Parte de análise do exame de Fulla. Xullo 2015.

a) $x=1$

$x^2=x$

$x^2-1=x-1$

$(x+1)(x-1)=x-1$

$x+1=1$. Non se pode eliminar $x-1$ na quinta expresión, porque $x-1$ é igual a cero.

b)

$$\frac{1}{2}\left(\cos(x-y)-\cos(x+y)\right)=\frac{1}{2}\left(\cos x\cdot\cos y+\operatorname{sen}x\operatorname{sen}y-(\cos x\cos y-\operatorname{sen}x\operatorname{sen}y)\right)$$

$$=\operatorname{sen}x\operatorname{sen}y$$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\cos(n+\frac{1}{n})}{n}=0$ pois é un producto dunha función limitada por outra que tende a cero.

d) $\operatorname{arc\,cosec}x=y$; $x=\operatorname{cosec}y=\dfrac{1}{\operatorname{sen}y}$; $\operatorname{sen}y=\dfrac{1}{x}$

$$\cos y\cdot y'=-\frac{1}{x^2}\ ;\ y'=-\frac{1}{x^2}\frac{1}{\cos y}=-\frac{1}{x^2}\frac{1}{\sqrt{1-\operatorname{sen}^2y}}=$$

$$=-\frac{1}{x^2}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}=-\frac{1}{x^2}\frac{|x|}{\sqrt{x^2-1}}=-\frac{1}{|x|}\cdot\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$$

e) $x^3+y^3=6xy$; $3x^2+3y^2y'=6y+6xy'$;

Substituíndo en $(x,y)=(3,3)$:

$$27+27y'=18+18y'\ ;\ (27-18)y'=18-27\ ;\ y'=-1$$

f) $V_0 = x^2 + y$

$$A = 4xy + 2x^2 = \frac{4V_0}{x} + 2x^2$$

$$A' = -\frac{4V_0}{x^2} + 4x = 0 ; \quad x^3 = V_0 ; \quad x = \sqrt[3]{V_0}$$

Área para $x = \sqrt[3]{V_0}$: $A = 4\sqrt[3]{V_0^2} + 2\sqrt[3]{V_0^2} = 6\sqrt[3]{V_0^2}$

Área para $x \to 0^+$: $A \to +\infty$

Área para $x \to +\infty$: $A \to +\infty$

Dos tres candidatos posibles en cada intervalo finito de $\mathbb{R}$, o mínimo dase para $x = \sqrt[3]{V_0}$, $y = \sqrt[3]{V_0}$.

Exercicio:

$f(x) = (1+x)^4$, $T_n(x)$ é o polinomio de Taylor de grao n arredor de $x_0 = 0$.

O erro para $T_2(x)$ sería:

$$f(x) - T_2(x) = R_3(x) = \frac{f'''(c)}{3!}(x-0)^3, \quad c \text{ entre } 0 \text{ e } x.$$

Tomando $x = 0{,}2$ tense que

$$\left| f(0{,}2) - T(0{,}2) \right| \leq \frac{\max_{0 \leq c \leq 0{,}2} \left| f'''(c) \right|}{6} (0{,}2)^3 =$$

$$= \frac{\max_{0 \leq c \leq 0{,}2} \left| 24(1+c) \right|}{6} (0{,}2)^3 = \frac{24 \cdot 1{,}2}{6} \frac{8}{1000} =$$

$$= \frac{32 \cdot 12}{10\,000} = \frac{24}{625}.$$