

1. (a) Que enteiros positivos menores que 30 son primos relativos con 30?
- (b) Resolver a congruencia $2x \equiv 7 \pmod{17}$.
- (c) Escribe o número $1234_{(5)}$ expresado en base 5 en base 7.
2. (a) Cantas soluciones ten a ecuación $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7$, onde x_1, x_3, x_4 son enteiros non negativos e $x_2 \geq 2$? *al menos 2* $\begin{matrix} A \\ 7-2 \end{matrix}$
(b) Probar que entre calquera grupo de 8 números enteiros (non necesariamente consecutivos), hai polo menos dous que dan o mesmo resto cando se dividen por 7.
3. Lánzase unha moeda ao aire n veces seguidas. Sexa a_n o número de formas en que poden darse os resultados sen que saian dúas caras consecutivas. Atopar unha relación de recorrenza para a sucesión. Cales son as condicións iniciais? Canto vale a_7 ?
4. Un grafo dise libre de triángulos se non ten circuitos de lonxitude 3, *conexo*.
(a) Sexa G un grafo simple, plano e libre de triángulos, con n vértices, $n \geq 3$. Probar que G ten, como máximo, $2n - 4$ arestas.
(b) Demostrar, ademais, que existe un vértice de grao menor ou igual que 3.
5. Xustificar razoadamente as seguintes cuestións:
(a) A función $f(x) = (x^2 + 3) \log(x^3)$ é $\mathcal{O}(x^2)$?
A función $g(x) = 3000x^3 + 400^4x^2 - 1001001$ é $\mathcal{O}(x^3)$?
(b) A relación de recorrenza $a_n - 5a_{n-1} = -6a_{n-2}$ ten por solución xeral a sucesión $a_n = \alpha(-2)^n + \beta(3)^n$?
(c) Encontrar un inverso de 7 módulo 141.
(d) Cantas cadeas de bits de lonxitude oito comezan cun 1 e rematan cun 0?
(e) Un grafo simple e conexo con 9 vértices e 36 arestas é euleriano?

Publicación das cualificacións: 31 de xaneiro de 2017.

Revisión de exames: 3 e 6 de febreiro de 2017, de 12 a 14h, no Departamento de Matemáticas
(Facultade de Matemáticas)