



COMPUTAÇÃO EVOLUCIONÁRIA

RELATÓRIO 2

Comparação do Algoritmo de Evolução Diferencial com Algoritmo Genético.

Michelle Hanne Soares de Andrade

Belo Horizonte
Junho, 2025.



SUMÁRIO

1- INTRODUÇÃO.....	3
2- IMPLEMENTAÇÃO DOS ALGORITMOS.....	3
3- DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	12
5- REFERÊNCIAS.....	21



1- INTRODUÇÃO

O **Algoritmo de Evolução Diferencial** (DE), conforme descrito por Chakraborty (2008), é um método de otimização inteligente e biótico, proposto inicialmente por **Storn & Price** (1995). Ele simula a lei natural da "**sobrevivência do mais apto**" para resolver problemas de otimização, especialmente em espaços contínuos multidimensionais.

O DE mantém uma população de soluções candidatas e gera novas soluções por meio da combinação de indivíduos existentes, utilizando operações básicas de mutação, *crossover*, diferenciação e seleção. A mutação é realizada pela adição da diferença ponderada entre dois vetores de parâmetros a um terceiro vetor, criando um vetor mutado. Em seguida, ocorre o *crossover*, que combina componentes do vetor mutado com um vetor alvo para formar um vetor de teste (vetor ruído). Por fim, a seleção adota uma estratégia gulosa, onde o vetor de teste substitui o vetor alvo apenas se apresentar melhor desempenho segundo a função objetivo, garantindo que a população evolua rumo a soluções ótimas.

Este relatório apresenta a comparação entre o Algoritmo de Evolução Diferencial com o Algoritmo Genético para resolver o problema com "***n***" variáveis. Considerando funções quadrática de *max* e *min* e a função *Rastrigin* para $n = 2$.

2- IMPLEMENTAÇÃO DOS ALGORITMOS

O problema consiste na implementação de uma função quadrática e a função *Rastrigin*. Tendo como escopo os testes abaixo:

F1 – Quadrática tendo a restrição das variáveis no intervalo de $x = [-10 \ 10]$.

Teste 1 – $Min f_1(x) = x^2$

Teste 2 – $Max f_1(x) = x^2$

F2 – Rastrigin tendo a restrição das variáveis no intervalo de $x = [-5 \ 5]$.

Teste 3 – $Min f_2(x) = An + \sum_{i=1}^n [x_i^2 - A \cos(2\pi x_i)]$. Considere $A = 10$.



Neste escopo, a função objetivo é composta de $n=2$ (duas dimensões), ou seja, x_1 e x_2 .

Função Objetivo:

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$$

Os parâmetros adotados nas implementações foram:

População: 50

Gerações: 100

Mutação: 0,1

Cruzamento: 0,8

Para cada uma das heurísticas foram **30 execuções** para cada instância de teste. A seguir o Algoritmo Genético e suas classes

Classe Individual: Representa um único indivíduo (solução candidata) na população do algoritmo genético ou de evolução diferencial. Cada indivíduo possui um cromossomo (um conjunto de variáveis) e um valor de *fitness* associado.

- chromosome: vetor de variáveis reais que define a solução.
- fitness: valor da função objetivo para esse indivíduo.
- `_generate_chromosome()`: cria o vetor de variáveis com valores aleatórios dentro dos limites definidos.
- `calculate_fitness()`: avalia o indivíduo usando uma função objetivo e normaliza o valor caso seja um problema de minimização.

```
class Individual:
```

```
def __init__(self, n_variables, lower_bound, upper_bound):  
    self.n_variables = n_variables  
    self.lower_bound = lower_bound  
    self.upper_bound = upper_bound  
    self.chromosome = self._generate_chromosome()  
    self.fitness = 0.0
```

```
def _generate_chromosome(self):  
    return [random.uniform(self.lower_bound, self.upper_bound) for _ in  
            range(self.n_variables)]
```

```
def calculate_fitness(self, objective_function, problem_type):  
    self.fitness = objective_function(self.chromosome)  
    if problem_type == "min":
```



```
if self.fitness >= 0:  
    self.fitness = 1 / (1 + self.fitness)  
  
def __repr__(self):  
    return f"Chromosome: {self.chromosome}, Fitness: {self.fitness:.4f}"
```

Classe GeneticAlgorithm: Implementa o Algoritmo Genético (AG) para otimização. O AG é um algoritmo de busca meta-heurística inspirado no processo de seleção natural, que utiliza operadores como seleção, cruzamento (*crossover*) e mutação para evoluir uma população de soluções.

```
class GeneticAlgorithm:  
    def __init__(self, population_size, generations, crossover_rate,  
mutation_rate,  
n_variables, lower_bound, upper_bound, objective_function,  
problem_type):  
  
    # Inicializa o algoritmo genético com seus parâmetros.  
    self.population_size = population_size  
    self.generations = generations  
    self.crossover_rate = crossover_rate  
    self.mutation_rate = mutation_rate  
    self.n_variables = n_variables  
    self.lower_bound = lower_bound  
    self.upper_bound = upper_bound  
    self.objective_function = objective_function  
    self.problem_type = problem_type  
    self.population = []  
    self.best_individual_overall = None  
    self.best_fitness_overall = float('-inf') if problem_type == "max" else  
float('inf')
```

Cria a população inicial de indivíduos com cromossomos gerados aleatoriamente e avalia o *fitness*.

```
def _initialize_population(self):  
    self.population = [Individual(self.n_variables, self.lower_bound,  
self.upper_bound) for _ in range(self.population_size)]  
    self._evaluate_population()
```

Avalia o *fitness* de cada indivíduo na população usando a função objetivo.



```
def _evaluate_population(self):  
    for individual in self.population:  
        individual.fitness = self.objective_function(individual.chromosome)
```

Seleciona dois pais da população usando o método de seleção por roleta, onde a probabilidade de um indivíduo ser selecionado é proporcional ao seu *fitness*. Para problemas de **minimização**, o *fitness* é ajustado para que valores menores do que a função objetivo tenham maior probabilidade de serem selecionados.

```
def _select_parents(self):  
    fitness_values = [ind.fitness for ind in self.population]  
    if self.problem_type == "min":  
  
        min_val = min(fitness_values)  
        if min_val < 0: # Se houver fitness negativos, shift para positivo antes de inverter a  
            # escala  
            adjusted_fitness = [f - min_val + 1e-6 for f in fitness_values]  
        else: # e todos os fitness são não-negativos, usa a técnica de maximização de 1/(1+f) ou  
            # (max_f - f)  
            max_val = max(fitness_values)  
            adjusted_fitness = [max_val - f + 1e-6 for f in fitness_values] #  
            # Adiciona um pequeno valor para evitar divisão por zero  
        else: # Para maximização, usa o fitness diretamente (garantindo que seja positivo)  
            adjusted_fitness = [f + 1e-6 for f in fitness_values]  
        total_fitness = sum(adjusted_fitness)  
        if total_fitness == 0: # Caso todos os fitness sejam zero, seleciona aleatoriamente  
            # para evitar erro.  
            return random.sample(self.population, 2)  
        probabilities = [f / total_fitness for f in adjusted_fitness]  
        parents = random.choices(self.population, weights=probabilities, k=2) #  
        # Seleciona 2 pais com base nas probabilidades.  
        return parents[0], parents[1]
```

Realiza o cruzamento (*crossover*) entre dois pais para gerar dois filhos. Utiliza o *crossover* aritmético de ponto único, onde uma **porção do cromossomo** é combinada **linearmente entre os pais**. Os valores resultantes são truncados dentro dos limites.

```
def _crossover(self, parent1, parent2):  
    child1_chromosome = list(parent1.chromosome)  
    child2_chromosome = list(parent2.chromosome)  
    if random.random() < self.crossover_rate:
```



```
crossover_point = random.randint(1, self.n_variables - 1) # Ponto onde o
cruzamento ocorre.
alpha = random.random()
for i in range(crossover_point, self.n_variables):
    child1_chromosome[i] = alpha * parent1.chromosome[i] + (1 - alpha) *
    parent2.chromosome[i]
    child2_chromosome[i] = alpha * parent2.chromosome[i] + (1 - alpha) *
    parent1.chromosome[i]
    child1_chromosome = [max(self.lower_bound, min(self.upper_bound, val))
    for val in child1_chromosome]
    child2_chromosome = [max(self.lower_bound, min(self.upper_bound, val))
    for val in child2_chromosome]
    child1 = Individual(self.n_variables, self.lower_bound,
    self.upper_bound)
    child1.chromosome = child1_chromosome
    child2 = Individual(self.n_variables, self.lower_bound,
    self.upper_bound)
    child2.chromosome = child2_chromosome
    return child1, child2
```

Aplica mutação a um indivíduo com uma certa probabilidade. A mutação envolve a substituição **aleatória** de um gene no **cromossomo** por um **novo valor dentro dos limites do domínio**.

```
def _mutate(self, individual):
    if random.random() < self.mutation_rate:
        mutation_point = random.randint(0, self.n_variables - 1)
        individual.chromosome[mutation_point] =
        random.uniform(self.lower_bound, self.upper_bound)
```

Executa o Algoritmo Genético por um número **especificado** de **gerações**. Em cada geração, uma **nova população é criada através de seleção, cruzamento e mutação, e o melhor indivíduo é selecionado**.

```
def run(self):
    self._initialize_population()
    history = [] # Armazena o melhor fitness de cada geração
    for generation in range(self.generations):
        new_population = []
        # Elitismo: o melhor indivíduo da geração atual é transferido
        diretamente para a próxima população.
        current_best = max(self.population, key=lambda ind: ind.fitness) if
        self.problem_type == "max" else min(self.population, key=lambda ind:
        ind.fitness)

        # Atualiza o melhor indivíduo geral encontrado.
```



```
if self.best_individual_overall is None or \
(self.problem_type == "max" and current_best.fitness >
self.best_fitness_overall) or \
(self.problem_type == "min" and current_best.fitness <
self.best_fitness_overall):
# Cria uma cópia para evitar que alterações futuras no 'current_best'
afetem 'best_individual_overall'.
self.best_individual_overall = Individual(self.n_variables,
self.lower_bound, self.upper_bound)
self.best_individual_overall.chromosome = list(current_best.chromosome)
self.best_individual_overall.fitness = current_best.fitness
self.best_fitness_overall = current_best.fitness

new_population.append(current_best) # Adiciona o elite à nova população.

# Preenche o restante da nova população através de seleção, cruzamento
e mutação.
while len(new_population) < self.population_size:
parent1, parent2 = self._select_parents()
child1, child2 = self._crossover(parent1, parent2)
self._mutate(child1)
self._mutate(child2)
new_population.append(child1)
if len(new_population) < self.population_size:
new_population.append(child2)
self.population = new_population
self._evaluate_population() # Reavalia a nova população.
# Registra o melhor fitness da geração atual para o histórico.
best_fitness_in_gen = max(self.population, key=lambda ind:
ind.fitness).fitness if self.problem_type == "max" else
min(self.population, key=lambda ind: ind.fitness).fitness
history.append(best_fitness_in_gen)
return self.best_individual_overall, history
```

Classe DifferentialEvolution: Implementa o algoritmo de Evolução Diferencial (DE), eficaz para otimização contínua. O DE utiliza operadores de mutação baseados em diferenças vetoriais e um operador de cruzamento para gerar novas soluções.

Parâmetros principais:

- D: número de variáveis.
- NP: tamanho da população.
- CR, F: taxa de *crossover* e fator de diferenciação.
- Demais parâmetros similares ao AG.



```
class DifferentialEvolution:

    def __init__(self, D, NP, CR, F, generations, lower_bound, upper_bound,
objective_function, problem_type):
        self.D = D # Number of variables
        self.NP = NP # Population size
        self.CR = CR # Crossover rate
        self.F = F # Differential weight
        self.generations = generations
        self.lower_bound = lower_bound
        self.upper_bound = upper_bound
        self.objective_function = objective_function
        self.problem_type = problem_type
        self.population = [] # Armazena os indivíduos da população.
        self.best_individual_overall = None
        self.best_fitness_overall = float('-inf') if problem_type == "max" else
float('inf')
```

Inicializa o algoritmo de Evolução Diferencial. Cria a população inicial de indivíduos com cromossomos gerados aleatoriamente.

```
def _initialize_population(self):
    self.population = [Individual(self.D, self.lower_bound,
self.upper_bound) for _ in range(self.NP)]
    self._evaluate_population()
```

Avalia o *fitness* de cada indivíduo na lista fornecida. Se nenhuma lista for fornecida, avalia a população principal.

```
def _evaluate_population(self, individuals=None):
    if individuals is None:
        individuals = self.population
    for individual in individuals:
        individual.fitness = self.objective_function(individual.chromosome)
```

Aplica os operadores de mutação e cruzamento para gerar um **vetor de teste (Vetor Ruído)** para um indivíduo alvo. 1. Seleciona três indivíduos aleatórios distintos (a, b, c) da população. 2. Aplica mutação para criar um vetor doador: $v = a + F * (b - c)$. 3. Realiza cruzamento binomial entre o indivíduo alvo e o vetor doador para criar o vetor de teste.



```
def _mutate_and_crossover(self, target_idx):
    target_individual = self.population[target_idx]
    indices = list(range(self.NP))
    indices.pop(target_idx)

    if len(indices) < 3:
        return target_individual.chromosome # Retorna uma cópia do cromossomo
        do alvo para evitar erro.

    a_idx, b_idx, c_idx = random.sample(indices, 3)
    a = self.population[a_idx].chromosome
    b = self.population[b_idx].chromosome
    c = self.population[c_idx].chromosome

    # Mutação: Calcula o vetor doador.
    donor_vector = [a[j] + self.F * (b[j] - c[j]) for j in range(self.D)]

    # Cruzamento (Crossover): Cria o vetor de teste.
    trial_vector = list(target_individual.chromosome)
    j_rand = random.randint(0, self.D - 1) # Garante que pelo menos uma dimensão
    venha do vetor doador.

    for j in range(self.D):
        if random.random() < self.CR or j == j_rand:
            trial_vector[j] = donor_vector[j]
            # Garante que os valores dos genes estejam dentro dos limites
            definidos.
            trial_vector[j] = max(self.lower_bound, min(self.upper_bound,
            trial_vector[j]))
    return trial_vector
```

Executa o algoritmo de Evolução Diferencial por um **número especificado de gerações**. Em cada geração, cada indivíduo é submetido a mutação e cruzamento para criar um vetor de teste. O vetor de teste é então comparado com o indivíduo original, e o melhor é mantido para a próxima geração.

```
def run(self):
    self._initialize_population()
    history = []

    for generation in range(self.generations):
        new_population = []
        for i in range(self.NP):
            target_individual = self.population[i]
            trial_chromosome = self._mutate_and_crossover(i)
```



```
trial_individual = Individual(self.D, self.lower_bound,
self.upper_bound)
trial_individual.chromosome = trial_chromosome
self._evaluate_population(individuals=[trial_individual])

if self.problem_type == "min":
if trial_individual.fitness < target_individual.fitness:
new_population.append(trial_individual)
else:
new_population.append(target_individual)
else: # problem_type == "max"
if trial_individual.fitness > target_individual.fitness:
new_population.append(trial_individual)
else:
new_population.append(target_individual)
self.population = new_population

#Atualiza o melhor indivíduo geral encontrado após a formação da nova
população.
current_best = max(self.population, key=lambda ind: ind.fitness) if
self.problem_type == "max" else min(self.population, key=lambda ind:
ind.fitness)
if self.best_individual_overall is None or \
(self.problem_type == "max" and current_best.fitness >
self.best_fitness_overall) or \
(self.problem_type == "min" and current_best.fitness <
self.best_fitness_overall):
self.best_individual_overall = Individual(self.D, self.lower_bound,
self.upper_bound)
self.best_individual_overall.chromosome = list(current_best.chromosome)
self.best_individual_overall.fitness = current_best.fitness
self.best_fitness_overall = current_best.fitness

# Registra o melhor fitness da geração atual para o histórico.
best_fitness_in_gen = max(self.population, key=lambda ind:
ind.fitness).fitness if self.problem_type == "max" else
min(self.population, key=lambda ind: ind.fitness).fitness
history.append(best_fitness_in_gen)
return self.best_individual_overall, history
```

Função Quadrática: Função quadrática ($f(x) = \sum(x_i^2)$). É uma função de teste simples e convexa, com mínimo global em $x = [0, 0, \dots]$ e valor 0. Para problemas de maximização com limites $[-10, 10]$, o máximo é em $x = [10, 10, \dots]$ ou $[-10, -10, \dots]$ e valor 100 (para $n=2$).



```
def quadratic_function(x):  
    return sum(val**2 for val in x)
```

Função Rastrigin: É uma função de teste multimodal, com muitos mínimos locais, tornando a otimização mais desafiadora. O mínimo global está em $x = [0, 0, \dots]$ e tem valor 0.

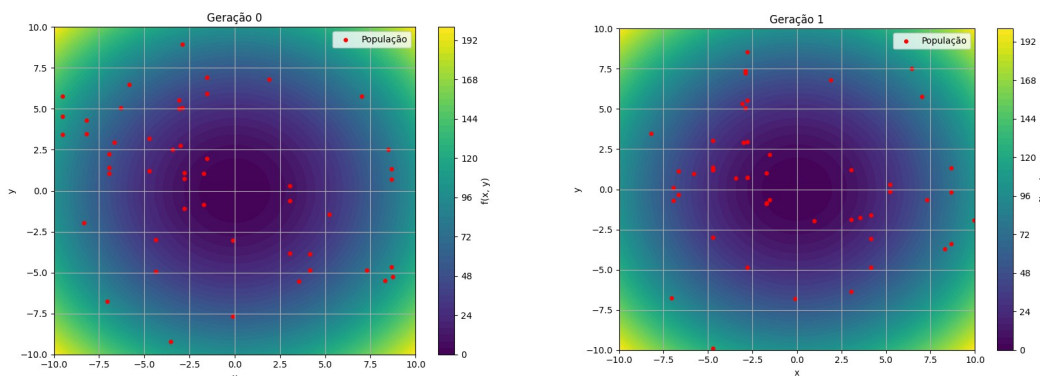
```
def rastrigin_function(x, A=10):  
    n = len(x)  
    return A * n + sum(xi**2 - A * math.cos(2 * math.pi * xi) for xi in x)
```

A solução apresentada encontra-se no seguinte repositório do GitHub:
https://github.com/mihanne/algoritmos_geneticos.

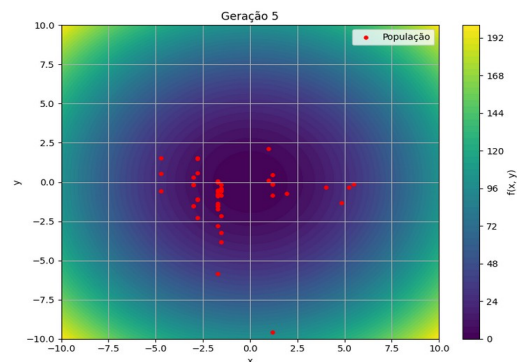
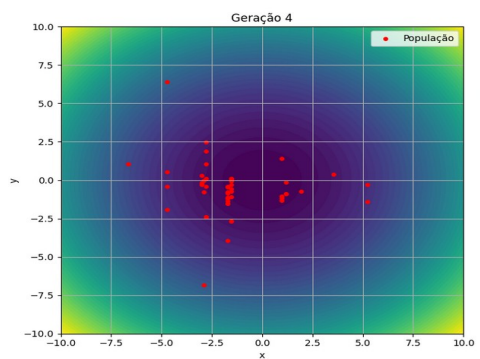
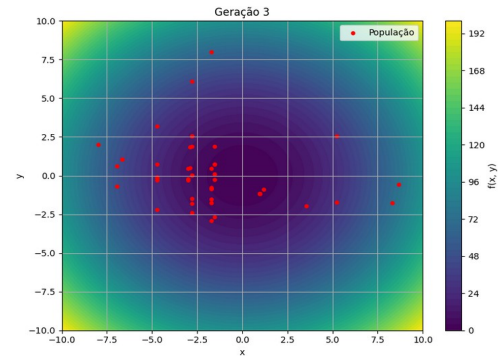
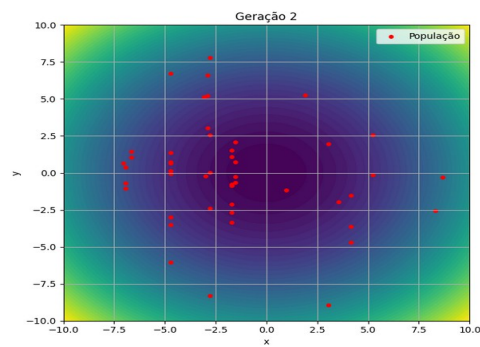
3- DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Foram executadas as 3 funções (quadrática de minimização e maximização e a Rastrigin) para cada Algoritmo (Genético e Diferencial). Cada instância foi executada **30 vezes** para apuração dos resultados. O ambiente de execução foi o Google Colab¹, executando Python 3, utilizando a CPU Padrão (13 GB de RAM).

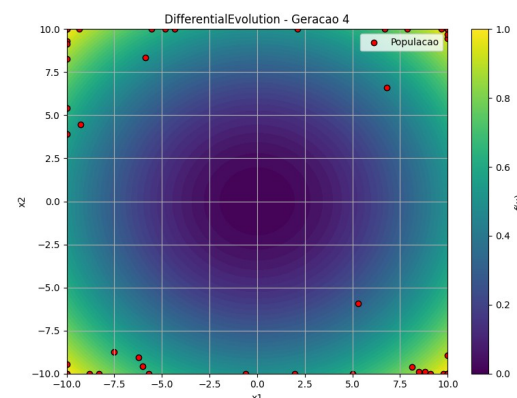
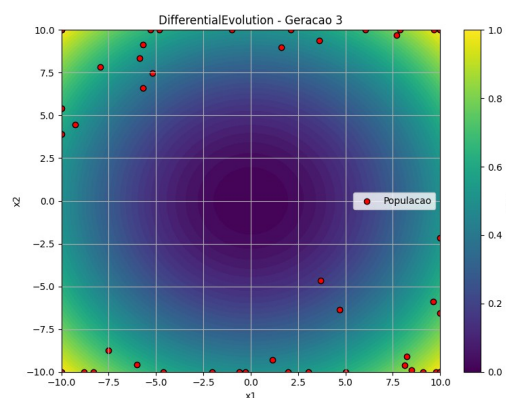
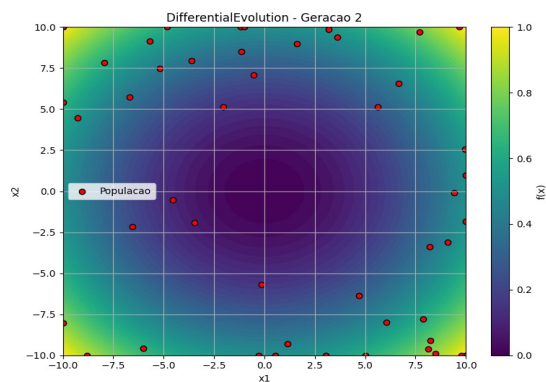
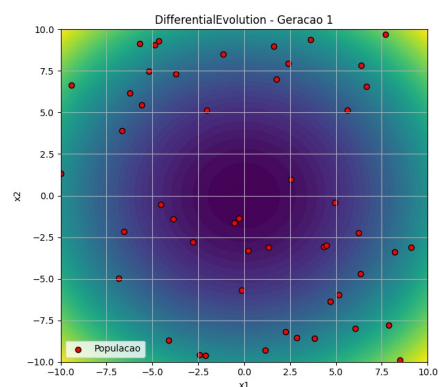
Foram plotadas as curvas de convergência para as execuções iniciais do Algoritmo Genético, percebe-se que há tendência de convergência no centro para a função quadrática de minimização, $Min f_1(x) = x^2$.

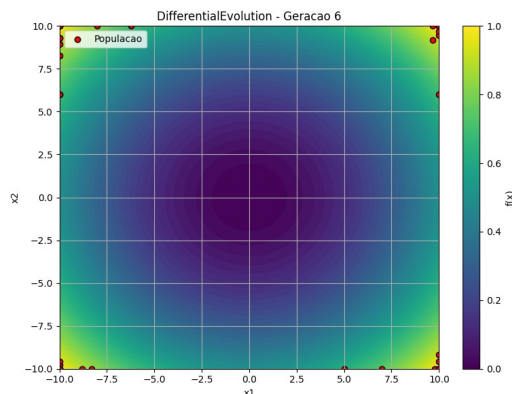
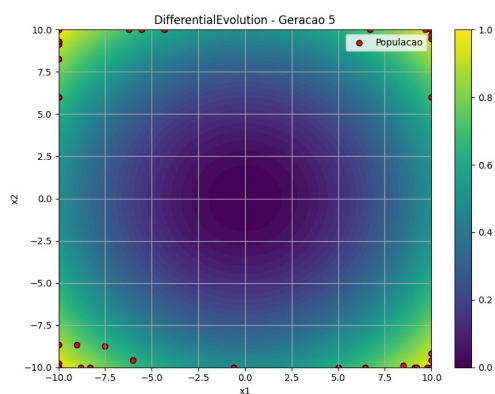


¹ - <https://colab.research.google.com/>

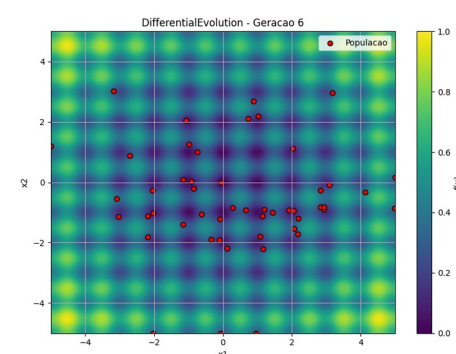
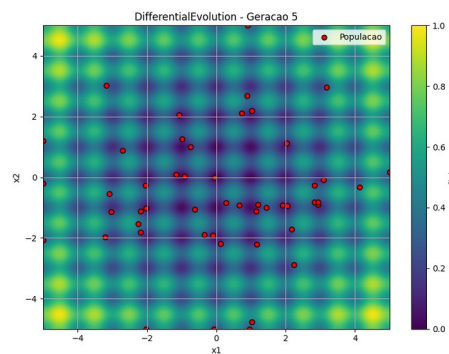
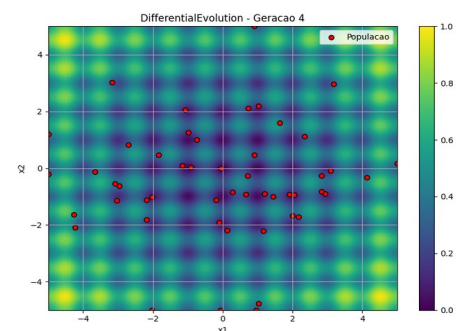
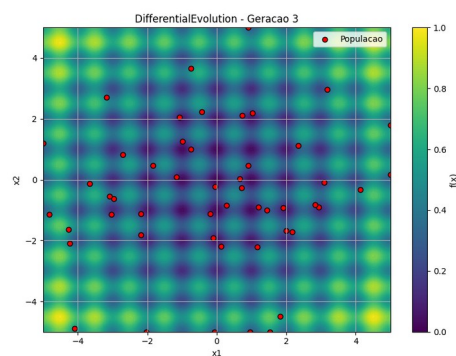
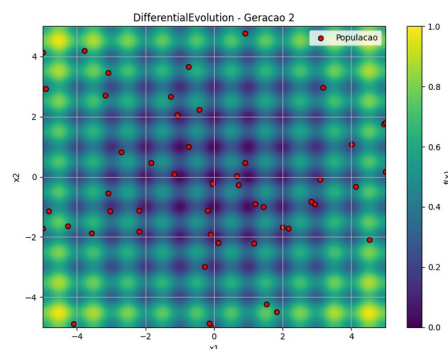
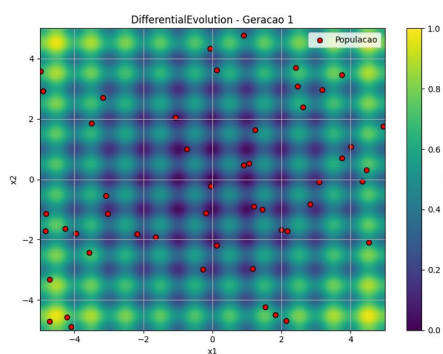


Para a função quadrática de maximização, $Max f_1(x) = x^2$, há tendência para que os indivíduos se desloquem para um dos quadrantes, atingindo a proximidade com a convergência. A sequência das figuras abaixo mostra as seis primeiras execuções do Algoritmo Diferencial para a função de maximização.





Para a função Rastrigin de minimização, $Min f_2(x) = An + \sum_{i=0}^n [x_i^2 - A \cos(2\pi x_i)]$, há tendência para que os indivíduos se desloquem para o centro do gráfico.





Para a realização da comparação entre os dois Algoritmos (Genético e Diferencial), optou-se por executar a partir da mesma população inicial os testes, com o mesmo número de execuções (30) e de avaliações. Visando um olhar crítico foram realizados 5 testes com 30 execuções cada. Em cada execução foi mantido o histórico e exibido o melhor resultado das iterações das gerações. Abaixo, o exemplo extraído de um dos testes com a função $Min f_1(x) = x^2$ do Algoritmo Genético.

--- Teste 1 (Algoritmo Genetico): Min $f(x) = x^2$ ---

Execucao 01 - Melhor: 0.019009
Execucao 02 - Melhor: 0.013019
Execucao 03 - Melhor: 0.006101
Execucao 04 - Melhor: 0.001105
Execucao 05 - Melhor: 0.070516
Execucao 06 - Melhor: 0.009076
Execucao 07 - Melhor: 0.002740
Execucao 08 - Melhor: 0.029677
Execucao 09 - Melhor: 0.002085
Execucao 10 - Melhor: 0.003274
Execucao 11 - Melhor: 0.001793
Execucao 12 - Melhor: 0.032297
Execucao 13 - Melhor: 0.005984
Execucao 14 - Melhor: 0.023998
Execucao 15 - Melhor: 0.043255
Execucao 16 - Melhor: 0.002130
Execucao 17 - Melhor: 0.000024
Execucao 18 - Melhor: 0.000145
Execucao 19 - Melhor: 0.001541
Execucao 20 - Melhor: 0.000224
Execucao 21 - Melhor: 0.002747
Execucao 22 - Melhor: 0.000241
Execucao 23 - Melhor: 0.023674
Execucao 24 - Melhor: 0.000639
Execucao 25 - Melhor: 0.024488
Execucao 26 - Melhor: 0.030609
Execucao 27 - Melhor: 0.000004
Execucao 28 - Melhor: 0.004483
Execucao 29 - Melhor: 0.006927
Execucao 30 - Melhor: 0.001062

Percebe-se que há variação entre o melhor indivíduo de cada execução, principalmente entre o Algoritmo Genético nos testes das funções quadráticas (*Min* e *Max*) e na Rastrigin. As tabelas a seguir mostram resultados de 3 testes com 30 execuções cada.



Por exemplo, na função quadrática o melhor resultado no 1º teste foi para a função de maximização foi de 199,207084 e o pior ficou em 184,342699. Diferentemente, o Algoritmo Diferencial obteve o melhor, pior e média o valor de 200 (valor máximo do problema) para a função de maximização.

1º Teste com 30 execuções

Tipo de Algoritmo	Função	Melhor	Pior	Média	Desvio Padrão
GA	$Min f_1(x) = x^2$	0.000007	0.045597	0.009889	0.013508
DE	$Min f_1(x) = x^2$	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
GA	$Max f_1(x) = x^2$	199.207084	184.342699	194.664916	3.846131
DE	$Max f_1(x) = x^2$	200.000000	200.000000	200.000000	0.000000
GA	Rastrigin	0.000003	1.048474	0.224991	0.297955
DE	Rastrigin	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Já a função Rastrigin no Algoritmo Genético teve piores resultados acima de 1 nos testes realizados. Enquanto que no Algoritmo Diferencial a função Rastrigin atingiu na maioria dos testes os valores melhor, pior e média igual a 0.

2º Teste com 30 execuções

Tipo de Algoritmo	Função	Melhor	Pior	Média	Desvio Padrão
GA	$Min f_1(x) = x^2$	0.000001	0.111996	0.010475	0.021005
DE	$Min f_1(x) = x^2$	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
GA	$Max f_1(x) = x^2$	199.790970	187.253610	194.959857	3.052084
DE	$Max f_1(x) = x^2$	200.000000	200.000000	200.000000	0.000000
GA	Rastrigin	0.000055	1.106831	0.249869	0.316016
DE	Rastrigin	0.000000	0.000007	0.000000	0.000001



De modo geral, o comportamento do Algoritmo Genético teve pior resultado em comparação com o Algoritmo Diferencial em todos as funções, quadrática e Rastrigin.

3º Teste com 30 execuções

Tipo de Algoritmo	Função	Melhor	Pior	Média	Desvio Padrão
GA	$\text{Min } f_1(x) = x^2$	0.000004	0.070516	0.012095	0.016175
DE	$\text{Min } f_1(x) = x^2$	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
GA	$\text{Max } f_1(x) = x^2$	198.813934	186.838045	195.230451	2.605209
DE	$\text{Max } f_1(x) = x^2$	200.000000	200.000000	200.000000	0.000000
GA	Rastrigin	0.000018	0.914972	0.151581	0.231012
DE	Rastrigin	0.000000	0.000007	0.000000	0.000000

Figura de execução do 1º Teste na função quadrática, $\text{Min } f_1(x) = x^2$ no Algoritmo Genético.

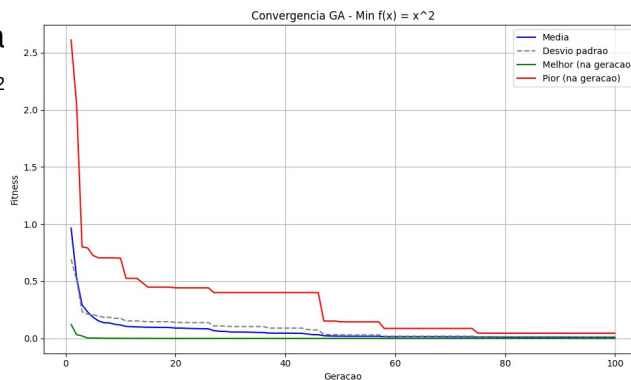


Figura de execução do 1º Teste na execução da função quadrática, $\text{Min } f_1(x) = x^2$ no Algoritmo Diferencial.

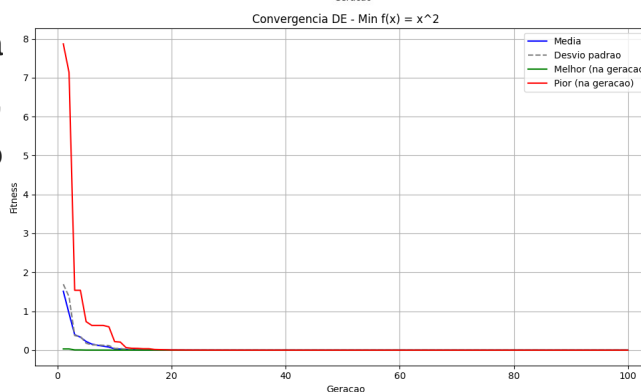




Figura de execução do 1º Teste na execução da função quadrática, $Max f_1(x) = x^2$ no Algoritmo Genético.

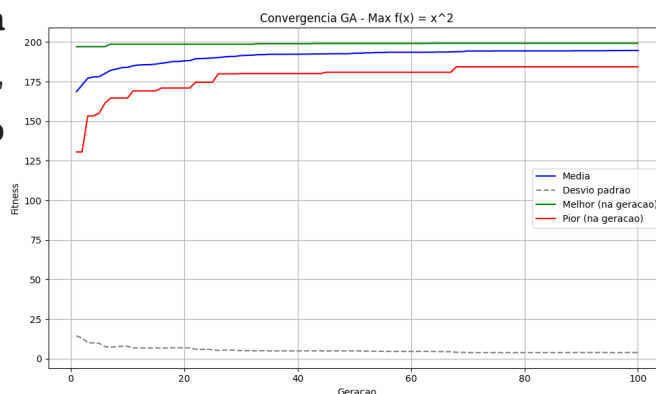


Figura de execução do 1º Teste na execução da função quadrática, $Max f_1(x) = x^2$ no Algoritmo Diferencial.

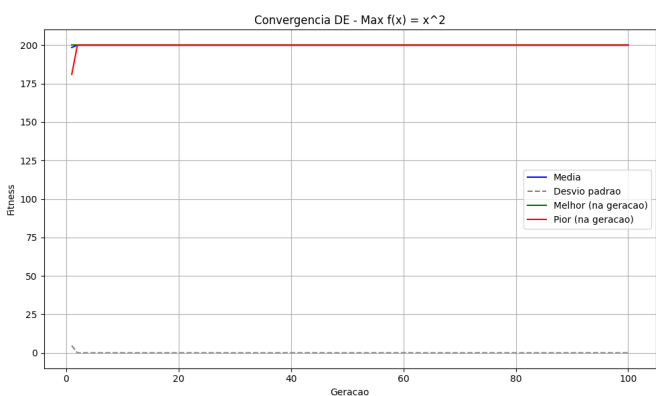


Figura de execução do 1º Teste na execução da função Rastrigin, $Min f_2(x) = An + \sum_{i=1}^n [x_i^2 - A \cos(2\pi x_i)]$ no Algoritmo Genético.

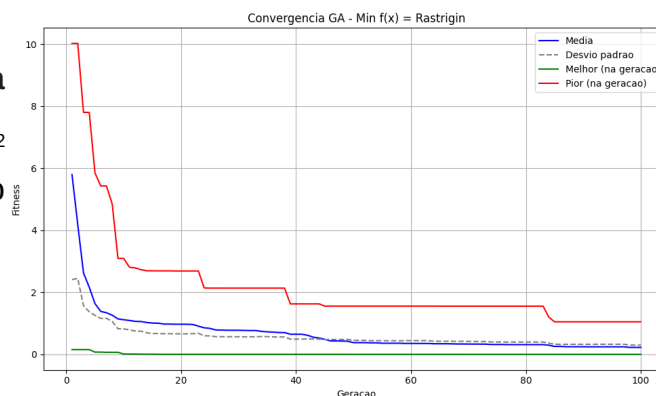
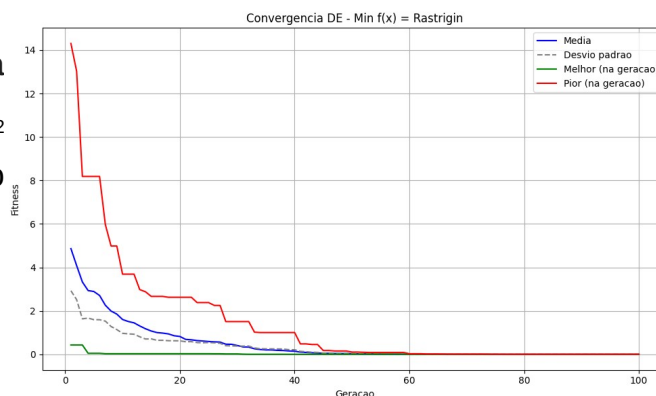


Figura de execução do 1º Teste na execução da função Rastrigin, $Min f_2(x) = An + \sum_{i=1}^n [x_i^2 - A \cos(2\pi x_i)]$ no Algoritmo Diferencial.





Realizou-se a contagem de acertos de cada teste realizado nas 30 execuções. Foi adotado como parâmetro a tolerância de $1e-3$. As análises revelaram que o Algoritmo diferencial obteve 100% de acerto em todos os testes.

1º Teste com 30 execuções

Função	Algoritmo Genético	Algoritmo Diferencial
$Min f_1(x) = x^2$	10/30	30/30
$Max f_1(x) = x^2$	0/30	30/30
$Min f_2(x) = An + \sum_{i=0}^n [x_i^2 - A \cos(2\pi x_i)]$	4/30	30/30

2º Teste com 30 execuções

Função	Algoritmo Genético	Algoritmo Diferencial
$Min f_1(x) = x^2$	22/30	30/30
$Max f_1(x) = x^2$	0/30	30/30
$Min f_2(x) = An + \sum_{i=0}^n [x_i^2 - A \cos(2\pi x_i)]$	5/30	30/30

3º Teste com 30 execuções

Função	Algoritmo Genético	Algoritmo Diferencial
$Min f_1(x) = x^2$	20/30	30/30
$Max f_1(x) = x^2$	0/30	30/30
$Min f_2(x) = An + \sum_{i=0}^n [x_i^2 - A \cos(2\pi x_i)]$	10/30	30/30



4- CONCLUSÃO

O relatório apresenta um estudo comparativo entre o Algoritmo Genético (AG) e o Algoritmo de Evolução Diferencial (DE) na resolução de problemas de otimização envolvendo uma função quadrática e a função Rastrigin, ambas com duas variáveis. Os testes foram realizados com as mesmas condições iniciais e parâmetros, totalizando 30 execuções por algoritmo em cada caso. Os resultados demonstram uma clara superioridade do DE, que alcançou soluções ótimas com precisão (erro $\leq 1e-3$) em 100% das execuções em todos os testes. Já o AG apresentou maior variabilidade nos resultados e acurácia significativamente inferior, especialmente nas tarefas de maximização da função quadrática e na função Rastrigin.

Desse modo, os resultados alcançados evidenciam a maior robustez e eficiência do DE em contextos de otimização contínua e multimodal.



5- REFERÊNCIAS

CHAKRABORTY, Uday. Advances in Differential Evolution. Springer, 2008.

STORNI, R.; PRICE, K. Differential Evolution - A Simple and Efficient Adaptive Scheme for Global Optimization Over Continuous Spaces. ICSI Technical Report TR-95-012, março de 1995.