

MATEMÁTICA DISCRETA

EXAMEN DE FEBRERO

10/2/2006

APELLIDOS:

NOMBRE: D.N.I.:

1 (10+10)	2 (10)	3 (10+10)	4 (20)	5 (10+5)	6 (15)	NOTA

1.

a) Sea A el conjunto de los primeros 50 números de la forma n^2 : Calcular su imagen mediante la aplicación f :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 100 \\ x^2 + 1 & \text{si } 100 \leq x < 400 \\ \operatorname{sen}(x) & \text{si } 400 \leq x \leq 1000 \\ \log(x) & \text{si } x > 1000 \end{cases}$$

b) ¿Es válido el siguiente razonamiento?

Si estoy alucinando, veo correr leones por la calle. Estoy alucinando o soñando. Por lo tanto ~~veo correr los leones~~ los leones corren por la calle.

2. Minimizar la siguiente la función booleana:

$$f(x, y, z, t) = x \cdot y \cdot \bar{z} \cdot \bar{t} + \bar{y} \cdot z \cdot t + \bar{y} \cdot z \cdot \bar{t} + \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \cdot \bar{t} + \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} \cdot \bar{t} + \bar{x} \cdot \bar{z} \cdot t$$

¿Cuál es su forma normal conjuntiva (forma POS)? ¿Cuál es su forma normal disyuntiva (forma SOP)? ¿Cuál es el valor de $f(0,1,0,1)$?

3.

a) En el conjunto de los primeros mil números naturales de la forma n^3 , determinar cuántos de ellos son congruentes con 5 módulo 13.

b) ¿Cuántos números primos hay entre 1000 y 3000?

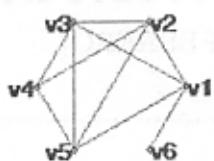
4. ¿Cuántas maneras hay de empaquetar 8 regalos iguales en 5 cajas diferentes (sin que quede ninguna caja vacía)? Describirlas. ¿Y si pueden quedar cajas vacías? Describirlas.

5.

a) Dar un algoritmo recursivo para calcular a^n donde a es un número cualquiera y n un número entero.

b) Calcular la solución de la ecuación de recurrencia $a_n = -2a_{n-3} + a_{n-2} + 2a_{n-1}$, con las condiciones iniciales $a(0) = 1, a(1) = 0, a(2) = 2$. Dar los 30 primeros términos de la sucesión. ¿Cuáles son las raíces de la ecuación característica?

6. Dado el grafo ponderado G con los siguientes pesos:



$$\begin{aligned} \{v1, v2\} &= 2, \{v1, v3\} = 3, \{v1, v5\} = 5, \{v1, v6\} = 4, \{v2, v3\} = 3, \\ \{v2, v4\} &= 5, \{v2, v5\} = 6, \{v3, v4\} = 8, \{v3, v5\} = 4, \{v4, v5\} = 6 \end{aligned}$$

¿Es euleriano? ¿Es semieuleriano? ¿Es conexo? ¿Es plano? En caso afirmativo, dar una representación plana de G . ¿Cuál es el grado de $v3$? ¿Cuál es su sucesión de grados? ¿Cuál es su matriz de adyacencia? ¿Cuál es su matriz de incidencia? Calcular dos árboles generadores minimales diferentes. ¿Cuál es su peso?

$$\left. \begin{array}{l} \deg(v_1) = 4, \deg(v_2) = 3, \\ \deg(v_3) = 3, \deg(v_4) = 5, \deg(v_5) = 6, \\ \deg(v_6) = 4 \end{array} \right\} \text{Sucesión de grados: } 8, 6, 4, 5, 5, 4$$

En el enunciado se pide calcular la sucesión de grados. La sucesión de grados de un grafo es la lista de los grados de los vértices, ordenados por el número de vértices.

$$\deg(v_1) + \deg(v_2) + \deg(v_3) + \deg(v_4) + \deg(v_5) + \deg(v_6) = 4 + 3 + 3 + 5 + 5 + 4 = 26$$

La sucesión de grados de G es $(26, 4, 3, 5, 5, 3)$.

En el enunciado se pide calcular la sucesión de grados. La sucesión de grados de un grafo es la lista de los grados de los vértices.

En el enunciado se pide calcular la sucesión de grados. La sucesión de grados de un grafo es la lista de los grados de los vértices.

En el enunciado se pide calcular la sucesión de grados. La sucesión de grados de un grafo es la lista de los grados de los vértices.

²⁰ Publicación de las calificaciones: 20 de febrero de 2006. Consultar en la web de la Universidad de Zaragoza.

MATEMÁTICA DISCRETA

EXAMEN DE SEPTIEMBRE

13/9/2006

APELLIDOS:

NOMBRE: D.N.I.:

1 (10+10)	2 (10)	3 (10+10)	4 (20)	5 (10+5)	6 (15)	NOTA

1.

a) ¿Cuántos números entre 2000 y 6000 (ambos inclusive) son a la vez el cuadrado y el cubo de un número natural?

b) ¿Es válido el siguiente razonamiento?

Si está lloviendo, la gente sale a la calle. Está lloviendo y hace calor. Por lo tanto la gente sale a la calle.

2. Minimizar la siguiente la función booleana:

$$f(x, y, z, t) = \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} \cdot \bar{t} + \bar{y} \cdot z \cdot t + \bar{y} \cdot z \cdot \bar{t} + \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z \cdot \bar{t} + \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} \cdot t + x \cdot \bar{z} \cdot t$$

¿Cuál es su forma normal conjuntiva (forma POS)? ¿Cuál es su forma normal disyuntiva (forma SOP)? ¿Cuál es el valor de $f(0,1,0,1)$?

3.

a) En el conjunto de los primeros dos mil números naturales de la forma n^2 , determinar cuántos de ellos son congruentes con 1 módulo 7.

b) Determinar las 10 primeras cifras del producto de los 50 primeros números primos.

4. ¿Cuántas palabras distintas se pueden formar permutando todas las letras de la palabra *papaya*? ¿Cuántas palabras distintas empezando por la letra *p* se pueden formar permutando todas las letras de la palabra *papaya*?

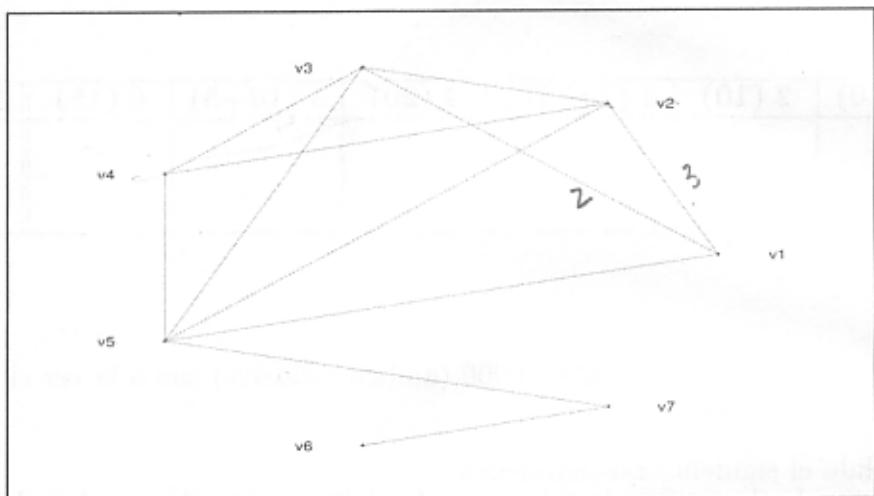
5.

a) Dar un algoritmo recursivo para calcular $a + b$ donde a y b son dos números enteros positivos.

b) Calcular la solución de la ecuación de recurrencia $a_n = -4a_{n-3} + 4a_{n-2} + a_{n-1}$, con las condiciones iniciales $a(0) = 1, a(1) = 2, a(2) = 3$. Dar los 50 primeros términos de la sucesión. ¿Cuáles son las raíces de la ecuación característica?

6. Dado el grafo ponderado G con los siguientes pesos:

$$\underline{a+b}$$



$$\{v1, v2\} = 3, \{v1, v3\} = 2, \{v1, v5\} = 5, \{v2, v3\} = 3,$$

$$\{v2, v4\} = 7, \{v2, v5\} = 6, \{v3, v4\} = 8, \{v3, v5\} = 4$$

$$\{v4, v5\} = 6, \{v5, v7\} = 5, \{v6, v7\} = 4$$

✓ ¿Es euleriano? ¿Es semieuleriano? ¿Es conexo? ¿Es plano? En caso afirmativo, dar una representación plana de G . ¿Cuál es el grado de $v5$? ¿Cuál es su sucesión de grados? ¿Cuál es su matriz de adyacencia? Calcular dos árboles generadores minimales diferentes. ¿Cuál es su peso?

$$a+b$$

$$1+1+$$

¹⁹Publicación de las calificaciones: 19 de septiembre de 2006

Revisión de exámenes: 22 y 25 de septiembre de 11 a 13h.