Parcial Álxebra Decembro 2016 A

30 de enero de 2017

1. Considerar o espacio vectorial $\mathbb{R}^2$ e un endomorfismo $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$. Razoar se son verdadeiras ou falsas as seguintes afirmacións:

a)Se f non é nula e o escalar 0 é valor propio dobre de f, enón f non diagonaliza.

b)Se f ten de matriz $A = (a_{ij})$. O polinomio caracteŕstico de A de coeficiente de grado 1 a traza de A $Tr(A) = a_{11} + a_{22}$. As matrices A_1 e A_2 teñen o mesmo polinomio característico debido a que teñen a mesma traza. $A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ $A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Achar a matriz asociada a aplicación lineal $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, respecto da base canónica sendo $f(e_i) = E_i$, é dicir, leva os vectores e_1 e e_2 da base canónica de $\mathbb{R}^2$ nos da base B_1 sendo $B_1 = \{E_1 = (1, -1), E_2 = (2, 1)\}$, é dicir calcular $(f)_{CC}$. Cales son as matrices $(f)_{CB_1} (f)_{B_1 C} (f)_{B_1 B_1}$? Razoese.

3. En $\mathbb{R}^2$ considérase o triángulo T con vértices nos puntos $a_1 = (1, -1), a_2 = (-2, 0)$ e $a_3 = (-2, -2)$. Encontra $f(a_3)$, a imaxe de a_3 pola aplicacion f que leva a_1 en a_2 e a_2 en a_3, é dicir, $f(1, -1) = (2, 0)$ e $f(-2, 0) = (-2, -2)$. Achar un triángulo T_1 de vértices b_1, b_2 e b_3, tal que $f(T_1) = T$, é dicir $f(b_i) = a_i$, para $i = 1, 2, 3, ...$

4. Sexa $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ aplicación dada por $h(x, y) = (x + y, 3x - y)$:

a)Comproba que é lineal e calcula $A = (h)_C$ a matriz de h con respecto da base canónica así como o polinomio característico de A.

b) Razoa que é diagonalizable e atopa a base B de vectores propios respecto da cal a matriz $D = (h)_B$ de h respecto de B é diagonal. Comproba que $D = P^{-1}AP$.