ESTATÍSTICA

Michelle Hanne Soares de Andrade

michellehanne.andrade@gmail.com

Inferência Estatística

Inferência Estatística

- A inferência estatística tem por objetivo fazer generalizações sobre uma população com base em valores amostrais. A inferência pode ser feita estimando os parâmetros:

A) Por Ponto e

B) Por intervalo

Estimação por Ponto e Intervalo

A estimação por ponto é feita através de um único valor, enquanto que a estimação por intervalo fornece um intervalo de valores em torno do valor da estimativa pontual.

Inferência Estatística

Na estimação por ponto objetivo é utilizar a informação amostral e apriorística para se calcular um valor que seria, em certo sentindo, nossa melhor avaliação quanto ao valor, de fato, do parâmetro em questão.

Na estimativa por intervalo, usa-se a mesma informação com o propósito de se produzir um intervalo que contenha o valor verdadeiro do parâmetro com algum nível de probabilidade.

Inferência Estatística

Exemplo:

Uma amostra aleatória simples de 400 pessoas de uma cidade é extraída e 300 respondem que acham a administração municipal boa ou ótima. Então o valor p = 300/400 = 75% é uma estimativa por ponto do percentual de pessoas da cidade que acham a administração boa ou ótima. Esta mesma estimativa poderia ser enunciado como de: 70% a 80% das pessoas da cidade acham a administração boa ou ótima. Neste caso, teríamos uma estimativa por intervalo da proporção. Note-se que o centro do intervalo é o valor “75%” da estimativa pontual.

Estimação por Ponto

Estimação por ponto

- O problema é produzir uma estimativa que realmente represente a melhor avaliação do valor do parâmetro.
  - 1ª Especificar o que se entende por "melhor avaliação"
  - 2º definir os estimadores que satisfaçam estas especificações
- **O estimador é uma Variável aleatória cujo valor varia de amostra para amostra, suas propriedades são iguais as da distribuição amostral.**

Estimação por ponto

- **Exemplo:** Estimar a média de uma população é possível considerar os seguintes estimadores potenciais:
  - A média aritmética simples da amostra
  - A média aritmética ponderada da amostra
  - A mediana da amostra
  - A média dos valores extremos da amostra
- **Como escolher qual é a melhor? É necessário considerar as propriedades estatísticas dos estimadores e desenvolver algum critério para comparar estimadores.**

Notação

Vai-se considerar uma variável aleatória X (população) cuja distribuição é caracterizada, entre outras coisas, por um parâmetro θ, que gostaríamos de estimar.

Um estimador do parâmetro θ, que é obtido através de uma fórmula dos valores amostrais: X_1, X_2, ..., X_n, é anotado por $\hat{\theta}$. As características básicas da distribuição de $\hat{\theta}$ são sua média $\mu_{\hat{\theta}} = E(\hat{\theta})$ e sua variância $\sigma^2_{\hat{\theta}} = Var(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta} - \mu_{\hat{\theta}})^2 = E(\hat{\theta}^2) - \mu^2_{\hat{\theta}}$.

O desvio padrão de $\hat{\theta}$, representado por $\sigma_{\hat{\theta}} = \sqrt{Var(\hat{\theta})}$ é denominado de "erro padrão de $\hat{\theta}$".

Notação

- **Definição:** Uma estimativa pontual de algum parâmetro populacional θ é simplesmente um valor numérico obtido de uma função $\hat{\Theta}$ dos dados. A função $\hat{\Theta}$ é genericamente denominada um estimador pontual de θ.
- Exemplo: Suponha que X é uma v.a. normalmente distribuída com média desconhecida e variância $\sigma^2 = 1$. A média amostral $\hat{\mu} = \overline{X}$ é um estimador pontual da média populacional μ. Após a observação da amostra

  $$x_1 = 25, x_2 = 30, x_3 = 29, x_4 = 31,$$

  temos que

  $$\overline{x} = \frac{25 + 30 + 29 + 31}{4} = 28,75$$

  é uma estimativa pontual de μ.

Notação

- Alguns estimadores pontuais razoáveis para estas quantidades são:
    1. a média amostral $\hat{\mu} = \overline{x}$;
    2. a variância amostral $\hat{\sigma}^2 = s^2$;
    3. a proporção amostral $\hat{p} = x/n$, onde x é o número de itens na amostra, de tamanho n, os quais pertencem à classe de interrese;
    4. a diferença $\hat{\mu}_1 - \hat{\mu}_2$ entre duas médias amostrais de populações independentes;
    5. a diferença $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ entre duas proporções amostrais avaliadas em duas amostras independentes;
    6. etc.
- Para determinarmos qual o estimador pontual mais adequado, é necessário examinar as propriedades estatísticas de cada um e desenvolver critérios de comparação adequados.

Notação

θ : parâmetro (valor numérico constante e desconhecido da população)

$\hat{\theta}$: estimador pontual (estatística visando estimar o parâmetro)

Um estimador $\hat{\theta}$ é uma função dos valores amostrais que é usado para estimar o valor de um parâmetro desconhecido θ. O estimador é uma variável aleatória com uma distribuição de probabilidade. Quando uma amostra aleatória é selecionada de uma população e $\hat{\theta}$ é calculado a partir dos dados, o valor numérico obtido é chamado uma estimativa de da amostra considerada.

Alguns estimadores pontuais

Parâmetro da população (θ)	**Estimador ($\hat{\theta}$)**
Média (μ)	Média amostral ($\bar{x}$)
Proporçao (p)	Proporção amostral ($\bar{p}$)
Desvio-padrão (σ)	Desvio-padrão amostral (S)

Notação

Além destes, os seguintes conceitos são de importância:

Erro amostral $\varepsilon = \hat{\theta} - \theta$, que é a diferença entre o valor do estimador $\hat{\theta}$ e o verdadeiro valor a ser estimado θ. O tamanho do erro amostral varia de amostra para amostra.

Viés ou tendenciosidade $\text{Viés}(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta}) - \theta$ como sendo a diferença entre a média da distribuição amostral de $\hat{\theta}$ e o valor do parâmetro θ. Este valor é, para cada estimador, fixo, podendo ou não ser zero.

Erro quadrado (quadrático) médio $EQM(\hat{\theta}) = E = (\varepsilon) = E(\hat{\theta} - \theta)^2$ é uma variância que mede a dispersão do estimador em torno do verdadeiro parâmetro, ao invés de em torno de sua média.

Existe uma relação entre o $EQM(\hat{\theta})$ e a $Var(\hat{\theta})$, conforme, mostrado abaixo:

Notação

$$EQM(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta} - \theta)^2 = E(\hat{\theta} - E(\hat{\theta}) + E(\hat{\theta}) - \theta)^2 = E\{[\hat{\theta} - E(\hat{\theta})] + [E(\hat{\theta}) - \theta]\}^2 = E[\hat{\theta} - E(\hat{\theta})]^2$$
$$+ 2.[E(\hat{\theta} - E(\hat{\theta})][E(\hat{\theta}) - \theta] + E[E(\hat{\theta}) - \theta]^2 = E[\hat{\theta} - E(\hat{\theta})]^2 + E[E(\hat{\theta}) - \theta] = E[\hat{\theta} - E(\hat{\theta})]^2 + [E(\hat{\theta}) - \theta]^2$$
$= Var(\hat{\theta}) + Viés(\hat{\theta})^2$, pois

$$2.[E(\hat{\theta} - E(\hat{\theta})][E(\hat{\theta}) - \theta] = 2.[\,E(\hat{\theta}) - \hat{\theta}\,][E(\hat{\theta}) - E(\hat{\theta})] = 0.$$

Desta forma:

$EQM(\hat{\theta}) = Var(\hat{\theta}) + Viés(\hat{\theta})^2$, isto é, o EQM é a soma da variância do estimador com sua tendenciosidade elevada ao quadrado.

O erro quadrado médio (*mean square error*) é um critério importante para a comparação de dois estimadores.

Erro Quadrado Médio (EQM)

- O erro quadrático médio de um estimador $\hat{\theta}$ para o parâmetro θ é definido como

$$EQM\left(\hat{\theta}\right) = E\left(\hat{\theta} - \theta\right)^2;$$

- EQM – Vício e erro-padrão

$$EQM\left(\hat{\theta}\right) = Var\left(\hat{\theta}\right) + \left[Vicio\left(\hat{\theta}\right)\right]^2;$$

- O EQM é um critério importante para comparar dois estimadores;

Erro Quadrado Médio (EQM)

- O erro quadrático médio de um estimador $\hat{\theta}$ para o parâmetro θ é definido como

$$EQM\left(\hat{\theta}\right) = E\left(\hat{\theta} - \theta\right)^2;$$

- EQM – Vício e erro-padrão

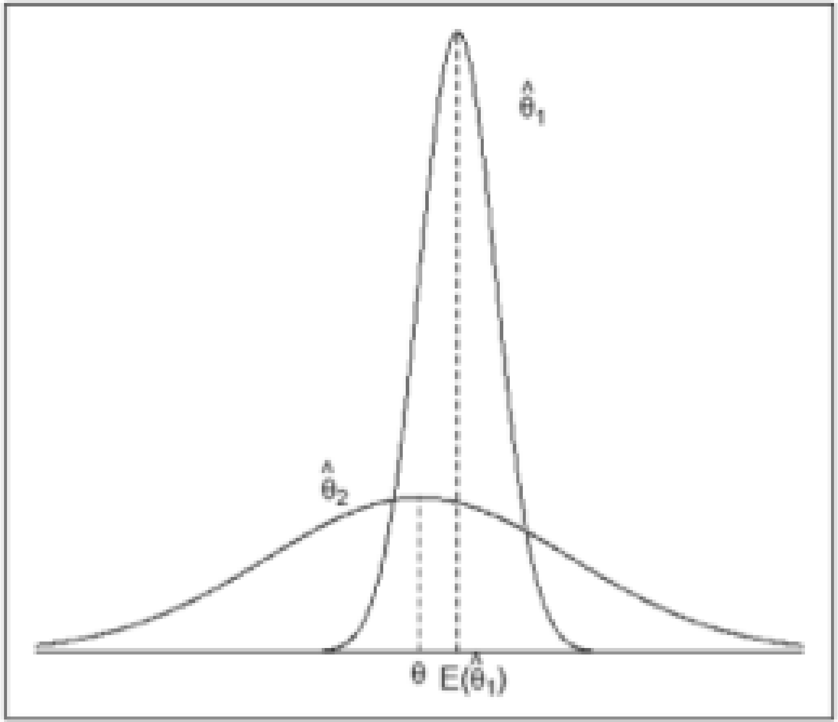
$$EQM\left(\hat{\theta}\right) = Var\left(\hat{\theta}\right) + \left[Vicio\left(\hat{\theta}\right)\right]^2;$$

- O EQM é um critério importante para comparar dois estimadores;

Erro Quadrado Médio (EQM)

- Estimadores tendenciosos podem ser preferíveis a estimadores não viciados se tiverem um menor EQM;

- Estimativa baseada em θ_1 estaria provavelmente mais próxima do valor verdadeiro do que a baseada em θ_2;



Erro Quadrado Médio (EQM)

- Estimador ótimo para θ:
  - Tem EQM menor ou igual ao EQM de qualquer outro estimador, para todos os valores de θ no espaço paramétrico;

- Estimadores ótimos raramente existem;

Erro Quadrado Médio (EQM)

- No caso em que $\hat{\theta}$ é um estimador não viciado para um parâmetro θ, então

$$EQM\left(\hat{\theta}\right) = Var\left(\hat{\theta}\right).$$

Propriedades dos Estimadores

- As propriedades desejáveis para um estimador são: não-tendenciosidade, precisão ou eficiência, validade ou acurácia e consistência.
- **<u>Não Tendenciosidade</u>**

Um estimador $\hat{\theta}$ é dito não-tendencioso (Imparcial, justo, não-viciado, não-viezado, *unbiased*) de um parâmetro θ se $E(\hat{\theta}) = \theta$.

Se $E(\hat{\theta}) \neq \theta$, então $\hat{\theta}$ é dito "viciado" e $E(\hat{\theta}) - \theta$ é dito "viés" do estimador (*bias of the estimate*).

Propriedades dos Estimadores

- **Exemplo 1: A $\overline{x}$ é um estimador não tendencioso de $\boldsymbol{\mu}$**
- Prova

$$E(\overline{X}) = \mathbf{E}\left(\frac{\sum \mathbf{X}}{\mathbf{n}}\right) = \frac{1}{\mathbf{n}}\mathbf{E}(\sum \mathbf{X}) = \frac{1}{n}\sum E(X) = \frac{1}{n}\sum \mu = (n.\mu)/n = \mu.$$

Propriedades dos Estimadores

- **Exemplo 2:** $\hat{\sigma}^2 = \dfrac{\sum\left(\mathbf{x}-\overline{\mathbf{x}}\right)^2}{\mathbf{n}}$ **É um estimador tendencioso para σ^2**

Prova:

Considere a soma $\sum\left(\mathbf{x}-\overline{\mathbf{x}}\right)^2$ e observe que ela poderá ser escrita da seguinte maneira:

$$\sum\left(X-\overline{X}\right)^2 = \sum\left(X-\mu+\mu-\overline{X}\right)^2 = \sum\left(X-\mu\right)^2 + 2\sum(X-\mu)(\mu-\overline{X}) + \sum\left(\mu-\overline{X}\right)^2 .$$

Como μ - $\overline{X}$ é constante e $\sum(X-\mu) = \sum X - n.\mu = n.\overline{X} - n.\mu = n(\overline{X}-\mu)$, segue:

$$\sum\left(X-\overline{X}\right)^2 = \sum\left(X-\mu\right)^2 - n.(\overline{X}-\mu)^2 \text{, pois}$$

$$2\sum(X-\mu)(\mu-\overline{X}) = 2(\mu-\overline{X}).n(\overline{X}-\mu) = -2n(\mu-\overline{X}) \text{ e}$$

$$2\mu-\overline{X}) + \sum(\mu-\overline{X})^2 = -2n(\mu-\overline{X})^2 + n(\mu-\overline{X})^2 = -n(\mu-\overline{X})^2$$

Propriedades dos Estimadores

- **Exemplo 2:** $\hat{\sigma}^2 = \dfrac{\sum\left(X-\overline{X}\right)^2}{n}$ **É um estimador tendencioso para σ^2**

Portanto:

$$E(\hat{\sigma}^2) = E\left(\frac{\sum\left(X-\overline{X}\right)^2}{n}\right) = \frac{1}{n}E\left(\sum\left(X-\overline{X}\right)^2\right) = \frac{1}{n}E\left(\sum\left(X-\mu\right)^2 - n.\left(\overline{X}-\mu\right)^2\right) =$$

$$\frac{1}{n}\left\{\sum E\left(X-\mu\right)^2 - nE\left(\overline{X}-\mu\right)^2\right\} =$$

$$= \frac{1}{n}\left\{\sum Var(X) - nVar(\overline{X})\right\} = \frac{1}{n}\left\{n\sigma^2 - n\frac{\sigma^2}{n}\right\} = \frac{1}{n}(n\sigma^2 - \sigma^2\} = \sigma^2 - \sigma^2/n = (n\sigma^2 - \sigma^2)/n = (n-1)\sigma^2/n$$

Propriedades dos Estimadores

- $\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$ **É um estimador tendencioso de $\boldsymbol{\sigma^2}$**, se a amostragem
- for realizada sem reposição de uma população finita.

Propriedades dos Estimadores - Vício

- Vício de um estimador:

$$Vicio\left(\hat{\theta}\right) = E\left(\hat{\theta} - \theta\right) = E\left(\hat{\theta}\right) - \theta;$$

- Um estimador $\hat{\theta}$ é não viciado (não viesado, não tendencioso) para um parâmetro θ se

$$E\left(\hat{\theta}\right) = \theta;$$

- A esperança de um estimador está relacionada com sua **exatidão**

Propriedades dos Estimadores - Vício

- Exemplos:
  - A média amostral é não viciada para estimar a média populacional:

$$\mathrm{E}\left(\bar{X}_n\right) = \mu_X$$

  - X_1 (primeiro item coletado da amostra) é não viciado para estimar a média populacional:

$$\mathrm{E}\left(X_1\right) = \mu_X$$

Propriedades dos Estimadores

- **Exemplo 3:** $S^2 = \dfrac{\sum\left(X-\overline{X}\right)^2}{n-1}$ **É um estimador não viciado para σ^2**

Prova:

$$E(S^2) = E\left(\frac{\sum(X-\overline{X})^2}{n-1}\right) = \frac{1}{n-1}E\left[\sum(X-\overline{X})^2\right] = \frac{1}{n-1}E\left[\sum\left(X-E(X)+E(X)-\overline{X}\right)^2\right] =$$

$$\frac{1}{n-1}E\left[\sum(X-E(X))^2 - n\left(\overline{X}-E(X)\right)^2\right] = \frac{1}{n-1}\left[\sum\left(E(X-E(X))^2\right) - nE\left(\overline{X}-E(X)\right)^2\right] = \frac{1}{n-1}\left[n\sigma^2 - n.\frac{\sigma^2}{n}\right] =$$

$$\frac{n.\sigma^2-\sigma^2}{n-1} = \frac{(n-1).\sigma^2}{n-1} = \sigma^2.$$

Propriedades dos Estimadores

- **Exemplo 4:**

$T = n.\overline{X}$, total amostral, é um estimador tendencioso de $\tau = \sum X$, total populacional.

Prova:

$$E(T) = E(n.\overline{X}) = n.\,E(\overline{X}) = n.\mu \neq N.\mu = \tau.$$

- **Exemplo 5:**

$\overline{T} = N.\overline{X}$ é um estimador não-tendencioso de $\tau = \sum X$.

Prova:

$$E(\overline{T}) = E(N.\overline{X}) = N.\,E(\overline{X}) = N.\mu = N.\mu = \tau.$$

Propriedades dos Estimadores

- **Exemplo 6:**

$\hat{\sigma}^2_{\bar{X}} = \dfrac{S^2}{n}$ é um estimador não-tendencioso de $\sigma^2_{\bar{X}} = \dfrac{\sigma^2}{n}$

Prova:

$$E(\hat{\sigma}^2_{\bar{X}}) = E\left(\frac{S^2}{n}\right) = \frac{E(S^2)}{n} = \sigma^2/n.$$

Se a amostragem for sem reposição de população finita então:

$\hat{\sigma}^2_{\bar{X}} = \dfrac{\hat{S}^2}{n}\dfrac{N-n}{N-1}$ é um estimador não tendencioso de $\sigma^2_{\bar{X}} = \dfrac{\sigma^2}{n}\dfrac{N-n}{N-1}$, onde $\hat{S}^2 = \dfrac{N-1}{N}S^2$

Propriedades dos Estimadores

- A não tendenciosidade ou ausência de viés é uma qualidade desejável para os estimadores. Entretanto, essa qualidade é insuficiente como critério para selecionar um estimador. Exemplo: toda média ponderada dos valores amostrais é um estimador não tendencioso da média populacional.

Precisão ou Eficiência

- **A precisão ou eficiência é a proximidade das observações (estimativas) do seu valor esperado.**
- **Definição:** Dados dois estimadores não-tendenciosos $\hat{\theta}_1$ e $\hat{\theta}_2$ de um mesmo parâmetro θ, diremos que $\hat{\theta}_1$ é mais eficiente que $\hat{\theta}_2$ se $Var(\hat{\theta}_1) < Var(\hat{\theta}_2)$. A eficiência relativa de $\hat{\theta}_1$ em relação a $\hat{\theta}_2$ é definida como sendo $EQM(\hat{\theta}_1)/EQM(\hat{\theta}_2)$.

Precisão ou Eficiência - Exemplo

Exemplo 1:

Qual dos dois estimadores abaixo é mais eficiente para estimar a média da população?

$\overline{X}_1 = 0{,}3X_1 + 0{,}7X_2$ ou $\overline{X}_2 = 0{,}2X_1 + 0{,}8X_2$

Solução

Como são ambos não-tendenciosos temos:

$\mathrm{Var}(\overline{X}_1) = \mathrm{Var}(0{,}3X_1 + 0{,}7X_2) = 0{,}3^2\mathrm{Var}(X_1) + 0{,}7^2\mathrm{Var}(X_2) = (0{,}09 + 0{,}49)\sigma^2 = 0{,}58\sigma^2.$

$\mathrm{Var}(\overline{X}_2) = \mathrm{Var}(0{,}2X_1 + 0{,}8X_2) = 0{,}2^2\mathrm{Var}(X_1) + 0{,}8^2\mathrm{Var}(X_2) = (0{,}04 + 0{,}64)\sigma^2 = 0{,}68\sigma^2.$

Portanto

$\overline{X}_1$ é mais eficiente que $\overline{X}_2$

Precisão ou Eficiência - Exemplo

- Em igualdade de circunstâncias, é obvio, que um estimador não tendencioso é preferível a um estimador tendenciosos.
- Mas se tivermos que escolher entre um **estimador tendencioso**, cuja **distribuição é concentrada na vizinhança do verdadeiro valor** do parâmetro e um **não tendenciosos com grande variância**, o estimador tendencioso pode ser preferível, principalmente se é possível determinar a grandeza e a direção da tendenciosidade.

Precisão ou Eficiência - Exemplo

Exemplo 2:

Suponha que se deseje estimar a média μ de uma população, tendo uma amostra aleatória X_1, X_2, ..., X_n desta população e que se quer comparar dois possíveis estimadores de μ: a média da amostra $\overline{X}$ e uma única observação da amostra, por exemplo, X_i. Note-se que tanto $\overline{X}$ quanto X_i são estimadores não tendenciosos da média da população e neste caso o erro quadrado média é igual a variância. Para a média da amostra, tem-se: $EQM(\overline{X}) = V(\overline{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$, onde σ^2 é a variância da população. Para uma única observação, tem-se: $EQM(X_i) = V(X_i) = \sigma^2$. Então a eficiência relativa de X_i comparada a $\overline{X}$ é: $\frac{EQM(\overline{X})}{EQM(X_i)} = \frac{\sigma^2/n}{\sigma^2} = \frac{1}{n}$. Como $1/n < 1$ para amostras acima de 2, conclui-se que a média da amostra é um estimador melhor da média da população do que uma única observação.

Acurácia/Validade

- Dados dois estimadores $\hat{\theta}_1$ e $\hat{\theta}_2$ de um mesmo parâmetro θ, diremos que $\hat{\theta}_1$ é mais acurado que $\hat{\theta}_2$ se $EQM(\hat{\theta}_1) < EQM(\hat{\theta}_2)$. A eficiência relativa de $\hat{\theta}_1$ em relação a $\hat{\theta}_2$ é definida como sendo $EQM(\hat{\theta}_1)/EQM(\hat{\theta}_2)$.

Coerência ou Consistência

Um estimador é dito coerente (consistente) para qualquer quantidade muita pequena $\delta > 0$ se a probabilidade de que o desvio absoluto entre $\hat{\theta}$ e θ seja menor que δ tende para 1 quando o número de observações "n" tende ao infinito, isto é:

$$P(|\hat{\theta} - \theta| < \delta) \to 1, \text{ quando } n \to \infty$$

A propriedade acima é equivalente a $\lim\limits_{n\to\infty} EQM(\hat{\theta}) = 0$ ou então, as duas seguintes, consideradas em conjunto:

$$\begin{cases} \lim\limits_{n\to\infty} E(\hat{\theta}) = 0, & \text{a tendenciosidade tende a zero e} \\ \lim\limits_{n\to\infty} Var(\hat{\theta}) = 0, & \text{a variância tende a zero.} \end{cases}$$

Exemplo -1

- Seja $X_1, X_2, \ldots, X_n$ uma amostra aleatória de uma população de média μ e variância σ^2.
- Considere os seguintes estimadores de μ

$$\hat{\Theta}_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \quad \text{e } \hat{\Theta}_2 = \frac{X_1 + X_n}{2}.$$

  Qual deles é mais adequado?
- Ambos são não-viciados:

Exemplo -1

- Seja $X_1, X_2, ..., X_n$ uma amostra aleatória de uma população de média μ e variância σ^2.
- Considere os seguintes estimadores de μ

$$\hat{\Theta}_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \quad \text{e } \hat{\Theta}_2 = \frac{X_1 + X_n}{2}.$$

Qual deles é mais adequado?

- Ambos são não-viciados:

$$E(\hat{\Theta}_1) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E(X_i) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \mu = \mu \quad \text{e} \quad E(\hat{\Theta}_2) = \frac{E(X_1) + E(X_2)}{2} = \frac{\mu + \mu}{2} = \mu.$$

- Contudo,

$$\text{Var}(\hat{\Theta}_1) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \text{Var}(X_i) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n},$$

$$\text{Var}(\hat{\Theta}_2) = \frac{\text{Var}(X_1) + \text{Var}(X_2)}{4} \frac{\sigma^2 + \sigma^2}{4} = \frac{\sigma^2}{2}.$$

- $\hat{\Theta}_1$ é um melhor estimador para μ.

Exemplo -2

- No caso de amostra proveniente de distribuição Normal.
  - Média amostral e mediana amostral são não viciadas para estimar a média populacional:

$$E(\bar{X}) = \mu \text{ e } E(\tilde{X}) = \mu;$$

- Qual é mais eficiente?

Exemplo -2

- No caso de amostra proveniente de distribuição Normal.
  - Média amostral e mediana amostral são não viciadas para estimar a média populacional:

$$E\left(\bar{X}\right)=\mu \text{ e } E\left(\tilde{X}\right)=\mu;$$

  - Média amostral e mediana amostral são consistentes para estimar a média verdadeira:

$$\operatorname{Var}\left(\bar{X}\right)=\frac{\sigma^2}{n} \text{ e } \operatorname{Var}\left(\tilde{X}\right)=\frac{\pi}{2}\frac{\sigma^2}{n};$$

  - A média amostral é mais eficiente que a mediana amostral para estimar a média populacional

$$\frac{\operatorname{Var}\left(\bar{X}\right)}{\operatorname{Var}\left(\tilde{X}\right)}=\frac{\sigma^2/n}{\frac{\pi}{2}\frac{\sigma^2}{n}}=\frac{2}{\pi}\approx 0,64<1;$$