

1. (a) Que enteiros positivos menores que 30 son primos relativos con 30?  
 (b) Resolver a congruencia  $2x \equiv 7 \pmod{17}$ .  
 (c) Escribe o número  $1234_{(5)}$  expresado en base 5 en base 7.
2. (a) Cantas solucións ten a ecuación  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7$ , onde  $x_1, x_3, x_4$  son enteiros non negativos e  $x_2 \geq 2$ ? *al menos (2) 7-2*  
 (b) Probar que entre calquera grupo de 8 números enteiros (non necesariamente consecutivos), hai polo menos dous que dan o mesmo resto cando se dividen por 7.
3. Lánzase unha moeda ao aire  $n$  veces seguidas. Sexa  $a_n$  o número de formas en que poden darse os resultados sen que saian dúas caras consecutivas. Atopar unha relación de recorrencia para a sucesión. Cales son as condicións iniciais? Canto vale  $a_7$ ?
4. Un grafo dise libre de triángulos se non ten circuítos de lonxitude 3. *conexo.*  
 (a) Sexa  $G$  un grafo simple, plano e libre de triángulos, con  $n$  vértices,  $n \geq 3$ . Probar que  $G$  ten, como máximo,  $2n - 4$  arestas.  
 (b) Demostrar, ademais, que existe un vértice de grao menor ou igual que 3.
5. Xustificar razoadamente as seguintes cuestións:  
 (a) A función  $f(x) = (x^2 + 3) \log(x^3)$  é  $\mathcal{O}(x^2)$ ?  
 A función  $g(x) = 3000x^3 + 400^4x^2 - 1001001$  é  $\mathcal{O}(x^3)$ ?  
 (b) A relación de recorrencia  $a_n - 5a_{n-1} = -6a_{n-2}$  ten por solución xeral a sucesión  $a_n = \alpha(-2)^n + \beta(3)^n$ ?  
 (c) Encontrar un inverso de 7 módulo 141.  
 (d) Cantas cadeas de bits de lonxitude oito comezan cun 1 e rematan cun 0?  
 (e) Un grafo simple e conexo con 9 vértices e 36 arestas é euleriano?

Publicación das cualificacións: 31 de xaneiro de 2017.

Revisión de exames: 3 e 6 de febreiro de 2017, de 12 a 14h, no Departamento de Matemáticas (Facultade de Matemáticas)