

Indícase na cabeceira do exame que se deben **xustificar todas as respuestas**

1. (2 puntos) Resolve as seguintes cuestiós:

- (a) **(1 punto)** Atopar o enteiro positivo máis pequeno que dea restos 1, 3 e 5 cando se divide por 5, 7 e 9, respectivamente.
- (b) **(1 punto)** Sabendo que o número $3x5647y2_{(8)}$ é múltiplo 7 e de 9, respectivamente. **O número atopase expresado en base 8.** Calcular x e y .

2. (2 puntos) Responde ás seguintes cuestiós:

- (a) **(1 punto)** Sexa $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n\}$ un conxunto de nove números naturais cuxa suma é 85. Probar que hai necesariamente catro números cuxa suma é polo menos 38.
- (b) **(0.5 puntos)** De cantas formas se poden repartir 20 exemplares dun mesmo libro entre seis persoas A, B, C, D, E, F se se coñece que A e B deben recibir alomenos 3 exemplares e C e D deben recibir dous exemplares.
- (c) **(0.5 puntos)** De cantas formas se poden repartir 20 exemplares dun mesmo libro entre seis persoas A, B, C, D, E, F nas mesmas condicións que o apartado anterior sabendo que A non pode recibir máis de 10 exemplares.

3. (2 puntos) Resolve a seguinte ecuación de recorrenza:

- (a) **(1 punto)** Sexa b_n o número de cadeas de n bits que conteñen tres ceros consecutivos. Calcular unha ecuación de recorrenza para b_n . Da as condicións iniciais **Non fai falta resolvela**.
- (b) **(1 punto)** Considera a relación de recorrenza $a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2}$. Cal é a solución xeral? É a sucesión $a_n = 4$ solución da ecuación de recorrenza? É a sucesión $a_n = n2^{n+1}$.

4. (2 puntos) Xustificar razonadamente as seguintes cuestiós

- (a) **(0.4 puntos)** Ordenar da meneira de que cada función sexa \mathcal{O} (Big-O) da seguinte:

$$f(n) = 365n\log_8 n + n^3 + 2000n$$

$$g(n) = n^2 \log_2 n + n(\log_8 n)^3$$

$$h(n) = 1000n\log_8 n + n^2(\log_2 n)^3$$
- (b) **(0.4 puntos)** Cántos números teñen inverso multiplicativo (ou unidades) en $\mathbb{Z}/20200\mathbb{Z}$, é dicir, no reloxio de 20200 horas.
- (c) **(0.4 puntos)** O número total de aplicacións inxectivas do conxunto $\{1, 2, 3\}$ nun conxunto A é de 210 posibilidades. Cántos elementos ten A ?
- (d) **(0.4 puntos)** Sexa G un grafo simple con 9 vértices. Probar que se G ten 29 arestas entón é conexo.
- (e) **(0.4 puntos)** Todo subgrafo 2-regular de K_4 é isomorfo a K_3 .

5. (2 puntos) Dado o seguinte grafo responder ás seguintes cuestiós:

- (a) **(0.5 puntos)** É bipartito? É plano?
- (b) **(0.5 puntos)** É euleriano? É semieuleriano? No caso afirmativo, construír un circuito ou camiño.
- (c) **(0.5 puntos)** É hamiltoniano? No caso afirmativo construír un circuito.
- (d) **(0.5 puntos)** Calcular unha árbore xeradora de peso minimal empregando o algoritmo de Prim (indicando todos os pasos), sendo os pesos do grafo os que se indican a continuación:

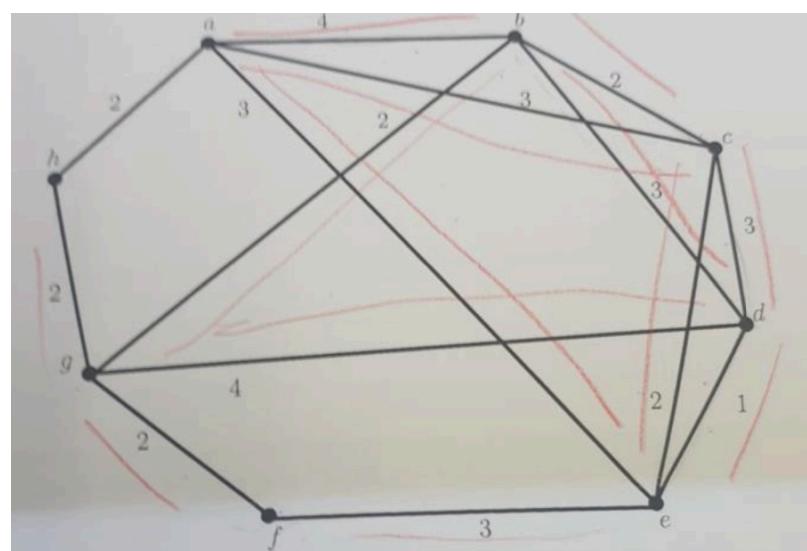


Figura 1: Grafo que foi proposto no exame