MINISTERUL EDUCAȚIEI AL REPUBLICII MOLDOVA



МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА

Olimpiada Republicană de Informatică ediția anului 2015



Olimpiada Republicană la Informatică. Ediția anului 2015. Chișinău, 75 pag.

Lucrarea conține problemele propuse la Olimpiada Republicană la Informatică a elevilor, ediția anului 2015 și la barajul de selectare a lotului olimpic pentru participare la etapele internaționale ale olimpiadei de Informatică. Pentru fiecare problemă sunt descrise algoritmul și soluția respectivă pentru mediul de programare PASCAL sau limbajele C/C++.

Materialele Olimpiadei pot fi de un real folos atât elevilor, cât și cadrelor didactice la studierea aprofundată a Informaticii, pregătirea pentru olimpiadele de Informatică.

La elaborarea ediției au contribuit:

Beşliu Victor dr., prof.univ.int., UTM

Prisăcaru Angela consultant, Ministerul Educației

Bolun Ion dr.hab., prof.univ., ASEM

Croitor Mihai lector univ., USM

Globa Angela lector sup. univ., UST (Chişinău)

Hîncu Boris dr., conf. univ., USM

Negară Corina dr., lector sup. univ., US "A. Russo", m.Bălţi

Bercu Igor lector sup. univ., ASEM

Dolghier Constantin Informatician

CUPRINS

Massiul mussadintalui ODI 2015	pag.
Mesajul președintelui ORI 2015 Problemele pentru elevii claselor 7 – 9	
Acoperiş	
Album	9
Împărțirea	12
Acoperire	16
Cărți	18
Puncte în plan	23
Problemele pentru elevii claselor 10 – 12	27
Acoperiş	
Mulțimi proporționale	31
Relații de simpatie	35
Acoperire	38
Drepte în plan	39
Segmente	43
Lista premiantilor Olimpiadei republicane de Informatică	din anul 201548

Dragi elevi și stimați profesori, care vă dăruiți acestui domeniu miraculos al gîndirii și activității umane pe nume *Informatica*

Participarea la o olimpiadă republicană reprezintă, fără îndoială, un succes, dar e bine să știm că nu e cel mai mare și, poate, nici cel mai important din viața voastră... Deși sună oarecum ciudat, motivul pentru care fac aceste afirmații este că vreau să înțelegeți cu toții câteva lecții importante.

Mai întîi, e bine să știți că în viață nu avem doar succese... de nenumărate ori pierdem, sau, altfel spus, greșim, și, în ambele situații, trebuie să mergem mai departe. Acest lucru ne face să credem că succesul în viață nu se definește doar prin cîștigarea unor competiții, ci, mai ales, prin cum ne raportăm la acele experiențe, dar și la momentele cînd pierdem sau greșim, pentru că, indiferent de context, cel mai important este să învățăm ceva care să aibă impact pozitiv asupra vieții noastre.

În al doilea rând, e bine să privim competiția dintr-o perspectivă nouă, și anume ca fiind una cu noi înșine, în primul rînd, și nu cu cei din jur, în sensul că aceasta trebuie să constituie lupta noastră de a ne depăși ultima performanță realizată. Această abordare ne va ajuta să creștem continuu și, mai ales, să ne raportăm corect și cu înțelegere la ceilalți competitori, ceea ce va face lupta frumoasă și provocatoare pentru toți.

În al treilea rând, oricât de prețios ar fi premiul pe care îl primim, cel mai important este drumul până la obținerea lui, toată munca și eforturile, trăirile și descoperirile, hotărârea și încrederea în noi și în cei care ne-au fost mentori sunt vectorii care ne vor plasa pe o orbită a succesului adevărat și de durată, care se măsoară în ceea ce faci în viață, pentru tine și pentru cei din jurul tău.

În numele Consiliului Olimpic al Olimpiadei Republicane de Informatică

Victor BEŞLIU

prof. univ. int., dr., şeful catedrei "Automatica şi Tehnologii Informaționale", UTM președintele Consiliului Olimpic al Olimpiadei Republicane de Informatică, 2015

Problemele pentru elevii claselor 7-9

Denumirea problemei	Numărul de puncte alocat problemei	Denumirea fișierului sursă	Denumirea fișierului de intrare	Denumirea fişierului de ieşire	
Acoperiș	100	ACOPERIS.PAS ACOPERIS.C ACOPERIS.CPP	ACOPERIS.IN	ACOPERIS.OUT	
Album	100	ALBUM.PAS ALBUM.C ALBUM.CPP	ALBUM.IN	ALBUM.OUT	
Împărțirea	100	IMPART.PAS IMPART.C IMPART.CPP	IMPART.IN	IMPART.OUT	
Acoperire	100	ACOPERIRE.PAS ACOPERIRE.C ACOPERIRE.CPP	ACOPERIRE.IN	ACOPERIRE.OUT	
Cărți	100	CARTE.PAS CARTE.C CARTE.CPP	CARTE.IN	CARTE.OUT	
Puncte în plan	100	PUNCTE.PAS PUNCTE.C PUNCTE.CPP	PUNCTE.IN	PUNCTE.OUT	
Total	600	-	-	-	

Acoperiş

În Ecolandia acoperișurile clădirilor sunt formate din baterii solare. În timpul unei furtuni s-a produs un fulger ce a deteriorat parțial acoperișul unei clădiri. Specialiștii de la departamentul Situații Excepționale au scanat acoperișul și au format harta lui: cu 1 au fost notate sectoarele acoperișului deteriorate de fulger, iar cu 0 – cele rămase întregi. Acoperișul este de formă pătrată $m \times m$. Pentru refacerea acoperișului sunt necesare blocuri de baterii solare de lățime 1 și lungime x, x = 1, 2, ..., m. Din cauza unor dispozitive speciale care unesc blocurile, ele pot fi plasate pe acoperiș toate doar vertical sau toate doar orizontal.

Sarcină. Alcătuiți un program, care ar determina numărul minim total de blocuri și numărul de blocuri de fiecare tip pentru a repara acoperișul.

Date de intrare. Fișierul text de intrare **ACOPERIS.IN** conține pe prima linie un număr natural, egal cu dimensiunea m a laturii acoperișului, iar pe fiecare din următoarele m linii — câte o secvență de m cifre 1 sau 0 separate printr-un spațiu.

Date de ieșire. Fișierul **ACOPERIS.OUT** va conține pe prima linie un număr întreg egal cu numărul minim de blocuri, iar pe următoarele linii, ordonate crescător după x, secvențe din două numere întregi, separate printr-un spațiu: x și num, unde x este lungimea (tipul) blocului, iar num este numărul de blocuri de lungime x.

Observație: Dacă numărul de blocuri pe verticală și pe orizontală sunt egale, se va afișa varianta pe verticală.

Restricții:

- $1 \le m \le 200$
- Nu se vor afișa blocurile de lungime x, a căror număr este zero (0)
- Timpul de execuție nu va depăși 1 secundă
- Programul va folosi cel mult 32 MB de memorie operativă.

Fișierul sursă va avea denumirea ACOPERIS.PAS, ACOPERIS.C sau ACOPERIS.CPP.

Exemplul 1

ACOPERIS.IN	ACOPERIS.OUT	Explicație
5	7	Blocurile vor fi plasate pe orizontală, în total 7
1 1 1 0 0	1 5	blocuri (5 blocuri de lungime 1, 1 bloc de lungime 3
0 0 0 0 0	3 1	și 1 bloc de lungime 5); în cazul plasării blocurilor
1 1 1 1 1	5 1	pe verticală vom avea nevoie de 7 blocuri de
1 0 1 0 1		Îungime 1 $(1-7)$ și 3 blocuri de lungime 2 $(2-3)$,
0 1 0 1 0		în total 10 blocuri.

Exemplul 2

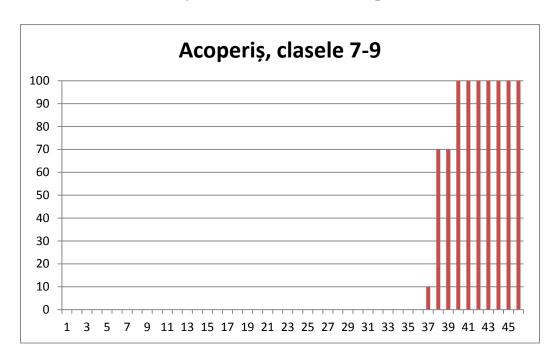
ACOPERIS.IN	ACOPERIS.OUT	Explicație
10	20	S-a afișat varianta pe verticală.
1 1 1 0 0 0 0 1 1 1	1 9	Numărul de blocuri pe orizontală
1 1 0 0 0 0 1 1 1 1	2 5	este tot 20 (1-2, 2-4, 3-8, 4-4, 5
1 0 0 0 0 0 0 1 1	3 1	-2).
1 1 1 1 1 0 1 1 1 1	4 2	Dacă numărul de blocuri pe
1 1 1 0 0 0 0 1 1 1	10 3	verticală și pe orizontală sunt
1 1 1 0 0 0 0 1 1 1		egale, se va afişa varianta pe
1 1 0 0 0 0 1 1 1 1		verticală.
1 0 0 0 0 0 0 1 1		
1 1 1 1 1 0 1 1 1 1		
1 1 1 0 0 0 0 1 1 1		

Rezolvare

Rezolvarea problemei necesită competențe de a lucra cu tipul de date tablou (unidimensionale și bidimensionale). Numărul de blocuri de lungimea m, care pot fi plasate pe orizontală (verticală) se vor păstra într-un vector cu m elemente (blok și blokl, respectiv), adică bloc[i] va reține numărul de blocuri de lungimea i, care pot fi plasate pe orizontală, iar blocl[i] va reține numărul de blocuri de lungimea i, care pot fi plasate pe verticală. Acest lucru este necesar, deoarece trebuie să se țină cont de observația: dacă numărul de blocuri pe verticală și pe orizontală sunt egale, se va afișa varianta pe verticală. Odată cu incrementarea numărului de blocuri de fiecare lungime, se va introduce câte un contor (orizontal, vertical), care va număra numărul total de blocuri care pot fi plasate sau numai vertical sau numai orizontal pe acoperiș.

```
Program p1;
{clasele 07-09}
type vector=array[1..200] of longint;
     matrice=array[1..200,1..200] of byte;
var a:matrice;
    blok, blok1: vector;
    i,j,k,m:byte;
    orizontal, vertical: integer;
    f:text;
Begin
assign(f,'ACOPERIS.IN');
 reset(f);
 readln(f,m);
 for i:=1 to m do
  for j:=1 to m do
  read(f,a[i,j]);
 close(f);
 orizontal:=0;
 for i:=1 to m do
 begin
   j:=1;
   while j<=m do
   begin
     k := 0;
     while (a[i,j] <> 0) and (j <= m) do
     begin
       inc(k);inc(j);
     if k<>0 then begin inc(blok[k]);inc(orizontal);end;
     inc(j);
    end;
  end;
 vertical:=0;
 for j:=1 to m do
  begin
   i := 1:
   while i<=m do
    begin
     k := 0;
     while (a[i,j] <> 0) and (i <= m) do
      begin
      inc(k);inc(i);
     if k<>0 then begin inc(blok1[k]);inc(vertical);end;
     inc(i);
```

```
end;
 end;
assign(f,'ACOPERIS.OUT');
rewrite(f);
if vertical>orizontal then
 begin
  writeln(f,orizontal);
   for i:=1 to m do
    if blok[i]<>0 then writeln(f,i,' ',blok[i]);
                       else
 begin
  writeln(f, vertical);
   for i:=1 to m do
    if blok1[i]<>0 then writeln(f,i,' ',blok1[i]);
 end;
close(f);
End.
```



Notă: Pe orizontală sunt competitorii, simbolizați prin numerele 1, 2, 3, ... ș.a.m.d., iar pe verticală punctajul fiecăruia din ei

Album

Ionel este un fan al muzicii și vrea să descarce un album al interpretului preferat. O piesă poate fi descărcată în A secunde (timpul de descărcare depinde de volumul fișierului). Piesele (fișierele respective) pot fi descărcate consecutiv în seturi – câte una sau, în paralel, câte două sau, cel mult, câte trei. Dacă Ionel descarcă câteva fișiere în paralel, timpul de descărcare crește: pentru două fișiere descărcate în paralel – cu 40%, iar pentru trei fișiere – cu 60%. Dacă se dă la descărcare un set de fișiere, următoarea descărcare Ionel o poate face doar după descărcarea completă a setului precedent. Piesele sunt descărcate în ordinea lor din album.

Sarcină. Alcătuiți un program, care ar determina timpul minim (în secunde), necesar pentru descărcarea albumului.

Date de intrare. Fișierul text **ALBUM. IN** conține pe prima linie un număr întreg N – numărul de piese, iar pe fiecare din următoarele N linii timpul de descărcare a piesei respective.

Date de ieșire. Fișierul text **ALBUM. OUT** va conține un număr întreg, obținut prin rotunjirea până la întregi prin adaos a valorii timpului minim (în secunde), necesar pentru descărcarea albumului.

Restricții:

- $1 \le N \le 100$
- Timpul de execuție nu va depăși 1 secundă
- Programul va folosi cel mult 32 MB de memorie operativă.

Fișierul sursă va avea denumirea ALBUM. PAS, ALBUM. C sau ALBUM. CPP.

Exemplu

ALBUM.IN	ALBUM.OUT
4	19
6	
8	
3	
7	

Rezolvare

Pentru a determina timpul minimal de descărcare a pieselor trebuie să le grupăm în două sau trei fișiere. Important este de a determina cea mai eficientă modalitate de a le grupa. Vom folosi invarianții.

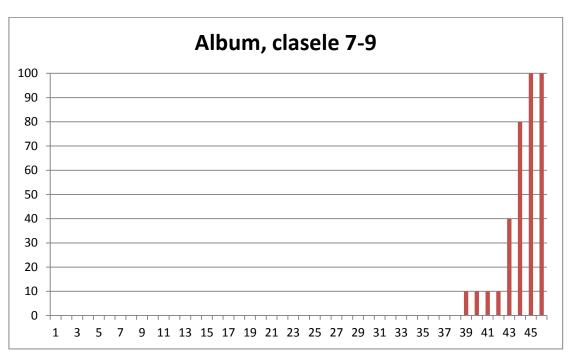
Fie Z[i] este timpul minim de descărcare a primelor i piese în ordinea în care esle apar în album. Este evident că dacă Z[0]=0. În caz general, însă, Z[i] depinde de Z[i-1], Z[i-2], Z[i-3]. Z[i]:= $\min(Z[i-1]+X[i-1], Z[i-2]+\max(X[i-2]*1.4, X[i-1]*1.4, 0), Z[i-3]+\max(X[i-3]*1.6, X[i-2]*1.6, X[i-1]*1.6))$

Această formulă precaută trei situații:

- 1. Z[i-1]+X[i-1] timpul pentru descărcarea primelor i-1 piese este minim și se va descărca doar piesa i;
- 2. Z[i-2]+ max(X[i-2]*1.4, X[i-1]*1.4, 0) timpul pentru descărcarea primelor i-2 piese este minim, deci pentru piesele X[i-2] și X[i-1] va fi determinat timpul minim pentru descărcarea lor paralelă;
- 3. Z[i-3]+ max(X[i-3]*1.6, X[i-2]*1.6, X[i-1]*1.6) timpul pentru descărcarea primelor i-3 piese este minim, deci pentru piesele X[i-3], X[i-2] și X[i-1] va fi determinat timpul minim pentru descărcarea lor paralelă.

Aceste trei situații se evaluează și se determină valoare minimă.

```
Program album;
{clasele 07-09}
Uses math;
Function max(a,b,c:real):real;
  var m:real;
  Begin
    if (a>=b) and (a>=c) then m:=a;
    if (b>=a) and (b>=c) then m:=b;
    if (c>=a) and (c>=b) then m:=c;
    max:=m;
  end;
Function min(a,b,c:real):real;
  var t:real;
  Begin
    if (a \le b) and (a \le c) then t := a;
    if (b \le a) and (b \le c) then t := b;
   if (c \le a) and (c \le b) then t := c;
  min:=t;
  end;
  var N:integer;
      X:array[1..5001] of real;
      Z:array[1..5001] of real;
      i, j :integer;
      f,h : real;
      fin:text;
      fout:text;
 Begin
     Assign(fin,'ALBUM.IN');
     Assign(fout,'ALBUM.OUT');
     Reset(fin);
     read(fin, N);
     for i:=1 to N do read (fin, X[i]);
     close(fin);
    Z[1] := 0;
    Z[2] := X[1];
    Z[3] := max(X[1]*1.4,X[2]*1.4,0);
    for i := 4 to N+1 do
    Begin
      f:=\max(X[i-2]*1.4, X[i-1]*1.4, 0);
      h:=\max(X[i-3]*1.6, X[i-2]*1.6, X[i-1]*1.6);
      Z[i] := min(Z[i-1] + X[i-1], Z[i-2] + f, Z[i-3] + h);
       end;
  rewrite(fout);
  writeln (fout, ceil(Z[N+1]));
   close (fout);
end.
```



Notă: Pe orizontală sunt competitorii, simbolizați prin numerele 1, 2, 3, ... ș.a.m.d., iar pe verticală punctajul fiecăruia din ei

Împărțirea

Pasiunea Angelicăi este numerologia (numerologia este cea mai ușoară dintre științele oculte; se ocupă de studiul numerelor care determină și reflectă caracteristicile, talentele, motivațiile și drumul în viață ale unei persoane). De aceea pentru ea orice cifră din înscrierea unui număr are mare importanță. Se știe că calculatoarele moderne, la împărțirea a două numere naturale, reprezintă rezultatul cu un număr anumit de cifre după virgulă.

Sarcină. Alcătuiți un program, care pentru două numere naturale m și n ar determina numărul m/n în formă zecimală completă (cu perioadă, dacă ea există).

Date de intrare. Fișierul text **IMPART.IN** conține pe o singură linie numerele m și n despărțite printr-un spațiu.

Date de ieșire. Fișierul text IMPART.OUT va conține un număr zecimal sub forma: 0, partea neperiodică sau 0, (parte periodică), sau 0, partea neperiodică (partea periodică).

Restricții:

- $1 \le m < 100000, 1 < n \le 100000, m < n$
- Timpul de execuție nu va depăși 1 secundă
- Programul va folosi cel mult 32 MB de memorie operativă.

Fișierul sursă va avea denumirea IMPART.PAS, IMPART.C sau IMPART.CPP.

Exemplul 1

IMPART.IN	IMPART.OUT	
1 5	0,2	

Exemplul 2

IMPART.IN	IMPART.OUT
3 9	0, (3)

Exemplul 3

IMPART.IN	IMPART.OUT	
2 12	0,1(6)	

Rezolvare

Fie data fracția ordinară, ireductibilă $\frac{2}{13}$. Să calculăm manual fracția zecimală:

Restul obținut, adică numărul 2 este exact numărul cu care am început. Deci putem face concluzia că, fracția zecimală este peiodică, adică $\frac{2}{13} = 0$, (153846).

Pentru rezolvarea acestei probleme vom aplica următoarele definiții și teoreme:

Definiția 1. Fracția zecimală $0, a_1 a_2 ... a_n$ se numește fracție zecimală finită, unde n este numărul de cifre după virgulă a fracției.

Definiția 2. Fracția zecimală $0, a_1 a_2 ... a_n$... se numește fracție zecimală periodică simplă cu perioada s, dacă pentru $\forall a_i$ are loc relația $a_k = a_{k+s}$, unde s este cel mai mic număr natural cu așa proprietate. O fracție zecimală periodică simplă se notează $0, (a_1 a_2 ... a_s)$.

Definiția 3. Fracția zecimală $0, a_1 a_2 ... a_n ...$ se numește fracție zecimală periodică mixtă cu perioada s, dacă $\exists m \in N, m > 0$, încît pentru $\forall k \in N, k > m$ are loc relația $a_k = a_{k+s}$, unde s este cel mai mic număr natural cu așa proprietate. O fracție zecimală periodică mixtă se notează $0, a_1 a_2 ... a_m (a_{m+1} a_{m+2} ... a_{m+s})$.

Teorema 1. Dacă numitorul unei fracții ordinare ireductibile $\frac{a}{b}$ este reciproc prim cu 10, adică (b,10)=1, atunci fracția $\frac{a}{b}$ se transformă într-o fracție zecimală periodică simplă, perioada având cel mult b-1 cifre. Perioada s se poate calcula din relația: $10^s \equiv 1 \mod b$, unde s este cel mai mic număr care satisfice această relație.

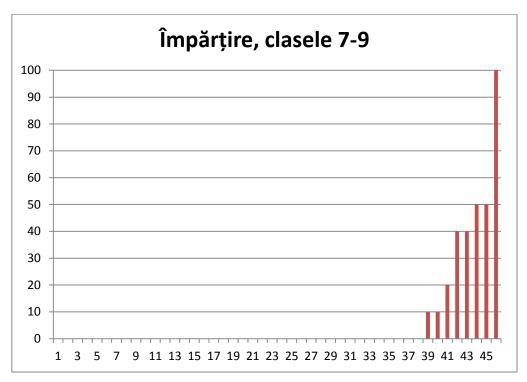
Teorema 2. Fie $\frac{a}{b}$ o fracție ordinară ireductibilă. Fie că descompunerea în produs de factori primi a numărului b are forma: $b = 2^k \cdot 5^t \cdot p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot ... \cdot p_q^{\alpha_q}$, atunci fracția ordinară ireductibilă $\frac{a}{b}$ poate fi reprezentată sub forma unei fracții zecimale periodice mixte $0, a_1 a_2 ... a_m (a_{m+1} a_{m+2} ... a_{m+s})$. Perioada s a fracției zecimale periodice mixte se va calcula din relația: $10^s \equiv 1 \mod(p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot ... \cdot p_q^{\alpha_q})$, unde s este cel mai mic număr care satisfice această relație, iar numărul de cifre neperiodice m este egal cu valoarea maximă dintre exponentii numerelor prime 2 si 5, adică $m = \max(k, t)$.

Algoritmul este:

- 1. scriem 0,
- 2. calculăm numărul de cifre neperiodice m;
- 3. efectuăm m împărțiri, scriem cele m cifre obținute și reținem ultimul rest R;
- 4. dacă R=0, atunci fracția este neperiodică și finită; stop;
- 5. dacă $R \neq 0$, atunci:
 - 5.1. scriem '(';
 - 5.2.efectuăm împărtirea și comparăm restul obținut r cu R;
 - 5.3. dacă r=R, scriem ')';stop.

Memoria este O(1) (constantă), timpul de rulare O(n).

```
Program p1;
{clasele 07-09}
var m,n,c,rest,stop:longint;
    x,y,nep,cif,w:byte;
    f:text;
Function CMMDC(a,b:longint):longint;
begin
while a<>b do
 if a>b then a:=a-b else b:=b-a;
CMMDC:=a;
Procedure Puteri(a:longint;var k,t:byte);
var q:boolean;
begin
k:=0; t:=0;
repeat
 q:=true;
 if a mod 2=0 then begin inc(k);a:=a div 2;q:=false;end;
 if a mod 5=0 then begin inc(t); a:=a div 5; q:=false; end;
until q;
end;
Begin
assign(f,'IMPART.IN');
reset(f);
read(f,m,n);
 close(f);
 c := CMMDC(m, n);
m:=m div c;n:=n div c;
 Puteri(n,x,y);
 if x>y then nep:=x else nep:=y;
 assign(f,'IMPART.OUT');
 rewrite(f);
 write(f,'0,');
 if nep=0 then
                   begin
                     rest:=m; stop:=rest;
          else
                begin
                    repeat
                         m := m * 10;
                         cif:=m div n;
                         rest:=m mod n;
                         m:=rest;
                         inc(w);
                         write(f,cif);
                  until w>=nep;
                  stop:=rest;
              end;
 if rest<>0 then
             begin
                  write(f,'(');
                   repeat
                     m := m * 10;
                      cif:=m div n;
                      rest:=m mod n;
```



Notă: Pe orizontală sunt competitorii, simbolizați prin numerele 1, 2, 3, ... ș.a.m.d., iar pe verticală punctajul fiecăruia din ei

Acoperire

Dintr-un dreptunghi cu laturile m și n este tăiat un pătrat cu latura 1 și coordonatele (i, j) ale colțului din dreapta-sus al lui.

Sarcină. Alcătuiți un program, care ar determina dacă figura obținută poate fi acoperită cu dreptunghiuri 1x2 fără suprapunerea lor.

Date de intrare. Fișierul text de intrare **ACOPERIRE.IN** conține pe prima linie 2 numere întregi m și n – dimensiunile laturilor dreptunghiului, separate prin spațiu, iar pe a doua linie - coordonatele (i, j) ale pătratului unitar ce a fost tăiat din dreptunghiul inițial, de asemenea separate prin spațiu.

Date de ieşire. Fişierul **ACOPERIRE.OUT** va conține pe prima linie cuvântul Yes, dacă acoperirea figurii este posibilă, sau cuvântul No, în caz contrar.

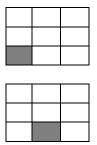
Restricții:

- $1 \le i$, $j \le m$, $n \le 100000$
- Timpul de execuţie nu va depăşi 1 secundă
- Programul va folosi cel mult 16 MB de memorie operativă.

Fișierul sursă va avea denumirea ACOPERIRE.PAS, ACOPERIRE.C sau ACOPERIRE.CPP.

Exemplu

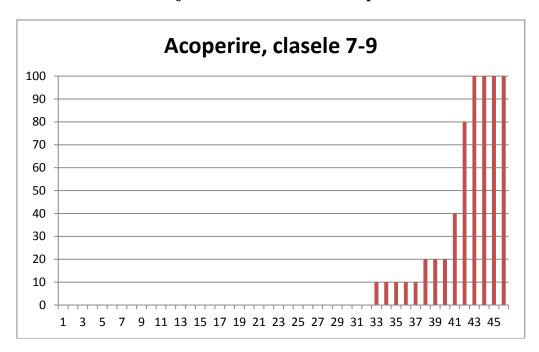
ACOPERIRE.IN	ACOPERIRE.OUT		
2	Yes		
3 3 1 1	No		
3 3 1 2			



Soluția

```
{clasele 07-09}
#include <iostream>
#include <cstdio>
int main(int argc, char** argv) {
    int m, n, num tests;
    int i, j;
      freopen("ACOPERIRE.IN", "r", stdin);
      freopen("ACOPERIRE.OUT", "w", stdout);
    std::cin >> num tests;
    while (num tests--) {
        std::cin >> m >> n >> i >> j;
        if ((m % 2 == 0) || (n % 2 == 0)) {
            std::cout << "No";
        } else if ((m == 1) \&\& (j % 2 == 0)) {
            std::cout << "No";</pre>
        } else if ((n == 1) \&\& (i % 2 == 0)) {
            std::cout << "No";</pre>
        } else if ((i + j) % 2 == 1) {
```

```
std::cout << "No";
} else {
    std::cout << "Yes";
}
std::cout << std::endl;
}
return 0;
}</pre>
```



Notă: Pe orizontală sunt competitorii, simbolizați prin numerele 1, 2, 3, ... ș.a.m.d., iar pe verticală punctajul fiecăruia din ei

Cărți

Marele magnat BitMan are în unul din depozitele sale n cutii, numerotate de la 1 la n, pline cu cărți. Nu există cutii cu același număr de cărți. Cutia i conține x_i cărți ($x_i \neq x_j$, $1 \leq i$, $j \leq n$). BitMan preconizează să meargă la n orfelinate și să le împartă cărți în mod egal, fără rest, luând cu sine doar k cutii ($1 \leq k \leq n$).

Sarcină. Alcătuiți un program, care ar determina numărul maxim de cărți, pe care BitMan ar putea să le doneze fiecărui orfelinat.

Date de intrare. Fișierul text de intrare **CARTE.IN** conține pe prima linie un număr natural n - numărul de cutii din depozit, iar pe a doua linie - numerele naturale $x_1, x_2, ..., x_n$, separate prin spațiu - numărul de cărți din cutiile respective.

Date de ieşire. Fişierul text de ieşire **CARTE.OUT** va conține pe prima linie un număr natural - cantitatea de cărți, pe care o va primi fiecare orfelinat.

Restrictii:

- $1 \le n \le 255$; $1 \le x_1, x_2, ..., x_n \le 1000$
- Timpul de execuție nu va depăși 1 secundă
- Programul va folosi cel mult 32 MB de memorie operativă.

Fișierul sursă va avea denumirea CARTE.PAS, CARTE.C sau CARTE.CPP.

Exemplu

CARTE.IN	CARTE.OUT	Explicație
5 12 9 14 17 11	8	BitMan poate lua cutiile 1, 4 și 5 sau cutiile 2, 3 și 4, fiecare orfelinat primind câte 8 cărți. Orice alt set de cutii nu va permite lui BitMan să împartă cărți în mod egal fără rest, distribuind mai mult de 8 cărți fiecărui orfelinat.

Rezolvare

Nu se va cere numărul cutiilor, pe care trebuie să lea ia cu sine BitMan, deoarece problema admite mai multe soluții (de exemplu 1,4,5). Însă numărul maxim de cărți pe cate îl va primi fiecare orfelinat este unic.

Rezolvarea problemei se reduce la rezolvarea problemei suma maximă divizibilă cu n. Se citesc n - număr natural și n numere naturale. Se cere să se tipărească cea mai mare sumă care se poate forma utilizând cele n numere naturale (fiecare număr poate participa o singură dată în calcului sumei) și care se divide cu n.

Observație: Problema admite întotdeauna soluție.

În general, avem 2^n submulțimi ale unei mulțimi cu n elemente (acest număr include și submulțimea vidă). Dacă am analiza fiecare sumă obținută cu scopul de a o alege pe cea cea maximă divizibilă cu n, timpul de calcul ar fi foarte mare $(O(2^n))$.

Problema poate fi rezolvată în n etape. La prima etapă (se ia în considerație numai primul număr citit) se poate forma o singură sumă. La etapa i se vor calcula sumele maxime care prin împărțirea la n dau resturile (0,1,...,n-1). La ultima etapă se va tipări suma care fiind împărțită la n dă restul 0.

Notăm cu $n_1,...,n_n$ numerele date din enunțul problemei. Vom reține în vectorul Suma sumele maxime care împărțite la n dau resturile (0,1,...,n-1). Deci, Suma(0) va reține suma maximă care împărțită la n dă restul 0, Suma(1) va reține suma maximă care împărțită la n dă restul 1, și așa mai departe, Suma(n-1) va reține suma maximă care împărțită la n va da restul n-1.

Dacă, în procesul de calcul, la un anumit moment avem nici o sumă care împărțită la n dă restul i, Suma(i) va retine numărul 0.

La pasul i se rețin sumele maxime care se pot forma cu primele i numere. Pentru a adăuga elementul i+1 vom reține sumele maxime care se pot forma cu primele i numere în vectorul $Suma_i$ - conținutul vectorului S după ce am prelucrat primele i numere. Așa dar, în $Suma_i(m)$ se va reține suma maximă care împărțita la n dă restul m, sumă obținută cu primele i numere naturale.

După prelucrarea primului număr vom avea:

$$Suma_1(m) = \begin{cases} n_1, \ daca \ n_1 \ \text{mod} \ n = m \\ 0, \ in \ rest \end{cases}, \forall m \in \{0, 1, ..., n-1\}$$

Din această formulă putem înțelege următoarele: cu un singur număr se poate forma o singură sumă, cea egală cu numărul respectiv. Această sumă va fi memorată în acea componentă a vectorului Suma, pentru care indicele este egal cu restul împărțirii numărului la n.

La pasul i+1 vom avea:

$$Suma_{i+1}(m) = \max \begin{cases} n_{i+1}, & daca \quad n_{i+1} \bmod n = m \\ Suma_{i}(m) \\ Suma_{i}(p) + n_{i+1}, daca \quad (Suma_{i}(p) + n_{i+1}) \bmod n = m, \\ \forall i \in \{1, 2, ..., n-1\}, \ \forall m \in \{0, 1, ..., n-1\} \end{cases}$$

Formula de mai sus poate fi explicată în felul următor: vectorul Suma se actualizează pentru n_{i+1} astfel: fiecare componentă m a sa va avea ca valoare maximul dintre:

- valoarea n_{i+1} dacă restul împărtirii lui n_{i+1} , la n este m;
- vechea valoare;
- o altă suma reținută la care dacă adunăm n_{i+1} , obținem o valoare care împărțită la n dă restul m.

Corectitudinea algoritmului poate fi demonstrată folosind inducția matematică. Cu primul număr se poate calcula o singură sumă, (care este și maximă). Fie $Suma_1, Suma_2, ..., Suma_i$ șirul primilor i vectori generați, iar sumele reținute le presupunem optime. Pentru a calcula elementele vectorului S_{i+1} se va utiliza vectorul $Suma_i$ prin adăugarea elementului n_{i+1} . Deoarece în vectorul $Suma_i$ sunt reținute sumele optime obținute cu primele i numere, atunci vectorul $Suma_{i+1}$ va conține sumele optime calculate cu ajutorul primelor i+1 numere (nu se pot genera sume cu proprietatea cerută care să fie mai mari).c.t.d.

Algoritmul continuă până la citirea tuturor numerelor.

Elementele (numărul cutiilor) ce formează $Suma_i(m)$ se vor reține într-un vector de tip mulțime $Elem_i(m)$.

Exemplu rezolvat: Fie n=5 și conținutul celor n cutii 12 9 14 17 11.

Formăm sumele maxime posibile cu elementul 12:

Rest	0	1	2	3	4
Suma	0	0	12	0	0
Elem	[]	[]	[1]	[]	
Suma1	0	0	0	0	0
Elem1	[]	[]		[]	[]

Calcule: 12 mod 5=2.

Formăm sumele maxime posibile cu elementul 9:

Rest	0	1	2	3	4
Suma	0	21	12	0	9
Elem	[]	[1,2]	[1]	[]	[2]
Suma1	0	0	12	0	0
Elem1	[]		[1]	[]	[]

Calcule: 9 mod 5=4; 12+9=21, 21 mod 5=1;

Formăm sumele maxime posibile cu elementul 14:

Rest	0	1	2	3	4
Suma	35	26	12	23	14
Elem	[1,2,3]	[1,3]	[1]	[2,3]	[3]
Suma1	0	21	12	0	9
Elem1	[]	[1,2]	[1]	[]	[2]

Calcule: 14 mod 5=4; 14>9 (true);

14+9=23; 23 mod 5=3; 14+12=26; 26 mod 5=1;26>21(true);

14+21=35; 35 mod 5=0;

Formăm sumele maxime posibile cu elementul 17:

Rest	0	1	2	3	4
Suma	40	31	52	43	29
Elem	[2,3,4]	[3,4]	[1,2,3,4]	[1,3,4]	[1,4]
Suma1	35	26	12	23	14
Elem1	[1,2,3]	[1,3]	[1]	[2,3]	[3]

Calcule: 17 mod 5=2; 17>12 (true);

17+14=31; 31 mod 5=1; 31>26 (true);

17+23=40; 40 mod 5=0; 40>35 (true);

17+12=29; 29 mod 5=4; 29>14 (true);

17+26=43; 43 mod 5=3; 43>23 (true);

17+35=52; 52 mod 5=2; 52>17 (true);

Formăm sumele maxime posibile cu elementul 11:

Rest	0	1	2	3	4
Suma	40	51	52	63	54
Elem	[2,3,4]	[2,3,4,5]	[1,2,3,4]	[1,2,3,4,5]	[1,3,4,5]
Suma1	40	31	52	43	29
Elem1	[2,3,4]	[3,4]	[1,2,3,4]	[1,3,4]	[1,4]

Calcule: 11 mod 5=1; 11>31 (false);

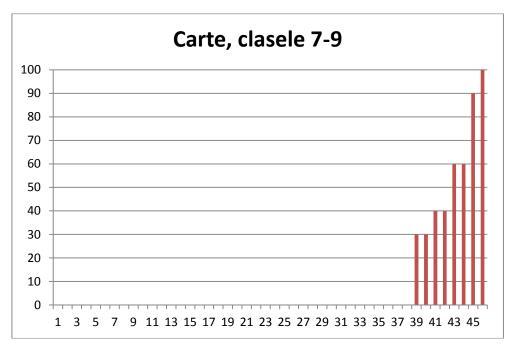
11+29=40; 40 mod 5=0; 40>40 (false); (a doua soluție 1,4,5)

11+43=54; 54 mod 5=4; 54>29 (true);

11+52=63; 63 mod 5=3; 63>43 (true);

```
11+31=42; 42 mod 5=2; 42>52 (false);
11+40=51; 51 mod 5=1; 51>31 (true);
Suma(0)=40; 40 div 5=8. Deci, rezultatul este 8.
```

```
Program cartile;
{clasele 07-09}
type vector=array[0..255] of longint;
     vector1=array[0..255] of set of byte;
     vector2=array[1..255] of integer;
var n,i,j:byte;
     num:vector2;
     suma, suma1:vector;
     elem, elem1:vector1;
     f:text;
Begin
 assign(f,'CARTE.IN');
 reset(f);
 readln(f,n);
 for i:=1 to n do
 begin
     read(f,num[i]);
     elem[i-1] := [];
     suma[i-1]:=0;
  end;
 close(f);
 suma[num[1] mod n]:=num[1];
 elem[num[1] mod n]:=[1];
 for i:=2 to n do
 begin
    suma1:=suma;
    elem1:=elem;
    if suma1[num[i] mod n]<num[j] then</pre>
          begin
              suma[num[i] mod n]:=num[i];
              elem[num[i] mod n]:=[i];
          end;
    for j:=0 to n-1 do
     if suma1[j]+num[i]>suma[(suma1[j]+num[i]) mod n] then
        suma[(suma1[j]+num[i]) mod n]:=suma1[j]+num[i];
        elem[(suma1[j]+num[i]) mod n]:=elem1[suma1[j] mod n]+[i];
       end;
  end;
 assign(f,'CARTE.OUT');rewrite(f);
 write(f,suma[0]div n);
 close(f);
End.
```



Notă: Pe orizontală sunt competitorii, simbolizați prin numerele 1, 2, 3, ... ș.a.m.d., iar pe verticală punctajul fiecăruia din ei

Puncte în plan

Într-un plan sunt date n puncte cu coordonatele x_i , y_i , i = 1, 2, ..., n. Se va considera *cel mai mare* pătrat pătratul cu cea mai mare arie.

Sarcină. Alcătuiți un program, care ar determina aria celui mai mare pătrat, care ar putea fi format de 4 dintre cele *n* puncte.

Date de intrare. Fișierul text de intrare **PUNCTE.IN** conține pe prima linie un număr natural n – numărul de puncte în plan, iar pe fiecare din următoarele n linii - câte două numere întregi x_i și y_i , separate prin spațiu, coordonatele punctelor respective.

Date de ieşire. Fişierul text de ieşire **PUNCTE.OUT** va conține pe prima linie un număr, egal cu aria celui mai mare pătrat.

Restricții:

- $1 \le n \le 100$
- Timpul de execuție nu va depăși 1 secundă
- Programul va folosi cel mult 16 MB de memorie operativă.

Fișierul sursă va avea denumirea PUNCTE.PAS, PUNCTE.C sau PUNCTE.CPP.

Exemplu

PUNCTE.IN	PUNCTE.OUT
7	8
0 0	
1 1	
1 3	
3 5	
3 1	
5 5	
5 3	

Rezolvare

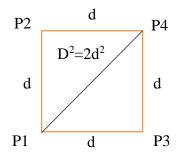
Pentru a rezolva această problemă este necesar de a cunoste:

a. *Calculul distanței dintre două puncta după coordonatele acestora*. Distanața dintre două puncte p cu coordonatele (x,y) și q cu coordonatele (x,y), se calculează după formula:

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

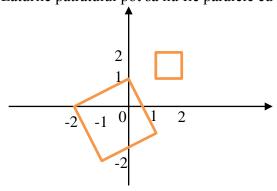
sau $d^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$

b. Relațiile dintre laturile și diagonala pătratului.



c. Calculul ariei unui pătrat după latura lui. Fie avem un pătrat cu latura d, atunci aria acestui pătrat va fi d^2 .

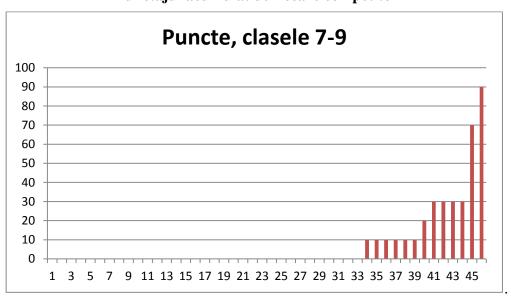
Obs. 1: Pentru păstrarea rezultatelor va fi ales tipul longint, deaorece nu are rost să extragem rădăcina pătrată (care poate fi o valoare reală). Aria pătratului va fi egală cu distanța dinte puncte la pătrat. Obs. 2: Laturile pătratului pot să nu fie paralele cu axele de coordonate.



```
Program Puncte;
{clasele 07-09}
Type
    Point=record
     x:integer;
     y:integer;
end;
// Funcția ce determină pătratul distanței dintre punctele 'p' și 'q'
function distSq(p:Point; q:Point):longint;
   Begin
     distSq:=(p.x - q.x)*(p.x - q.x) +
               (p.y - q.y) * (p.y - q.y);
    End;
// următoarea funcție verifică dacă punctele (p1, p2, p3, p4) formează pătrat și
dacă formează //returnează aria acestuia, în caz contrar returnează 0
Function aria(p1:Point; p2:Point; p3:Point; p4:Point):longint;
   var d :longint;
         d2 :longint;
         d3 :longint;
         d4 :longint;
  Begin
   aria:= -1;
   d2:= distSq(p1, p2);
   d3:= distSq(p1, p3);
   d4:= distSq(p1, p4);
// dacă distanța dintre (p1, p2) și (p1, p3) este aceeași, atunci pentru a fi
pătrat trebuie:
// 1) lungimea pătrată (p1, p4) este de două ori mai mare ca distanța pătrată
(p1, p2)
// 2) p4 este egal depărtat de la  p2 și p3
   if (d2 = d3) and (2*d2 = d4) then
       begin
      d:= distSq(p2, p4);
      if (d = distSq(p3, p4)) and (d = d2) then
          aria:= d
            else
               aria:=0;
       end;
    if (d3 = d4) and (2*d3 = d2) then
         begin
```

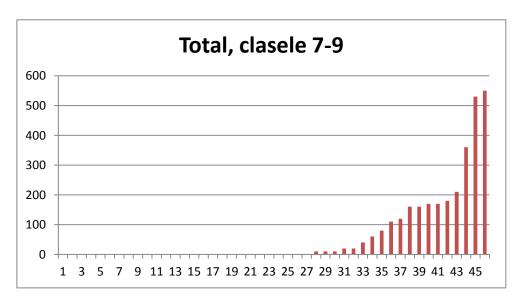
```
d:= distSq(p2, p3);
        if (d = distSq(p2, p4)) and (d = d3) then
                 aria:= d
             else
                 aria:=0;
          end;
    if (d2 = d4) and (2*d2 = d3) then
          begin
       d:= distSq(p2, p3);
       if (d = distSq(p3, p4)) and (d = d2) then
             aria:=d
             else
                   aria:=0;
          end;
end;
 var P:array[1..101] of Point;
      x,y : integer;
      n:integer;
      aria_max: longint;
      aria_cur: longint;
      i1, i2, i3, i4, i:integer;
      fin:text;
      fout:text;
 Begin
     Assign(fin,'PUNCTE.IN');
     Assign(fout, 'PUNCTE.OUT');
     Reset(fin);
     readln(fin,N);
     for i:=1 to N do
         begin
       read (fin, x);
            readln (fin, y);
            P[i].x := x;
            P[i].y := y;
         end;
     close(fin);
    aria max:= 0; aria cur:= 0;
    writeln;
    i1:=1;
    for i1:=1 to n-3 do
        begin
            for i2:= i1+1 to n-2 do
        begin
         for i3:= i2+1 to n-1 do
                begin
                  for i4:=i3+1 to n do
                    begin
                     aria_cur:= aria(P[i1], P[i2], P[i3], P[i4]);
                     if (aria cur > aria max) then
                                  aria max:= aria cur;
                     end;
                  end;
              end;
        end;
    if (aria max = 0) then
        aria max := -1;
```

```
rewrite(fout);
  writeln (fout, aria_max);
  close (fout);
end.
```



Notă: Pe orizontală sunt competitorii, simbolizați prin numerele 1, 2, 3, ... ş.a.m.d., iar pe verticală punctajul fiecăruia din ei

Punctajul total acumulat de fiecare competitor



Notă: Pe orizontală sunt competitorii, simbolizați prin numerele 1, 2, 3, ... ş.a.m.d., iar pe verticală punctajul fiecăruia din ei

Problemele pentru elevii claselor 10-12

Denumirea problemei	Numărul de puncte alocat problemei	Denumirea fişierului sursă	Denumirea fişierului de intrare	Denumirea fişierului de ieşire
Acoperiș	100	ACOPERIS.PAS ACOPERIS.C ACOPERIS.CPP	ACOPERIS.IN	ACOPERIS.OUT
Mulțimi proporționale	100	MULTIMI.PAS MULTIMI.C MULTIMI.CPP	MULTIMI.IN	MULTIMI.OUT
Relații de simpatie	100	SIMPATIE.PAS SIMPATIE.C SIMPATIE.CPP	SIMPATIE.IN	SIMPATIE.OUT
Acoperire	100	ACOPERIRE.PAS ACOPERIRE.C ACOPERIRE.CPP	ACOPERIRE.IN	ACOPERIRE.OUT
Drepte în plan	100	DREPTE.PAS DREPTE.C DREPTE.CPP	DREPTE .IN	DREPTE.OUT
Segmente	100	SEGMENTE.PAS SEGMENTE.C SEGMENTE.CPP	SEGMENTE.C SEGMENTE.IN	
Total	600	-	-	-

Acoperiș

În Ecolandia acoperișurile clădirilor sunt formate din baterii solare. În timpul unei furtuni s-a produs un fulger ce a deteriorat parțial acoperișul unei clădiri. Specialiștii de la departamentul Situații Excepționale au scanat acoperișul și au format harta lui: cu 1 au fost notate sectoarele acoperișului deteriorate de fulger, iar cu 0 – cele rămase întregi. Acoperișul este de formă pătrată $m \times m$. Pentru refacerea acoperișului sunt necesare blocuri de baterii solare de lățime 1 și lungime x, x = 1, 2, ..., m. Din cauza unor dispozitive speciale care unesc blocurile, ele pot fi plasate pe acoperiș doar vertical sau doar orizontal.

Sarcină. Alcătuiți un program, care ar determina numărul minim total de blocuri și numărul de blocuri de fiecare tip pentru a repara acoperișul.

Date de intrare. Fișierul text de intrare **ACOPERIS.IN** conține pe prima linie un număr natural, egal cu dimensiunea m a laturii acoperișului, iar pe fiecare din următoarele m linii — câte o secvență de m cifre 1 sau 0 separate printr-un spațiu.

Date de ieșire. Fișierul **ACOPERIS.OUT** va conține pe prima linie un număr întreg egal cu numărul minim de blocuri, iar pe următoarele linii, ordonate crescător după x, secvențe din două numere întregi, separate printr-un spațiu: x și num, unde x este lungimea (tipul) blocului, iar num este numărul de blocuri de lungime x.

Observație: Dacă numărul de blocuri pe verticală și pe orizontală sunt egale, se va afișa varianta pe verticală.

Restricții:

- $1 \le m \le 200$
- Nu se vor afisa blocurile de lungime x, a căror număr este zero (0)
- Timpul de execuție nu va depăși 1 secundă
- Programul va folosi cel mult 32 MB de memorie operativă.

Fisierul sursă va avea denumirea ACOPERIS. PAS, ACOPERIS. C sau ACOPERIS. CPP.

Exemplul 1

ACOPERIS.IN	ACOPERIS.OUT	Explicație
5	7	Blocurile vor fi plasate pe orizontală, în total 7 blocuri (5
1 1 1 0 0	1 5	blocuri de lungime 1, 1 bloc de lungime 3 și 1 bloc de
0 0 0 0 0	3 1	lungime 5); în cazul plasării blocurilor pe verticală vom avea
1 1 1 1 1	5 1	nevoie de 7 blocuri de lungime 1 $(1-7)$ și 3 blocuri de
1 0 1 0 1		lungime $2(2-3)$, în total 10 blocuri.
0 1 0 1 0		

Exemplul 2

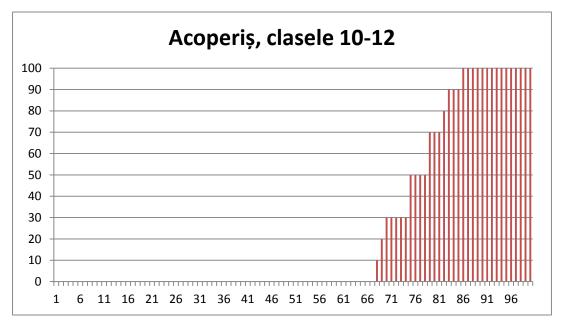
ACOPERIS.IN	ACOPERIS.OUT	Explicație
10	20	S-a afișat varianta pe verticală. Numărul
1 1 1 0 0 0 0 1 1 1	1 9	de blocuri pe orizontală este tot 20 (1-2,
1 1 0 0 0 0 1 1 1 1	2 5	2-4, 3-8, 4-4, 5-2).
1 0 0 0 0 0 0 1 1	3 1	
1 1 1 1 1 0 1 1 1 1	4 2	
1 1 1 0 0 0 0 1 1 1	10 3	
1 1 1 0 0 0 0 1 1 1		
1 1 0 0 0 0 1 1 1 1		
1 0 0 0 0 0 0 1 1		
1 1 1 1 1 0 1 1 1 1		
1 1 1 0 0 0 0 1 1 1		

Rezolvare

Rezolvarea problemei necesită competențe de a lucra cu tipul de date tablou (unudimensionale și bidimensionale). Numărul de blocuri de lungimea m, care pot fi plasate pe orizontală (verticală) se vor păstra într-un vector cu m elemente (blok și blokl, respectiv), adică bloc[i] va reține numărul de blocuri de lungimea i, care pot fi plasate pe orizontală, iar blocl[i] va reține numărul de blocuri de lungimea i, care pot fi plasate pe verticală. Acest lucru este necesar, deoarece trebuie să se țină cont de observația: dacă numărul de blocuri pe verticală și pe orizontală sunt egale, se va afișa varianta pe verticală. Odată cu incrementarea numărului de blocuri de fiecare lungime, se va introduce câte un contor (orizontal, vertical), care va număra numărul total de blocuri care pot fi plasate sau numai vertical sau numai orizontal pe acoperiș.

```
Program p1;
{clasele 10-12}
type vector=array[1..200] of longint;
     matrice=array[1..200,1..200] of byte;
var a:matrice;
    blok, blok1: vector;
    i,j,k,m:byte;
    orizontal, vertical: integer;
    f:text;
Begin
Assign (f, 'ACOPERIS.IN');
 reset(f);
 readln(f,m);
 for i:=1 to m do
 for j:=1 to m do
   read(f,a[i,j]);
 close(f);
 orizontal:=0;
 for i:=1 to m do
  begin
   j := 1;
   while j<=m do
    begin
     k := 0;
     while (a[i,j] <> 0) and (j <= m) do
      begin
      inc(k);inc(j);
      end:
     if k<>0 then begin inc(blok[k]);inc(orizontal);end;
     inc(j);
    end;
  end;
 vertical:=0;
 for j:=1 to m do
 begin
   i:=1;
   while i<=m do
    begin
    k := 0;
     while (a[i,j] <> 0) and (i <= m) do
```

```
inc(k);inc(i);
     if k<>0 then begin inc(blok1[k]);inc(vertical);end;
     inc(i);
    end;
  end;
 assign(f,'ACOPERIS.OUT');
 rewrite(f);
 if vertical>orizontal then
 begin
   writeln(f,orizontal);
   for i:=1 to m do
    if blok[i]<>0 then writeln(f,i,' ',blok[i]);
 begin
  writeln(f, vertical);
   for i:=1 to m do
    if blok1[i]<>0 then writeln(f,i,' ',blok1[i]);
 close(f);
End.
```



Notă: Pe orizontală sînt competitorii, simbolizați prin numerele 1, 2, 3, ... ş.a.m.d., iar pe verticală punctajul fiecăruia din ei

Mulțimi proporționale

Fie două șiruri de numere naturale fiecare din care este urmat de numărul 13 ce nu aparține șirului: $x_1, x_2, ..., x_n, 13, y_1, y_2, ..., y_m, 13$.

Sarcină. Alcătuiți un program, care ar determina dacă cele două șiruri formează două mulțimi de numere direct proporționale, invers proporționale, neproporționale sau între ele nu se poate stabili proporționalitatea. A stabili proporționalitatea înseamnă a decide, dacă cu toate numerele din cele două șiruri se pot forma perechi (o pereche fiind formata dintr-un element al primului șir și un element al celui de-al doilea șir), astfel încât rapoartele (pentru proporționalitatea directă) sau produsele (pentru proporționalitatea inversă) elementelor ce formează perechile sa fie egale. Evident, dacă numărul de elemente în cele două șiruri este diferit, nu se poate stabili proporționalitatea.

Date de intrare. Fișierul text **MULTIMI.IN** conține numere întregi separate prin spațiu: mai întâi elementele primului șir urmat de numărul 13, iar apoi elementele celui de-al doilea șir urmat de numărul 13. Şirurile nu conțin nici un număr 13.

Date de ieșire: Fișierul text **MULTIMI.OUT** va conține una din liniile:

Direct proportionale. Raportul R Invers proportionale. Produsul R Neproportionale Nu se poate stabili proportionalitatea

Mărimea *R* are următoarea semnificație:

- valoarea raportului pentru cazul de proporționalitate directă;
- valoarea produsului pentru cazul de proporționalitate inversă.

În cazul în care șirurile nu sunt nici direct și nici invers proporționale, în linie se va afișa cuvântul Neproportionale, iar dacă proporționalitatea nu poate fi stabilită, se va afișa fraza Nu se poate stabili proportionalitatea.

Restricții:

- Valoarea maximala a fiecărui element al șirurilor este 4294967295. Lungimea maximală a unui sir este 1000
- Timpul de execuție nu va depăși 1 secundă
- Programul va folosi cel mult 32 MB de memorie operativă
- Valoarea lui *R* se tipărește în format științific: c.cEsccc, unde c este cifră, iar s este semnul (+ sau -).

Fisierul sursă va avea denumirea MULTIMI.PAS, MULTIMI.C sau MULTIMI.CPP.

Exemplul 1

MULTIMI.IN									MULTIMI.OUT			
12	80	40	20	4	13	100	25	15	5	50		Direct proportionale. Raportul 8.0E-001

Exemplul 2

MULTIMI.IN	MULTIMI.OUT
2 8 4 20 4 13 10 250 5 50 13	Nu se poate stabili proportionalitatea

Exemplul 3

MULTIMI.IN										MULTIMI.OUT		
16 11 21	12	14	15	13	34	35	36	37	38	39	20	Neproportionalitate

Exemplul 4

MULTIMI.IN	MULTIMI.OUT			
	Direct proportionale. Raportul 2.0E+000			
	Invers proportionale. Produsul 1.6E+001			

Rezolvare

A stabili proporționalitatea înseamnă a decide dacă se pot forma cu toate numerele din cele două șiruri perechi (o pereche fiind formată dintr-un element al primului șir și un element al celui de-al doilea șir) astfel încât rapoartele (produsele-pentru proporționalitatea indirectă) elementelor ce formează perechile să fie egale. Evident, dacă nu există un același număr de elemente, nu se poate vorbi despre proporționalitate. O metodă ar fi imperecherea în toate modurile posibile elementele celor două mulțimi și să verificăm dacă toate perechile au fie raportul, fie produsul conctant. Însă am avea practic de generat toate permutările unei mulțimi pentru a forma perechi cu elementele celeilalte mulțimi, ceea ce înseamnă un **algoritm exponențial**. Vom propune un alt algoritm, obținut în baza observării unor proprietăți matematice ale numerelor care formează un șir de rapoarte egale. Aceste observații sunt:

- Dacă numitorii sunt în ordine crescătoare, atunci și numărătorii sunt tot în ordine crescătoare;
- Pentru şir de produse egale, dacă elementele din prima mulțime sunt în ordine crescătoare, atunci cele din a doua mulțime sunt în ordine descrescătoare.

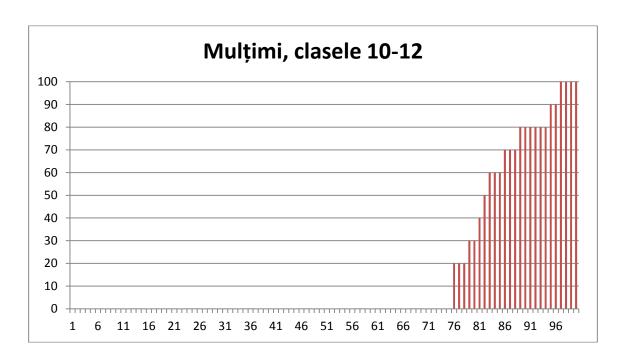
Astfel ordonăm elementele fiecărei mulțimi și formăm perechi de elemente corespunzătoare pentru a verifica proporționalitatea directă și perechi de elemente simetric corespunzătoare (primul cu ultimul, al doilea cu penultimul etc.) pentru a verifica proporționalitate indirectă.

Considerăm următoarele două șiruri {12, 80, 40, 20, 4} si {100 25 15 5 50}. Atunci vom avea:

- ✓ Şirurile ordonate în ordine crescătoare: {4, 12, 20, 40, 80 }, {5, 15, 25, 50, 100}.
- ✓ Verificarea proportionalității perechilor de elemente corespunzătoare: 4/5=12/15=20/25=40/25=80/50.

```
program multimi proportionale;
{clasele 10-12}
uses crt;
var a,b:array[1..1000] of longword;
    na, nb, i, j:word;
    aux:longword;
    rap, rap1, prod, prod1:real;
     gata, dir prop, inv prop: boolean;
     fin,fout:text;
begin
 assign(fin,'MULTIMI.IN');
 reset(fin);
 assign(fout,'MULTIMI.OUT');
 rewrite (fout);
 while not seekeof(fin) do
 begin
    na:=0;
    read(fin,aux);
    while (aux<>13) do
            begin
                //writeln('citit caracter: ', aux);
                inc(na);
                a[na]:=aux;
                read(fin,aux)
            end;
     nb:=0;
```

```
read(fin,aux);
    while (aux <> 13) do
           begin
                //writeln('citit caracter: ', aux);
               inc(nb);
               b[nb]:=aux;
                read(fin,aux)
            end:
    if na<>nb then
         writeln(fout,'Nu se poate stabili proportionalitatea')
          begin {ordonarea elementelor multimii a}
      repeat
         i:=i+1; {a cita parcurgere se executa}
         gata:=true;
         for j:=1 to na-i do { parcurgerea sirului}
           if a[j]>a[j+1] then
            begin {interschimbarea elementelor}
              aux:=a[j];
              a[j] := a[j+1];
              a[j+1] := aux;
              gata:=false;
            end:
      until gata;
{.. la fel ordonarea elementelor multimii b}
 i:=0;
     repeat
         i:=i+1; {a cita parcurgere se executa}
         gata:=true;
         for j:=1 to nb-i do { parcurgerea sirului}
           if b[j]>b[j+1] then
             begin {interschimbarea elementelor}
               aux:=b[j];
               b[j] := b[j+1];
               b[j+1] := aux;
               gata:=false;
            end;
      until gata;
 rap:=a[1]/b[1];
 prod:=a[1]*b[nb];
 dir prop:=true;
 inv prop:=true;
 for i:=2 to nb do
       begin
           rap1:=a[i]/b[i];
            prod1:=a[i]*b[nb-i+1];
           if rap1 <> rap then dir prop:=false;
           if prod1<>prod then inv_prop:=false;
        end;
 if dir_prop then
      writeln (fout, 'Direct proportionale. Raportul ', rap:8);
 if inv prop then
     writeln (fout, 'Invers proportionale. Produsul ', prod:8);
 if not dir prop and not inv prop then
      writeln (fout, 'Neproportionalitate');
  end;
end;
close(fin);
close (fout);
readkey
end.
```



Notă: Pe orizontală sînt competitorii, simbolizați prin numerele 1, 2, 3, ... ș.a.m.d., iar pe verticală punctajul fiecăruia din ei

Relații de simpatie

Fie dată o mulțime de persoane numerotate cu numere întregi de la 1 la N. Relația SIMPATIE este definită în felul următor: pentru fiecare persoană i sunt specificate numerele persoanelor pe care aceasta le simpatizează.

Sarcină. Alcătuiți un program care ar determina, dacă pentru mulțimea dată de persoane toate simpatiile sunt reciproce.

Date de intrare. Fișierul text **SIMPATIE.IN** conține un sir de numere, separate prin spațiu, reprezentând grupuri de numere. Fiecare grup începe din linie nouă și conține: pe prima poziție – numărul ce reprezintă persoana care simpatizează persoanele din mulțime; urmează numerele persoanelor simpatizate; sfârșitul grupului de numere este specificat de cifra 0.

Date de ieșire: Fișierul text SIMPATIE. OUT va conține o linie, în care se va afișa:

N=v. SIMPATIILE SUNT RECIPROCE.

sau

N=v. SIMPATIILE NU SUNT RECIPROCE.

Aici v reprezintă numărul de persoane în mulțime.

Restricții:

- N < 100
- Timpul de execuție nu va depăși 1 secundă
- Programul va folosi cel mult 32 MB de memorie operativă.

Fișierul sursă va avea denumirea SIMPATIE.PAS, SIMPATIE.C sau SIMPATIE.CPP.

Exemplul 1

SIMPATIE.IN	SIMPATIE.OUT							
1 2 4 0	N=4. SIMPATIILE NU SUNT RECIPROCE.							
2 1 0								
3 2 4 0								

Exemplul 2

SIMPATIE.IN	SIMPATIE.OUT
1 2 3 0	N=3. SIMPATIILE SUNT RECIPROCE.
2 1 3 0	
3 2 1 0	

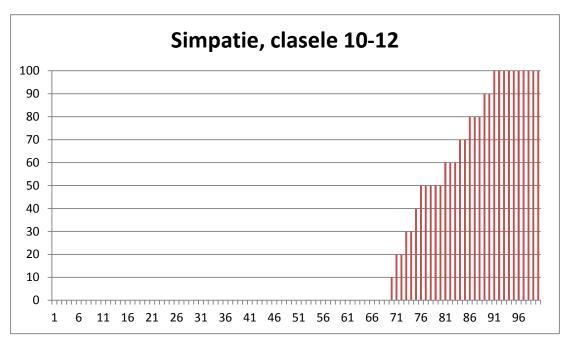
Exemplul 3

SIMPATIE.IN	SIMPATIE.OUT
1 2 3 4 5 6 7 0	N=7. SIMPATIILE SUNT RECIPROCE.
5 1 2 3 4 6 7 0	
6 1 2 3 4 5 7 0	
7 1 2 3 4 5 6 0	
2 1 3 4 5 6 7 0	
3 1 2 4 5 6 7 0	
4 1 2 3 5 6 7 0	

Rezolvare

Datele de intrare se reprezintă în forma unor liste de adiacență referitoare la un graf. Se constuiește matricea de adiacență a grafului și se cercetează proprietatea de graf neorientat în care matricea de adiacență este simetrică față de diagonala principală $(a_{ij}=a_{ji} \text{ pentru orice } 1 <= i, j => n)$.

```
program relatii simpatie;
{clasele 10-12}
uses math;
type matr adiac=array[1..100,1..100] of byte;
var a: matr adiac;
    n:byte;
    persoane:set of byte;
    i,j,k:integer;
    dot:char;
    este:boolean;
    fin,fout:text;
    nrPersoane: byte;
    label fine;
begin
assign(fin, 'SIMPATIE.IN');
reset(fin);
assign(fout, 'SIMPATIE.OUT');
rewrite (fout);
 {se determina valoarea n}
{ writeln('n=',n);}
 fillchar(a, sizeof(a), 0); {zerografierea tabloului}
n := 0;
persoane:= [];
while not eof(fin) do
  begin
   read(fin,i,j);
    persoane := persoane + [i, j];
    n:=max(n, max(i, j));
     repeat
            a[i,j]:=1;
            read(fin,j);
             n:=\max(n, j);
             if j <> 0 then persoane := persoane + [j];
      until j=0;
   end;
nrPersoane := 0;
for i:=1 to n do
 if i in persoane then inc(nrPersoane);
este:=true;
for i:=1 to n-1 do
        for j:=i+1 to n do
          if a[i,j] <> a[j,i] then
          begin
          este:=false;
           writeln(fout,'N=',n,'. SIMPATIILE NU SUNT RECIPROCE.');
           goto fine;
          end;
if este then writeln(fout, 'N=',n,'. SIMPATIILE SUNT RECIPROCE.');
fine:
close(fin);
close(fout);
readkey
end.
```



Notă: Pe orizontală sînt competitorii, simbolizați prin numerele 1, 2, 3, ... ș.a.m.d., iar pe verticală punctajul fiecăruia din ei

Acoperire

Dintr-un dreptunghi cu laturile m și n sunt tăiate două pătrate cu latura 1 și coordonatele (i_1, j_1) și (i_2, j_2) . Coordonate ale pătratului se consideră coordonatele colțului din dreapta-sus al lui.

Sarcină. Alcătuiți un program, care ar determina dacă figura obținută poate fi acoperită cu dreptunghiuri 1x2 fără suprapunerea lor.

Date de intrare. Fișierul text de intrare **ACOPERIRE.IN** conține pe prima linie 2 numere întregi m și n – dimensiunile laturilor dreptunghiului, separate prin spațiu, iar pe a doua linie – 4 numere întregi – coordonatele (i_1, j_1) și (i_2, j_2) ale pătratelor unitare ce au fost tăiate din dreptunghiul inițial, de asemenea separate prin spațiu.

Date de ieşire. Fişierul **ACOPERIRE.OUT** va conține pe prima linie cuvântul Yes, dacă acoperirea figurii este posibilă, sau cuvântul No, în caz contrar.

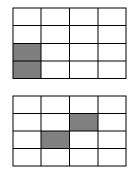
Restrictii:

- $1 \le i_1, j_1, i_2, j_2 \le m, n \le 100000$
- Timpul de execuție nu va depăși 1 secundă
- Programul va folosi cel mult 16 MB de memorie operativă.

Fisierul sursă va avea denumirea ACOPERIRE.PAS, ACOPERIRE.C sau ACOPERIRE.CPP.

Exemplul

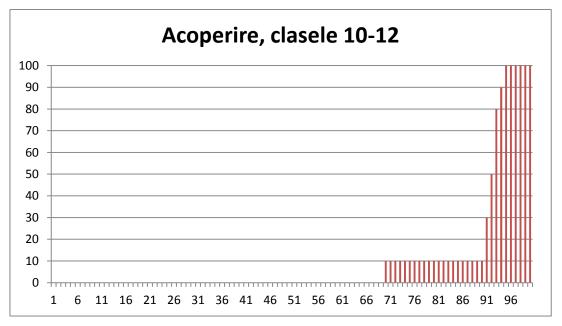
ACOPERIRE.IN	ACOPERIRE.OUT
2	YES
441112	No
4 4 2 2 3 3	



Soluția

```
{clasele 10-12}
program acoperire;
var m, n, i1, j1, i2, j2, min: integer;
    num tests: integer;
    FIN, FOUT: TEXT;
begin
        assign(FIN, 'ACOPERIRE.IN');
        reset (FIN);
        assign(FOUT, 'ACOPERIRE.OUT');
        rewrite (FOUT);
        readln(FIN, num tests);
        while num tests > 0 do
        begin
                readln(FIN, m, n, i1, j1, i2, j2);
                if (m \mod 2 = 1) and (n \mod 2 = 1) then
                        writeln(FOUT, 'NO')
```

```
else if (m = 1) then begin
                  min := j1;
                    if min > j2 then min := j2;
                    if min mod 2 = 0 then writeln (FOUT, 'NO')
                    else writeln(FOUT, 'YES');
                end
                else if (n = 1) then begin
                  min := i1;
                    if min > i2 then min := i2;
                    if min mod 2 = 0 then writeln (FOUT, 'NO')
                    else writeln(FOUT, 'YES');
                end
                else if (i1 + j1) \mod 2 = (i2 + j2) \mod 2 then
                        writeln(FOUT, 'NO')
                        writeln(FOUT, 'YES');
                dec(num tests);
        end;
        close(FOUT);
        close(FIN);
end.
```



Notă: Pe orizontală sînt competitorii, simbolizați prin numerele 1, 2, 3, ... ş.a.m.d., iar pe verticală punctajul fiecăruia din ei

Drepte în plan

Într-un plan sunt definite n drepte $a_ix+b_iy+c_i=0$, i=1,2,...,n.

Sarcină. Alcătuiți un program, care ar determina în câte părți este împărțit planul de aceste drepte.

Date de intrare. Fişierul text de intrare **DREPTE.IN** conține pe prima linie un număr întreg n – numărul de linii în plan, iar pe fiecare din următoarele n linii – cîte 3 numere întregi a_i , b_i și c_i .

Date de ieşire. Fişierul text de ieşire **DREPTE.OUT** va conține pe prima linie un număr natural, egal cu numărul părților în care a fost divizat planul de cele n drepte.

Restricții:

- n, |a|, |b|, $|c| \le 1000$
- Timpul de execuție nu va depăși 1 secundă
- Programul va folosi cel mult 16 MB de memorie operativă.

Fișierul sursă va avea denumirea DREPTE.PAS, DREPTE.C sau DREPTE.CPP.

Exemplul 1

DREPTE.IN	DREPTE.OUT
2	4
1 0 0	
0 1 -1	

Exemplul 2

DREPTE.IN	DREPTE.OUT
3	4
1 1 0	
1 1 2	
2 2 3	

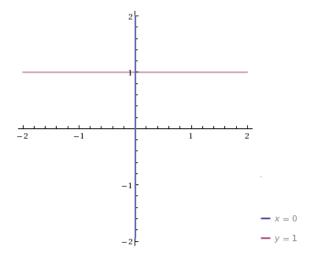


Fig. 1. La exemplul 1

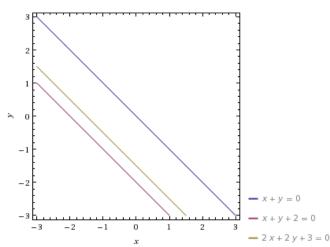
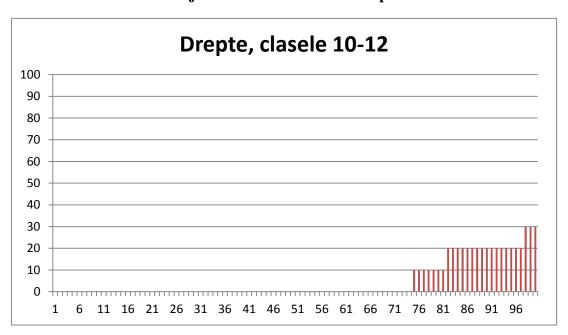


Fig. 2. La exemplul 2

Soluția

```
{clasele 10-12}
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <vector>
#include <algorithm>
#include <cmath>
enum LREL {
   PARALLEL = 0, MATCH, INTERSECT
const double EPS = 1e-5;
struct point{
   double x, y;
    point(double px = 0, double py = 0): x(px), y(py) {}
   point(const point& p): x(p.x), y(p.y) {}
};
bool operator == (const point& p1, const point& p2){
   return fabs(p1.x - p2.x) < EPS && fabs(p1.y - p2.y) < EPS;
std::ostream& operator <<(std::ostream& out, const point& p){</pre>
   out << "( " << p.x << ", " << p.y << ")";
   return out;
struct line {
   double a, b, c;
   line (double pa = 0, double pb = 0, double pc = 0)
       : a(pa), b(pb), c(pc) {
   line(const line& p)
       : a(p.a), b(p.b), c(p.c) {
};
LREL linesRelations(const line& 11, const line& 12) {
   if (fabs(11.a * 12.b - 11.b * 12.a) < EPS && fabs(11.a * 12.c - 11.c * 12.a)
< EPS)
       return MATCH;
    if (fabs(l1.a * 12.b - 11.b * 12.a) < EPS)
       return PARALLEL;
   return INTERSECT;
struct cmp line {
   line mem;
   cmp line(const line& p) : mem(p) {
   bool operator()(const line& p) {
       return linesRelations (mem, p) == MATCH;
};
```

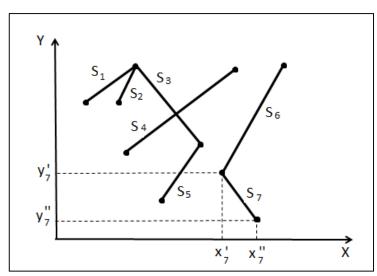
```
std::istream& operator>>(std::istream& in, line& l) {
   in >> l.a >> l.b >> l.c;
   return in;
}
```



Notă: Pe orizontală sînt competitorii, simbolizați prin numerele 1, 2, 3, ... ş.a.m.d., iar pe verticală punctajul fiecăruia din ei

Segmente

Se consideră mulțimea S, formată din n segmente distincte, notate prin $S_1, S_2, ..., S_i, ..., S_n$. Fiecare segment S_i este definit prin coordonatele întregi carteziene $(x_i', y_i'), (x_i'', y_i'')$ ale extremităților sale.



Segmentele S_i , S_j se numesc *adiacente*, dacă ele au o extremitate comună.

Segmentele S_i , S_j se numesc *conectate* dacă există o succesiune de segmente, care începe cu S_i și se termină cu S_j și în care oricare două segmente consecutive sunt adiacente.

De exemplu, segmentele S_1 , S_5 de pe figura alăturată sunt conectate întrucât există o succesiune de segmente consecutiv adiacente: S_1 , S_3 , S_5 .

Submulțimea de segmente Q, $Q \subseteq S$, formează o *rețea*, dacă segmentele respective sunt conectate între ele, fără a

avea însă conexiuni cu segmentele din submulțimea $S \setminus Q$.

În general, mulțimea de segmente S poate avea mai multe rețele.

De exemplu, mulțimea de segmente de pe figura de mai sus conține 3 rețele: $\{S_1, S_2, S_3, S_5\}$, $\{S_4\}$ și $\{S_6, S_7\}$.

Sarcină. Elaborați un program, care, cunoscând mulțimea de segmente S, calculează numărul de rețele k.

Date de intrare. Fișierul text **SEGMENT. IN** conține pe prima linie numărul întreg n. Fiecare din următoarele n linii ale fișierului de intrare conține numerele reale x'_i, y'_i, x''_i, y''_i , separate prin spațiu. Linia i+1 a fișierului de intrare conține coordonatele extremităților segmentului S_i .

Date de ieşire. Fişierul text **SEGMENT.OUT** va conține pe singura linie numărul întreg k.

Restrictii:

- $1 \le n \le 300000$; $-10000 \le x_i', y_i', x_i'', y_i'' \le 10000$
- Timpul de execuție nu va depăși 1,0 secunde
- Programul va folosi cel mult 32 MB de memorie operativă.

Fisierul sursă va avea denumirea SEGMENT.PAS, SEGMENT.C sau SEGMENT.CPP.

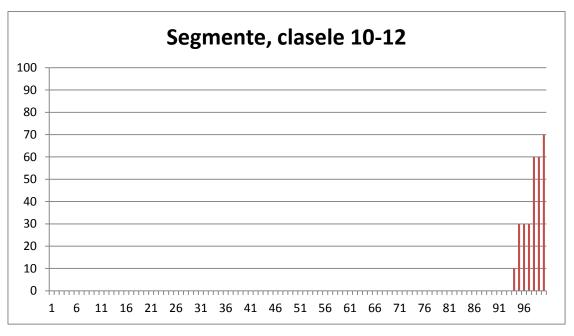
Exemplu

SEGMENT.IN	SEGMENT.OUT
7	3
1 7 4 8	
2 6 4 8	
4 8 7 4	
2 4 9 7	
5 2 7 4	
8 3 11 8	
8 3 13 1	

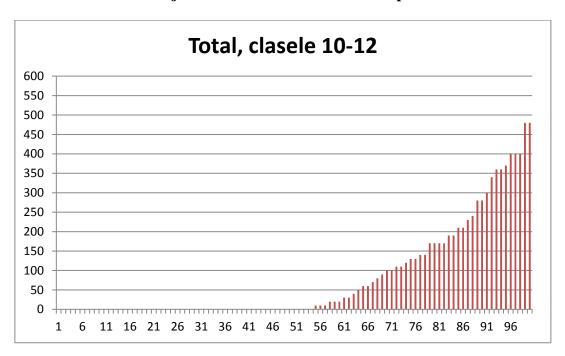
```
Program segmentele;
{clasele 10-12}
const MAXN = 300000;
type TPunct = record
                 x, y: longint;
                 segment: longint;
               end;
    TPuncte = array[1..2 * MAXN] of TPunct;
var capete: TPuncte;
     n: longint;
     buf: array [1..20000] of byte;
procedure citeste;
var f: text;
     x1, y1, x2, y2: double;
     i: longint;
begin
  assign(f, 'SEGMENT.IN');
 reset(f);
 SetTextBuf(f, buf);
 readln(f, n);
 for i := 1 to n do
 begin
    readln(f, x1, y1, x2, y2);
    capete[2 * i - 1].x := round(x1 * 1000);
    capete[2 * i - 1].y := round(y1 * 1000);
    capete[2 * i - 1].segment := i;
    capete[2 * i].x := round(x2 * 1000);
   capete[2 * i].y := round(y2 * 1000);
   capete[2 * i].segment := i;
  end;
  close(f);
end;
function comparaPuncte (var a, b:TPunct): integer;
 if a.x < b.x then exit(-1);
 if a.x > b.x then exit(1);
  \{a.x = b.x\}
 if a.y < b.y then exit(-1);
 if a.y > b.y then exit(1);
 exit(0);
end;
procedure qsort(var data: TPuncte; a, b: longint);
var left, right: longint;
   aux, pivot : TPunct;
begin
 pivot := data[(a + b) div 2];
  left := a;
 right := b;
  while left <= right do
  begin
    while comparaPuncte(data[left], pivot) < 0 do</pre>
      left := left + 1; { Parting for left }
    while comparaPuncte(data[right], pivot) > 0 do
      right := right - 1;{ Parting for right}
    if left <= right then { Validate the change }</pre>
```

```
begin
      //swap Data[left] with Data[right];
       aux := data[left];
       data[left] := data[right];
       data[right] := aux;
       left := left + 1;
       right:= right - 1;
    end;
  end;
  if right > a then qsort(data, a, right); { Sort the LEFT part }
 if b > left then qsort(data, left, b); { Sort the RIGHT part }
end;
var i: longint;
type TNod = record
               tata: longint;
               sz: longint;
             end;
var retele: array[1.. 2 * MAXN] of TNod;
function aflaComponenta(a: longint): longint;
var pozitie, z, nextPos: longint;
begin
 z := 1;
 pozitie := a;
 while retele[pozitie].tata > 0 do
  pozitie := retele[pozitie].tata;
 {id-ul retelei e pos}
 z := pozitie;
 pozitie := a;
 while pozitie <> z do
  begin
    nextPos := retele[pozitie].tata;
    retele[pozitie].tata := z;
    pozitie := nextPos;
  end;
  aflaComponenta := z;
end;
procedure uneste(a, b: longint);
var componentaA, componentaB: longint;
begin
  componentaA := aflaComponenta(a);
  componentaB := aflaComponenta(b);
  if componentaA = componentaB then exit; {nu e nimic de facut, sunt deja
unite}
  if retele[componentaA].sz < retele[componentaB].sz then</pre>
   begin
      retele[componentaA].tata := componentaB;
      inc(retele[componentaB].sz, retele[componentaA].sz);
   end
   else
   begin
      retele[componentaB].tata := componentaA;
      inc(retele[componentaA].sz, retele[componentaB].sz);
    end;
end;
var capDeRetea: array[1..MAXN] of boolean;
    rezultat, componenta: longint;
     f: text;
begin
```

```
citeste;
qsort(capete, 1, 2 * n);
for i := 1 to 2 * n do
 begin
   retele[i].tata := -1;
   retele[i].sz := 1;
 end;
for i := 2 to 2 * n do
begin
  if comparaPuncte(capete[i - 1], capete[i]) = 0 then
     uneste(capete[i-1].segment, capete[i].segment);
fillchar(capDeRetea, sizeof(capDeRetea), false);
for i := 1 to n do
 begin
   componenta := aflaComponenta(i);
   capDeRetea[componenta] := true;
 end;
rezultat := 0;
for i := 1 to n do
if capDeRetea[i] then
  inc(rezultat);
assign(f, 'SEGMENT.OUT');
rewrite(f);
writeln(f, rezultat);
close(f);
{for i := 1 to 2 * n do
  writeln(capete[i].x, ' ', capete[i].y, ' ', capete[i].segment);}
```



Notă: Pe orizontală sînt competitorii, simbolizați prin numerele 1, 2, 3, ... ş.a.m.d., iar pe verticală punctajul fiecăruia din ei



Notă: Pe orizontală sînt competitorii, simbolizați prin numerele 1, 2, 3, ... ș.a.m.d., iar pe verticală punctajul fiecăruia din ei

Lista premianților Olimpiadei republicane de Informatică din anul 2015

Nr. crt.	Numele, prenumele elevului	Clasa	Instituția, localitatea, raionul/municipiul	Profesor	Locul
1.	Cojocaru Gabriel	8	LT "Orizont", Durleşti, mun. Chişinău	Corlat Sergiu	1
2.	Bezdrighin Marcel	11	LT "Orizont", Durleşti, mun. Chişinău	Corlat Sergiu	1
3.	Țarigradschi Mihail	11	LT "Orizont", Durleşti, mun. Chişinău	Corlat Sergiu	1
4.	Griza Daniel	12	LT "Orizont", Durleşti, mun. Chişinău	Corlat Sergiu	1
5.	Umanschii Ianic	9	LT "M.Eminescu", or. Drochia	Chistruga Gheorghe	2
6.	Moglan Mihai	8	LT "Iulia Hașdeu", mun.Chișinău	Ţurcanu Ludmila	2
7.	Zatîc Petru	10	Liceul Academiei de Științe, mun. Chișinău	Miron Raisa	2
8.	Russu Vadim	an. II (11)	Colegiul de Informatică, mun. Chișinău	Iordăchiță Elena	2
9.	Gorpinevici Vlad	11	LT "Orizont", Durleşti, mun. Chişinău	Corlat Sergiu	2
10.	Morgun Vadim	11	Liceul Teoretic nr. 1 din Tiraspol	Şagoian Tamara	2
11.	Trifan Tamara	12	Liceul Academiei de Științe, mun. Chișinău	Miron Raisa	2
12.	Chihai Mihai	12	Liceul Academiei de Științe, mun. Chișinău	Miron Raisa	2
13.	Cojocaru Cătălin	8	LT "M.Eminescu", or. Drochia	Chistruga Gheorghe	3
14.	Vişanu Cristian	9	LT "Ion Luca Caragiale", or. Orhei	Gurău Vitalie	3
15.	Vozian Valentin	10	Liceul Academiei de Științe, mun. Chișinău	Miron Raisa	3
16.	Ciornei Florin	10	LCI "Prometeu-Prim", mun. Chişinău	Zaim Sofia	3
17.	Iusiumbeli Vladislav	10	LT "S.Baranovski", s. Copceac, UTAG	Dragan Nicolai	3
18.	Valeanu Valentin	11	LT "B.Cazacu", or. Nisporeni	Brodicico Valeriu	3
19.	Căliman Laura	11	LT "M.Marinciuc", mun. Chişinău	Gurmeza Inga	3
20.	Grosu Daniel	11	Liceul Academiei de Științe, mun. Chișinău	Miron Raisa	3
21.	Savin Vadim	an. II (11)	Colegiul Financiar Bancar, mun. Chişinău	Bagrin Diana	3
22.	Movila Alexandru	12	LT "M.Viteazul", mun. Chişinău	Buşila Snejana	3
23.	Şulghin Valeriu	an. III (12)	Colegiul de Informatică, mun. Chișinău	Iordăchiță Elena	3

24.	Motroi Valeriu	12	Liceul Academiei de Științe, mun. Chișinău	Miron Raisa	3
25.	Cepalîga Vladislav	9	Liceul Teoretic nr. 1 din Tiraspol	Şagoian Tamara	M
26.	Chiriţa Sandu	8	Liceul ORT "B.Z.Herţli", mun. Chişinău	Belomenova Aliona	М
27.	Nicolaişin-Şisciuc David	9	LT "M.Lomonosov", mun. Bălți	Rotari Iurie	M
28.	Pașa Corneliu	8	LT "M. Eliade", mun. Chişinău	Anton Ghenadie	M
29.	Dodon Ion	10	LT "B.Cazacu", or. Nisporeni	Brodicico Valeriu	M
30.	Maşurceac Serghei	an. I (10)	Colegiul de Informatică, mun. Chișinău	Botoşanu Mihail	M
31.	Cojocari Valeriu	10	LT "Orizont", Durlești	Corlat Sergiu	M
32.	Stariţin Denis	10	LT "P. Movila", mun. Chişinău	Vîdîş Alla	M
33.	Drumea Vasile	11	LT "B.Cazacu", or. Nisporeni	Brodicico Valeriu	M
34.	Rozimovschi Denis	11	LT "Olimp", Sîngerei	Sandu Pavel	M
35.	Mihalache Andrei	11	Liceul Academiei de Științe, mun. Chișinău	Miron Raisa	M
36.	Marusic Diana	11	LT "Ion Creangă", mun. Chișinău	Josu Larisa	М
37.	Rusu Iurie	12	LT "Orizont", Durleşti, mun. Chişinău	Corlat Sergiu	M
38.	Savva Dumitru	12	LT "Orizont", Durleşti, mun. Chişinău	Corlat Sergiu	M
39.	Bereghici Ştefan	12	Liceul Academiei de Științe, mun. Chișinău	Miron Raisa	M
40.	Pupeza Alexandru	12	LT "N. Gogol", mun. Chişinău	Panoceac Tatiana	M