

## OBRESTNE KRIVULJE

Naj bo 0 današnji dan. Obrestna krivulja ali časovna struktura obrestnih mer nam za vsak  $T > 0$  pove, kakšna je trenutna obrestna mera  $L(0, T)$  za transakcijo, ki se prične danes in konča v trenutku  $T$  v prihodnosti. Obrestno krivuljo običajno podamo s preglednico, v kateri so zapisane obrestne mere za izbrana dospelja.

Naj bo  $0 < T < U$ . Terminalska obrestna mera  $L(0, T, U)$  je danes dogovorjena obrestna mera za transakcijo, ki se prične v trenutku  $T$  in konča v trenutku  $U$ . Na popolnih trgih za obrestne mere pri navadnem obrestovanju velja

$$(1 + T \cdot L(0, T))(1 + (U - T) \cdot L(0, T, U)) = 1 + U \cdot L(0, U),$$

od koder izpeljemo

$$L(0, T, U) = \frac{1}{U - T} \left( \frac{1 + U \cdot L(0, U)}{1 + T \cdot L(0, T)} - 1 \right).$$

Terminalske obrestne mere uporabljamo pri vrednotenju finančnih instrumentov, katerih denarni tokovi so odvisni od prihodnje vrednosti spremenljive obrestne mere.

V nalogi bomo preverili, ali in kako dobro lahko s terminskimi obrestnimi merami napovemo prihodnje trenutne obrestne mere. Z glasovanjem v spletni učilnici izberite

- (a) časovno obdobje, na katerem boste izvedli analizo (od leta 2008 do leta 2017),
- (b) tip terminalske obrestne mere ( $T \times U$  je lahko  $3 \times 6$  ali  $6 \times 12$ ). Čas merimo v mesecih!

### 1. Uvoz podatkov in dinamika obrestnih mer v času

- (a) Na internetu poiščite podatke za Euribor v izbranem časovnem obdobju in jih shranite v tekstovno datoteko. Podatke uvozite v R.
- (b) V nadaljevanju boste potrebovali samo podatke o obrestnih merah na prve delovne dneve v posameznih mesecih, zato odstranite odvečne podatke. V ta namen poiščite zaporedne številke stolpcev prvih delovnih dni v mesecu. Nato podatke združite v eno preglednico po spodnjem vzorcu.

	1w	2w	3w	1m	2m	3m	4m	5m	6m	7m	8m	9m	10m	11m	12m
X02.01.2012	0.652	0.738	0.845	1.005	1.165	1.343	1.425	1.507	1.606	1.667	1.727	1.782	1.833	1.885	1.937
X01.02.2012	0.396	0.48	0.572	0.701	0.907	1.115	1.213	1.306	1.409	1.477	1.535	1.595	1.645	1.694	1.745
X01.03.2012	0.347	0.392	0.452	0.549	0.75	0.967	1.069	1.167	1.267	1.331	1.393	1.448	1.497	1.548	1.599
X02.04.2012	0.318	0.337	0.365	0.417	0.578	0.771	0.882	0.977	1.072	1.145	1.203	1.255	1.304	1.356	1.41
X02.05.2012	0.316	0.334	0.361	0.401	0.514	0.704	0.809	0.902	1.049	1.103	1.154	1.204	1.252	1.303	
X01.06.2012	0.317	0.333	0.355	0.384	0.486	0.665	0.765	0.853	0.943	0.994	1.043	1.09	1.137	1.185	1.228
X02.07.2012	0.321	0.333	0.35	0.372	0.473	0.652	0.749	0.839	0.928	0.979	1.028	1.077	1.124	1.171	1.213
X01.08.2012	0.099	0.109	0.12	0.144	0.233	0.381	0.481	0.572	0.664	0.711	0.756	0.805	0.85	0.895	0.937
X03.09.2012	0.091	0.098	0.106	0.122	0.179	0.276	0.36	0.453	0.533	0.584	0.629	0.673	0.713	0.756	0.798
X01.10.2012	0.084	0.09	0.098	0.116	0.159	0.223	0.287	0.37	0.438	0.485	0.527	0.567	0.609	0.647	0.685
X01.11.2012	0.079	0.087	0.093	0.11	0.148	0.197	0.258	0.325	0.387	0.429	0.47	0.506	0.547	0.578	0.615
X03.12.2012	0.076	0.083	0.09	0.113	0.148	0.19	0.236	0.291	0.342	0.383	0.424	0.456	0.5	0.537	0.574

- (c) Z grafom prikažite, kako sta se v obdobju izbranih treh let spreminjali  $T$ -mesečna in  $U$ -mesečna obrestna mera. Uporabite funkcijo `ts.plot()`. Na graf dodajte ustrezna pojasnila (naslov, imena osi, legenda).

## 2. Oblika obrestne krivulje

- (a) Na osnovi slike iz (1c) izberite 3 datume, pri katerih pričakujete zanimivo obliko obrestne krivulje.

*Upoštevajte višino in razmik med obrestnima merama.*

- (b) Na enem grafu prikažite časovno strukturo obrestnih mer na izbrane datume. Na graf dodajte ustrezna pojasnila. Opišite oblike prikazanih krivulj.

## 3. Hipoteza pričakovanj trga

Hipoteza pričakovanj trga (*market expectations hypothesis*) trdi, da so dolgoročne obrestne mere  $L(0, U)$  odvisne od kratkoročnih obrestnih mer  $L(0, T)$  in tržnih pričakovanj, kakšna bo obrestna mera  $L(T, U)$  v trenutku  $T$ . Če hipoteza velja, nam terminska obrestna mera  $L(0, T, U)$  meri pričakovanja trgov o prihodnji trenutni obrestni meri.

- (a) Na osnovi izbranih in prečiščenih podatkov izračunajte vse možne terminske obrestne mere tipa  $T \times U$ .
- (b) Večino terminskih obrestnih mer iz (a) lahko primerjate z dejansko obrestno mero, ki je veljala na trgu  $U - T$  mesecev kasneje. Pripravite tabelo, v kateri boste prikazali datum, opazovano trenutno  $T$ -mesečno obrestno mero in napoved, ki bi jo za to obdobje postavili pred  $U - T$  meseci.

	Euribor4m	Euribor8m	Napoved4m
X02.01.2012	1.425	1.727	NA
X01.02.2012	1.213	1.535	NA
X01.03.2012	1.069	1.393	NA
X02.04.2012	0.882	1.203	NA
X02.05.2012	0.809	1.103	1.393242888
X01.06.2012	0.765	1.043	1.317640018
X02.07.2012	0.749	1.028	1.303744983
X01.08.2012	0.481	0.756	1.029349609
X03.09.2012	0.36	0.629	0.896923692
X01.10.2012	0.287	0.527	0.766266938
X01.11.2012	0.258	0.47	0.681413984
X03.12.2012	0.236	0.424	0.611518938

- (c) Narišite razsewni grafikon, ki prikazuje odvisnost opazovane obrestne mere od napovedane. Za nazornejšo sliko naj bosta prikaza intervala na  $x$  in  $y$  osi enaka. Dorišite še premico, ki se po metodi najmanjših kvadratov najbolj prilega podatkom (*regresijska premica*) ter simetralo lihih kvadrantov.
- (d) Ponovite nalogo (c), tako da pripravite ločene grafikone in regresijske premice za posamezno leto.
- (e) Kako bi morali izgledati grafikoni v nalogah (c) in (d) pod pogojem, da hipoteza pričakovanj trga velja? Ali empirični podatki potrjujejo hipotezo?