Prueba A

1. Para cada $b \in \mathbb{R}$ se define la aplicación lineal

$$f_b : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3,\ f(x,y,z,t) = (bx+y, x+bz, y+t)$$

a) Estudiar los valores de b que hacen que f_b sea inyectiva o sobreyectiva.

b) Hallar una base de $Ker\ f_2$.

c) Calcular $f_0(L)$, siendo $L = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 / x = 0, y - z = 0\}$.

2. Sea $\mathcal{B} = \{(-1,0,0), (1,1,0), (0,0,2)\}$ una base de $\mathbb{R}^3$ y $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ la aplicación lineal tal que

$$(f)_{\mathcal{B},\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Encontrar una matriz P tal que $(f)_{\mathcal{B},\mathcal{C}} P = (f)_{\mathcal{C},\mathcal{C}}$.

b) Justificar que f es un isomorfismo y calcular $(f^{-1})_{\mathcal{C},\mathcal{B}}$.

3. (*Teoría*) Sea $g : W \longrightarrow W'$ una aplicación lineal.

a) Probar que, g es inyectiva si, y sólo si, $Ker\ g = \{0\}$.

b) Definir los conceptos de valor propio y vector propio de g.