

## MATE DISCRETA ENERO 2022

1. (a) Atopar o enteiro positivo máis pequeno que dá restos 1, 3 e 5 cando se divide por 5, 7 e 9, respectivamente.  
(b) Sabendo que o número  $3x5647y2_{(8)}$  é múltiplo de 7 e de 9, e que está expresado en base "8". Calcular x e y.
2. (a) Sexa  $\{a_1, a_2, \dots, a_8, a_9\}$  un conxunto de nove números naturais distintos cuxa suma é 85. Probar que hai necesariamente catro números cuxa suma é polo menos 38.  
(b) (i) De cantas formas se poden repartir 20 exemplares dun mesmo libro entre seis persoas A,B,C,D,E,F se A e B deben recibir polo menos 3 exemplares de C e D dous exemplares?  
(ii) De cantas formas se poden repartir 20 exemplares dun mesmo libro entres seis persoas A,B,C,D,E,F, nas mesmas condición do paratado anterior se además A non pode recibir máis de 10 exemplares?
3. (a) Sexa  $b_n$  o número de cadeas de n bits que conteñen tres ceros consecutivos, Calcular una relación de recorrencia para  $b_n$ . Dar as condicións iniciais.  
(Nota: Non fai falta resolver a relación de recorrencia)  
(b) Considera a relación de recorrencia  $a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2}$ . Cal é a solución xeral? É a sucesión  $a_n = 4$  solución da relación de recorrencia? E a sucesión  $a_n = n2^{n+1}$ ?
4. Xustificar razoadamente as seguintes cuestión:  
(a) Ordenar as función de tal maneira que cada función sexa big-O da seguinte:  
$$f(n) = 365 n \log_8 n + n^3 + 2000 n, \quad g(n) = n^2 \log_2 n + n(\log_8 n)^3,$$
$$h(n) = 1000 n \log_8 n + n n(\log_2 n)^{100}.$$
  
(b) Cantos números teñen inverso multiplicativo (ou unidades) en  $\mathbb{Z}/20200\mathbb{Z}$ , é dicir no *reloxo* de 20200 horas?  
(c) O número total de aplicación inxectivas do conxunto  $\{1, 2, 3\}$  nun conxunto A é 210. Cantos elementos ten A?  
(d) Sexa G un grafo simple con 9 vértices. Probar que se G ten 29 arestas entón é conexo.  
(e) Todo subgrafo 2-regular de  $K_4$  é isomorfo a  $K_3$ .

5. Dado o seguinte grafo  $G$ .

- (a) É bipartito? É plano?
- (b) É euleriano? É semieuleriano? No caso afirmativo, construír un circuíto ou un camiño.
- (c) É hamiltoniano? No caso afirmativo construír un circuíto.
- (d) Calcular una árbore xeradora minimal de  $G$  usando o algoritmo de Prim (indicando os pasos), sendo os pesos do grafo os que se indican a continuación:

