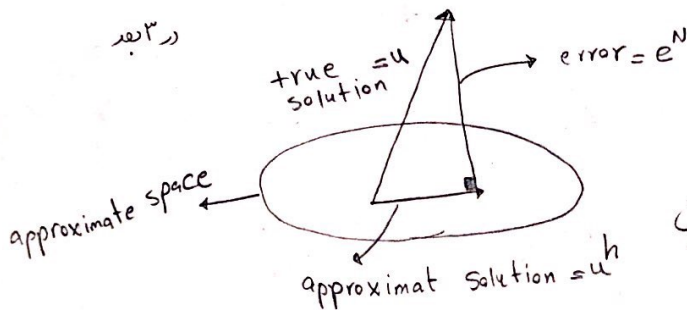
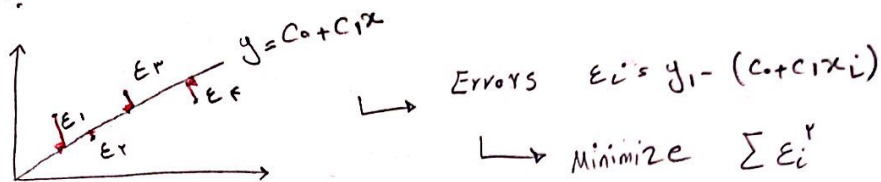


①

Least squares تابع هدف \min کردن $f(x) = \|Ax - b\|_2^2$ در روش $x = (A^T A)^{-1} A^T b$ می باشد.

در واقع در این روش حاشی خوام به نقاط که به داده شده است نزدیک ترین تابع را رسم کنیم حال فضای نزدیک ترین چیست؟
 با روش LS این نزدیک یعنی \min شدن تابعی $f(x)$ در فضای هندسی آن در ۲ بعد و ۳ بعد در زیر آورده شده است.



$e = u - u_h \rightarrow \sum \epsilon_i^2$
 محاسبه جواب اصلی به خط نزدیک شده به دلیل بهترین
 کردن e می باشد (فاصله عمود بهترین حاصل است) این
 محاسبه کردن را به نرم $\frac{1}{2}$ یا همان نرم اقلیدسی می توان تعبیر کرد.

$$p \rightarrow \|x\|_p = \left(\sum |x_i|^p \right)^{\frac{1}{p}} \rightarrow \|x\|_p = \left(\sum |x_i|^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\rightarrow \text{حال تابع هدف سوال} \rightarrow \left(\sum |Ax_i - b|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \rightarrow \min \sum |Ax_i - b|^2$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} AA^T \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0+1+4 & 0+1+2 \\ 0+1+2 & 1+1+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \\ A^T b \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$AA^T \cdot x = A^T b \rightarrow \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} 5c_0 + 3c_1 = 0 \rightarrow 5c_0 = -3c_1 \\ 3c_0 + 3c_1 = 4 \rightarrow 3c_0 - 5c_0 = -2c_0 = 4 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} c_0 = -3 \\ c_1 = 5 \end{matrix}$$

$$x = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

تابع هدف منبسط کردن $\|Ax - b\|_2^2$

$$\begin{matrix} \downarrow A & x & \downarrow x \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix} 0+0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad \begin{matrix} b \\ \downarrow \\ \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{matrix} \Rightarrow \sum |Ax - b|^2$$

$$\begin{matrix} Ax - b \\ \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \end{matrix} \rightsquigarrow \begin{matrix} |Ax - b| \\ \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \end{matrix} \rightsquigarrow \sum |Ax_i - b|^2 = (4)^2 + (2)^2 + (1)^2 = 21$$

← عدد بدست آمده با حاصل بدست آمده در سوال ۳ یکسان باشد.

۲

x_1 تعداد شالی تولید شده در هفته
 x_2 تعداد صابون تولید شده در هفته
 x_1, x_2 متغیرهای تصمیم

قیمت شالی = ۵۰
 قیمت صابون = ۲۰
 زمان آلودگی زنگنه ۲ hr
 زمان آلودگی ساری ۳ hr

تابع هدف $\rightarrow \max Z = 50x_1 + 20x_2$

① محدودیت زمان: $2x_1 + 3x_2 \leq 15$

② محدودیت مواد اولیه: $x_1 + x_2 \leq 10$

③ $x_1, x_2 \geq 0$

توان $x_1^* = 2$ و $x_2^* = 4$ و $Z^* = 110$

برای رسیدن به درآمد بیشینه ۱۱۰ تومان در هفته، سارا باید ۲ عدد شالی و ۴ عدد صابون در هر هفته تهیه کند

