

## Álgebra (21-10-2013)(1)

**1.-** Utilizando el método de Gauss, discutir y resolver, según los valores de  $a, b \in \mathbb{R}$ , el sistema de ecuaciones lineales cuya matriz ampliada es:

$$\left( \begin{array}{cccc} 1 & 0 & -1 & b \\ 0 & 1 & b-3 & a+1 \\ 2 & 1 & -2 & 2+2b \end{array} \right)$$

**2.-** Se considera la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & a & 1 \\ a & 2a-1 & 0 \end{pmatrix}$$

Calcular los valores de  $a$  para los que tiene inversa y, cuando exista, expresar  $A^{-1}$  como producto de matrices elementales.

**3.-** Sea  $A \in M_4(\mathbb{R})$ . Justificar la verdad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

1. Si  $|A^{-1}| = 6$ , entonces  $|E_{F_2+2F_1} \cdot E_{F_2 \longleftrightarrow F_1} \cdot E_{2F_4} \cdot A| = -12$ .
2. Si  $B \in M_4(\mathbb{R})$ ,  $|A| = 2$  y  $|-2(A^3)^{-1}BA^t| = -12$ , entonces  $|B^{-1}| = -\frac{1}{3}$ .

**4.-** Sea  $A \in M_n(K)$ . Probar que:

$$A \text{ es no singular} \Leftrightarrow |A| \neq 0$$

## Álgebra (21-10-2013) (2)

**1.-** Utilizando el método de Gauss, discutir y resolver, según los valores de  $a, b \in \mathbb{R}$ , el sistema de ecuaciones lineales cuya matriz ampliada es:

$$\left( \begin{array}{cccc} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & b & a \\ 1 & 1 & a-2 & b+1 \end{array} \right).$$

**2.-** Se considera la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ b & b-1 & b \\ 0 & b & 1 \end{pmatrix}$$

Calcular los valores de  $b$  para los que tiene inversa y, cuando exista, expresar  $A^{-1}$  como producto de matrices elementales.

**3.-** Sea  $A \in M_4(\mathbb{R})$ . Justificar la verdad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

1. Si  $|A| = 8$ , entonces  $|E_{F_2+3F_3} \cdot E_{F_3 \longleftrightarrow F_1} \cdot A^{-1} \cdot E_{2F_4}| = -\frac{1}{4}$ .
2. Si  $B \in M_4(\mathbb{R})$ ,  $|A| = 2$  y  $|-2(A^2)^{-1}B^t A| = -16$ , entonces  $|B^{-1}| = -2$ .

**4.-** Sea  $A \in M_n(K)$ . Probar que:

$$A \text{ es no singular} \Leftrightarrow |A| \neq 0$$