

Solucións ao exame de Fuma, feb 2011  
 Parte de Análise.

- Calcular  $\sin \frac{\pi}{12}$

$$\sin \frac{\pi}{12} = \sin \left( \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \right) = \sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4} =$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} (\sqrt{3} - 1)$$

- Calcular  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^4 - 16}$ .

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^4 - 16} \text{ é, por L'Hôpital, o } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2}{4x^3} = \\ = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{4x} = \frac{3}{8}$$

- Polinomio de interpolación de  $(1, 4), (2, 6), (3, 10)$ :

$$l_0(x) = \frac{x-2}{1-2} \frac{x-3}{1-3} = \frac{1}{2} (x-2)(x-3) = \frac{1}{2} (x^2 - 5x + 6)$$

$$l_1(x) = \frac{x-1}{2-1} \frac{x-3}{2-3} = -(x-1)(x-3) = -x^2 + 4x - 3$$

$$l_2(x) = \frac{x-1}{3-1} \frac{x-2}{3-2} = \frac{1}{2} (x-1)(x-2) = \frac{1}{2} (x^2 - 3x + 2)$$

Os polinomios de Lagrange anteriores, constituirán  
 o polinomio de interpolación,  $P(x)$ :

$$P(x) = 4l_0(x) + 6l_1(x) + 10l_2(x) =$$

$$\begin{aligned} &= 2x^2 - 10x + 12 + \\ &- 6x^2 + 24x - 18 + \\ &+ 7x^2 - 15x + 10 = \\ \hline &x^2 - x + 4. \end{aligned}$$

O polinomio é  $P(x) = x^2 - x + 4$ . Avaliando em  $x=0,5$ ,

$$P(0,5) = 0,25 - 0,5 + 4 = 3,75.$$

- Calcular a aproximação centrada da derivada dos dados anteriores em  $x=2\text{MB}$ .

A fórmula é  $\frac{10 - 4}{3 - 1} = 3 \text{s}/\mu\text{B}$ .

- Calcula a tangente de  $y^2(2-x) = x^3$  em  $(1,1)$ .  
Derivando implicitamente,

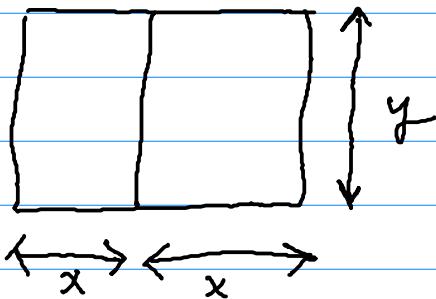
$$2yy'(2-x) + y^2(-1) = 3x^2. \text{ Em } (1,1) \text{ que obtemos,}$$

$$2y'(2-1) + 1 \cdot (-1) = 3 \cdot 1; 2y' - 1 = 3; y' = 2.$$

A recta tangente passa por  $(1,1)$  com pendente 2:

$$y - 1 = 2(x - 1); 2x - y - 1 = 0$$

- Valado para unha leira rectangular con separación:



$$\text{Área: } 2x \cdot y = 216 \text{ m}^2$$

$$\begin{aligned} \text{Perímetro: exterior: } & 4x + 2y \\ \text{interior: } & y \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \text{Total: } 4x + 3y. \end{array} \right\}$$

Hai que minimizar  $4x + 3y$  considerando que  $y = \frac{108}{x}$ . É dicir, minimizar  $P(x) = 4x + \frac{324}{x}$ .

Cando  $x$  tende a infinito,  $P(x)$  tamén. logo, podemos traballar no intervalo  $[0, M]$  para  $x$ , con  $M$  suficientemente grande.

Por ser  $P(x)$  continua no intervalo fechado e limitado  $[0, M]$ , debe existir o mínimo absoluto. Basta buscar entre os candidatos.

$x=0$  desbótaise, pois  $P(x) \rightarrow \infty$  se  $x \rightarrow 0$

$x=M$  desbótaise, pois  $P(M)$  é moi grande (and  $M$  é grande).

Queda mirar onde se anula a derivada:

$$P'(x) = 4 - \frac{324}{x^2} = 0; x^2 = 81; x = 9$$

As dimensións para o valado mínimo son

$$x = 9 \text{ m}, y = 12 \text{ m}.$$