MATEMÁTICA DISCRETA **NOVIEMBRE-2014**

1m. (a) Encontrar el inverso multiplicativo de 1201 módulo 1001.

$$\begin{array}{r|l} 1201 & 1001 \\ \hline 200 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1001 & 200 \\ \hline 1 & 5 \end{array}$$

Así, $\gcd(1201, 1001) = 1$ y por lo tanto 1201 tiene inverso multiplicativo módulo 1001.
Por el algoritmo de Euclides extendido:

$$1 = 1001 - 5 \cdot 200 = 1001 - 5 \cdot (1201 - 1001) = -5 \cdot 1201 + 6 \cdot 1001.$$

Módulo 1001 nos queda:

$$1 \equiv -5 \cdot 1201 + 6 \cdot 0 \equiv -5 \cdot 1201 \bmod 1001.$$

Por lo tanto el inverso de 1201 es $-5 \equiv 996 \bmod 1001$.

(b) Resolver la congruencia $1201x \equiv 3 \bmod 1001$.

Multiplicando por el inverso de 1201 módulo 1001, tenemos:
$1201^{-1} \cdot 1201x \equiv 1201^{-1} \cdot 3 \bmod 1001$.
$1 \cdot x \equiv x \equiv -5 \cdot 3 \equiv -15 \equiv 986 \bmod 1001$.

1v. (a) Encontrar el inverso multiplicativo de 200 módulo 1401.

$$\begin{array}{r|l} 1401 & 200 \\ \hline 1 & 7 \end{array}$$

Así, $\gcd(1401, 200) = 1$ y por lo tanto 200 tiene inverso multiplicativo módulo 1401.
Por el algoritmo de Euclides extendido:

$$1 = 1401 - 7 \cdot 200.$$

Módulo 1401 nos queda:

$$1 \equiv 1401 - 7 \cdot 200 \equiv -7 \cdot 200 \bmod 1401.$$

Por lo tanto el inverso de 200 es $-7 \equiv 1394 \bmod 1401$.

(b) Es divisible por 11 el número 78947653210476. ¿En caso negativo cuál es su resto?
Suma de las cifras impares $-$ suma de las cifras pares:

$$(6 + 4 + 1 + 3 + 6 + 4 + 8) - (7 + 0 + 2 + 5 + 7 + 9 + 7) = 32 - 37 = -5.$$

Por lo tanto no es divisible por 11. El resto es $-5 \equiv 6 \bmod 1001$. Por lo tanto, el resto de dividir por 11 es 6.

2. (a) ¿Cuántas cadenas de 6 letras tienen exactamente una vocal?
Hay 5 vocales y 21 consonantes.

$\underline{\quad V \quad}$ $\underline{\quad C_1 \quad}$ $\underline{\quad C_2 \quad}$ $\underline{\quad C_3 \quad}$ $\underline{\quad C_4 \quad}$ $\underline{\quad C_5 \quad}$

$$6 \cdot 5 \cdot 21^5$$

donde 6 son las posibles posiciones donde puede ir la vocal.

(b) ¿Cuántas cadenas de 6 letras tienen exactamente dos vocales?

$\underline{\quad V_1 \quad}$ $\underline{\quad V_2 \quad}$ $\underline{\quad C_1 \quad}$ $\underline{\quad C_2 \quad}$ $\underline{\quad C_3 \quad}$ $\underline{\quad C_4 \quad}$

$$\binom{6}{2} \cdot 5^2 \cdot 21^4 = 15 \cdot 5^2 \cdot 21^4$$

donde $\binom{6}{2}$ son las posibles posiciones donde pueden ir las dos vocales (y por lo tanto fijamos donde van las consonantes).

(c) ¿Cuántas cadenas de 6 letras tienen al menos una vocal?
Son todas las cadenas de 6 letras menos las que tienen todas consonantes.

$\underline{\quad C_1 \quad}$ $\underline{\quad C_2 \quad}$ $\underline{\quad C_3 \quad}$ $\underline{\quad C_4 \quad}$ $\underline{\quad C_5 \quad}$ $\underline{\quad C_6 \quad}$

Todas consonantes son 21^6. Por lo tanto, cadenas que tienen al menos una vocal son $26^6 - 21^6$.