Buzatu-Pahontu Mihnea-Nicolae
324CB
HR username: mihnea_buzatu

Tema 4 AA – kVertexCover to SAT

Fie un graf neorientat cu N noduri si M muchii.
Pentru ca o multime X de noduri sa fie o solutie pentru kVertexCover trebuie ca:

1) X sa aiba exact k elemente
2) pentru fiecare muchie m din M, m trebuie sa aiba cel putin un nod in X

Am asignat cate o variabila pentru fiecare nod din graf astfel:

- 1 daca este in X
- 0 altfel

Conditiile:

1) X sa aiba exact k elemente. Aceasta se poate descompune in:
    - X sa aiba cel mult k elemente
    - X sa aiba cel putin k elemente

In cazul nostru, este suficient sa o demonstram pe prima deoarece restul de noduri pot fi alese aleator. Astfel trebuie sa rezolvam o problema de tip “at most k-out-of-n”. O solutie simpla este cea binomiala, care nu foloseste variabile in plus, insa aceasta ar adauga un numar de clauze O(2^n) in worst case, iar noi cautam o trasformare polinomiala.

De aceea am ales sa folosesc un Sequential Counter[1]. Acesta necesita variabile suplimentare, mai exact K*(N-1), pentru a crea N-1 registre de lungime K care numara elementele gasite (Registrul *i* retine cate din primele *i* noduri sunt in X). Avantajul acestei metode este ca scade numarul de clauze la O(K*N), iar performantele sunt in general mai bune[2].

2) Aceasta conditie este triviala de transformat, trebuie creata cate o clauza disjunctiva pentru fiecare muchie care contine nodurile pe care le leaga.

Numarul de clauze este cosntant si egal cu M.

Ex: Muchia m cu nodurile n1, n2 => clauza (n1 V n2)

In final vom avea K*(N-1) variabile si O(K*N) clauze.

[1] Carsten Sinz - “Towards an Optimal CNF Encoding ofBoolean Cardinality Constraints”
[2] Alan M. Frisch and Paul A. Giannaros - “SAT Encodings of the At-Most-kConstraint”