Roteiro para Calcular Limites de Sequências

Passo 1: Identifique o tipo da sequencia
Observe a forma de a_n:

1. Fracoes de polinomios: a_n = P(n) / Q(n)
2. Com raizes ou radicais: a_n = n-root(f(n)) ou a_n = sqrt(n^2 + ...) - n
3. Alternantes: a_n = (-1)^n * f(n)
4. Exponenciais / logaritmos / fatoriais: (1 + 1/n)^n, ln(n)/n, etc.

Passo 2: Observe o comportamento quando n -> infinito

- Fracoes de polinomios: compare os graus do numerador e denominador:

Grau do numerador < grau do denominador -> Limite = 0
Grau igual -> Limite = razao dos coeficientes principais
Grau maior -> Limite = +infinito ou -infinito

- Sequencias com raiz: tente fatorar ou racionalizar.
  Ex.: sqrt(n^2 + 1) - n = 1 / (sqrt(n^2 + 1) + n) -> 0

- Sequencias alternantes: observe |a_n|. Se |a_n| -> 0, a sequencia converge; caso contrario, diverge oscilando.

- Exponenciais / logaritmos: use limites conhecidos, regra de L'Hopital ou propriedades de e.

Passo 3: Simplifique a expressao, se necessario

- Divida numerador e denominador pelo maior grau de n
- Racionalize raizes
- Separe modulo e sinal em alternantes

Passo 4: Determine N(epsilon) se quiser formalizar

- Dado epsilon > 0, encontre N tal que, para todo n >= N:
|a_n - L| < epsilon

- Isso serve para provar formalmente a convergencia da sequencia.

Passo 5: Conclua o limite

- Se todos os passos mostram que $|a_n - L|$ pode ser tornado arbitrariamente pequeno: sequencia convergente -> limite L
- Caso contrario: sequencia divergente (infinita ou oscilante)

Exemplo rapido:

$a_n = (3*n^2 + 5) / (6*n^2 - 4*n + 1)$

1. Tipo: fracao de polinomios
2. Grau numerador = 2, grau denominador = 2 -> igual grau
3. Limite = razao dos coeficientes principais -> 3/6 = 1/2
4. Sequencia convergente: limite = 1/2