Prueba-A (26-11-13)

1. Se considera la aplicación lineal $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definida por:

$$f(x, y, z) = (x + y, x + z, x + z)$$

a) Hallar una base de $Kerf$ y justificar que f no tiene inversa.

b) Sea $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + 2y + z = 0, x + 3z = 0\}$, calcular la dimensión del subespacio $f(U)$.

c) Calcular una base de $f^{-1} \langle (1, 1, 0), (0, 1, 1) \rangle$.

2. Se consideran los subespacios de $\mathbb{R}^4$:

$$U = \langle (1, -2, 0, b), (0, 1, 2, 2) \rangle \text{ y } W = \langle (1, -3, -1, -1), (0, 4, 10, 2) \rangle$$

a) Hallar unas ecuaciones de U.

b) ¿Para que valores de b se tiene que $dim(U + W) = 3$?

3. Si $f : V \to V'$ es una aplicación lineal y U un subespacio de V', entonces:

a) $0_{V'} \in U$.

b) $f^{-1}(U)$ es un subespacio de V.

4. Sean U y W subespacios de $\mathbb{R}^4$ tales que $dimU = 1$ y $dimW = 3$. Probar que $U \subset W$ o $U + W = \mathbb{R}^4$.