Roteiro para Calcular Limites de Sequências

Passo 1: Identifique o tipo da sequência

Observe a forma de a_n:

1. **Frações de polinômios:** $a_n = P(n) / Q(n)$
2. **Com raízes ou radicais:** $a_n = \sqrt[n]{f(n)}$ ou $a_n = \sqrt{n^2 + \ldots} - n$
3. **Alternantes:** $a_n = (-1)^n \times f(n)$
4. **Exponenciais / logaritmos / fatoriais:** $(1 + 1/n)^n$, $\ln(n)/n$, etc.

Passo 2: Observe o comportamento quando $n \to \infty$

- **Frações de polinômios:** compare os graus do numerador e denominador:

Grau do numerador < grau do denominador	Limite
menor	0
igual	razão dos coeficientes principais
maior	$+\infty$ ou $-\infty$

- **Sequências com raiz:** tente fatorar ou racionalizar.

- Ex.: $\sqrt{n^2 + 1} - n = 1 / (\sqrt{n^2 + 1} + n) \to 0$

- **Sequências alternantes:** observe $|a_n|$. Se $|a_n| \to 0$, a sequência converge; caso contrário, pode divergir oscilando.

- **Exponenciais / logaritmos:** use limites conhecidos, regra de l'Hôpital ou propriedades de e.

Passo 3: Simplifique a expressão, se necessário

- Divida numerador e denominador pelo maior grau de n
- Racionalize raízes
- Separe módulo e sinal em alternantes

Passo 4: Determine $N(\varepsilon)$ se quiser formalizar

- Dado $\varepsilon > 0$, encontre N tal que, para todo $n \geq N$:

$|a_n - L| < \varepsilon$

- Isso serve para provar formalmente a convergência da sequência.

Passo 5: Conclua o limite

- Se todos os passos mostram que $|a_n - L|$ pode ser tornado arbitrariamente pequeno: **sequência convergente** → limite L
- Caso contrário: **sequência divergente** (pode ser infinita ou oscilante)

💡 **Exemplo rápido:**

$a_n = (3n^2 + 5) / (6n^2 - 4n + 1)$

1. Tipo: fração de polinômios
2. Grau numerador = 2, grau denominador = 2 → igual grau
3. Limite = razão dos coeficientes principais → 3/6 = 1/2
4. Sequência convergente: limite = 1/2