



دانشگاه تهران

بسمه تعالی

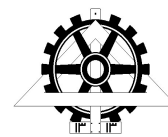
آزمون نهایی درس: بهینه‌سازی محدب

مدت آزمون: ۱۳۰ دقیقه

تاریخ آزمون: ۱۴۰۰/۱۰/۲۶ ساعت آزمون: ۸:۰۰

سال تحصیلی: ۱۴۰۰-۱۴۰۱

نیمسال: اول



پردیس  
دانشکده های فنی

**سوال ۱:** در مورد محدب بودن نواحی مشخص شده زیر، با ذکر دلایل بحث نمایید.

(ب)  $\{X \in R^2 | x_1 x_2 < 1\}$

(الف)  $\{X \in R^3 | x_1^2 + x_2^2 < |x_3|\}$

**سوال ۲:** مساله زیر را در نظر بگیرید. ( $X \in R^n$ )

$$\min \sum_{i=1}^n \log(1 + ie^{x_i})$$

$$\text{subject to: } \sum_{i=1}^n x_i \geq 1$$

(الف) در مورد محدب بودن مسئله بحث نمایید.

(ب) آیا شرایط دوگانی قوی (strong duality) در این مسئله برقرار است؟

(پ) جواب بهینه مسئله را بدست آورید. مراحل حل را توضیح دهید.

**سوال ۳:**

(الف) تابع  $f(x, y) = x^4 + (y - 1)^2$  را از لحاظ محدب بودن بررسی نمایید و می‌نیمم تابع را بدست آورید.

(ب) می‌خواهیم می‌نیمم تابع را از طریق یک الگوریتم با نقطه شروع  $(x_0, y_0) = (1, 1)$  و با دقت  $\varepsilon = 10^{-4}$  بدست آوریم. الگوریتم گرادینان با تعیین گام دقیق را اجرا کرده و جواب بهینه را بدست آورید.

(پ) الگوریتم گرادینان با تعیین گام بصورت Back tracking با پارامترهای  $(\alpha, \beta) = (0.5, 0.5)$  را اجرا کرده و جواب بهینه را بدست آورید.

(ت) الگوریتم نیوتن با تعیین گام دقیق را اجرا کرده و جواب بهینه را بدست آورید. (نمره امتیازی)

**سوال ۴:**

(الف) مسئله زیر را از لحاظ تحدب بررسی نمایید و جواب مسئله را به صورت تحلیلی محاسبه نمایید.

$$\min e^{x^2 + (y-2)^2}$$

$$\text{subject to: } x + y \leq 1$$

(ب) اگر بخواهیم جواب مسئله فوق را به روش Barrier محاسبه نماییم، جواب هر تکرار Barrier را بر حسب  $\theta$  بدست آورده و نشان دهید با افزایش تکرارها (افزایش  $\theta$ ) جواب Barrier به جواب قسمت الف همگرا می‌شود.

موفق باشید