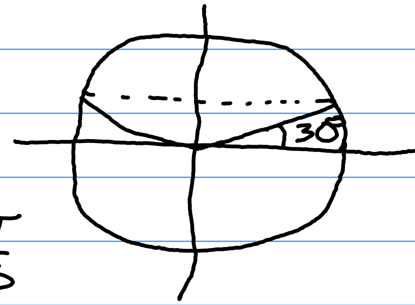
5a) $\operatorname{sen}\left(5x+\frac{\pi}{2}\right) \geq \frac{1}{2} = \operatorname{sen}(30^\circ) = \operatorname{sen}(150^\circ)$

O ángulo $5x+\frac{\pi}{2}$ debe estar entre $\frac{\pi}{6}$ y $\pi-\frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$.



$\frac{\pi}{6} \leq 5x+\frac{\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{6}$; $-\frac{\pi}{3} \leq 5x \leq \frac{\pi}{3}$

$x \in \left[-\frac{\pi}{15}, \frac{\pi}{15}\right]$.

5b) O límite $\lim_{n\to\infty} \frac{\cos\left(n+\frac{1}{n}\right)}{n}$ pódese resolver porque é un producto dunha función limitada por outra que tende a cero.

5c) A continuidade en $x=3$ está garantida se

$\lim_{x\to 3^-} f(x) = \lim_{x\to 3^+} f(x) = f(3)$, é dicir, se

$\lim_{x\to 3^-} \frac{\sqrt{x}-3}{a-x} = \lim_{x\to 3^+} x^2-3x-\frac{1}{3+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}-3}{a-3}$.

Se $a\neq 9$, $\left.\begin{array}{l} \lim_{x\to 3^-} \frac{\sqrt{x}-3}{a-x} = \frac{\sqrt{3}-3}{a-3} \\ \lim_{x\to 3^+} f(x) = -\frac{1}{3+\sqrt{3}} \end{array}\right\}$; $\frac{\sqrt{3}-3}{a-3} = -\frac{1}{3+\sqrt{3}}$

O único valor de a que verifica a ecuación é $a=9$, pero ao supoñer $a\neq 9$, ese valor non é válido.

Se $a=9$, $\lim_{x\to 3^-} \frac{\sqrt{x}-3}{9-3} = \frac{\sqrt{3}-3}{6}$, coincide con $-\frac{1}{3+\sqrt{3}}$ e tamén coincide con $f(3)$, logo é o valor buscado.

5d) Si $y = \operatorname{cosec} x = \frac{1}{\operatorname{sen} x}$ entonces $y' = -\frac{\cos x}{\operatorname{sen}^2 x}$.

Ahora, si $y = \operatorname{arccosec} x$; $x = \operatorname{cosec} y = \frac{1}{\operatorname{sen} y}$.

Derivando implícitamente, $1 = -\frac{\cos y}{\operatorname{sen}^2 y} y'$; $1 = -\frac{\sqrt{1-\operatorname{sen}^2 y}}{\operatorname{sen}^2 y} y'$

Despejando y usando que $x = \frac{1}{\operatorname{sen} y}$:

$$y' = -\frac{\operatorname{sen}^2 y}{\sqrt{1-\operatorname{sen}^2 y}} = -\frac{1}{x^2\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} = -\frac{1}{x^2 \frac{\sqrt{x^2-1}}{|x|}} =$$

$$= -\frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}.$$

5e) Os candidatos a máximo son $\theta = 0$, $\theta = \frac{\pi}{2}$ e ahí onde a derivada se anula, $\operatorname{tg}\theta = \mu$.

O valor en cada candidato é:

$\theta = 0$, $F(\theta) = \mu W$

$\theta = \pi/2$, $F(\theta) = W$

$\operatorname{tg}\theta = \mu$, $F(\theta) = \frac{\mu W}{\operatorname{tg}\theta \cdot \operatorname{sen}\theta + \cos\theta} = \frac{\cos\theta\,\mu W}{\operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta} = \mu W \cos\theta$

Para $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$, como $\mu < 1$, se tiene que:

$$W > \mu W > \cos\theta\,\mu W$$

Luego el máximo se da en $\theta = \frac{\pi}{2}$.

6 a) Derivando $y^4 - 4y^2 = x^4 - 9x^2$ implicitamente,

$(4y^3 - 8y)\,y' = 4x^3 - 18x$; $y' = \dfrac{4x^3 - 18x}{4y^3 - 8y}$.

b) Para $(-3,2)$, $y' = \dfrac{-4\cdot 3^3 + 2\cdot 3^3}{4\cdot 2^3 - 2\cdot 2^3} = -\dfrac{2\cdot 3^3}{2\cdot 2^3} = -\dfrac{27}{8}$

Para $(0,2)$, $y' = 0$

Para $(3,2)$, $y' = \dfrac{4\cdot 3^3 - 2\cdot 3^3}{4\cdot 2^3 - 2\cdot 2^3} = \dfrac{27}{8}$