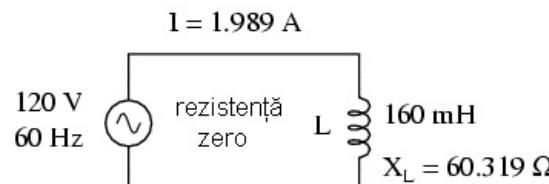
$$P = \text{puterea reală} = I^2R = 240 \text{ W}$$

$$Q = \text{puterea reactivă} = I^2X = 0 \text{ VAR}$$

$$S = \text{puterea aparentă} = I^2Z = 240 \text{ VA}$$

Figure 312: calcularea puterii reale, reactive și aparente într-un circuit electric de curent alternativ pur rezistiv

Pentru un circuit pur inductiv (pur reactiv):



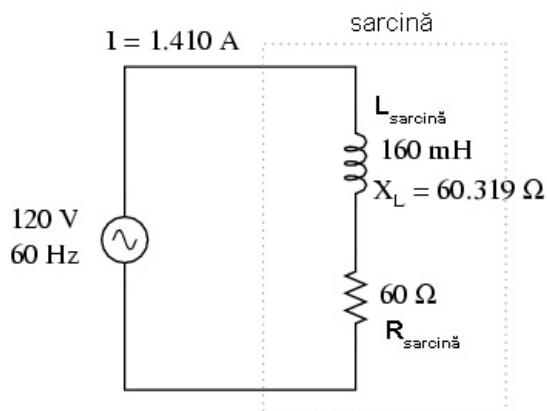
$$P = \text{puterea reală} = I^2R = 0 \text{ W}$$

$$Q = \text{puterea reactivă} = I^2X = 238.73 \text{ VAR}$$

$$S = \text{puterea aparentă} = I^2Z = 238.73 \text{ VA}$$

Figure 313: calcularea puterii reale, reactive și aparente într-un circuit electric de curent alternativ pur inductiv

Pentru un circuit rezistiv-inductiv:



$$P = \text{putere reală} = I^2 R = 119.365 \text{ W}$$

$$Q = \text{putere reactivă} = I^2 X_L = 119.998 \text{ VAR}$$

circuit electric de curent alternativ pur rezistiv-inductiv

### 1. Triunghiul puterii

Relația dintre cele trei tipuri de putere, reală, reactivă și aparentă, poate fi exprimată sub formă trigonometrică. Această exprimare este cunoscută sub numele de *triunghiul puterii*.

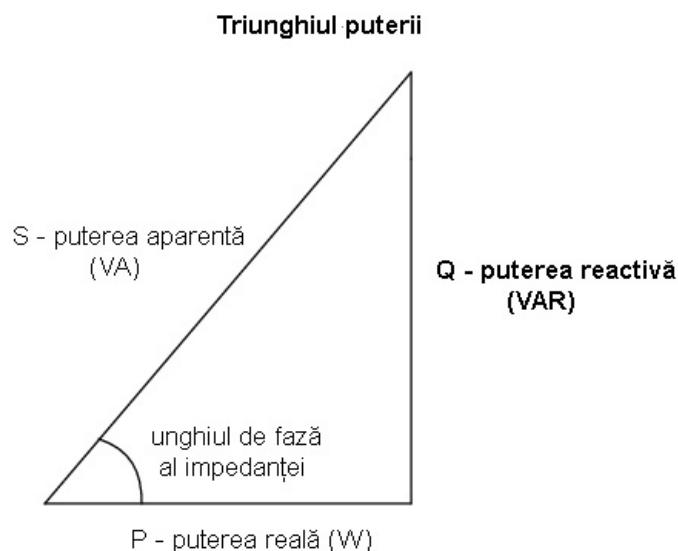


Figure 314: triunghiul puterii

Folosind teorema lui Pitagora, putem afla lungimea oricărei laturi a triunghiului dreptunghic, latură ce reprezintă de fapt puterea respectivă, dacă știm „lungimile” celorlalte două laturi, sau o lungime și unghiul de fază din circuit

### 11.3 Calcularea și corectarea factorului de putere

Unghiul acestui „triunghi al puterilor” reprezintă raportul dintre valoarea puterii disipate (sau consumate) și cantitatea de putere absorbită/returnată. De asemenea, reprezintă și unghiul de fază al impedanței circuitului, sub formă polară. Acest raport dintre puterea reală și puterea aparentă poartă numele de *factor de putere* al circuitului. De asemenea, din geometria triunghiului, putem deduce că factorul de putere este egal și cu cosinusul unghiului de fază. Folosind valorile din circuitul precedent:

$$\text{Factorul de putere} = \frac{\text{Puterea reală}}{\text{Puterea aparentă}}$$

$$\text{Factorul de putere} = \frac{119.365 \text{ W}}{169.256 \text{ VA}}$$

$$\text{Factorul de putere} = 0.705$$

$$\cos 45.152^\circ = 0.705$$

Figure 315: calculul factorului de putere al circuitului

Fiind calculat ca un raport, factorul de putere nu are unitate de măsură.

Pentru circuitele pur rezistive, factorul de putere este 1 (perfect), deoarece puterea reactivă este egală cu zero. În acest caz, triunghiul puterilor este o linie orizontală, deoarece latura opusă (puterea reactivă) va avea lungimea zero.

Pentru circuitele pur inductive, factorul de putere este zero, datorită faptului că puterea reală este zero. În acest caz, triunghiul puterilor este o linie verticală, deoarece latura adiacentă (puterea reală) va avea lungimea zero. Același lucru este valabil și pentru circuitele pur capacitive, doar că sensul liniei verticale va fi în jos, nu în sus, cum este cazul circuitelor pur inductive.

Factorul de putere este un element foarte important în proiectarea circuitelor electrice de curent alternativ, deoarece un factor de putere mai mic decât 1 înseamnă că circuitul respectiv, sau mai bine spus, conductorii circuitului în cauză, trebuie să conducă mai mult curent decât ar fi necesar dacă reactanța circuitului ar fi zero, caz în care, cu un curent mai mic, puterea reală distribuită pe sarcină ar fi aceeași. Un curent mai mare înseamnă secțiuni ale conductorilor mai mari, ceea ce afectează direct costurile realizării instalației electrice. Dacă circuitul considerat mai sus, ar fi fost pur rezistiv, am fi putut transporta o putere de 169.256 W spre sarcină, cu aceeași valoare a curentului de 1.410 A, și nu doar 119.365 W, valoare ce este disipată în acest moment pe sarcină. Factorul de putere scăzut se traduce printr-un sistem de distribuție ineficient.

Factorul de putere poate fi însă corectat, paradoxal, prin adăugarea în circuit a unei sarcini suplimentare care să „consume” o cantitate egală de putere reactivă, dar de sens contrar, pentru anularea efectelor reactanței inductive a sarcinii. Reactanțele inductive pot fi anulate și cu ajutorul reactanțelor capacitive, și anume, prin adăugarea unui condensator în paralel cu sarcina (în circuitul precedent). Efectul celor două reactanțe opuse, conectate în paralel, este să aducă impedanța totală a circuitului la o valoare egală cu cea a rezistenței totale. Rezultatul reducerea unghiului impedanței la zero, sau o valoarea cât mai apropiată de zero.

Stim că puterea reactivă, necorectată, este de 119.998 VAR (inductiv), prin urmare, trebuie să calculăm mărimea corectă a condensatorului, mărime necesară pentru a produce o cantitate egală de putere reactivă (capacitivă). Condensatorul va fi conectat în paralel cu sursa, prun urmare, vom folosi următoarea formulă:

$$Q = \frac{E^2}{X}$$

... rezolvând ecuația în X ...

$$X = \frac{E^2}{Q}$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

$$X = \frac{(120 \text{ V})^2}{119.998 \text{ VAR}}$$

... rezolvând ecuația în C ...

$$X = 120.002 \Omega$$

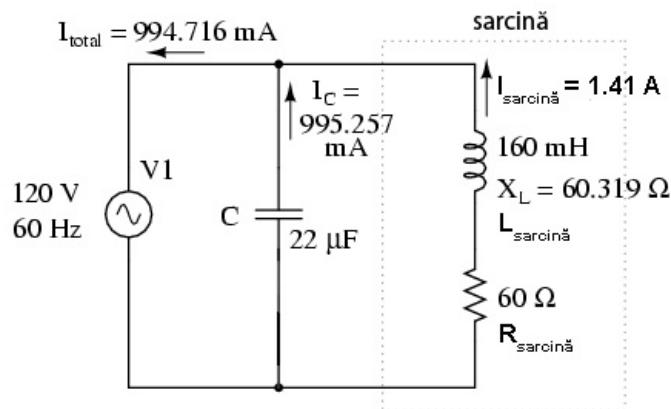
$$C = \frac{1}{2\pi f X_C}$$

$$C = \frac{1}{2\pi(60 \text{ Hz})(120.002 \Omega)}$$

$$C = 22.105 \mu\text{F}$$

Figure 316: calcule matematice

Folosim un condensator cu o capacitate de 22  $\mu\text{F}$ :



condensator în paralel cu sarcină rezistiv-inductivă

$$Z_{\text{total}} = Z_C // (Z_L - Z_R)$$

$$Z_{\text{total}} = (120.57 \Omega \angle -90^\circ) // (60.319 \Omega \angle 90^\circ - 60 \Omega \angle 0^\circ)$$

$$Z_{\text{total}} = 120.64 - j573.58 \Omega \text{ sau } 120.64 \Omega \angle 0.2724^\circ$$

$$P = \text{puterea reală} = I^2 R = 119.365 \text{ W}$$

$$S = \text{puterea aparentă} = I^2 Z = 119.366 \text{ VA}$$

Figure 317: calcule matematice

Factorul de putere al circuitului a crescut substanțial, fiind foarte aproape de valoarea 1. Curentul principal a scăzut de la 1.41 A la 994.7 mA, iar puterea disipată pe rezistorul de sarcină a rămas neschimbată, 119.365 W.

$$\text{Factorul de putere} = \frac{119.365 \text{ W}}{119.366 \text{ VA}}$$

$$\text{Factorul de putere} = 0.9999887$$

$$\text{unghiul impedanței (polar)} = 0.272^\circ$$

$$\cos 0.272^\circ = 0.9999887$$

Figure 318: calcule matematice

Din moment ce impedanța finală este un număr pozitiv, putem spune că, per total, inductivitatea circuitului este mai mare decât capacitatea sa. Dacă corectarea factorului de putere ar fi fost perfectă, unghiul impedanței ar fi fost zero, sau pur rezistiv. Dacă în schimb, am fi adăugat un condensator prea mare în paralel, am fi obținut un unghi al impedanței negativ, indicând faptul că inductivitatea circuitului este mai mică decât capacitatea sa. Cu un factor de putere de 0.9999, defazajul dintre curent și tensiune este foarte aproape de  $0^\circ$ .

Dim moment ce curentul și tensiunea sunt aproximativ în fază, produsul celor două va da o putere pozitivă pe aproximativ întreaga perioadă. Cu un factor de putere mult sub 1, produsul celor două ar fi fost negativ, fapt ce duce la reintroducerea puterii negative în circuit, înapoi spre generator. Această putere nu poate fi „vândută”, dar circulația sa de la sursă la sarcină și invers, duce la pierderi de putere în lungul liniilor de transport datorită rezistenței acestora. Conectarea condensatorului în paralel cu sarcina, rezolvă această problemă.

De notat faptul că reducerea pierдерilor prin liniile de transport al curentului electric, se aplică doar de la generator la punctul de corecție a factorului de putere (datorită condensatorului). Cu alte cuvinte, există în continuare circulație electrică între condensator și sarcina (rezistiv)-inductivă. Acest lucru nu este în general o problemă însă, deoarece aplicarea corecției factorului de putere se realizează în vecinătatea sarcinii în cauză.

De asemenea, o capacitatea prea mare într-un circuit de curent alternativ va duce la un factor de putere scăzut, la fel ca în cazul unei inductanțe prea mari. Trebuie să fim prin urmare foarte atenți când realizăm corectarea factorului de putere, pentru a nu supra-corecta circuitul.

## 11.4 Corectarea practică a factorului de putere

Atunci când avem nevoie de corectarea practică a factorului de putere într-un sistem de putere în curent alternativ, probabil că nu vom fi atât de norocoși încât să cunoaștem inductanță exactă a sarcinii. Putem folosi un aparat de măsură special, denumit *cosfimetru* pentru calcularea factorului de putere. Puterea aparentă o putem calcula folosind un voltmetru și un ampermetru. În cel mai rău caz însă, am putea fi nevoiți să folosim un osciloscop pentru calcularea diferenței de fază, în grade, între formele de undă ale tensiunii și ale curentului; factorul de putere va fi cosinusul aceluia unghi.

Dacă avem acces la un wattmetru pentru măsurarea puterii reale, putem compara valoarea citită cu valoarea puterii aparente deduse din produsul tensiunii totale cu a curentului total.

## 12 Motoare electrice

### 12.1 Scurtă introducere a motoarelor electrice

#### 12.1.1 De la curent continuu la curent alternativ

Imediat după introducerea sistemului de distribuție electrică în curent continuu de către Edison în SUA, a început tranziție graduală spre sistemele de curent alternativ mult mai economice. Iluminatul funcționa la fel de bine atât pe curent continuu cât și pe curent alternativ. Însă transportul energiei electrice pe distanțe lungi era însotit de pierderi mai mici dacă se realiza în curent alternativ. Totuși, motoarele electrice erau o problemă la acea vreme. Inițial, motoarele de c.a. erau construite precum cele de c.c. Existau nenumărate probleme datorită variației câmpurilor magnetice, în comparație cu motoarele de c.c., unde câmpurile sunt statice.

#### 12.1.2 Nikola Tesla și motorul de inducție

Charles P. Steinmetz a aduse contribuții importante în acest domeniu prin investigarea pierderilor prin histereză în armăturile de fier. Nikola Tesla a proiectat un tip de motor cu totul nou, un motor a cărei turbine nu era acționată de apă sau aburi, ci de către un câmp magnetic rotitor. Acest tip nou de motor, motorul de inducție de c.a., cunoscut și sub numele de motor asincron, este și în prezent cel mai utilizat motor din industrie. Robustetea și simplitatea acestuia îi conferă o durată de viață lungă, fiabilitate înaltă și costuri de întreținere mici. Cu toate acestea, motoarele de c.a. cu perii, similare celor de c.c., sunt folosite pentru puteri mici pe lângă cele de inducție. Peste 750 W însă, motoarele Tesla nu au practic „competiție”.

Circuitele moderne cu semiconductori acționează motoare de c.c. fără perii, cu forme de undă în c.a. generate de surse de putere de c.c. Acest motor de curent continuu fără perii, un motor de curent alternativ în realitate, înlocuiește motorul clasic de c.c. cu perii în multe aplicații. Iar motorul pas cu pas, o versiune digitală a motorului, este acționat de forme de undă de c.a. dreptunghiulare, din nou, generate de circuite cu semiconductori.

#### 12.1.3 Transformarea energiei electrice

La nivelul sistemului, un motor „consumă” energie electrică sub forma unei diferențe de potențial și a unui curent, și produce la ieșire lucru mecanic:

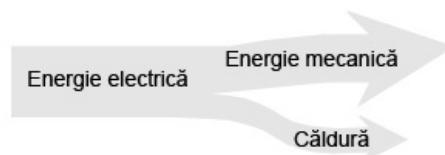


Figure 319: transformarea energiei electrice în energie mecanică și căldură

Desigur, motoarele electrice nu au o eficiență de 100%. O parte din energia electrică se pierde sub formă de căldură, o altă formă de energie, datorită pierдерilor ohmice ( $I^2$  din înfășurările motorului). Căldura este un efect nedorit a conversiei electric-mecanic. Ea trebuie îndepărtată din vecinătatea motorului și poate afecta durata de viață a acestuia. Astfel, unul din scopuri este maximizarea eficienței motoarelor pentru reducerea pierderilor sub formă de căldură. De asemenea, motoarele de c.a. mai au și alte tipuri de pierderi ne-întâlnite la motoarele de c.c.: histereză și curenți turbionari.

## 12.2 Histereză și curenți turbionari

Primele experimente cu motoarele de c.a. s-au lovit de probleme specifice curenților alternativi. Aceste probleme au apărut la adaptarea motoarelor de c.c. pentru funcționarea în c.a. Cu toate că puține motoare de c.a. din prezent seamănă cu cele de c.c., aceste probleme au trebuit rezolvate înainte ca motoarele de c.a., indiferent de tip, să poată trece din fază de proiectare în fază de realizare proripu-zisă.

#### 12.2.1 Miezuri realizate din tolă

În cazul motoarelor de c.a., atât miezul rotorului cât și cel al statorului este realizat din tolă. Aceste tolă nu reprezintă altceva decât un set de straturi metalice acoperite și izolate între ele prin lăcuire. Curenții turbionari sunt reduși prin

divizarea buclei potențiale de curent în segmente mai mici și cu pierderi reduse. Bucilele de curent arată conform figurii de mai jos (stânga). Utilizarea tolelor pentru realizarea miezurilor duce la „spargerea” acestor bucle de curent (figura de mai jos, dreapta). De asemenea, adăugarea siliciului (material semiconductor) în aliajul din care sunt realizate toelele, duce la creșterea rezistenței electrice. Acest lucru duce la descreșterea amplitudinii curenților turbionari:

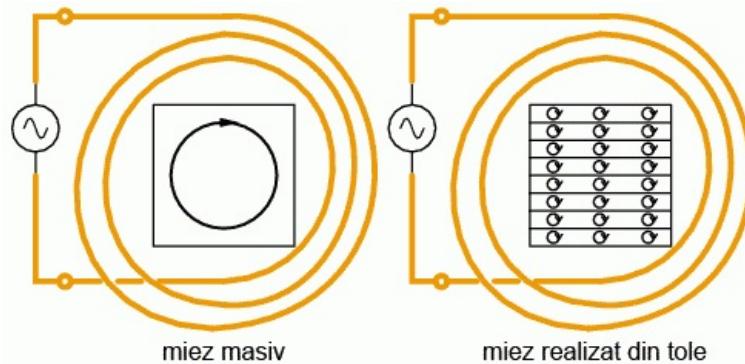


Figure 320: curenți turbionari în miez masiv și în miez realizat din tole

### 12.2.2 Histereza magnetică

Histereza magnetică este defazarea în urmă a intensității câmpului magnetic în comparație cu forța de magnetizare. Dacă magnetizăm temporar un cui de fier cu ajutorul unei bobine cilindrice, ne așteptăm ca materialul să-și pierdă câmpul magnetic după ce bobina nu mai este alimentată. Totuși, cuiul va păstra o cantitate mică de magnetizare reziduală,  $B_r$ , datorită efectului de histerezis:

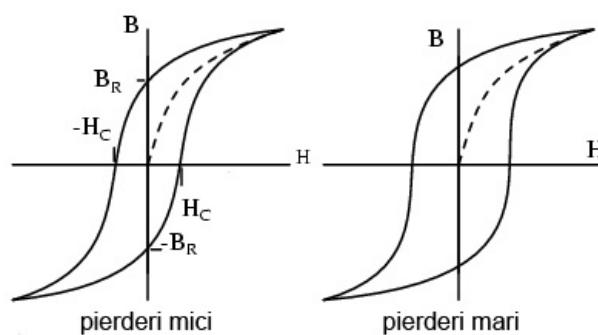


Figure 321: pierderi prin histereză

Un curent alternativ va trebui să folosează energie,  $-H_c$  (intensitatea câmpului coercitiv), pentru „învingerea” acestei magnetizări reziduale înainte de a putea magnetiza miezul înapoi la zero, sau chiar în direcția opusă. Pierderile prin histereză au loc la fiecare schimbare de polaritate a curentului alternativ. Pierderea este proporțională cu aria mărginită de curba de histereză de pe graficul B-H. Pierderile prin histereză în cazul aliajelor din fier moale sunt mai reduse decât în cazul aliajelor din fier carbon „dure”.

### 12.2.3 Utilizarea legilor lui Steinmetz

Punerea la punct a legilor lui Steinmetz pentru pierderile din miez, a făcut posibilă realizarea motoarelor de c.a. ce se comportau conform așteptărilor. Această realizare a existenței curenților turbionari și a histerezei a fost aplicată mai întâi în realizarea motoarelor electrice a căror colector era similar celor de c.c. Astăzi, aceste motoare reprezintă doar o mică parte a motoarelor de c.a. Alții au inventat noi tipuri de motoare de c.a. foarte diferite de cele de c.c.

## 12.3 Motorul sincron

Motoarele sincrone monofazate de dimensiuni mici sunt folosite în aplicații ce necesită o sincronizare precisă, precum ceasuri, de exemplu. Pentru o putere mai mare de 10 kW, eficiența crescută și factorul de putere capacativ, motoarele sincrone sunt folosite în industrie. Motoarele sincrone mari sunt cu câteva procente mai eficiente decât motoarele asincrone (de inducție). Cu toate acestea, motorul sincron este mult mai complex.

Din moment ce motoarele și generatoarele electrice au o construcție similară, cele două funcții se pot între schimba. Un motor sincron este similar unui alternator cu câmp rotitor. În figura de mai jos sunt niște alternatoare cu magneti permanenti:

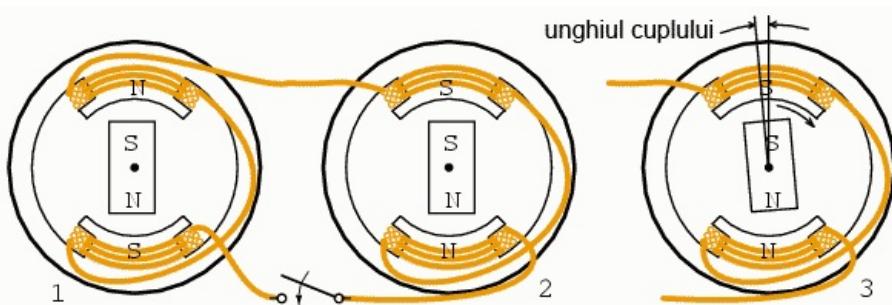


Figure 322: motor sincron

Această figură ar putea reprezenta fie două alternatoare paralele și sincronizate acționate de surse de energie mecanică, fie un alternator conectat la un motor sincron. Sau ar putea reprezenta două motoare, dacă ar fi conectată și o sursă de putere externă. Important este că, în fiecare caz, rotoarele se rotesc la aceeași frecvență nominală, și sunt în fază. Cu alte cuvinte, ele trebuie să fie sincronizate.

Metoda de sincronizare a alternatoarelor este următoarea: (1) deschiderea contactelor, (2) antrenarea ambelor alternatoare cu aceeași viteză, (3) defazarea înainte sau înapoi a unui alternator până când ambele ieșiri de c.a. sunt în fază, (4) închiderea contactului în perioada în care cele două unități sunt încă în fază. Odată sincronizate, alternatoarele se vor bloca reciproc, necesitând un cuplu considerabil pentru de-sincronizarea acestora.

Dacă una dintre alternatoarele de mai sus i se aplică un cuplu adițional pe direcția de rotație, unghiul rotorului față de câmpul magnetic al statorului va crește. Sincronizarea se păstrează iar rotorul va genera energie sistemului de alimentare de c.a. precum un alternator. Rotorul va avansa și față de rotorul celuilalt alternator. Dacă aplicăm în schimb o sarcină (o frână, de exemplu) unei dintre cele două unități de mai sus, unghiul rotorul va fi defazat în urma câmpului magnetic al statorului. În acest caz, unitatea va consuma energie din rețeaua de c.a., comportându-se de fapt precum un motor. Dacă se aplică un cuplu sau o sarcină excesivă, rotorul va depăși unghiul de cuplu maxim, iar sincronizarea se va pierde. Cuplul se dezvoltă doar atunci când sincronizarea motorului este menținută.

În cazul unui motor sincron în locul alternatorului (figura de sus, dreapta), pași de sincronizare necesari în cazul alternatoarelor nu sunt necesari. Totuși, motorul sincron nu poate porni singur, și trebuie adus prin urmare aproximativ la viteza alternatorului înainte de sincronizarea cu viteza de rotație a generatorului de putere electrică. Odată adus la această viteză, motorul sincron va menține sincronizarea cu sursa de putere de c.a. și va dezvolta cuplu.

### 12.3.1 Poziția rotorului și a statorului la funcționare

Presupunem că motorul se află la viteza de sincronism. Pe măsură ce unda sinusoidală trece în semialternanță pozitivă, înfășurarea inferioară a statorului (N) împinge polul nord al rotorului, iar înfășurarea superioară (S) atrage polul nord al rotorului. Asemănător, polul sud al rotorului este respins de înfășurarea superioară a statorului (S) și atras de înfășurarea inferioară (N). Atunci când amplitudinea undei sinusoidale atinge un maxim (la 2), cuplul ce menține polul nord al rotorului este maxim. Acest cuplu scade pe măsură ce amplitudinea undei sinusoidale scade spre 0 (la 3), unde cuplul este minim:

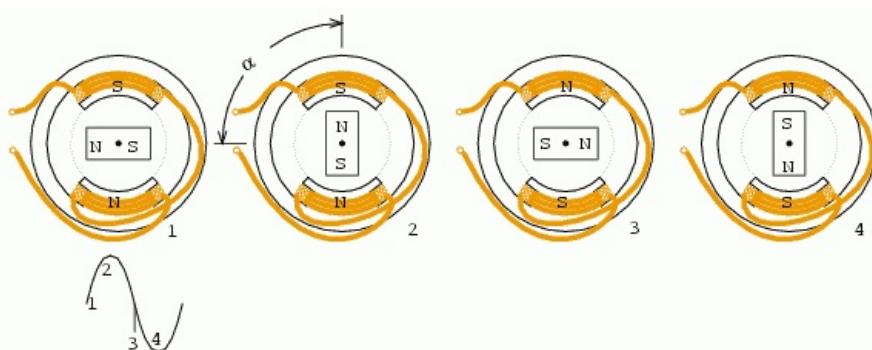


Figure 323: motor sincron

Pe măsură ce polaritatea undei sinusoidale se modifică (negativă, între 3 și 4), înfășurarea inferioară a statorului (S în acest caz) respinge polul sud al rotorului și atrage polul nord al rotorului. Asemănător, înfășurarea superioară (N) a statorului respinge polul nord al rotorului și atrage polul sud al acestuia. La (4), unda sinusoidală atinge un maxim negativ, iar cuplul este din nou maxim. Pe măsură ce amplitudinea undei crește spre 0, cuplul scade. Procesul se repetă apoi pentru o nouă perioadă a unei sinusoidale.

De mentionat că figura de mai sus indică poziția rotorului atunci fără existența sarcinii ( $\alpha = 0^\circ$ ). Practic, conectarea unei sarcini pe rotor va determina defazarea rotorului în urma pozițiilor reprezentate în figură cu un unghi  $\alpha$ . Acest unghi crește cu sarcina, până în momentul în care motorul atinge cuplul maxim, la  $\alpha = 90^\circ$  (electric). Sincronizarea și

cupul se pierd peste această valoare a unghiului  $\alpha$ .

Curentul din înfășurările unui motor sincron mono-fazat pulsează la schimbarea polarității. Dacă viteza magnetului permanent a rotorului este apropiată de frecvența acestei schimbări de polaritate, motorul se va sincroniza pe aceasta. Din moment ce câmpul înfășurării pulsează dar nu se rotește, este necesară aducerea rotorului la aceeași viteză cu cea a unui motor auxiliar.

### 12.3.2 Viteza de rotație a motorului sincron

Un alternator cu doi poli (o pereche de poli N-S) va genera o undă sinusoidală de 60 Hz atunci când este rotit la 3600 rpm (rotații pe minut). 3600 rpm înseamnă 60 de rotații pe secundă. Un motor sincron cu 2 poli se comportă similar. Viteza motorului poate fi redusă prin adăugarea unor perechi de poli adiționali. Un motor cu 4 poli se va rota la viteza de 1800 rpm, un motor cu 12 poli la 600 rpm. Motoarele cu eficiență și cuplu crescut, folosesc un număr și mai mare de poli pe rotor.

Dar, în loc de realizarea unui număr de 12 înfășurări separate pentru un motor cu 12 poli, se utilizează o singură înfășurare realizată în jurul a 12 poli metalici precum în figura de mai jos:

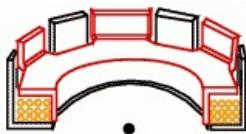


Figure 324: realizarea unui motor sincron cu mai multe perechi de poli

Viteza de rotație este 1/6 din viteza electrică a curentului alternativ. Viteza rotorului va fi 1/6 din cea a unui motor sincron cu 2 poli. Exemplu: un c.a. de 60 Hz rotește un motor cu 2 poli la 3600 rpm, iar un motor cu 12 poli la 600 rpm.

### 12.3.3 Motorul sincron trifazat

Un motor sincron trifazat precum cel din figura de mai jos, generează un câmp electric rotitor în stator. Asemenea motoare nu pot fi pornite singure de la o sursă de frecvență fixă (50 sau 60 Hz). Mai mult, rotorul nu este un magnet permanent precum în exemplul de mai jos, ci un electromagnet. Motoarele sincrone industriale de putere mare sunt mai eficiente decât motoarele asincrone. Acestea sunt folosite atunci când este necesară o viteza constantă. Având un factor de putere capacativ, acestea pot corecta linia de alimentare în cazul unui factor de putere inductiv.

Cele trei faze ale statorului se adună vectorial pentru a produce un singur câmp magnetic rezultant ce se rotește de  $f/2n$  ori pe secundă, unde  $f$  este frecvența liniei de alimentare, iar  $n$  numărul de poli. Pentru a calcula viteza rotorului în rpm, înmulțim cu 60.

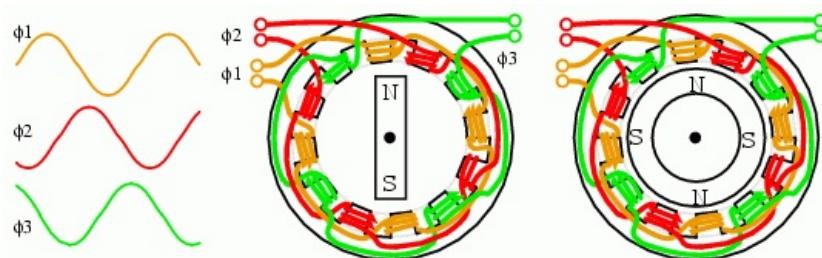


Figure 325: motor sincron trifazat

Motorul sincron trifazat cu 4 poli (pe fază) din figura de mai sus se va rota la 1800 rpm (60 Hz) sau la 1500 rpm (50 Hz). Dacă înfășurările sunt energizate pe rând, în secvență  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$ , rotorul se va afla pe direcția polilor corespunzători, pe rând. Din moment ce undele sinusoidale se suprapun, câmpul rezultat se va rota, nu discret, ci continuu. De exemplu, atunci când formele de undă  $\varphi_1$  și  $\varphi_2$  coincid, câmpul va avea un maxim în regiunea dintre acești poli. Rotorul cu un singur magnet permanent este utilizat doar la motoarele de putere mică. Rotorul cu mai mulți magneti permanenți (figura de mai sus, dreapta) este utilizat pentru sarcini mai mari ale motorului. Motoarele industriale de putere mare sunt prevăzute cu sisteme de autopornire.

## 12.4 Semnale analogice și digitale

Motoarele sincrone introduc un factor de putere capacativ în circuitul de alimentare. Acest lucru este adeseori folosit pentru anularea faptorului de putere inductiv, mult mai des întâlnit și cauzat de motoarele asincrone și alte tipuri de sarcini inductive. Inițial, motoarele sincrone industriale au fost folosite pe scară largă datorită abilității de a corecta fapturul de putere inductiv a motoarelor asincrone.

# 13 Linii electrice lungi

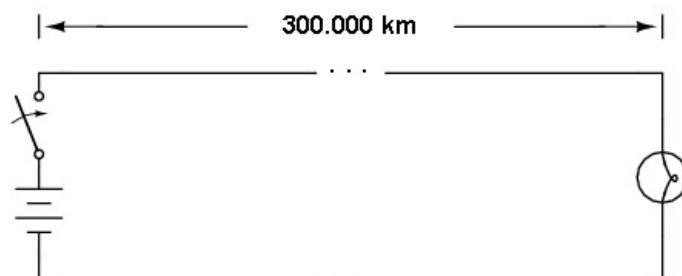
## 13.1 Circuitele electrice și viteza luminii

Să presupunem că avem un circuit electric simplu, format dintr-o baterie, o lampă și un întrerupător. La închiderea întrerupătorului, lampa se aprinde instant. La deschiderea întrerupătorului, lampa se stinge instant.



Figure 326: circuit electric simplu, format dintr-o baterie, o lampă și un întrerupător

De fapt, aprinderea lămpii durează o mică fracție de secundă până se încalzește și emite lumină, timp necesar pentru ca valoarea curentului să devină suficient de mare. Prin urmare, efectul nu este instantaneu. Pentru aplicațiile practice însă, putem considera că efectul este imediat, atunci când lampa și întrerupătorul se află în vecinătate, încrucât „deplasarea” electronilor în conductori are loc cu o viteză foarte mare, și anume, viteza luminii (aproximativ 300.000 de kilometri pe secundă). Ce s-ar întâmpla însă dacă conductorii electrici ai unui circuit ar avea o lungime de 300.000 de kilometri? Din moment ce știm că efectele electricității au o viteză finită (deși foarte mare), un set de conductori foarte lunghi ar introduce o întârziere de timp în circuit, astfel că acționarea întrerupătorului și aprinderea/stingerea lămpii nu ar mai fi instantanee:

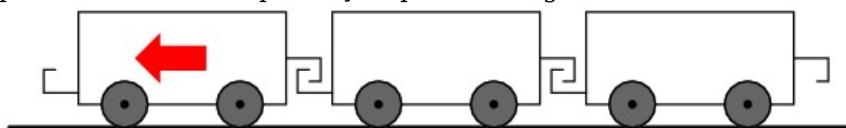


un întrerupător; conductori de 300.000 de km lungime

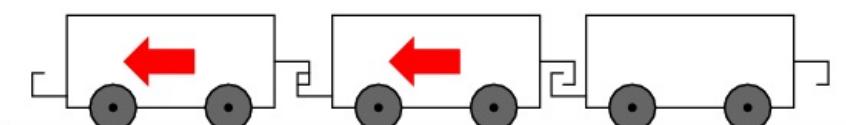
Presupunând că filamentul lămpii nu necesită încălzire, iar rezistența în lungul celor 600.000 de km de fire (dus-întors) este zero, lampa se va aprinde în aproximativ o secundă de la închiderea întrerupătorului. La închiderea întrerupătorului, lampa va continua să primească putere pentru încă o secundă, apoi se va stinge.

Ne putem imagina comportamentul electronilor printr-un conductor ca fiind echivalent cu vagoanele unui tren, legate între ele, dar prezentând o anumită „cursă” (distanța parcursă de un vagon față de celălat, astfel încât elementele de legătură să fie perfect întinse; doar după parcurgerea acestei distanță, vagonul al doilea poate fi tras de primul vagon). Astfel, când trenul se pune în mișcare, nu toate vagoanele vor porni deodată, ci locomotiva trage primul vagon, după eliberarea cursei, primul vagon trage al doilea vagon după eliberarea cursei, etc. Astfel, mișcarea este transferată de la vagon la vagon la viteza maximă permisă de cursă, dar la o viteză mult mai mare decât viteza individuală a vagoanelor:

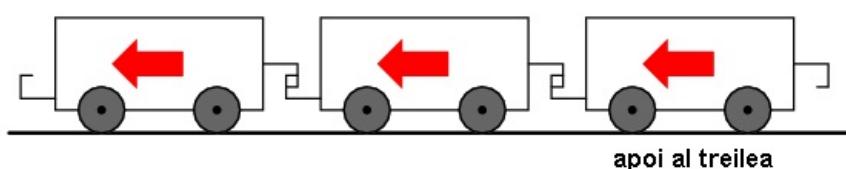
pornirea trenului de pe loc și deplasarea vagoanelor



primul vagon se pune în mișcare



apoi al doilea



apoi al treilea

O altă analogie estea cea a valurilor în apă. Să presupunem că punem în mișcare un obiect plan pe suprafața apei, astfel încât acesta produce o serie de valuri în urma sa. Apa se va „deplasa” datorită faptului că moleculele sale se ciocnesc una de celalătă, transferând energia de mișcare de-a lungul suprafeței apei cu o viteză mai mare decât viteza individuală a moleculelor:

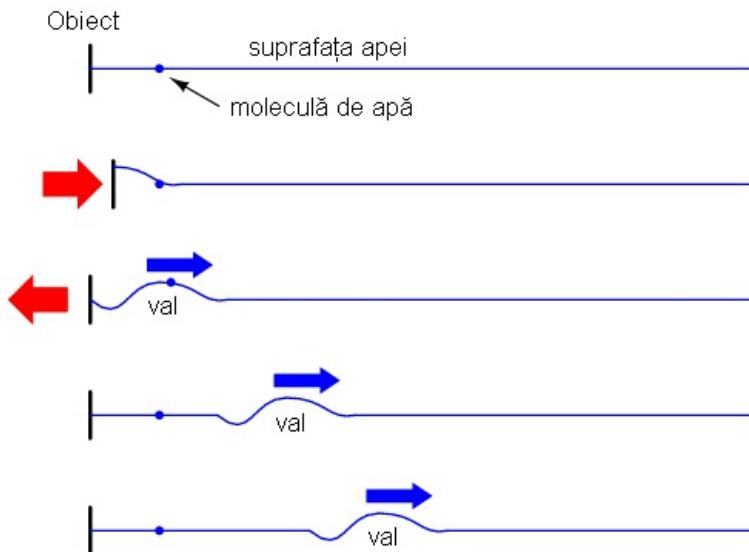


Figure 327: analogie pentru deplasarea electronilor în conductori; punerea în mișcare a unui obiect pe suprafața apei

În aceeași ordine de idei, „unda de curent” se deplasează cu viteza luminii, deși electronii individuali nu au o viteză într-atât de mare. Într-un circuit foarte lung, această diferență de viteză, această „cuplare” a electronilor (exemplul trenului), devine vizibilă sub forma unei întârzieri între acțiunea întrerupătorului și efectul asupra lămpii.

### 13.2 Impedanța caracteristică

Să presupunem totuși, că am avea un set de conductori de lungime infinită, fără nicio lampă conectată la capăt. Ce s-ar întâmpla la închiderea întrerupătorului. Din moment ce nu avem nicio sarcină conectată la bornele sale, acest circuit este de fapt deschis. Nu va exista deloc curent prin acest circuit?

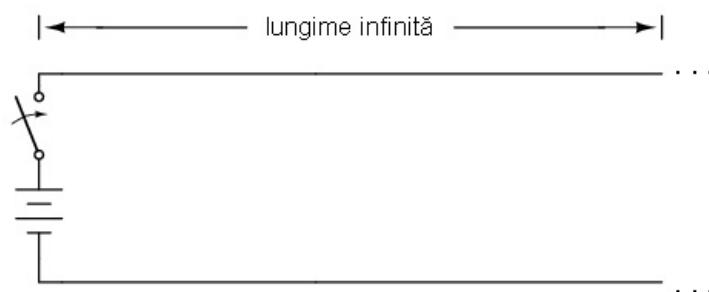


Figure 328: circuit electric simplu format din baterie și întrerupător și conductori de lungime infinită

Chiar dacă am putea elimina rezistența firelor prin folosirea superconductoarelor în acest „experiment”, nu am putea elimina însă capacitatea formată în lungimile conductorilor. *Orice* pereche de conductori separați între ei printr-un mediu izolant, prezintă o anumită capacitate electrică parazită între ei.

conductori de lungime infinită; apariția capacităților parazite între

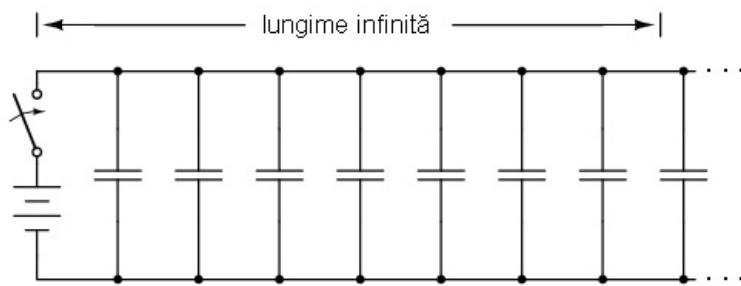
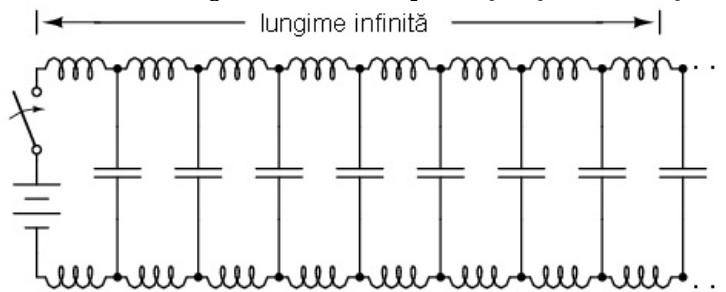


Figure 329: cei doi conductori

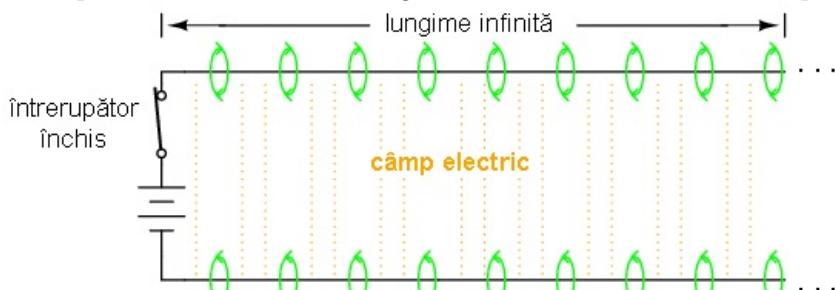
Aplicarea unei diferențe de potențial între doi conductori, duce la formarea unui câmp electric între acei doi conductori. Acest câmp electric va stoca energie, iar aceasta va duce la o opoziție față de variația tensiunii, efect descris de ecuația  $i = C(de/dt)$ , și anume, curentul va fi proporțional cu rata de variația a tensiunii cu timpul. Asfel, la închiderea întrerupătorului, capacitatea dintre cei doi conductori va reacționa împotriva creșterii bruște (variație) a tensiunii, ceea ce va duce la apariție unui curent prin circuit (de la sursă). Conform ecuației, o variație instantă a tensiunii aplicate (produsă de închiderea perfectă a întrerupătorului) ar da naștere unui curent de încărcare infinit.

Cu toate acestea, curentul prin cei doi conductori paraleli nu va fi infinit, deoarece există o anumită impedanță serie în lungul conductorilor, datorită inductanței acestora. Apariția unui curent, prin orice conductor, dă naștere unui câmp magnetic proporțional cu valoarea acestuia. Acest câmp magnetic va stoca energie, iar acest fapt va duce la o opoziție față de variația curentului. Fiecare conductor va prezenta un câmp magnetic datorat trecerii curentului, iar căderea de tensiune ce ia naștere se calculează cu ecuația  $e = L(di/dt)$ . Această cădere de tensiune limitează rata de variație a tensiunii în lungul capacităților distribuite, prevenind creșterea curentului spre infinit.

conductori de lungime infinită; capacitatele și inductanțele parazite



baterie și întrerupător și conductori de lungime infinită; închiderea întrerupătorului și apariția căpurilor electrice și



magnetice

Deoarece transferul de mișcare al electronilor celor doi conductori de la unul la celălalt se realizează la viteza luminii, „frontul de undă” al variației tensiunii și curentului se va propaga în lungimea conductorilor cu aproximativ aceeași viteză, ducând la încărcarea progresivă la valoarea maximă de tensiune și curent a capacităților și inductanțelor distribuite, astfel:

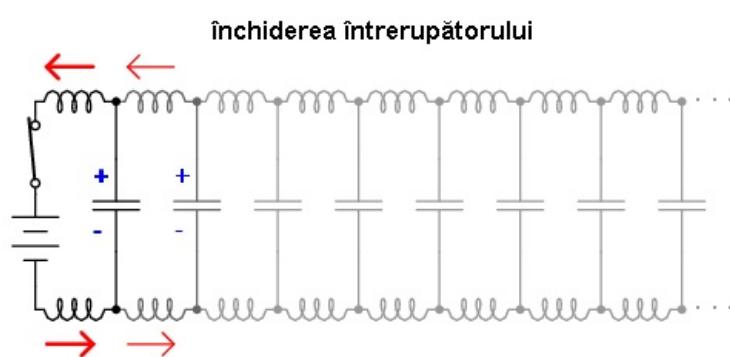


Figure 330: linie electrică lungă neîncărcată; închiderea întrerupătorului și propagarea undei

linie electrică lungă neîncărcată; închiderea întrerupătorului și

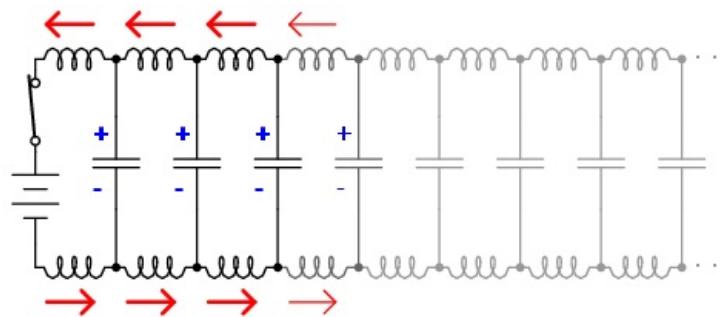


Figure 331: propagarea undei

neîncărcată; închiderea întrerupătorului și propagarea undei cu

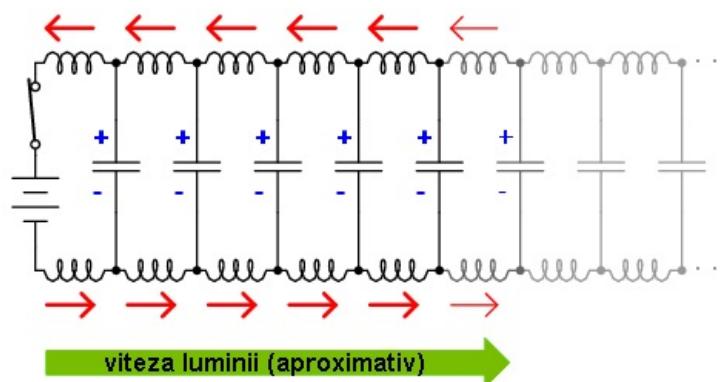
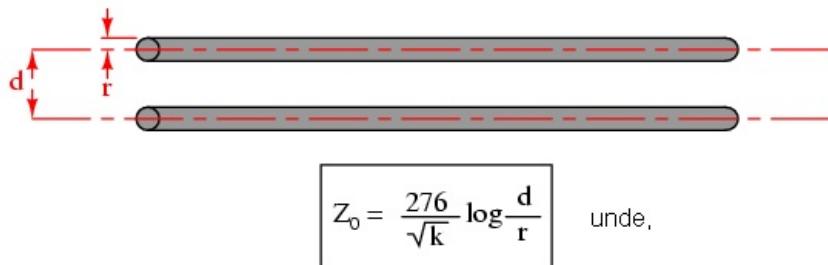


Figure 332: aproximativ viteza luminii

Rezultatul final al acestor interacțiuni este un curent constant, de amplitudine limitată, prin sursa de tensiune (baterie). Din moment ce lungimea conductoarelor este infinită, capacitățile lor distribuite nu se vor putea încărca niciodată la tensiunea sursei, iar inductanțele distribuite nu vor permite niciodată un curent de încărcare nelimitat. Cu alte cuvinte, această pereche de conductori va „trage” curent de la sursă atâtă timp cât întrerupătorul este închis, comportându-se precum o sarcină constantă. În acest caz, firele electrice nu mai sunt simple conductoare de curent electric, ci constituie ele însele un component al circuitului, cu caracteristici unice care trebuie luate în considerare. Spunem în acest caz, că cele două perechi de conductoare sunt *linii de transmisie*.

Pentru o sarcină constantă, răspunsul liniilor de transmisie, la aplicarea unei tensiuni, este rezistiv și nu reactiv, deși sunt compuse în mare parte din inductanțe și capacitați (presupunând rezistența conductorilor ca fiind zero). Merită menționat acest lucru, deoarece, din punctul de vedere al bateriei, nu există nicio diferență între un rezistor ce disipa tot timpul energie și un set de linii electrice infinite ce absoară energie tot timpul. Impedanță (rezistență) acestei linii, măsurată în Ohmi, poartă numele de *impedanță caracteristică*, și este o cantitate ce depinde exclusiv de geometria celor doi conductori. Pentru un set de conductori paraleli, cu aer pe post de dielectric, impedanța caracteristică poate fi calculată astfel:



$Z_0$  = impedanță caracteristică a liniei  
 $d$  = distanța dintre cei doi conductori, măsurată de la centru  
 $r$  = raza secțiunii conductorului  
 $k$  = permitivitatea relativă a izolației dintre cei doi conductori

Figure 333: calcularea impedanței caracteristice dintre două conductoare separate prin aer

Dacă linia de transmisie este un cablu coaxial, impedanță caracteristică se calculează astfel:



$$Z_0 = \frac{138}{\sqrt{k}} \log \frac{d_1}{d_2} \quad \text{unde,}$$

$Z_0$  = impedanță caracteristică a liniei  
 $d_1$  = diametrul conductorului interior  
 $d_2$  = diametrul conductorului exterior  
 $k$  = permitivitatea relativă a dielectricului dintre  
 cei doi conductori

Figure 334: calcularea impedanței caracteristice a unui cablu coaxial

În ambele ecuații se folosesc aceleași unități de măsură. Dacă dielectricul dintre cei doi conductori nu este aer (sau vid), atât impedanță caracteristică cât și viteza de propagare a undelor vor avea de suferit. Raportul dintre viteza reală de propagare a undelor într-o linie de transmisie și viteza luminii, poartă numele de *factorul de viteză* al acelei linii.

Factorul de viteză depinde doar de permitivitatea relativă a materialului izolator (dielectric), cunoscută și sub numele de *constanta dielectrică*, și definită ca raportul dintre permitivitatea electrică a materialului respectiv și permitivitatea electrică a vidului. Factorul de viteză a oricărui tip de cablu (coaxial sau alt tip), poate fi calculat cu următoarea formulă:



$v$  = viteza de propagare a undei  
 $c$  = viteza luminii în vid  
 $k$  = permitivitatea relativă a dielectricului  
 dintre cei doi conductori

Figure 335: formula matematică pentru calcularea factorului de viteză a oricărui tip de cablu

Impedanța caracteristică mai este cunoscută și sub numele de *impedanță naturală*, și se referă la rezistența echivalentă a liniei de transmisie dacă lungimea acesteia ar fi infinită, datorită capacităților și inductanțelor distribuite.

Se poate vedea din ecuațiile de mai sus, că impedanța caracteristică ( $Z_0$ ) a liniilor de transmisie crește odată cu creșterea distanței dintre conductori. Dacă distanța dintre cei doi conductori crește, capacitatea distribuită scade, datorită distanței mai mare dintre armături, iar inductanța distribuită crește, datorită efectelor de anulare a câmpurilor magnetice opuse mult mai mici. O capacitate paralelă multă mai mică, și o inductanță serie multă mai mare, duce la un curent multă mai mică prin linie pentru aceeași valoare a tensiunii aplicate, ceea ce prin definiție înseamnă o impedanță mai mare. Invers, dacă distanța dintre cei doi conductori scade, capacitatea paralelă crește, iar inductanța serie scade. Rezultatul este un curent multă mai mare prin conductori pentru aceeași valoare a tensiunii, ceea ce înseamnă de fapt o impedanță mai mică.

Ignorând orice efecte dissipative a conductorilor, impedanța caracteristică a liniilor electrice lungi este egală cu rădăcina pătrată a raportului dintre inductanță liniei pe unitate de lungime și capacitatea liniei pe unitate de lungime:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

unde,

$Z_0$  = impedanță caracteristică a liniei  
 $L$  = inductanță pe unitate de lungime a liniei  
 $C$  = capacitatea pe unitate de lungime a liniei

Figure 336: formula matematică pentru calcularea impedanței caracteristice a liniilor electrice lungi

### 13.3 Linii electrice finite

O linie de transmisie infinită, precum cea considerată în secțiunea precedentă, este imposibil de realizat din punct de vedere fizic, prin urmare, comportamentul lor nu va fi exact același precum o linie infinită.

Totuși, cunoașterea/calcularea impedanței caracteristice a liniilor de transmisie este importantă și atunci când avem de a face cu lungimi finite. Dacă celălalt capăt al unei linii de transmisie finite este deschis, unda de curent ce se propagă în lungimea conductorului trebuie să se oprească la un moment dat, din moment ce electronii nu se pot deplasa într-un circuit deschis. Această întrerupere abruptă a curentului la sfârșitul liniei produce o „îngrămădire” de electroni de-a lungul liniei de transmisie, pentru că aceștia nu au unde să se deplaseze. Dacă ne imaginăm un tren lung în mișcare, cu o anumită cursă între vagoane, iar primul vagon (sau locomotiva) se oprește brusc într-un parapet fix, acesta se va opri; urmarea este că toate celelalte vagoane din urma lui se vor opri rând pe rând, după ce fiecare parcurge „cursa” sa. Trenul nu se oprește deodată, ci fiecare vagon pe rând, de la primul, până la ultimul:

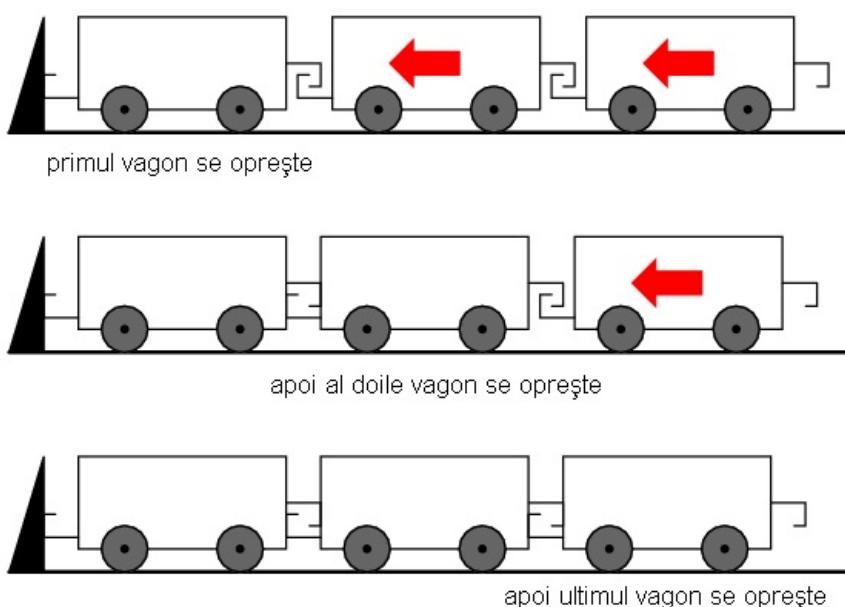


Figure 337: oprirea secvențială a vagoanelor; undă reflectată

Propagarea unui semnal de la sursă până la capătul unei linii de transmisie (spre sarcină), poartă numele de *undă incidentă*. Propagarea unui semnal de la sarcină (capătul liniei) spre sursă, poartă numele de *undă reflectată*

Această „îngrămădire” de electroni se propagă înapoi spre baterie, curentul prin baterie încetează, iar linia electrică se comportă precum un circuit deschis. Toate aceste lucruri au loc foarte repede pentru o linie de transmisie de lungime rezonabilă, prin urmare, un ohmetru nu poate măsură această perioadă foarte scurtă de timp în care linia se comportă precum un rezistor. Pentru o linie de aproximativ un kilometru, cu un factor de viteză de 0.66, durata de deplasare a semnalului de la un capăt la celălalt este de aproximativ şase microsecunde ( $3 \times 10^{-6}$ ). Prin urmare, semnalul reflectat ajunge înapoi la sursă în aproximativ  $12\mu\text{s}$ , după care, linia de transmisie se comportă precum un circuit deschis.

Există aparate ce pot măsura acest interval foarte scurt de timp de la sursă la capătul liniei și înapoi, și pot fi folosite pentru măsurarea lungimilor cablurilor. Această tehnică poate fi folosită și pentru determinarea prezenței și locației unei întreruperi într-unul sau în ambii conductori ai unei linii de transmisie, deoarece curentul se va „reflecta” din locul întreruperii la fel cu se reflectă și într-un circuit deschis. Astfel de instrumente poartă numele de *reflectometre*, iar principiul de funcționare este identic cu cel al sonarelor: generarea unui puls sonor și măsurarea timpului necesar pentru întoarcerea ecoului.

Un fenomen similar are loc dacă scurt-circuităm capătul liniei de transmisie: când unda de tensiune ajunge la capătul liniei, acesta este reflectată înapoi spre sursă, deoarece tensiunea nu poate exista între două puncte comune din punct de vedere electric. Când unda reflectată ajunge înapoi la sursă, din punctul de vedere al sursei, întreaga linie de transmisie este scurt-circuitată. Din nou, acest lucru se întâmplă foarte repede.

Putem ilustra acest fenomen de reflexie al liniilor de transmisie cu un experiment simplu.

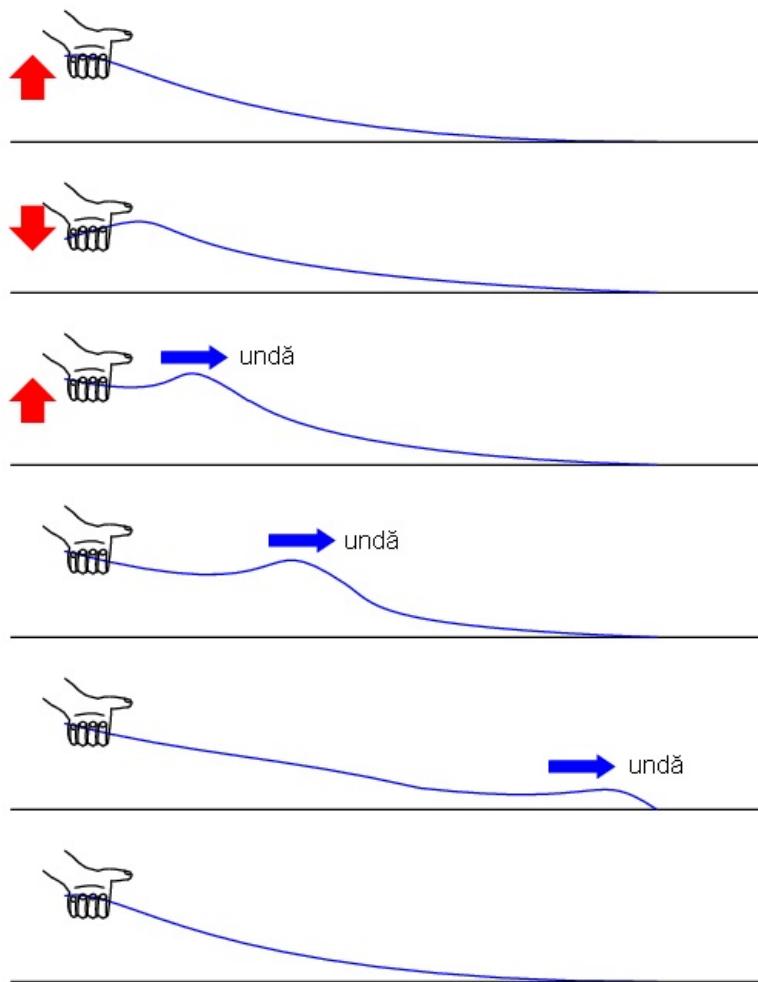


Figure 338: exemplificarea propagării undelor de tensiune și curent cu ajutorului unei sfori

Acest lucru este analog unei linii de transmisie cu pierderi interne: puterea semnalului este din ce în ce mai slabă pe măsură ce se propagă în lungimea liniei și nu se reflectă niciodată înapoi spre sursă. Totuși, dacă celălalt capăt al sforii este fixat într-un punct în care amplitudinea semnalului nu este încă zero, în lungul sforii va apărea o a doua undă, reflectată înapoi spre mâna.

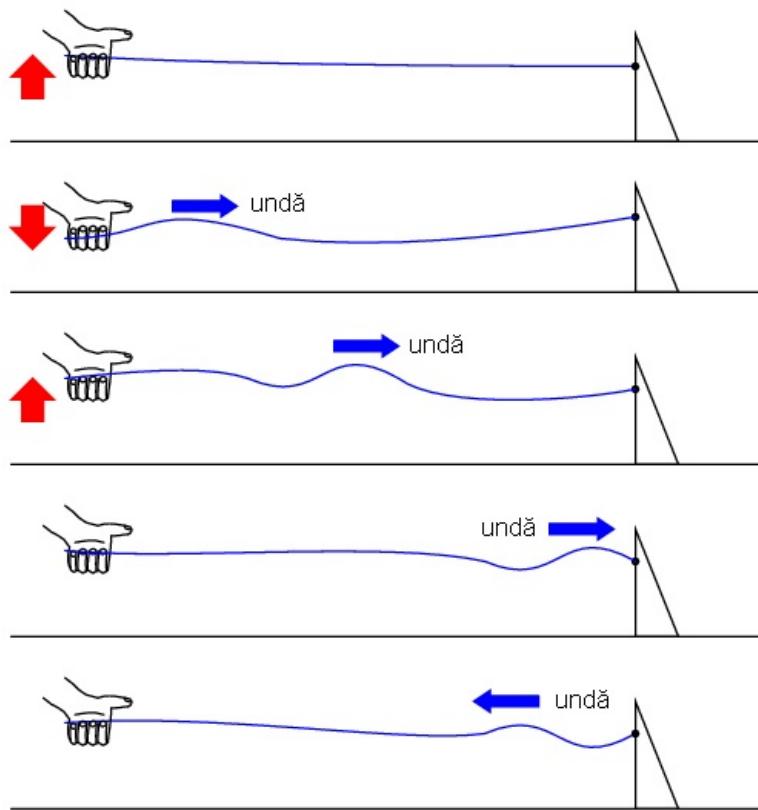


Figure 339: exemplificarea propagării undelor de tensiune și curent cu ajutorul unei sfori; reflectarea undei

De obicei, rolul unei linii de transmisie este propagarea (transportul) energiei electrice dintr-un punct în altul. Dar chiar dacă semnalele sunt folosite doar pentru transmitere de informații, și nu pentru alimentarea unei sarcini, situația ideală ar fi ca între semnalul original să fie transmis de la sursă spre sarcină și abosorbit complet de aceasta, pentru un raport semnal/zgomot cât mai bun. Prin urmare, „pierderile” din lungul liniilor de transmisie sunt nedorite, la fel ca și unde reflectate, deoarece energia reflectată reprezintă energie ce nu este transmisă sarcinii.

### 1. Eliminarea reflexiei liniilor de transmisie

Reflexiile liniilor de transmisie pot fi eliminate dacă impedanța sarcinii este egală cu impedanța liniei. De exemplu, un cablu coaxial de  $50 \Omega$ , ce este fie deschis, fie scurt-circuitat, va reflecta întreaga energie incidentă înapoi spre sursă. Dacă vom conecta însă un rezistor de  $50 \Omega$  la celălalt capăt al cablului, întreaga energie se va disipa pe acesta și nu vor exista unde reflectate înapoi spre sursă.

În principiu, un rezistor a cărei impedanță (rezistență) este exact impedanța naturală (impedanța caracteristică a liniei), conectat la capătul liniei de transmisie, face ca linia să „pară” infinit de lungă din punctul de vedere al sursei, deoarece un rezistor poate disipa energie pentru o durată infinită, în aceeași măsură în care o linie de transmisie infinită poate absoarbi energie pentru o durată de timp infinită.

În cazul în care rezistența nu este perfect egală cu impedanța caracteristică a liniei de transmisie, vor apărea unde reflectate înapoi spre sursă, cel puțin parțial.

Se poate întâmpla ca unda reflectată să fie re-reflectată de către sursă, dacă impedanța internă (impedanța Thevenin echivalentă) a sursei nu este exact egală cu impedanța caracteristică a liniei. O undă reflectată pe sursă va fi disipată în întregime, dacă impedanța sursei este egală cu cea a liniei, dar va fi reflectată înapoi pe linie precum orice altă undă, cel puțin parțial, dacă impedanța sursei nu este egală cu cea a liniei. Acest tip de reflexii pot fi supărătoare, deoarece aparent, reflexia undei de către sursă duce la impresia că aceasta tocmai a emis un puls nou.

## 13.4 Linii electrice lungi și linii electrice scurte

În circuitele de curent continuu și în cele de curent alternativ de frecvență joasă, impedanța caracteristică a conductorilor paraleli este de obicei ignorată, datorită duratelor de timp relativ scurte a reflexiilor din lungul liniilor, față de perioada undelor sau a pulsurilor din circuit. După cum am văzut în secțiunea precedentă, dacă o linie de transmisie este conectată la o sursă de curent continuu, aceasta se va comporta precum un rezistor a cărei valoare este egală cu impedanța caracteristică a liniei pentru o durată de timp egală cu durata de parcugere a undei până la capătul liniei și înapoi spre sursă. După acea perioadă (aproximativ  $12 \mu s$  pentru un cablu coaxial de un kilometru), sursa „vede” doar impedanța conectată în circuit, oricare ar fi aceasta.

Dacă circuitul în cauză folosește putere în curent alternativ, consecințele unei asemenea întârzieri, introduse de linia de transmisie între vârful tensiunii de curent alternativ generat de tensiune și momentul în care sarcina „vede” acest vârf, nu sunt de o importanță crucială. Cu toate că amplitudinile instantanee ale semnalului în lungimea liniei nu sunt egale,

datorită propagării acestuia cu viteza luminii, diferența de fază a semnalelor dintre începutul și capătul liniei este neglijabilă, deoarece propagarea acestora în lungul liniilor au loc cu o fracțiune foarte mică din perioada formei de undă alternative. Din considerente practice, putem spune că tensiunea de-a lungul unei linii de transmisie cu două conductoare, de frecvență joasă, este egală și în fază în oricare moment.

Acest tip de line poartă denumirea de *linie de transmisie scurtă*, deoarece efectele propagării semnalelor sunt mult mai rapide decât perioadele semnalelor transmise. Invers, o *linie electrică lungă* are un timp de propagare mult mai mare ce poate ajunge să fie multiplu al perioadei semnalului transmis. O linie este considerată „lungă” atunci când semnalul sursei „parcurge” cel puțin un sfert de perioadă (90 de grade) înainte ca semnalul incident să ajungă la capătul liniei. Până în acest moment, toate liniile electrice au fost considerate electric scurte.

Să încercăm o explicație. Trebuie să exprimăm distanța parcursă de o undă de tensiune sau curent, în lungul liniei de transmisie, în funcție de frecvența sursei. Perioada unei forme de undă alternative cu o frecvență de 60 Hz este de 16,66 ms. La viteza luminii, un semnal de tensiune sau curent va parcurge o distanță de aproximativ 5 km. Dacă factorul de viteză al liniei de transmisie este sub unu, viteza de propagare va fi mai mică decât viteza luminii, prin urmare și distanța parcursă va fi mai mică. Dar chiar și dacă utilizăm un factor de viteză mai mică, distanța parcusă în acel interval va fi tot foarte mare. Distanța calculată pentru o anumită frecvență, poartă denumirea de *lungime de undă* a semnalului.

Formula de calcul a lungimii de undă este următoarea:

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

unde,

$\lambda$  = lungimea de undă

$v$  = viteza de propagare

$f$  = frecvența semnalului

Figure 340: formula de calcul a lungimii de undă

Considerând o linie lungă ca având o lungime de cel puțin 1/4 din lungimea de undă, putem vedea de ce toate liniile folosite în circuitele discutate au fost presupuse ca fiind liniile electrice scurte. Pentru un circuit la frecvența de 60 Hz, liniile de tensiune ar trebui să depășească 1.200 de kilometri în lungime, înainte ca efectele timpului de propagare a semnalelor să devină importante. Cablurile ce realizează conexiunea dintre difuzoare și amplificator ar trebui să depășească lungimea de 7 kilometri pentru ca reflexiile acestuia să afecteze suficient de mult semnalul audio de 10 kHz.

În cazul circuitelor de frecvență înaltă însă, lungimea liniei este foarte importantă. Să considerăm ca și exemplu un semnal radio de 100 MHz, lungimea sa de undă fiind de doar 3 m, chiar și la viteza de propagare maximă (factor de viteză 1). O linie de transmisie pentru acest semnal este considerată lungă dacă depășește lungimea de 0.75 m! Mai mult, cu un factor de viteză de 0.66, această lungime critică devine 0.5 m!

Când o sursă electrică este conectată la sarcină printr-o linie de transmisie scurtă, impedanța sarcinii domină circuitul. Cu alte cuvinte, când linia electrică este scurtă, impedența caracteristică a liniei are un impact extrem de redus asupra performanțelor circuitului.

La conectarea unei surse la sarcină prin intermediul unei liniile de transmisie lungă, impedanța caracteristică a liniei domină impedența sarcinii. Cu alte cuvinte, liniile electrice lungi constituie componenta principală a circuitului.

Cea mai eficientă metodă de minimizare a impactului lungimii liniilor de transmisie asupra circuitului, este egalarea impedenței caracteristice a liniei cu impedența sarcinii. În acest caz, orice sursă de semnal conectată la celălalt capăt al liniei va „vedea” exact aceeași impedență, și va genera același curent în circuit, indiferent de lungimea liniei. În această condiție perfectă, lungimea liniei afectează doar durata de timp necesară pentru transmiterii semnalului de la sursă la sarcină. Totuși, egalarea perfectă a impedențelor nu este tot timpul practică sau posibilă.

### 13.5 Unde staționare și rezonanță

De câte ori există o diferență între impedența caracteristică a liniei și impedența sarcinii, vor apărea și reflexii ale undelor. Dacă unda incidentă este o formă de undă alternativă, aceste reflexii se vor „amesteca” cu semnalele incidente, iar formele de undă produse poartă numele de *forme de undă staționare*.

Următoarea ilustrație exemplifică modul în care o undă incidentă triunghiulară se transformă într-o reflexie „în oglindă” după ce aceasta ajunge la capătul liniei de transmisie (întrerupte). Linia de transmisie este reprezentată în acest caz doar printr-o singură linie, pentru simplitate. Unda incidentă se deplasează de la stânga la dreapta, iar unda reflectată de la dreapta la stânga:

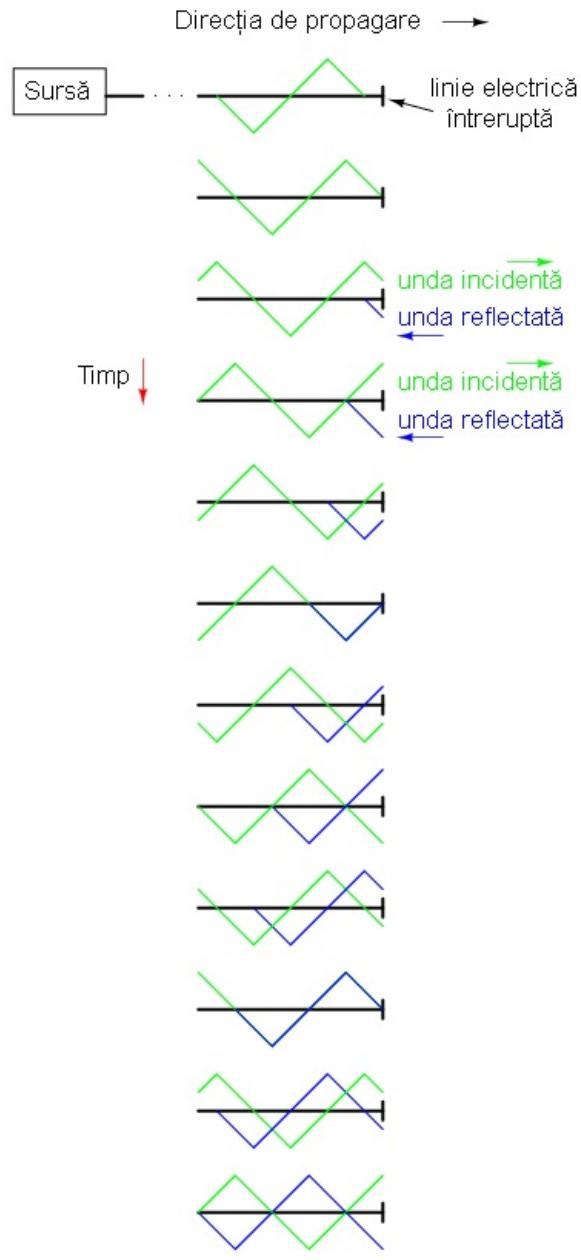


Figure 341: reflexia în oglindă a undei triunghiulare incidente într-o linie electrică îintreruptă

Dacă adăugăm cele două forme de undă, descoperim că în lungul liniei se formează de fapt o a treia formă de undă, staționară:

linie electrică îintreruptă; formarea formei de undă staționare ca sumă

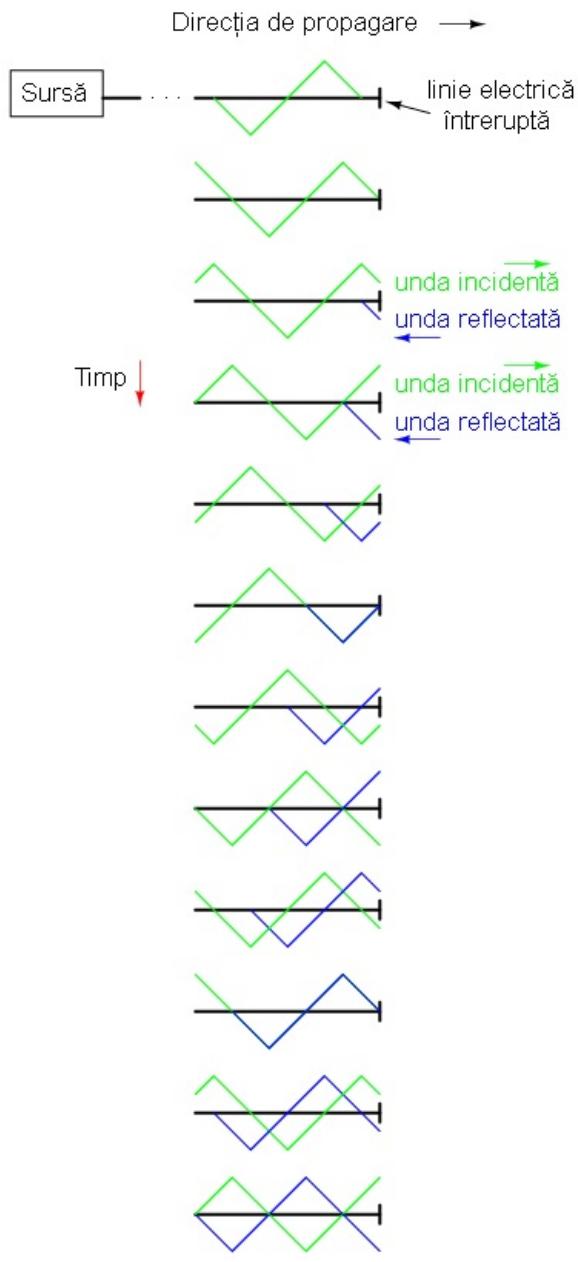


Figure 342: dintre unda incidentă și cea reflectată

Cea de a treia undă, cea staționară, reprezintă de fapt singura tensiune din lungul liniei, fiind suma undelor incidente și a undelor reflectate. Amplitudinea sa instantanee oscilează, dar unda nu se propagă în lungimea liniei precum celelalte două forme de undă. De observat că punctele de pe linie, ce marchează amplitudinea zero a undei staționare (locul în care unda incidentă și cea reflectată se anulează reciproc), au tot timpul aceeași poziție:

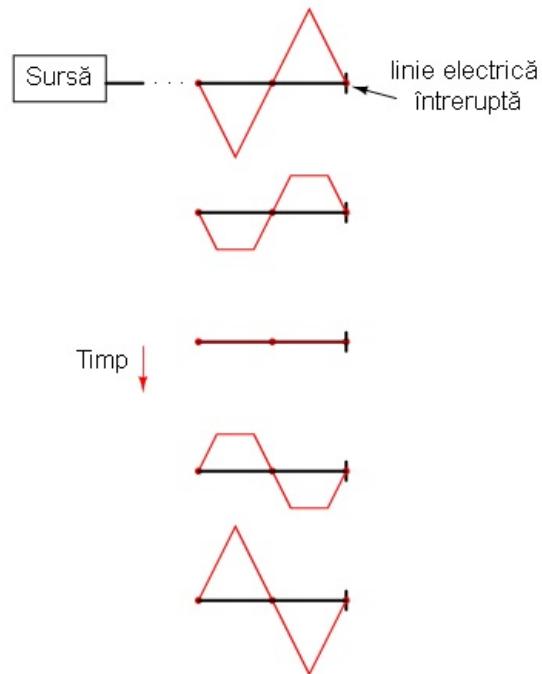


Figure 343: unda staționară nu se propagă în lungul liniilor de transmisie

Undele staționare sunt destul de frecvent întâlnite în lumea înconjurătoare. Să considerăm o coardă, legată la un capăt și „scuturată” la celălalt:

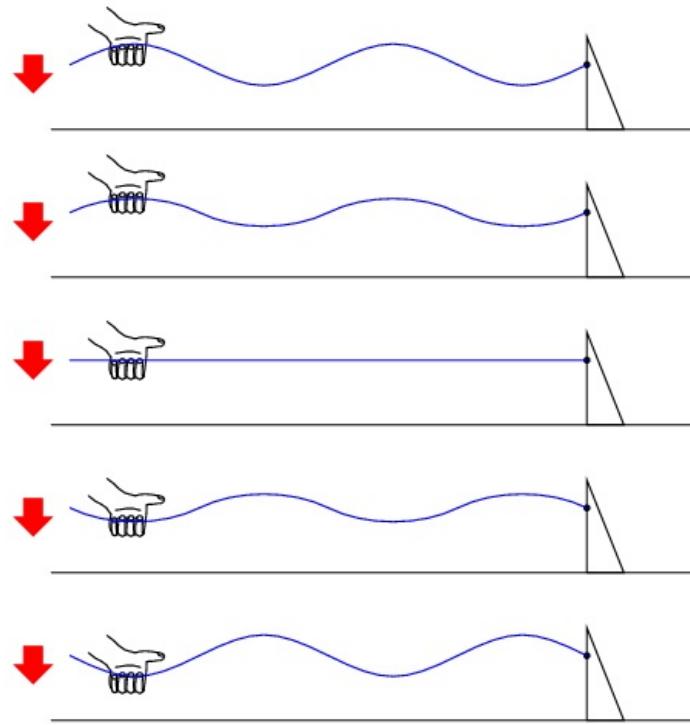


Figure 344: udele staționare într-o bucată de sfoară legată la un capăt și mișcată la celălalt

Atât nodurile (punctele unde vibrația este foarte mică sau inexistentă), cât și antinodurile (punctele unde vibrația este maximă) rămân fixe de-a lungul corzii. Efectul este și mai pronunțat când capătul liber este mișcat la frecvența corectă. Corzile fixe prezintă același comportament. Diferența majoră este că aceasta vibrează la frecvența sa „corectă” pentru maximizarea efectului undelor staționare:

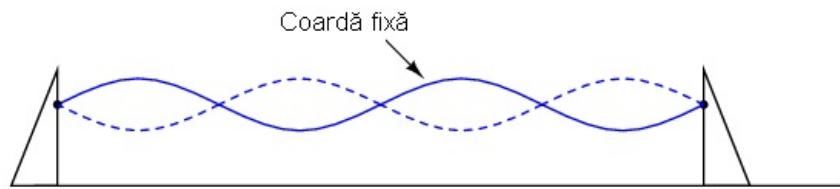


Figure 345: vibrația coardei fixe

Author: Mihai Olteanu

Created: 2019-05-06 Mon 14:28

[Validate](#)