Unidade 4 – Testes para duas amostras independentes

Teste Exato de Fisher

Quando o teste qui-quadrado de independência não pode ser utilizado, o teste exato de Fisher é recomendando.

O teste também é realizado utilizando uma tabela de contingência.

Tabela de contingência do teste exato de Fisher

	-	+	Total
Grupo I	A	B	A+B
Grupo II	C	D	C+D
Total	A+C	B+D	N

Os grupos I e II podem ser dois grupos independentes quaisquer (amostras). Os sinais – e + indicam duas classificações quaisquer.

O teste determina se os dois grupos diferem na proporção em que se enquadram nas duas classificações.

Hipóteses:

H_o: P (A) = P (B);

H_1: P (A) $\neq$ P (B) ou P (A) > P (B) ou P (A) < P (B).

A probabilidade de observar determinado conjunto de freqüências em uma tabela 2x2, quando se consideram fixos os totais marginais, é dada pela distribuição hipergeométrica:

$$p = \frac{\binom{A+C}{A}\binom{B+D}{B}}{\binom{n}{A+B}} = \frac{(A+B)!(C+D)!(A+C)!(B+D)!}{n!A!B!C!D!}$$

Calcula-se então as probabilidades até o caso mais extremo da tabela, que é quando temos uma célula zerada. Se no início do teste já temos célula com valor zero, basta aplicarmos a fórmula e encontrarmos o p-valor.

Do contrário, se não temos célula com o valor zero, devemos aplicar um algoritmo até zerar. Começamos com a tabela original e calculamos a probabilidade. Armazena-se esse valor.

Em seguida, retiramos uma unidade da célula de menor valor e adicionamos na célular de maior valor, **sem alterar os totais marginais da tabela** ((A+B), (C+D), (A+C), (B+D) nunca se alteram, o que se altera é A, B, C e D, o núcleo da tabela). Calculamos a probabilidade com essa configuração. Só podemos retirar uma unidade por vez.

Repete-se o processo até conseguirmos zerar uma célula. Depois é só somar todas as probabilidades e teremos o p-valor.

Exemplo

Em um estudo sobre fecundidade de duas raças bovinas foram feitos acasalamentos, obtendo-se os resultados abaixo. Verifique se as duas raças diferem quanto à fecundidade, ao nível de 5%.

	Acasalamentos		
	Fecundos	*Não Fecundos*	*Total*
Raça A	*3 (A)*	*7 (B)*	*10*
Raça B	*4 (C)*	*1 (D)*	*5*
Total	*7*	*8*	*15*

H_0: *Não existe diferença entre as raças;*

H_1: *existe diferença entre as raças.*

A amostra é pequena, teremos frequências esperadas menores que 5 e não poderemos utilizar o teste qui-quadrado.

Como não temos valor zero em A, B, C ou D, devemos aplicar o processo de ir calculando as probabilidades até zerar uma célula (calcula-se com o valor 0 inclusive).

A primeira etapa então é calcular a probabilidade da tabela original:

$$p_1 = \frac{(A+B)!(C+D)!(A+C)!(B+D)!}{n!A!B!C!D!} = \frac{10!5!7!8!}{15!3!7!4!1!} = 0.0932$$

Agora, retiramos uma unidade da célula menor e adicionamos na maior sem alterar os totais marginais. A menor célula é a D =1 e a maior é B = 7 (na tabela anterior).

Retiramos então uma unidade em D, passando a ter D=0 e passamos para B, passando a ter B = 8. Como os totais marginais são fixos, alteramos o valor de A e C para que a soma dos totais fique correta. Assim, passamos a ter A = 2 e C = 5.

	Acasalamentos		
	Fecundos	*Não Fecundos*	*Total*
Raça A	*2*	*8*	*10*
Raça B	*5*	*0*	*5*
Total	*7*	*8*	*15*

Agora já chegamos a situação extrema da tabela, que é zerar uma célula. Basta calcularmos novamente a probabilidade. Lembrando que só *retiramos uma unidade por vez. Se não houvesse ainda zero, calcularíamos a probabilidade e aplicaríamos novamente o processo até zerar.*

$$p_0 = \frac{(A+B)!(C+D)!(A+C)!(B+D)!}{n!A!B!C!D!} = \frac{10!5!7!8!}{15!2!8!5!0!} = 0.00699$$

Agora basta somarmos $p_1 + p_0 = 0.0932 + 0.00699 = 0.10019$.

Como 0.10019 > 0.05, não rejeitamos H_0*, logo existem evidências de que as raças não se diferem quanto a fecundidade.*
