

## Parcial Álgebra Outubro 2016

30 de enero de 2017

1. Sexan  $A$  e  $B$  dúas matrices cuadradas reais de orden  $n$ . Xustificar cunha demostración ou cun contraexemplo, a verdade ou falsedade das seguintes afirmacións.

a) Se  $A$  e  $B$  son diagonais, entón  $AB$  é diagonal.

b) Se  $AB$  é diagonal, entón  $A$  e  $B$  son diagonais.

c) Son  $A$  e  $B$  matrices idempotentes?  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$   $B = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/2 \\ -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$   
 $C_n = I_n - \frac{1}{n}U_n$  é idempotente? Sendo  $I_n$  a identidade de orde  $n$ , e  $U_n = (a_{ij})$   
 $(a_{ij}) = 1 \ \forall i \forall j$

2. Sexan  $A$  e  $B$  as matrices reais tales que:  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$   $AB =$   
 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Se  $A_1$  é a matriz obtida de  $A$  o multiplicar a súa fila 2 por 2 e sumarlle á fila 1 a fila 3 e  $B_1$  é a matriz obtida de  $B$  ó restarlle a súa segunda columna a primeira.

Calcular usando só usando matrices elementais, as seguintes matrices  $(A_1)^{-1}$ ,  $A_1B$ ,  $AB_1$

3. Usando as propiedades dos determinantes calcular o determinante:

$$\begin{vmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$$

4. Discutir o sistema para os diferentes valores reais de  $\alpha$ . Encontrar as solucións do sistema para que sexa compatible indeterminado (Solución non única).

$$\alpha x + y + z = 1 \tag{1}$$

$$x + \alpha y + z = \alpha \tag{2}$$

$$x + y + \alpha z = \alpha^2$$