
Cálculo 2

Exercícios de Fixação – Semana 4

Temas abordados: Teste da Convergência Absoluta; Séries de potências: Raio de convergência e Intervalo de convergência

1) Estude a convergência de cada uma das séries abaixo.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n-1}{2n+1}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{4n^2+1}$

(c) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{\ln(n)}$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{1+2\sqrt{n}}$

(e) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\ln(n)}{n}$

(f) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos(n\pi)}{n^3}$

2) Determine se cada uma das séries abaixo é convergente ou divergente.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{e^{\frac{1}{n}}}{n^3}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3}{2^n}$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt[4]{n}}$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{3^{1+3n}}$

3) Determine o raio e o intervalo de convergência de cada uma das séries abaixo.

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} (2x)^n$

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} (x+5)^n$

(c) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (4x+1)^n$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x-2)^n}{n}$

(e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{\sqrt{n}}$

(f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n\sqrt{n}3^n}$

4) Determine o raio de convergência e o valor da soma da série, em função de x , para a série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{9^n}.$$

RESPOSTAS

- 1) (a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n-1}{2n+1}$ diverge (termo geral não vai para zero)
- (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{4n^2+1}$ converge (Teste da Série Alternada)
- (c) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{\ln(n)}$ diverge (termo geral não vai para zero)
- (d) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{1+2\sqrt{n}}$ diverge (termo geral não vai para zero)
- (e) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\ln(n)}{n}$ converge (Teste da Série Alternada)
- (f) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos(n\pi)}{n^3}$ converge (Teste da Comparação fornece convergência absoluta)
- 2) (a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{e^{\frac{1}{n}}}{n^3}$, convergente (Teste da Comparação)
- (b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3}{2^n}$, convergente (Teste da Comparação)
- (c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt[4]{n}}$, convergente (Teste da Série Alternada)
- (d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{3^{1+3n}}$, divergente (Teste da Raiz)
- 3) Vamos usar a seguinte notação nas respostas abaixo:
- R: raio de convergência
IC: intervalo de convergência
- (a) $R = \frac{1}{2}$; IC: $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$;
- (b) $R = 1$; IC: $-6 < x < -4$;
- (c) $R = \frac{1}{4}$; IC: $-\frac{1}{2} < x < 0$;
- (d) $R = \frac{1}{3}$; IC: $\frac{1}{3} \leq x < 1$;
- (e) $R = 1$; IC: $0 \leq x < 2$;
- (f) $R = 3$; IC: $-3 \leq x \leq 3$.
- 4) O raio de convergência é $R = 9$ e a soma é $S(x) = \frac{x+1}{-x+10}$