

Universidade Federal de Santa Maria Departamento de Estatística

INTRODUÇÃO À INFERÊNCIA ESTATÍSTICA E MÉTODOS DE AMOSTRAGEM

Estatística Inferencial Professora: Laís Helen Loose

POPULAÇÃO X AMOSTRA

- Em estatística, população é o conjunto formado por todos os elementos que temos o interesse em estudar alguma(s) de sua(s) característica(s).
- Amostra é qualquer subconjunto da população, isto é, uma parte da população retirada segundo alguns critérios estatísticos.
- Variável é uma característica de interesse que cada elemento da população possui e que podemos medir/quantificar.



Amostragem no nosso dia a dia:

Amostragem no nosso dia a dia:







OBJETIVO: obter informações sobre o todo, baseando-se em uma amostra.

Amostragem no nosso dia a dia:





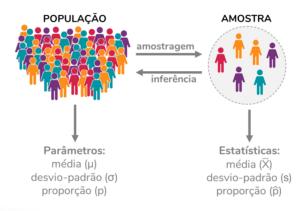


OBJETIVO: obter informações sobre o todo, baseando-se em uma amostra.

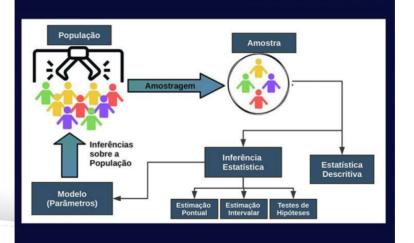
O uso inadequado de um procedimento amostral pode **implicar em viés na interpretação dos resultados**.

- Geralmente, queremos estudar alguma característica de uma população. Por exemplo, quais os efeitos de um novo medicamento ou a opinião pública sobre determinado assunto.
- Infelizmente, quase sempre a população de interesse é grande demais para ser medida completamente. A alternativa é usar um subconjunto dessa população (amostra). Em seguida, usando procedimentos estatísticos, podemos estimar as propriedades/parâmetros da população.
- A inferência estatística é o processo de usar uma amostra para inferir as propriedades (parâmetros) de uma população. Os procedimentos estatísticos usam dados amostrais para estimar as características de toda a população da qual a amostra foi extraída.

- Suponha que tenhamos um parâmetro populacional desconhecido, como uma média ou uma proporção populacional, que estamos interessados em estimar. Exemplos:
 - A proporção de brasileiros que têm acesso à internet.
 - O número de macacos em uma reserva ecológica.
 - O número médio de dias que os pacientes levam até a recuperação de uma certa doença.
- Em todos os casos, não é possível pesquisar toda a população.
- A alternativa é selecionar uma amostra aleatória da população e usar os dados resultantes para estimar o valor do parâmetro populacional.



Mapa conceitual sobre a ciência estatística



Probabilidade x Inferência

- Probabilidade
 - * A distribuição de probabilidade é conhecida.
 - * Os parâmetros são conhecidos.
 - * O objetivo é calcular probabilidades para valores da variável aleatória.
- Inferência Estatística
 - * A distribuição de probabilidade é desconhecida.
 - * Os parâmetros são desconhecidos.
 - * O objetivo é obter as estimativas dos parâmetros usando os dados observados.

- Suponha que estamos interessados na proporção da população que vai votar no candidato A na próxima eleição?
 - Qual variável aleatória podemos utilizar e quais valores ela pode assumir?

- Suponha que estamos interessados na proporção da população que vai votar no candidato A na próxima eleição?
 - Qual variável aleatória podemos utilizar e quais valores ela pode assumir?
 - * X: você vai votar no candidato A? SIM (sucesso) ou NÃO (fracasso).
 - Qual a distribuição de probabilidade adequada para a variável aleatória?

- Suponha que estamos interessados na proporção da população que vai votar no candidato A na próxima eleição?
 - Qual variável aleatória podemos utilizar e quais valores ela pode assumir?
 - * X: você vai votar no candidato A? SIM (sucesso) ou NÃO (fracasso).
 - Qual a distribuição de probabilidade adequada para a variável aleatória?
 - É razoável supor que a variável aleatória tem uma distribuição Bernoulli com função de probabilidade

$$P(X = x) = p^{x}(1-p)^{1-n}, \quad x = 0, 1$$

- Suponha que estamos interessados na proporção da população que vai votar no candidato A na próxima eleição?
 - Qual o parâmetro de interesse?

- Suponha que estamos interessados na proporção da população que vai votar no candidato A na próxima eleição?
 - Qual o parâmetro de interesse?
 - *~p: a proporção da população que vai votar no candidato A.
 - Como encontrar o valor do parâmetro desconhecido?

- Suponha que estamos interessados na proporção da população que vai votar no candidato A na próxima eleição?
 - Qual o parâmetro de interesse?
 - * p: a proporção da população que vai votar no candidato A.
 - Como encontrar o valor do parâmetro desconhecido?
 - * Entrevistar todos os eleitores. O que é impossível ou inviável.
 - Entrevistar apenas uma parte da população (amostra) e estimar a proporção com base nessa amostra.

Objetivo da Inferência

- Objetivo da Inferência Estatística é estimar o parâmetro populacional baseado na amostra.
- Como a estimativa é baseada em apenas uma amostra, há incerteza associada ao valor estimado.
- A inferência nos permite quantificar essa incerteza.

Visão Geral da Inferência Estatística

- 1. Há uma quantidade desconhecida que gostaríamos de estimar.
- 2. Coletamos uma amostra.
- 3. A partir dos dados, estimamos a quantidade desejada.
- As conclusões obtidas a partir da amostra apresentam um certo grau de incerteza, uma vez que a informação é obtida a partir de dados que apresentam variações aleatórias, ou seja, variações que fazem parte da natureza do processo.



Tipos de pesquisa (coleta de dados)

CENSO X AMOSTRAGEM

- Pesquisa é uma operação estatística de coleta de informações sobre características de interesse de unidades de uma população, usando conceitos, métodos e procedimentos bem definidos, de modo que permita a compilação dessas informações de uma forma útil. Existem dois procedimentos para se obter os dados de uma população: o censo e a amostragem.
- Censo é uma pesquisa baseada numa enumeração exaustiva das unidades componentes de uma população, realizada com o propósito de coletar informações sobre aspectos relevantes dessa população. Num censo, a intenção é ter os dados referentes a todas as unidades da população.
- Pesquisa por amostragem ou amostragem é uma pesquisa em que as informações serão coletadas somente para um subconjunto selecionado das unidades da população.

Fontes de dados

Em qualquer estudo ou projeto de pesquisa é necessário conhecer as fontes de dados que podem fornecer as informações de interesse.

<u>Fontes primárias:</u> os dados ainda não foram coletados e a obtenção dos dados pode ser feita por meio de um estudo de caso, de uma pesquisa (survey) ou de um experimento.





Fontes de dados

<u>Fontes secundárias:</u> os dados já foram coletados, possivelmente com outro(s) propósito(s), e estão disponíveis ou poderiam ser obtidos para uso imediato.

- Dados de censos publicados pelo IBGE.
- Dados na área da saúde publicados pelo SUS.
- Dados macroeconômicos, financeiros e regionais do Brasil publicados pelo IPEA.





CENSO X AMOSTRAGEM

- Imagine que estamos interessados em saber qual o candidato será eleito presidente do Brasil nas próximas eleições.
- Nesse caso, a população é composta por todos os indivíduos que estão aptos a votar na próxima eleição, ou seja, todos os eleitores brasileiros.
- Uma maneira de obter essa informação seria entrevistar todos os eleitores brasileiros. O
 que parece inviável.
- Uma solução é entrevistar apenas uma parcela (subconjunto) dos eleitores, ou seja, uma amostra.
- A partir das informações obtidas da amostra, o pesquisador buscam estimar o comportamento de todos os eleitores.

AMOSTRA REPRESENTATIVA

- Ao coletar uma amostra é necessário garantir, em suma, que ela seja representativa em relação a população.
- Uma amostra representativa é aquela que se assemelha à população da qual foi extraída em todos os aspectos importantes para a pesquisa que está sendo realizada.
- Para que a amostra seja representativa da população, o ideal seria que sua seleção fosse totalmente aleatória.
- Como estamos generalizando resultados de uma amostra para a população inteira, há sempre uma chance de erro (discrepância), mesmo que a amostra tenha sido selecionado adequadamente.

AMOSTRA REPRESENTATIVA

- Considere uma pesquisa eleitoral que deseja saber qual candidato será eleito em um segundo turno.
- Com esse objetivo, o pesquisador selecionou um amostra utilizando sua rede social, onde perguntou aos seus seguidores se eles irão votar no candidato amarelo ou no candidato azul.

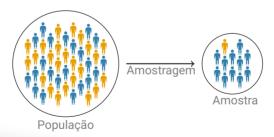


Figura: Exemplo de uma amostra não representativa.

AMOSTRA REPRESENTATIVA

- Observando a figura do slide anterior, concluímos a partir da amostra selecionado que aproximadamente 91, 7% dos eleitores irão votar no candidato representado pela cor azul.
- Neste caso, a má seleção da amostra afetou o resultado, tornando nossa amostra não representativa.
- Como podemos obter amostras adequadas? Utilizando métodos de amostragem adequados.

TIPOS DE AMOSTRAGEM

- Existem diversos métodos de amostragem, que podem ser subdivididos em dois grupos: amostragem probabilística e amostragem não probabilística.
- Na amostragem probabilística (aleatória) todos os elementos da população têm probabilidade conhecida e diferente de zero de serem escolhidos para a amostra.
- Como todos os elementos da população de interesse têm chance de serem escolhidos, esse tipo de amostragem permite generalizar os resultados obtidos na amostra para a população (amostra representativa).
- Os métodos de amostragem probabilística tendem a ser demorados e caros.

TIPOS DE AMOSTRAGEM

- Muita vezes não é fácil cumprir as condições necessárias impostas pela amostram probabilística.
- A amostragem não probabilística envolve a seleção não aleatória na qual o pesquisador seleciona amostras com base no seu julgamento subjetivo (conveniência ou outros critérios).
- Na amostragem não probabilística alguns elementos da população não têm chance de serem selecionados. Desta forma, há um risco significativo de se obter uma amostra não representativa que produz resultados não generalizáveis.
- Os métodos de amostragem não probabilística tendem a ser mais baratos e convenientes, sendo bastante úteis em estudos exploratórios.

PRINCIPAIS MÉTODOS DE AMOSTRAGEM

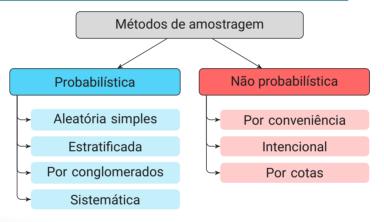


Figura: Principais métodos de amostragem.



Amostragem probabilística

AMOSTRAGEM ALEATÓRIA SIMPLES

- Na amostragem aleatória simples, a seleção dos membros da amostra é realizada inteiramente ao acaso entre todos os elementos da população. Dessa forma, todos os elementos da população têm a mesma chance de serem selecionados.
- Uma vantagem desse método é que, assim como acontece com todos os métodos de amostragem probabilística, a amostragem aleatória simples permite medir a precisão das estimativas e obter amostras representativas.



Figura: Amostragem aleatória simples.

AMOSTRAGEM ALEATÓRIA SIMPLES

- Uma desvantagem é que para a sua realização é necessário o acesso a uma lista com todos os elementos que compõem a população de interesse, o que geralmente dificulta a sua aplicação.
- Outra desvantagem é que alguns subgrupos de interesse podem não ser incluídos com um número suficiente na amostra, principalmente se esses subgrupos forem incomuns.
- Por exemplo, suponha que está sendo realizada uma pesquisa com o interesse em saber a
 opinião pública sobre um governante em diversos segmentos (subgrupos) da população.
 É possível que uma amostra aleatória simples de toda a população não inclua pessoas
 com mais de 60 anos.
- Nesse caso, uma alternativa seria usar a amostragem estratificada.

AMOSTRAGEM ESTRATIFICADA

- Na amostragem estratificada, a população é primeiro dividida em diferentes subgrupos (chamados de estratos) que compartilham características semelhantes e que sejam relevantes para o estudo (por exemplo, sexo, faixa etária, faixa de renda, cargo ocupado em uma empresa).
- Esse método é usado quando esperamos que a medição de interesse varie entre os diferentes subgrupos e queremos garantir que cada subgrupo seja representado adequadamente na amostra.
- Por exemplo, em um estudo para estudar a renda média dos brasileiros, podemos estratificar a população por sexo, para garantir a representatividade de cada estrato na amostra (homens e mulheres).

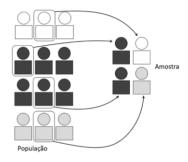


Figura: Amostragem estratificada.

AMOSTRAGEM ESTRATIFICADA

- Geralmente, usamos uma amostra estratificada proporcional, em que a proporção de cada subgrupo na amostra deverá ser mesma observada na população.
- Por exemplo, em um estudo sobre a renda média da população de uma certa cidade, o pesquisador acredita que existem diferenças significativas entre os sexos (estratos: masculino e feminino). Se cidade tem 1000 pessoas do sexo masculino e 1500 do feminino. Para o pesquisador é interessante garantir que a amostra reflita esse equilíbrio.
- Então o número de elementos de cada subgrupo na amostra pode ser escolhido proporcionalmente (por exemplo, 10 do masculino e 15 do feminino) ao encontrado na população.
 Isso garante uma estimativa mais realista e precisa dos resultados obtidos.
- A seleção dentro de cada estrato é realizado de maneira aleatória.

AMOSTRAGEM POR CONGLOMERADO

- Na amostragem por conglomerado, a população também é dividida em subgrupos, mas ao invés de selecionar indivíduos de cada subgrupo, são selecionados aleatoriamente subgrupos inteiros para serem incluídos no estudo.
- É mais fácil sortear alguns quarteirões de uma cidade e entrevistar todas as casas desses quarteirões do que entrevistar várias casas dispersas pela cidade.
- A amostragem por conglomerado costuma ser mais fácil e mais barata do a amostragem aleatória simples, principalmente quando estamos lidando com populações grandes e dispersas, mas pode resultar em amostra menos representativa.

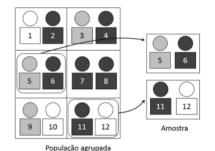


Figura: Amostragem por conglomerado.

AMOSTRAGEM SISTEMÁTICA

- Na amostragem sistemática os indivíduos são selecionados em intervalos regulares definidos pelo pesquisador.
- Considere que todos os indivíduos da população estão listados em ordem numérica. O método consiste em escolher um indivíduo inicialmente de forma aleatória e, em seguida, selecionar um a cada k indivíduos do cadastro.

AMOSTRAGEM SISTEMÁTICA

Considere que os alunos de uma universidade estão listados em ordem numérica. Dos 3 primeiros números, é selecionado aleatoriamente um ponto de partida (o número 2). Em seguida é selecionado um aluno a cada 3 (2, 5, 8, 11 e assim por diante).

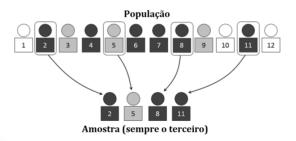


Figura: Amostragem sistemática.



Amostragem não probabilística

AMOSTRAGEM POR CONVENIÊNCIA

- A amostragem por conveniência é uma técnica de amostragem não probabilística em que os indivíduos são selecionadas apenas porque estão mais acessíveis ao pesquisador, não porque foram selecionados por meio de um critério estatístico.
- É uma maneira fácil e barata de coletar dados, mas não há como saber se a amostra é representativa.

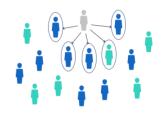


Figura: Amostragem por conveniência.

AMOSTRAGEM POR CONVENIÊNCIA

Por exemplo, considere novamente a pesquisa eleitoral realizada pela rede social. Essa é uma maneira conveniente de coletar dados, mas como o questionário será respondido apenas por quem está interessado na pesquisa, a amostra não é representativa de todos os eleitores. É bem provável que os seguidores que resolveram participar da pesquisa tenham perfis diferentes daqueles que optaram por não participar.



Figura: Foto do iStock Photo.

AMOSTRAGEM POR JULGAMENTO (INTENCIONAL)

- Na amostragem por julgamento, o pesquisador usa seu conhecimento e experiência para selecionar uma amostra que seja útil para sua pesquisa. Em outras palavras, o pesquisador julga quais indivíduos se encaixam em um determinado perfil ao selecionar a amostra.
- Por exemplo, em uma pesquisa sobre a aceitação de um novo vinho, o pesquisador resolve entrevistar somente pessoas influentes na área, julgando que darão respostas mais condizentes com o assunto.

 Esse método é geralmente usado quando o pesquisador deseja compreender mais profundamente um fenômeno específico, em vez de fazer inferências estatísticas.



Figura: Amostragem por julgamento.

AMOSTRAGEM POR COTAS

- Na amostragem por cotas, assim como acontece na amostragem estratificada, a primeira etapa consiste em dividir a população de interesse em subgrupos. Os critérios mais usados na divisão dos subgrupos são: sexo, idade, classe social, escolaridade, região e etc.
- Em seguida, o pesquisador define o número ou cota de indivíduos que serão entrevistados em cada subgrupo. Idealmente, as cotas são definidas de forma proporcional à quantidade de indivíduos em casa subgrupo da população.
- A amostragem por cotas difere da amostragem estratificada na última etapa, que é a seleção dos participantes. Aqui, a seleção dentro de cada cota não é realizada de maneira aleatória, ao invés disso o entrevistador usa critérios subjetivos para selecionar pessoas que se encaixem nas cotas. Geralmente, através da amostragem por conveniência e/ou julgamento.

AMOSTRAGEM POR COTAS

- A amostragem por cotas é largamente utilizada em pesquisas eleitorais.
- Nesse tipo de pesquisa, a coleta é feita em áreas geográficas definidas no plano amostral.
 Geralmente, o entrevistador fica em locais de grande circulação de pessoas, por exemplo: ruas movimentadas, saídas de shoppings, saídas de metrôs, etc.
- Embora esse método tenha a vantagem de ser relativamente simples, a escolha dos entrevistados não leva em consideração critérios probabilísticos.
- A principal crítica a amostragem por cotas é que ela não é uma amostragem probabilística e como consequência os cálculos da margem de erro e do tamanho da amostra das pesquisas eleitorais não são válidos, uma vez que esses cálculos são baseados em amostras aleatórias.

AMOSTRAGEM POR COTAS

- Outro aspecto criticado é a maneira com os eleitores são selecionados, que é baseada em critérios subjetivos do entrevistador. Isso se torna um problema principalmente à medida em que as cotas vão sendo preenchidas. Nessa situação, o entrevistador, usando seu julgamento, busca na população apenas eleitores que completem as cotas não preenchidas.
- Por exemplo, considere que a única cota a ser preenchida seja de homens com 60 anos ou mais. Nesse caso, dependendo da idade do eleitor, não é fácil para o entrevistador distinguir se ele tem idade para entrar na cota ou não (é bem difícil distinguir se uma pessoa tem 59 anos ou 60), então é bem provável que entrevistador busque homens com idade bem superior ao limite da cota (60 anos).
- Isso tudo não significa que o uso da amostragem por cotas deva ser descartado, mas é importante esclarece suas limitações.



Um exemplo real de amostragem não representativa

- Em 1936, a conceituada revista Literary Digest realizou uma pesquisa eleitoral para tentar prever quem ganharia a eleição presencial nos Estados Unidos.
- A base de amostragem usada pela revista era composta por uma lista enorme de nomes que incluía: toda pessoa com nome em alguma lista telefônica nos Estados Unidos, toda pessoa que assinava alguma revista e toda pessoa inscrita em algum clube ou associação (por exemplo, automóveis).
- Esta base de dados continha cerca de 10 milhões de nomes, o que correspondia a quase 25% dos eleitores registrados na época. A revista enviou um cédula de votação fictícia para os nomes da lista e obteve respostas de cerca de 2,4 milhões de americanos.

- Em 1936, os candidatos à presidência dos Estados Unidos eram:
 - Franklin Delano Roosevelt (Partido Democrata)
 - Alf Landon (partido Republicano)
- A pesquisa mostrou que **Landon provavelmente seria o vencedor com 57**% **dos votos**, com uma margem de erro de 0,06%.
- No entanto, Roosevelt venceu a eleição com 61% dos votos.
- Qual motivo do erro que acabou com a credibilidade da revista e fez suas vendas diminuírem drasticamente?

- Naquela época, telefones, assinaturas em clubes e revistas eram disponíveis apenas para a parte mais rica dos americanos. Dessa forma, a amostra incluía as pessoas com maior poder aquisitivo, ou seja, essa amostra não representava de forma adequada a população de interesse. Neste caso, dizemos que a pesquisa sofre de um viés de seleção.
- Vale salientar que em 1936, os Estados Unidos estavam no meio da Grande Depressão. A
 economia foi a questão central da campanha da eleição com Roosevelt defendendo um
 conjunto de medidas econômicas e sociais para resolver a Crise de 1929 que era atraente
 para pessoas de baixa renda. Assim, as opiniões dos ricos e dos pobres estavam fadadas
 a divergir sobre essa questão.

- O segundo problema com a pesquisa foi que das 10 milhões de pessoas cujos nomes estavam na base de amostragem, apenas cerca de 2,4 milhões responderam à pesquisa, causando o chamado viés de não-resposta. Preencher e devolver um formulário demanda tempo, e nem todo mundo está disposto a fazer isso.
- Na época, os democratas estavam no poder, e é bem provável que os eleitores republicanos, que deviam estar insatisfeitos com o atual governo, estavam mais motivados a realizar a pesquisa.

- Para cada uma das amostras abaixo, informar o tipo do processo de amostragem:
 P Amostragem probabilística ou NP Amostragem não probabilística.

 Para uma pesquisa sobre os hábitos dos estudantes. Construí uma amostra com o seguinte procedimento:
 - a. () Todos os meus colegas da faculdade (tenho telefone e email de todos eles)
 - b. () Fiquei na única porta de entrada da escola abordando todos os meus conhecidos.
 - c. () Fiquei na única porta de entrada da escola e cada 12 pessoas que entravam, eu abordava uma.
 - d. () Consegui uma lista de todos os alunos das escolas com uma ordenação aleatória, e selecionei os 20 primeiros da lista
 - e. () Consegui uma lista de todos os alunos das escolas em ordem alfabética. Gerei 20 números aleatórios. Selecionei da lista de alunos aqueles que ocupavam posições equivalentes aos números aleatórios gerados.

- 2. Um estudo sobre o desempenho dos vendedores de uma grande cadeia de lojas de varejo está sendo planejado. Para tanto, deve ser colhida uma amostra probabilística dos vendedores. Classifique cada uma das amostras abaixo conforme a seguinte tipologia: (A) Amostragem casual simples (B) Amostragem Sistemática (C) Amostragem estratificada (D) Amostragem por meio de conglomerados
 - a. () Lista de todos os vendedores (que atuam em todas as lojas da rede). Selecionei todos vendedores que ocupavam posições múltiplas de 15 (15ª posição, 30ª posição, 45ª posição, 60ª posição, 75ª posição, 90ª posição, 105ª posição, etc)
 - b. () Escolhi casualmente 3 lojas da rede. A amostra foi composta de todos os vendedores que atualmente em cada uma destas 3 lojas.
 - c. () Em cada uma das lojas, identifiquei todos os vendedores (lista de vendedores por loja). Selecionei aleatoriamente k vendedores da loja. Onde k é um número inteiro proporcional à quantidade de vendedores da loja.
 - d. () Lista de todos os vendedores (que atuam em todas as lojas da rede). Selecionei aleatoriamente n vendedores.

3. Um biólogo deseja estimar o total populacional de determinado animal numa reserva florestal. Para isso ele dividiu a floresta em lotes de tamanhos aproximadamente iguais e selecionou uma amostra desses lotes, contando os animais encontrados. A Figura 1 mostra, esquematicamente, o mapa da reserva com a divisão feita. A amostra é formada pelos lotes onde aparecem os números de animais encontrados, que foram selecionados usando um processo de AAS.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a										
b	5									
С		9								
d							1			4
е						12				
f										
g									7	
h			11						10	
i										
j				12					4	

Figura 1: Mapa esquemático da reserva com o número de animais encontrados nos lotes selecionados

a. Faça uma tabela com os dados amostrais.

b. Use a amostra para estimar o número médio de animais e o número de animais da espécie em estudo na reserva.

4. Uma empresa está interessada em saber a quantidade de determinado mineral no solo. A Figura 2 mostra, esquematicamente, o mapa das possíveis áreas com a divisão feita. Defina por meio de amostragem aleatória simples uma amostra de tamanho 12 em que será medida a quantidade de minerais.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
а										
b										
С										
d										
е										
f										
g										
h			: .							
i										
j										

Figura 2: Mapa esquemático de lotes de terra

4. Sorteio Aleatório sem reposição usando o R.

```
p=c(1:100)
posA=sample(p, 12)
sort(posA)
```