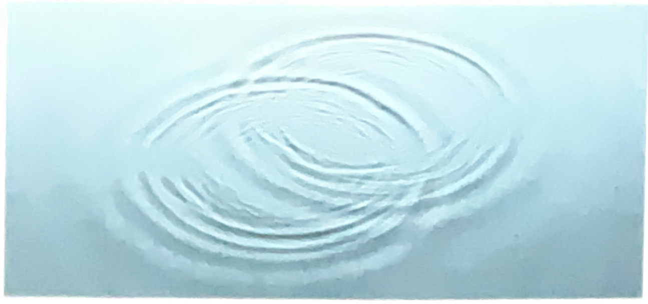
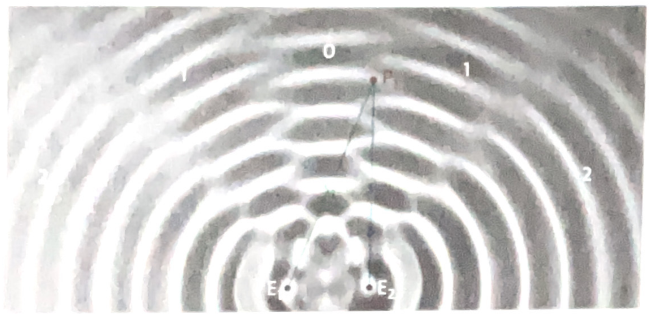
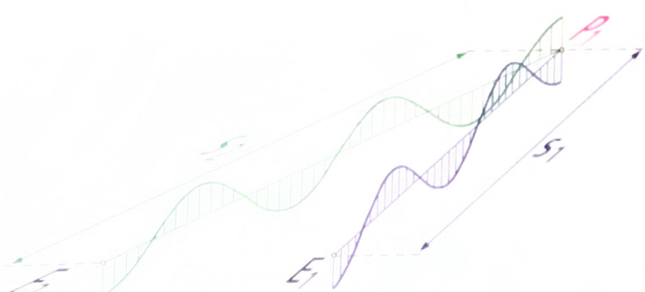


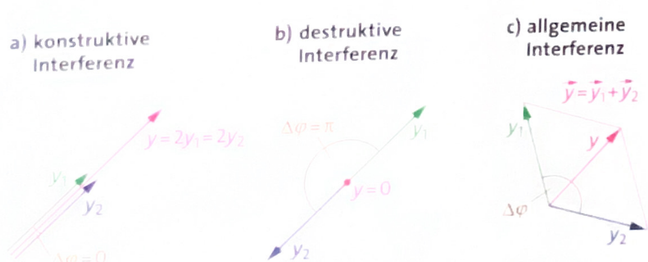
132.1 Zwei Kreiswellensysteme überlagern sich und laufen danach ungestört und in ursprünglicher Form weiter.



132.2 Interferenz zweier Kreiswellensysteme. E_1, E_2 Erregerzentren; 0, 1, 2 Bereiche des 0., 1. und 2. Maximums; dazwischen die Linien der Auslöschung, Minima 1. und 2. Ordnung, die Teile von Hyperbeln sind.



132.3 Von E_1 und E_2 gehen Wellenstrahlen aus, die sich in P_1 überlagern. Ihr Gangunterschied in P_1 ist $\Delta s = s_2 - s_1 = 2\frac{1}{2}\lambda - 2\lambda = \frac{1}{2}\lambda$, entsprechend einer Phasendifferenz von π: Die beiden Schwingungen heben sich auf; P_1 liegt auf einer Linie der Auslöschung.



132.4 Zeigerdiagramm. a) Phasendifferenz $\Delta\varphi = 0, 2\pi, 4\pi$: Zeiger addieren sich maximal
b) $\Delta\varphi = \pi, 3\pi, 5\pi$: Zeiger löschen sich aus
c) andere Winkel: Zeiger addieren sich (nur) vektoriell

3.4 Wechselwirkungen von Wellen

Alle Wellen zeigen einheitlich charakteristische Phänomene bei der Wechselwirkung miteinander oder mit Materie, die z. T. in ihrer Ausprägung von der Wellenlänge und der gegenseitigen Phasenlage abhängen.

3.4.1 Interferenz zweier Kreiswellen

Wenn zwei Wassertropfen gleichzeitig in einigem Abstand in die Wellenwanne fallen, so breiten sich zwei Kreiswellensysteme aus, die sich teilweise überlagern und durchdringen, ohne sich dabei aber gegenseitig zu stören (**Abb. 132.1**). Das ergibt sich aus dem Überlagerungsverhalten von Schwingungen (→ 3.2.1).

Prinzip der ungestörten Überlagerung von Wellen: Treffen an einer Stelle eines Wellenträgers mehrere Wellen aufeinander, so addieren sich dort die Elongationen der Schwingungen. Nach dem Zusammentreffen laufen die Wellen ungestört weiter. Die ungestörte Überlagerung mehrerer Wellen von gleicher Frequenz (und damit gleicher Wellenlänge) wird als **Interferenz** bezeichnet.

Versuch 1: Werden zwei punktförmige Erreger E_1 und E_2 (mit regulierbarem Abstand) in den Schwinger des Wellenerzeugers über der Wellenwanne eingeklemmt, so sind im Wellenfeld bei stroboskopischer Beleuchtung ortsfeste Linien zu erkennen, auf denen die Wellenbewegung (fast) zur Ruhe kommt (**Abb. 132.2**) ◄.

Erklärung: Von den beiden in Phase schwingenden Erregern gehen Kreiswellen gleicher Frequenz und Wellenlänge aus. Ein beliebiger Oszillator im Wellenfeld, z. B. in P_1, wird daher immer von zwei Wellen erfasst (**Abb. 132.3**) und von beiden zu erzwungenen Schwingungen derselben Frequenz angeregt. Diese beiden Schwingungen überlagern sich zu einer resultierenden Schwingung.
Entscheidend für das Ergebnis der Überlagerung in einem angenommenen Punkt des Wellenfeldes, z. B. in P_1, ist die dortige Phasendifferenz der beiden Schwingungen. Sie berechnet sich wie folgt:
Je weiter im Wellenfeld eines einzelnen Erregers die Oszillatoren vom Erreger entfernt sind, umso weiter bleiben die Phasen ihrer Schwingungen hinter der des Erregers zurück. So schwingt ein Oszillator im Abstand λ oder $n\lambda$ der Schwingung des Erregers mit der Phase 2π oder $n \cdot 2\pi$, was in der Wirkung gleichbedeutend mit einer Phase 2π ist, hinterher. Ein Oszillator im Abstand s_1 vom Erreger bleibt wegen $s/\lambda = \varphi/2\pi$ hinter der Erregerschwingung um die Phase $\varphi_1 = 2\pi(s_1/\lambda)$ zurück.

An jedem Ort treten stets zwei Schwingungen auf, nämlich die vom Erreger E_1 und vom Erreger E_2 erzeugt und die mit den Phasen φ_1 und φ_2 hinter den Schwingungen ihrer Erreger zurückgeblieben sind. Untereinander weisen beide Schwingungen an dem betrachteten Ort die entscheidende Phasendifferenz

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{s_2 - s_1}{\lambda}\, 2\pi = 2\pi \frac{\Delta s}{\lambda}$$

auf. Die Phasendifferenz $\Delta\varphi$ lässt sich danach aus der Wegdifferenz Δs, dem *Gangunterschied*, berechnen.

> Der **Gangunterschied Δs** zweier Wellen an einem Ort im Wellenfeld ist die Wegdifferenz $\Delta s = s_2 - s_1$ der Strecken s_1 und s_2 ($s_2 > s_1$) von diesem Ort zu den beiden Erregern E_1 und E_2.

Da für jeden Ort im Wellenfeld die zwei Werte s_1 und s_2 eindeutig bestimmt sind, gehört zu jedem Ort eine feste Phasendifferenz.
Mithilfe der Phasendifferenz können nun die in der Wellenwanne beobachteten Interferenzerscheinungen verstanden werden. Das Ergebnis der Überlagerung der beiden Schwingungen liefert die Zeigerdarstellung (**Abb. 132.4**): Phasendifferenzen, für die die Zeiger stets dieselbe Richtung haben – das sind alle Vielfachen von 2π –, entsprechen maximaler Verstärkung der Schwingungen oder **konstruktiver Interferenz.** Haben die Zeiger entgegengesetzte Richtungen – das ist bei allen ungeradzahligen Vielfachen von π der Fall –, so ergibt sich maximale Abschwächung oder **destruktive Interferenz** und bei gleicher Amplitude Auslöschung.

> Bei Interferenz zweier Wellen gleicher Frequenz ergibt sich
>
> **maximale Verstärkung (konstruktive Interferenz)** bei einer Phasendifferenz $\Delta\varphi = n\,2\pi$, entsprechend einem Gangunterschied von
>
> $\Delta s = n\lambda$, mit $n = 0, 1, 2, \dots$
>
> **maximale Abschwächung (destruktive Interferenz)** bei einer Phasendifferenz $\Delta\varphi = (2n - 1)\pi$, entsprechend einem Gangunterschied von
>
> $\Delta s = (2n - 1)\lambda/2$, mit $n = 1, 2, 3, \dots$

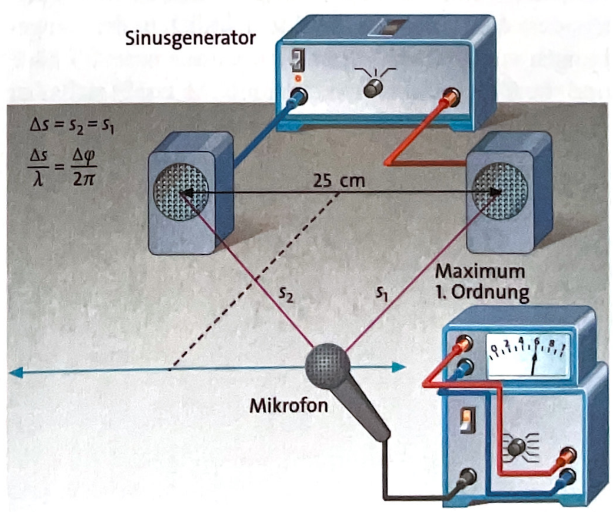
In **Abb. 132.2** ist auf der Symmetrieachse $\Delta s = 0$, die Schwingungen verstärken sich maximal. Hier liegt mit $n = 0$ das *Interferenzmaximum 0. Ordnung*. In den Punkten der auf beiden Seiten folgenden schwingungsfreien Kurven ist $\Delta s = \lambda/2$; die Schwingungen schwächen sich. Hier liegt das *Interferenzminimum 1. Ordnung*. Bei gleicher Amplitude löschen sie sich vollständig aus. Daran schließen sich auf beiden Seiten die *Interferenzmaxima 1. Ordnung* an, $\Delta s = \lambda$ usw.

Akustische Interferenz

Versuch 2: Zwei Lautsprecher werden an einen Sinusgenerator mit der Frequenz 3400 Hz angeschlossen und in einem Abstand von ca. 25 cm aufgestellt (**Abb. 133.1**). Wird nun ein Mikrofon, das über einen Verstärker mit einem Strommessgerät verbunden ist, parallel zur Verbindungsstrecke der beiden Lautsprecher durch das Wellenfeld geführt, so registriert das Messgerät eine Reihe aufeinanderfolgender Maxima und Minima.
Beobachtung: Genau auf der Mittelsenkrechten zur Verbindungsstrecke der Lautsprecher liegt das sogenannte Maximum 0. Ordnung. Wird das Mikrofon an den Ort des nächsten Maximums gebracht und werden die Abstände dieses Ortes zu den beiden Lautsprechern gemessen, so ergibt sich als Differenz die Wellenlänge λ. Dies ist ein Maximum 1. Ordnung. ◄

Auch bei diesem Versuch sind die Schwingungen der beiden Lautsprecher, von denen die Schallwellen ausgingen, in Phase. Interferenzerscheinungen lassen sich jedoch auch beobachten, wenn die beiden Erregerzentren nicht in Phase sind. Allerdings ist es notwendig, dass sie mit konstanter Phasendifferenz senden, da sich andernfalls die Interferenzverhältnisse an einem Beobachtungsort im Wellenfeld ständig ändern.

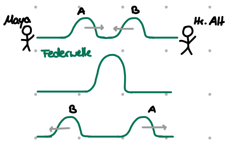
> Wellen, die von Erregerzentren ausgehen, die eine konstante Phasendifferenz haben, heißen **kohärent. Kohärenz** ist eine unabdingbare Voraussetzung für die Entstehung eines über längere Zeit beobachtbaren Interferenzphänomens.



133.1 Zwei Lautsprecher, die Schwingungen der Frequenz $f = 3400$ Hz aussenden, erzeugen ein Wellenfeld, in dem die Maxima und Minima mit einem Mikrofon registriert werden. Am Ort eines Maximums 1. Ordnung beträgt die Differenz der Abstände zu den Lautsprechern λ.

Die Interferenz von Wellen

Experiment:



Beobachtung: Beide Wellenberge laufen aufeinander zu. Wenn sie sich treffen entsteht ein Wellenberg mit der doppelten Amplitude.

Danach laufen die Wellenberge ungestört in ihre ursprüngliche Richtung weiter

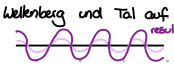
Erklärung: Wellen überlagern sich ungestört. Den Vorgang der Überlagerung nennen wir Interferenz, das Prinzip, dass Wellen nach dem Zusammentreffen ungestört weiterlaufen, Superpositionsprinzip.

Bei der Überlagerung addieren sich ihre Amplituden zur Amplitude der resultierenden Welle.

3 Arten der Interferenz:

1) konstruktive Interferenz: Wellenberg trifft auf Wellenberg und Tal auf Tal

→ maximale Verstärkung der Amplitude

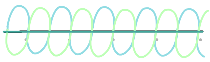


Bedingung: Die Phasendifferenz (Wegunterschied) beider Wellen muss ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge betragen.

$\Delta s = n \cdot \lambda$ $\quad n = 0; 1; 2; \ldots$

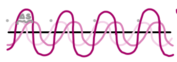
2) destruktive Interferenz: Wellenberg trifft auf Tal

→ komplette Auslöschung → Resultierende Welle = 0

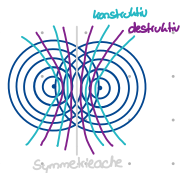


Bedingung: $\Delta s = (n + \frac{1}{2}) \lambda$ $\quad n = 0; 1; 2; \ldots$

3) Allgemeine Interferenz: Alle Phasen zwischen konstruktiver und destruktiver Interferenz

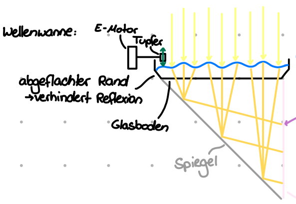


Interferenz von Kreiswellen



Licht → Skoposkop → Frequenz an Tupfer gekoppelt, damit ein stehendes Wellenbild erscheint

Die Wellenwanne:



Wellental streut das Licht → konkave Streulinse

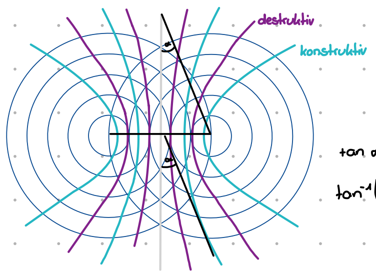
Heller Bereich → Bündelung der Lichtstrahlen → Wellenberg

Dunkler Bereich → Streuung des Lichtstahls → Wellental

Milchglasscheibe mit Projektion des Wellenbilds

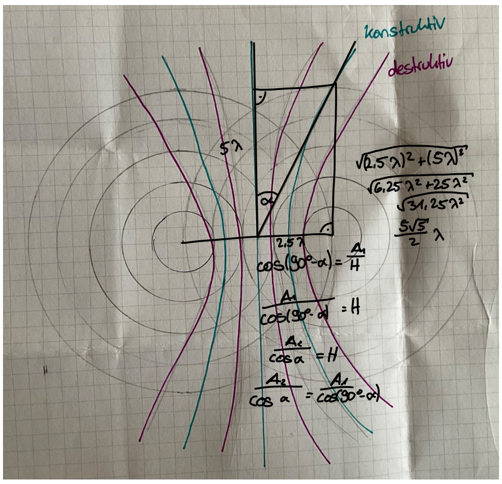
S.134

2 a)



$\tan \alpha = \frac{G}{A}$

$\tan^{-1}\left(\frac{2{,}5\lambda}{5\lambda}\right) \approx 26{,}57°$



a) geg.: $\Delta s = 5\lambda$

ges.: α Maximum 1. Ordnung

Lsg.: $\frac{5\lambda}{\cos\alpha} = \frac{2{,}5\lambda}{\cos(90° - \alpha)}$ $\quad | : 2{,}5\lambda$

$\frac{2}{\cos\alpha} = \frac{1}{\cos(90° - \alpha)}$ $\quad | (\,)^{-1}$ $\qquad$ TR: $\alpha = 26{,}57°$

$\frac{1}{2}\cos\alpha = \cos(90° - \alpha)$ $\quad | \cos^{-1}$

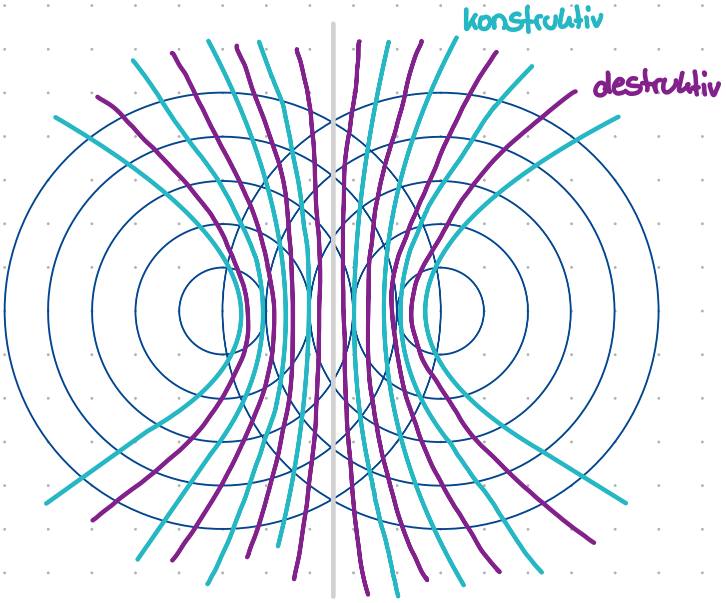
$60\alpha = 90° - \alpha$ $\quad | + \alpha \quad | : 61$

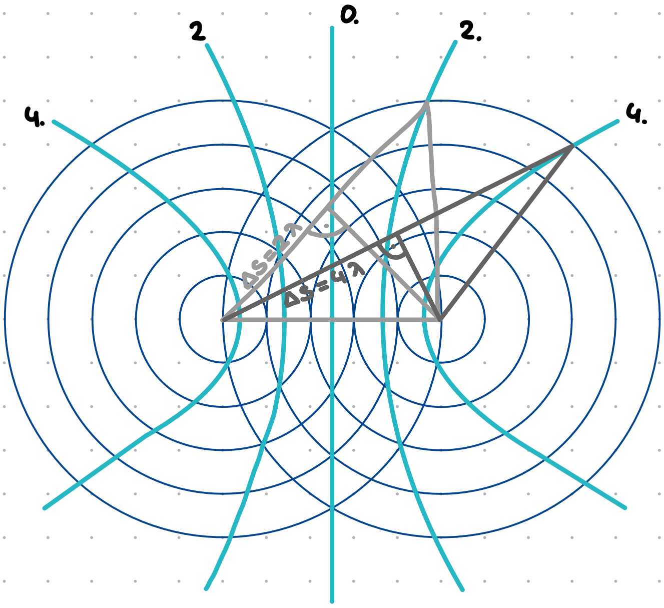
$\alpha = 1{,}48°$

b) 4 pro Seite (s. Skizze) insgesammt 9

c) größtes Zahl, die kleiner/gleich ist wie Abstand als Vielfaches der Wellenlänge

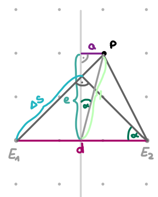
! $\tan^{-1}\left(\frac{\lambda}{5\lambda}\right) \approx 11{,}31°$





Maximale Anzahl an sichtbaren Maxima auf einer Seite des Maximums 0. Ordnung

$n = \frac{d}{\lambda} - 1$



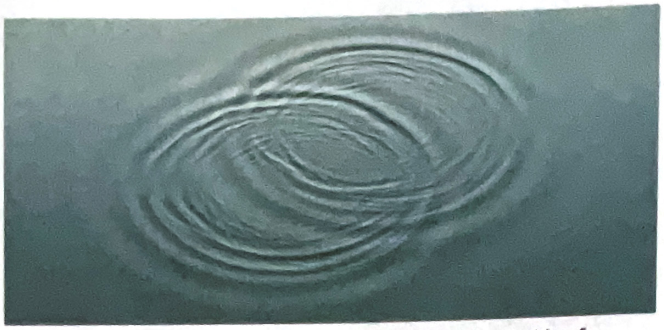
$\sin\alpha = \frac{\Delta s}{d}$ $\quad l = \sqrt{a^2+e^2}$

$\tan\alpha = \frac{a}{e}$ $\quad \sin\alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2+e^2}}$ $\quad \frac{\Delta s}{d} = \frac{a}{\sqrt{a^2+e^2}} \quad | \cdot d$

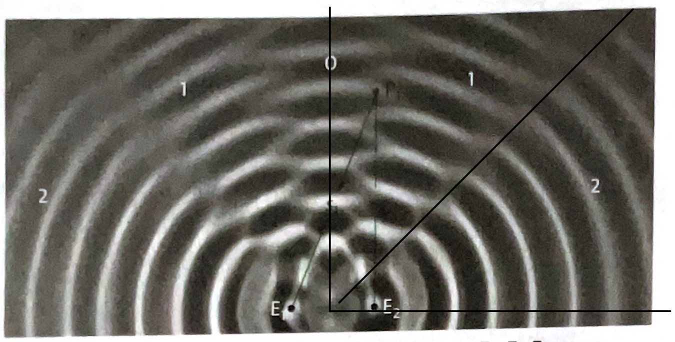
$\Delta s = \frac{a d}{\sqrt{a^2+e^2}}$ $\quad \Delta s = n \cdot \lambda \quad n = 0; 1, 2, \ldots$

$n \cdot \lambda = \frac{a \cdot d}{\sqrt{a^2 \cdot e^2}}$

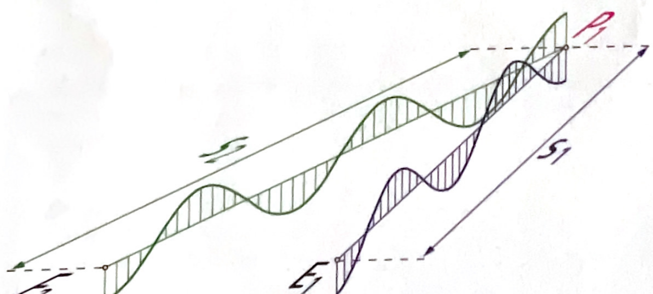
$\lambda = \frac{a \cdot d}{\sqrt{a^2 \cdot e^2} \cdot n}$ Interferenzgesetz



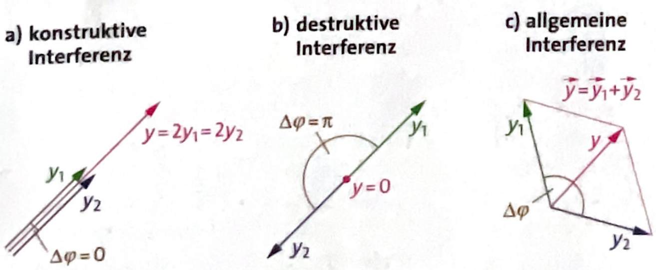
132.1 Zwei Kreiswellensysteme überlagern sich und laufen danach ungestört und in ursprünglicher Form weiter.



132.2 Interferenz zweier Kreiswellensysteme. E_1, E_2 Erregerzentren; 0, 1, 2 Bereiche des 0., 1. und 2. Maximums; dazwischen die Linien der Auslöschung, Minima 1. und 2. Ordnung, die Teile von Hyperbeln sind.



132.3 Von E_1 und E_2 gehen Wellenstrahlen aus, die sich in P_1 überlagern. Ihr Gangunterschied in P_1 ist $\Delta s = s_2 - s_1 = 2\frac{1}{2}\lambda - 2\lambda = \frac{1}{2}\lambda$, entsprechend einer Phasendifferenz von π: Die beiden Schwingungen heben sich auf; P_1 liegt auf einer Linie der Auslöschung.



132.4 Zeigerdiagramm. **a)** Phasendifferenz $\Delta\varphi = 0, 2\pi, 4\pi$: Zeiger addieren sich maximal
b) $\Delta\varphi = \pi, 3\pi, 5\pi$: Zeiger löschen sich aus
c) andere Winkel: Zeiger addieren sich (nur) vektoriell

3.4 Wechselwirkungen von Wellen

Alle Wellen zeigen einheitlich charakteristische Phänomene bei der Wechselwirkung miteinander oder mit Materie, die z. T. in ihrer Ausprägung von der Wellenlänge und der gegenseitigen Phasenlage abhängen.

3.4.1 Interferenz zweier Kreiswellen

Wenn zwei Wassertropfen gleichzeitig in einigem Abstand in die Wellenwanne fallen, so breiten sich zwei Kreiswellensysteme aus, die sich teilweise überlagern und durchdringen, ohne sich dabei aber gegenseitig zu stören (**Abb. 132.1**). Das ergibt sich aus dem Überlagerungsverhalten von Schwingungen (→ 3.2.1).

Prinzip der ungestörten Überlagerung von Wellen: Treffen an einer Stelle eines Wellenträgers mehrere Wellen aufeinander, so addieren sich dort die Elongationen der Schwingungen. Nach dem Zusammentreffen laufen die Wellen ungestört weiter. Die ungestörte Überlagerung mehrerer Wellen von gleicher Frequenz (und damit gleicher Wellenlänge) wird als **Interferenz** bezeichnet.

Versuch 1: Werden zwei punktförmige Erreger E_1 und E_2 (mit regulierbarem Abstand) in den Schwinger des Wellenerzeugers über der Wellenwanne eingeklemmt, so sind im Wellenfeld bei stroboskopischer Beleuchtung ortsfeste Linien zu erkennen, auf denen die Wellenbewegung (fast) zur Ruhe kommt (**Abb. 132.2**) ◂.

Erklärung: Von den beiden in Phase schwingenden Erregern gehen Kreiswellen gleicher Frequenz und Wellenlänge aus. Ein beliebiger Oszillator im Wellenfeld, z. B. in P_1, wird daher immer von zwei Wellen erfasst (**Abb. 132.3**) und von beiden zu erzwungenen Schwingungen derselben Frequenz angeregt. Diese beiden Schwingungen überlagern sich zu einer resultierenden Schwingung.
Entscheidend für das Ergebnis der Überlagerung in einem angenommenen Punkt des Wellenfeldes, z. B. in P_1, ist die dortige Phasendifferenz der beiden Schwingungen. Sie berechnet sich wie folgt:
Je weiter im Wellenfeld eines einzelnen Erregers die Oszillatoren vom Erreger entfernt sind, umso weiter bleiben die Phasen ihrer Schwingungen hinter der des Erregers zurück. So schwingt ein Oszillator im Abstand λ oder $n\lambda$ der Schwingung des Erregers mit der Phase 2π oder $n \cdot 2\pi$, was in der Wirkung gleichbedeutend mit einer Phase 2π ist, hinterher. Ein Oszillator im Abstand s_1 vom Erreger bleibt wegen $s/\lambda = \varphi/2\pi$ hinter der Erregerschwingung um die Phase $\varphi_1 = 2\pi(s_1/\lambda)$ zurück.

An jedem Ort treten stets zwei Schwingungen auf, nämlich die vom Erreger E_1 und vom Erreger E_2 erzeugt und die mit den Phasen φ_1 und φ_2 hinter den Schwingungen ihrer Erreger zurückgeblieben sind. Untereinander weisen beide Schwingungen an dem betrachteten Ort die entscheidende Phasendifferenz

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{s_2 - s_1}{\lambda}\, 2\pi = 2\pi\,\frac{\Delta s}{\lambda}$$

auf. Die Phasendifferenz $\Delta\varphi$ lässt sich danach aus der Wegdifferenz Δs, dem *Gangunterschied*, berechnen.

> Der **Gangunterschied Δs** zweier Wellen an einem Ort im Wellenfeld ist die Wegdifferenz $\Delta s = s_2 - s_1$ der Strecken s_1 und s_2 ($s_2 > s_1$) von diesem Ort zu den beiden Erregern E_1 und E_2.

Da für jeden Ort im Wellenfeld die zwei Werte s_1 und s_2 eindeutig bestimmt sind, gehört zu jedem Ort eine feste Phasendifferenz.
Mithilfe der Phasendifferenz können nun die in der Wellenwanne beobachteten Interferenzerscheinungen verstanden werden. Das Ergebnis der Überlagerung der beiden Schwingungen liefert die Zeigerdarstellung (**Abb. 132.4**): Phasendifferenzen, für die die Zeiger stets dieselbe Richtung haben – das sind alle Vielfachen von 2π –, entsprechen maximaler Verstärkung der Schwingungen oder **konstruktiver Interferenz.** Haben die Zeiger entgegengesetzte Richtungen – das ist bei allen ungeradzahligen Vielfachen von π der Fall –, so ergibt sich maximale Abschwächung oder **destruktive Interferenz** und bei gleicher Amplitude Auslöschung.

> Bei Interferenz zweier Wellen gleicher Frequenz ergibt sich
>
> **maximale Verstärkung (konstruktive Interferenz)** bei einer Phasendifferenz $\Delta\varphi = n\,2\pi$, entsprechend einem Gangunterschied von
>
> $\Delta s = n\lambda$, mit $n = 0, 1, 2, \dots$
>
> **maximale Abschwächung (destruktive Interferenz)** bei einer Phasendifferenz $\Delta\varphi = (2n-1)\pi$, entsprechend einem Gangunterschied von
>
> $\Delta s = (2n-1)\lambda/2$, mit $n = 1, 2, 3, \dots$

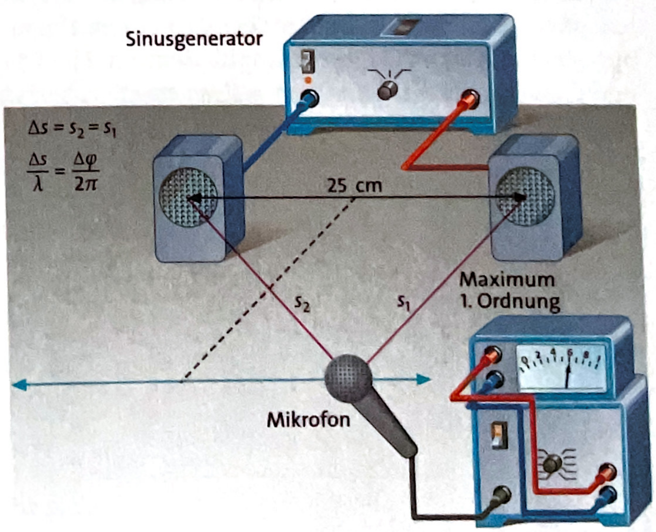
In **Abb. 132.2** ist auf der Symmetrieachse $\Delta s = 0$, die Schwingungen verstärken sich maximal. Hier liegt mit $n = 0$ das *Interferenzmaximum 0. Ordnung.* In den Punkten der auf beiden Seiten folgenden schwingungsfreien Kurven ist $\Delta s = \lambda/2$; die Schwingungen schwächen sich. Hier liegt das *Interferenzminimum 1. Ordnung*. Bei gleicher Amplitude löschen sie sich vollständig aus. Daran schließen sich auf beiden Seiten die *Interferenzmaxima 1. Ordnung* an, $\Delta s = \lambda$ usw.

Akustische Interferenz

Versuch 2: Zwei Lautsprecher werden an einen Sinusgenerator mit der Frequenz 3400 Hz angeschlossen und in einem Abstand von ca. 25 cm aufgestellt (**Abb. 133.1**). Wird nun ein Mikrofon, das über einen Verstärker mit einem Strommessgerät verbunden ist, parallel zur Verbindungsstrecke der beiden Lautsprecher durch das Wellenfeld geführt, so registriert das Messgerät eine Reihe aufeinanderfolgender Maxima und Minima.
Beobachtung: Genau auf der Mittelsenkrechten zur Verbindungsstrecke der Lautsprecher liegt das sogenannte Maximum 0. Ordnung. Wird das Mikrofon an den Ort des nächsten Maximums gebracht und werden die Abstände dieses Ortes zu den beiden Lautsprechern gemessen, so ergibt sich als Differenz die Wellenlänge λ. Dies ist ein Maximum 1. Ordnung. ◂

Auch bei diesem Versuch sind die Schwingungen der beiden Lautsprecher, von denen die Schallwellen ausgingen, in Phase. Interferenzerscheinungen lassen sich jedoch auch beobachten, wenn die beiden Erregerzentren nicht in Phase sind. Allerdings ist es notwendig, dass sie mit konstanter Phasendifferenz senden, da sich andernfalls die Interferenzverhältnisse an einem Beobachtungsort im Wellenfeld ständig ändern.

> Wellen, die von Erregerzentren ausgehen, die eine konstante Phasendifferenz haben, heißen **kohärent. Kohärenz** ist eine unabdingbare Voraussetzung für die Entstehung eines über längere Zeit beobachtbaren Interferenzphänomens.



133.1 Zwei Lautsprecher, die Schwingungen der Frequenz $f = 3400$ Hz aussenden, erzeugen ein Wellenfeld, in dem die Maxima und Minima mit einem Mikrofon registriert werden. Am Ort eines Maximums 1. Ordnung beträgt die Differenz der Abstände zu den Lautsprechern λ.

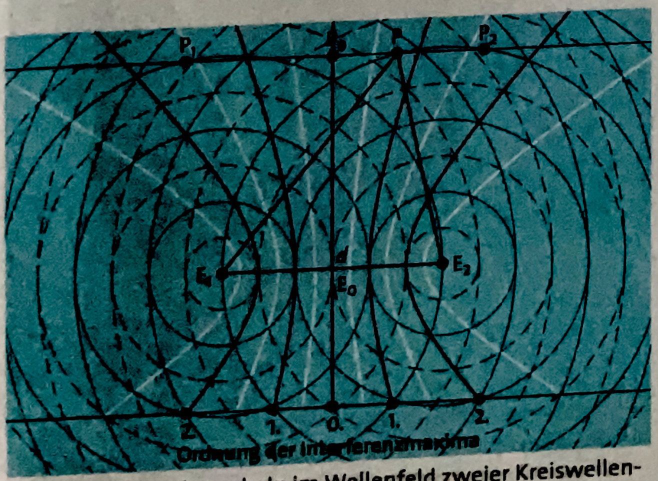
Interferenzkurven

Im Interferenzfeld der **Abb. 134.1** liegen die Maxima und Minima auf Kurven, für deren Punkte die Differenz der Abstände zu den beiden Erregerzentren konstant – und zwar gleich dem jeweiligen Gangunterschied – ist. Diese Kurven sind sogenannte *konfokale Hyperbeln*, d.h. Hyperbeln mit gleichem Brennpunkt (focus, lat.: Brennpunkt).

> Zwei kohärente Kreiswellenerreger erzeugen durch Interferenz ein symmetrisches Wellenfeld aus (konfokalen) *Interferenzhyperbeln* maximaler Verstärkung und (fast) völliger Auslöschung. Die Punkte mit Gangunterschieden
> $\Delta s = n\lambda$ liegen auf Hyperbeln konstruktiver Interferenz ($n = 0, 1, 2, \ldots$),
> $\Delta s = (2n - 1)\lambda/2$ liegen auf Hyperbeln destruktiver Interferenz ($n = 1, 2, \ldots$).

Energieverteilung im Interferenzfeld

Jeder Erreger für sich erzeugt an jeder Stelle P auf der Linie P_1P_2 (**Abb. 134.1**) Schwingungen mit annähernd gleicher Amplitude $\hat{y}$. Also wird von jedem Wellenzentrum nach P Energie übertragen. Ohne Interferenz würde daher zu jedem Punkt P auf der betrachteten Linie ständig die Energie $E \sim 2\hat{y}^2$ (→ 3.1.3) transportiert.
Durch Interferenz entstehen längs P_1P_2 jedoch Schwingungen verschiedener Amplitude. So hat die Amplitude an den Schnittstellen mit den gestrichelt dargestellten Hyperbeln stets den Wert null, während sie an den Schnittstellen mit den durchgezogen dargestellten Hyperbeln dauernd ungefähr den Wert $2\hat{y}$ besitzt. Stark vereinfacht lässt sich die Energieverteilung so vorstellen, dass die Hälfte aller Punkte (nämlich in den Umgebungen von Maxima) diesen Amplitudenwert $2\hat{y}$ hätte und die übrige Hälfte den Wert null, so ergibt sich: Zur einen Hälfte der Punkte wird bei Interferenz die Energie $E \sim (2\hat{y})^2 = 4\hat{y}^2$ transportiert, zur anderen Hälfte die Energie $E = 0$. Im Mittel erhält wieder jeder Punkt die Energie $E \sim 2\hat{y}^2$.



134.1 Interferenzhyperbeln im Wellenfeld zweier Kreiswellensysteme

> Durch Interferenz wird die Energieverteilung im Wellenfeld geändert. Die Energiesumme bleibt jedoch erhalten.

Die überraschende Tatsache, dass an die Stellen der Interferenzminima kaum Energie gelangt, obwohl jeder Sender dorthin Energie sendet, folgt aus der Welleneigenschaft. *Die Amplituden der Schwingungen addieren sich entsprechend ihrer Phasendifferenz, nicht aber die Energien*; die Energie wird infolge der Interferenz nur in anderer Weise räumlich verteilt.

Nachweis einer Wellenstrahlung: Damit ist ein Kriterium gefunden, das in allen Gebieten der Physik bei der Frage herangezogen wird, ob eine Energieübertragung durch Materietransport oder durch Wellen erfolgt. Entstehen in einem Überlagerungsgebiet, in das zwei Sender Energie ausstrahlen, energiefreie Zonen, ist dies als entscheidender Hinweis auf die Welleneigenschaft der betrachteten Strahlung zu werten.

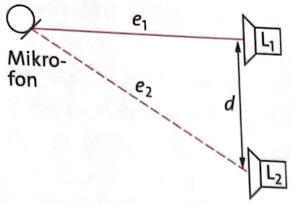
Aufgaben

1. Zeichnen Sie eine Interferenzfigur, die entsteht, wenn der Erreger E_2 gegenüber E_1 mit der Phasenverschiebung $\Delta\varphi = \pi$ schwingt. (Zeichnung $E_1E_2 = 6{,}0$ cm; $\lambda = 2{,}0$ cm; Wellenberge durchgezogen, Wellentäler gestrichelt; Interferenzstreifen durch den jeweiligen Phasenunterschied kennzeichnen.)
2. Zwei phasengleich schwingende Wellenerreger erzeugen Kreiswellen der Wellenlänge λ. Ihr Abstand beträgt die fünffache Wellenlänge.
   a) Berechnen Sie den Winkel, den der „gerade Teil" des Interferenzmaximums 1. Ordnung mit der Symmetrieachse bildet.
   b) Ermitteln Sie die Zahl der Interferenzhyperbeln (Interferenzmaxima), die erzeugt werden.
   c) Bestimmen Sie den Zusammenhang zwischen der Anzahl der Interferenzhyperbeln und dem Abstand der Wellenerreger bei vorgegebener Wellenlänge.

*3. Ist in **Abb. 134.1** die Entfernung $e = E_0P_0$ sehr viel größer als der Abstand $d = E_1E_2$ der beiden phasengleich schwingenden Erreger E_1 und E_2, weiter α der Winkel zwischen der Symmetrieachse von E_1 und E_2 und der Verbindung E_0P und Δs der Gangunterschied der beiden von E_1 und E_2 zu P ausgehenden Wellenstrahlen s_1 und s_2, so gilt mit $P_0P = a_n$ angenähert:
   a) $\sin\alpha = \Delta s/d$ und $\tan\alpha = PP_0/E_0P_0 = a_n/e$ und für kleine Winkel schließlich $\Delta s/d = a_n/e$;
   b) für Interferenzmaxima $\sin\alpha = n\lambda/d$ oder $n\lambda \approx (a_n d)/e$;
   c) für Interferenzminima $\sin\alpha = (2n-1)\lambda/(2d)$ oder $\left(n - \frac{1}{2}\right)\lambda \approx (a_n d)/e$.
   Begründen Sie die Beziehungen anhand einer Zeichnung.

b) Zeichnen Sie die stehende Welle der Schwingung des Messingstabes und die der Geschwindigkeitswelle in der mit Luft gefüllten Röhre.

11. Zwei im Abstand von $d = 2{,}0$ m nebeneinanderstehende Lautsprecher senden phasengleich Frequenzen im Hörbereich aus, die von einem Mikrofon, das 3,75 m genau senkrecht vor dem ersten Lautsprecher steht, aufgenommen werden.



Ermitteln Sie allgemein die Frequenzen und in Beträgen die drei kleinsten und drei größten im Bereich von 20 Hz bis 20 kHz, die sich **a)** maximal verstärken, **b)** maximal abschwächen.
Die Schallgeschwindigkeit sei $c = 340$ m/s.

12. Eine gedämpfte harmonische Federschwingung, Masse des Oszillators $m = 0{,}62$ kg, Federkonstante $D = 5{,}5$ N/m, Dämpfungskonstante $k = 8{,}5 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{s}^{-1}$, klingt von der Anfangsamplitude $\hat{y}_0 = 4{,}5$ cm auf $\hat{y}_e = 1{,}5$ cm ab.
a) Ermitteln Sie die Zeit und die Anzahl der Schwingungen dieses Abklingvorganges.
b) Berechnen Sie die Anfangsamplituden der einzelnen Schwingungen und zeichnen Sie den Abklingvorgang mit den einzelnen Schwingungen.

13. Die Amplitude $\hat{p}$ des Schalldrucks hängt mit der Dichte ρ der Luft, der Schallgeschwindigkeit v, der Frequenz f und der Amplitude $\hat{y}$ der Schwingung eines Luftmoleküls, das von der Schallwelle erfasst wird, über die Beziehung $\hat{p} = 2\pi f v \rho \hat{y}$ zusammen. Ein Ton der Frequenz $f = 400$ Hz ist (bei 20 °C) eben noch zu hören, wenn seine Schalldruckamplitude $\hat{p} = 8 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{N/m^2} = 80\,\mu\mathrm{Pa}$ beträgt.
a) Berechnen Sie die Amplitude der Schwingung.
b) Bestimmen sie mithilfe der ersten Ableitung der Wellengleichung die maximale Geschwindigkeit des Teilchens, die Amplitude der Schallschnelle.

14. Ein punktförmiger Wellenerreger erzeugt Kreiswellen mit der Wellenlänge $\lambda = 1{,}2$ cm. Wird der Erreger relativ zur Wanne bewegt, so beträgt die Wellenlänge vor dem Erreger $\lambda = 0{,}8$ cm.
a) Berechnen Sie das Verhältnis der Wellengeschwindigkeit zur Geschwindigkeit des Wellenerregers.
b) Bestimmen Sie die Wellenlänge, die ein Beobachter hinter dem Wellenerreger beobachtet.

15. Fährt ein Rennwagen an einem Zuschauer vorbei, ist die Frequenz des Motors $f_1 = 288$ Hz; beim Entfernen hört der Zuschauer den Motor mit der Frequenz $f_2 = 178$ Hz. Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Rennwagens und die Drehzahl des Motors. (Die Schallgeschwindigkeit beträgt 340 m/s.)

16. Eine Stimmgabel wird an einer $l = 87$ cm langen Schnur waagerecht 9-mal in der Sekunde im Kreis herumgeschleudert. Berechnen Sie die Frequenz des tiefsten und des höchsten Tons, den ein daneben stehender Beobachter hört, wenn die Stimmgabel einen Ton von 600 Hz erzeugt. Die Schallgeschwindigkeit sei 340 m/s.

17. Zwei Unterseeboote Rot mit der Geschwindigkeit $v_R = 50$ km/h und Schwarz mit $v_S = 70$ km/h bewegen sich bei einem Manöver in ruhiger See in großer Entfernung auf geradem Kurs aufeinander zu. U-Boot R sendet Sonarsignale bei 1 000 Hz aus, Ausbreitungsgeschwindigkeit im Wasser $c = 5\,470$ km/h. Berechnen Sie die Signalfrequenz, die **a)** das U-Boot S, **b)** das U-Boot R von den am U-Boot S reflektierten Wellen empfängt.

18. Ein Düsenjäger fliegt in 4000 m Höhe mit Überschallgeschwindigkeit über einen Beobachter hinweg, der 8,5 Sekunden, nachdem das Flugzeug direkt über ihn hinweggeflogen war, vom Überschallknall getroffen wird.
a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Düsenjägers, Angabe auch in Mach (Schall: $v_{ph} = 340$ m/s).
b) Ermitteln Sie den Öffnungswinkel des Mach'schen Kegels und fertigen Sie eine Zeichnung an.

19. Eine Stimmgabel schwingt kurz während der Zeit $\Delta t = 2{,}0 \cdot 10^{-2}$ s mit der Frequenz $f_0 = 440$ Hz.
a) Berechnen Sie die Länge des ausgesandten Wellenpakets sowie die Anzahl der Wellenlängen und der Schwingungsperioden. (Schallgeschwindigkeit $c = 340$ m/s)
b) Bestimmen Sie den Frequenzbereich, den ein Empfänger des Wellenpakets misst.

20. Zwei Töne mit den Frequenzen $f_1 = 564$ Hz und $f_2 = 552$ Hz und den Gleichungen $y_1 = \hat{y}\sin(2\pi f_1 t)$ bzw. $y_2 = \hat{y}\sin(2\pi f_2 t)$ überlagern sich zu einer Schwebung.
a) Leiten Sie mithilfe des Additionstheorems
$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
die Formel für die Überlagerung her und interpretieren Sie das Ergebnis.
b) Berechnen Sie die Schwebungsfrequenz, die Frequenz des Schwebungstones und die Zeit und die Anzahl der Schwingungen zwischen zwei Amplitudenminima.
c) Mit der Schallgeschwindigkeit $v = 340$ m/s bewege sich die Schwebung nun als Folge von Wellenpaketen in den Raum. Berechnen Sie die Länge eines Wellenpakets.

21. Zwei gegenläufige Wellen mit den Gleichungen
$y_1(x,t) = \hat{y}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)\right]$ und $y_2(x,t) = \hat{y}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$
überlagern sich zu der stehenden Welle
$$y(x,t) = 0{,}02\,\mathrm{m} \cdot \sin(40\pi t\,\mathrm{s}^{-1})\cos\left(\tfrac{1}{2}\pi x\,\mathrm{m}^{-1}\right). \qquad (1)$$
a) Entwickeln Sie allgemein die Formel für die Überlagerung mithilfe des Additionstheorems aus Aufgabe 20 und berechnen Sie aus Gleichung (1) die üblichen Angaben der gegenläufigen Wellen und der stehenden Welle.
b) Berechnen Sie die Abstände der Knoten der stehenden Welle und skizzieren Sie sie.
c) Ermitteln Sie die maximale Geschwindigkeit und Beschleunigung der Schwingung in der Mitte des Schwingungsbauchs der stehenden Welle.

S. 151 14.11

a) geg.: $c = 340\,\frac{m}{s}$; $d = 2m$; $e_1 = 3{,}75m$; $a = \frac{d}{2} = 1m$

ges.: f $\quad e_2 = \sqrt{e_1^2 + d^2}$; $\Delta s = e_2 - e_1$; $f = \frac{c}{\lambda}$;

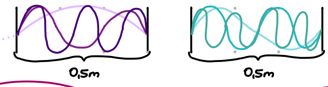
$e_2 = \sqrt{(3{,}75m)^2 + (2m)^2} = 4{,}25m$

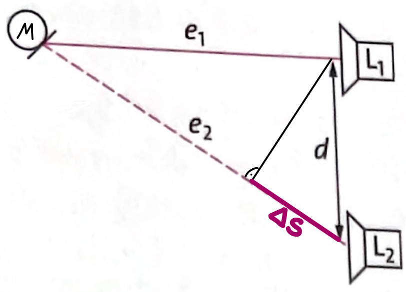
$\Delta s = 4{,}25m - 3{,}75m = 0{,}5m \rightarrow \lambda = 0{,}5m$

$f_- = \frac{340\,\frac{m}{s}}{1m} = 340\,Hz$ $\qquad f_+ = \frac{340\,\frac{m}{s}}{0{,}5m} = 680\,Hz$

$f_- = \frac{340\,\frac{m}{s}}{0{,}3m} = 1020\,Hz$ $\qquad f_+ = \frac{340\,\frac{m}{s}}{0{,}25m} = 1360\,Hz$

$f_- = \frac{340\,\frac{m}{s}}{0{,}2m} = 1700\,Hz$ $\qquad f_+ = \frac{340\,\frac{m}{s}}{0{,}16\,m} = 2040\,Hz$





verstehen

b) destruktive Interferenz (Minimum) $\qquad$ konstruktive Interferenz (Maximum)

$\lambda = \frac{340\,\frac{m}{s}}{20\,000\,Hz} = 0{,}017m \qquad n = \frac{0{,}5m}{0{,}017m} \approx 29{,}41$

größte kleinere ,5 Zahl: 28,5 $\qquad$ größte kleinere ganzzahlige Zahl: 29

destruktive Interferenz (Minimum):

$\lambda = \frac{0{,}5m}{28{,}5} = \frac{1}{57}\,m$

$f = \frac{340\,\frac{m}{s} \cdot 57}{1m} = 19380\,Hz$

$f = \frac{340\,\frac{m}{s} \cdot 55}{1m} = 18700\,Hz$

$f = \frac{340\,\frac{m}{s} \cdot 53}{1m} = 18020\,Hz$

konstruktive Interferenz (Maximum):

$\lambda = \frac{0{,}5m}{29} = \frac{1}{58}\,m$

$f = \frac{340\,\frac{m}{s} \cdot 58}{1m} = 19720\,Hz$

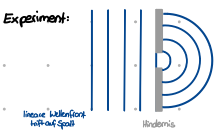
$f = \frac{340\,\frac{m}{s} \cdot 56}{1m} = 19040\,Hz$

$f = \frac{340\,\frac{m}{s} \cdot 54}{1m} = 18360\,Hz$

Die Beugung einer Welle

10.2.2023

Experiment:



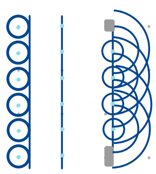
Aus linearer Wellenfront wird beim Durchgang durch den Spalt eine Kreiswelle, die in den Schattenraum des Hindernisses eindringt

→ Vorgang wird Brechung genannt

Erklärung und Modellbildung nach Huygens

1678: Christian Huygens formuliert das Huygen'sche-Prinzip

→ Jede Wellenfront ist aus unzählig vielen infinitissimal kleinen Kreiswellen aufgebaut → Elementarwellen



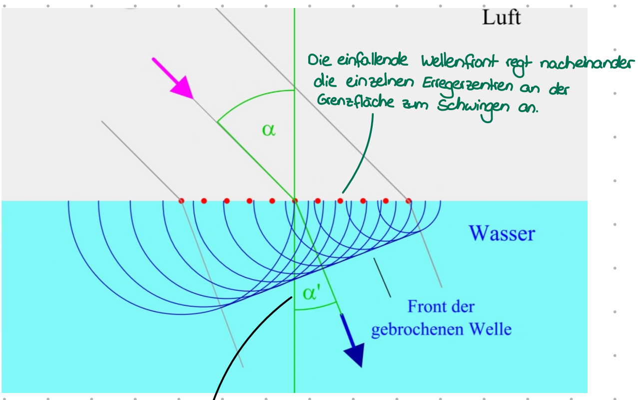
Da jede Wellenfront aus unzählig vielen Erregerzentren besteht, bilden die Kreiswellen dieser Erreger eine lineare Wellenfront.

Da durch den Spalt die äußeren Erregerzentren keine Nachbarn mehr besitzen läuft die Kreiswelle der äußeren Erregerzentren in den Schattenbereich hinein und bildet mit den Kreiswellen der inneren Erregerzentren eine neue große resultierende Welle.

13.2.2023

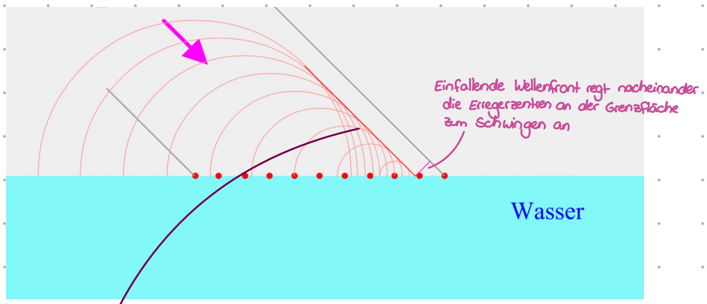
Das Huygenssche Prinzip & die Reflexion und Brechung von Wellen

Brechung:



Da die Lichtgeschwindigkeit im optisch dichteren Medium geringer ist als im optisch dünneren Medium, ist der Brechungswinkel α' kleiner als der Einfallswinkel α.

Reflexion:



Da die Wellengeschwindigkeit bei dem gleichen Medium konstant bleibt, entsteht eine neue Wellenfront, die sich unter dem gleichen Winkel zum Lot ausbreitet.

→ Reflexion: Einfallswinkel = Ausfallswinkel

S. 137

1 geg.: $\alpha = 45°$; $\beta = 60°$; $V_2 = 25 \frac{cm}{s} = 0{,}25 \frac{m}{s}$

ges.: $V_1 = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \cdot V_2$

Lsg.: $V_1 = \frac{\sin(45)}{\sin(60)} \cdot 0{,}25 \frac{m}{s} = \frac{\sqrt{6}}{12} \approx 0{,}2 \frac{m}{s}$

2 geg.: $V_{1_1} = 34 \frac{cm}{s} = 0{,}34 \frac{m}{s}$; $V_{1_2} = 32 \frac{cm}{s} = 0{,}32 \frac{m}{s}$; $\alpha = 60°$; $V_2 = 24 \frac{cm}{s} = 0{,}24 \frac{m}{s}$; $\lambda_{1_1} = 1{,}7\,cm = 0{,}017\,m$

a) ges.: $\beta_{1/2}$ $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{V_1}{V_2} \quad |(\,)^{-1} \,|\cdot \sin\alpha \quad |\sin^{-1}(\,)$

$\beta = \sin^{-1}\left(\frac{V_2}{V_1} \cdot \sin\alpha\right)$

Lsg.: $\beta_1 = \sin^{-1}\left(\frac{0{,}24 \frac{m}{s}}{0{,}34 \frac{m}{s}} \cdot \sin(60)\right) \approx 37{,}68°$

$\beta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{0{,}24 \frac{m}{s}}{0{,}32 \frac{m}{s}} \cdot \sin(60)\right) \approx 40{,}51°$

b) ges.: $S = \frac{V_{1_1}}{\lambda_{1_1}}$; $\lambda_2 = \frac{V_2}{S}$

Lsg.: $S = \frac{0{,}34 \frac{m}{s}}{0{,}017\,m} = 20\,Hz$

$\lambda_2 = \frac{0{,}24 \frac{m}{s}}{20\,Hz} = 0{,}012\,m = 1{,}2\,cm$

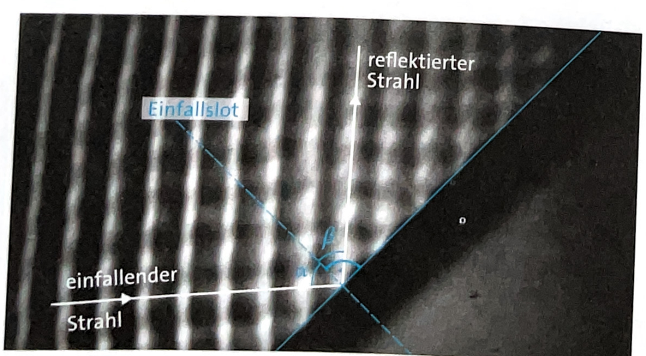
MECHANISCHE SCHWINGUNGEN UND WELLEN

3.4.3 Reflexion und Brechung

Mit dem Huygens'schen Prinzip lassen sich die bekannten Phänomene der Reflexion und Brechung von Wellen auf ein einfaches Konzept zurückführen und erklären. Trifft eine Welle auf eine Grenzfläche zweier Medien, in denen sie unterschiedliche Phasengeschwindigkeiten besitzt, so gehen von der Grenzfläche zwei Wellen aus: Eine Welle wird an der Grenzfläche *reflektiert* und läuft mit derselben Geschwindigkeit wie vorher zurück; eine zweite tritt in das andere Medium ein und bewegt sich dort mit veränderter Geschwindigkeit. Sie bildet die *gebrochene* Welle.

Versuch 1 – Reflexionsgesetz: Eine gerade Welle läuft gegen ein schräg in die Wellenwanne gestelltes gerades Hindernis. Beobachtet wird in stroboskopischer Beleuchtung.
Beobachtung: Die reflektierten Wellenfronten schließen mit dem Hindernis denselben Winkel ein wie die ankommenden Wellen. Wird die *Wellennormale* (senkrecht zu den Wellenfronten) der ankommenden und der reflektierten Welle zum Einfallslot auf die reflektierende Fläche gezeichnet, so bestätigt eine Messung des Einfallswinkels und des Ausfallswinkels das aus der Optik bekannte Reflexionsgesetz (**Abb. 136.1**). ◄

Die *Erklärung* dieses Gesetzes liefert das Huygens'sche Prinzip (**Abb. 137.1**): Die gerade Wellenfront AB trifft in der Stellung $A_1 B_1$ im Punkt A_1 auf die ebene reflektierende Grenzfläche. Während die Welle vom Punkt B_1 der Wellenfront in der Zeit Δt die Strecke $B_1 B_2 = v_{Ph} \Delta t$ durchläuft und in B_2 ebenfalls die reflektierende Grenzfläche erreicht, breitet sich mit gleicher Geschwindigkeit v_{Ph} um A_1 eine Elementarwelle vom Radius $r = v_{Ph} \Delta t = A_1 A_2$ aus. Die Tangente von B_2 an diesen Kreis (Konstruktion mit dem Thales-Kreis über $A_1 B_2$, Berührungspunkt A_2) ergibt als Einhüllende der von A_1 und B_2 ausgehenden Elementarwellen die reflektierte Wellenfront $A_2 B_2$.



136.1 Reflexion einer geraden Welle an einer geraden Wand. Für die Wellennormalen gilt das Reflexionsgesetz $\alpha = \beta$.

Der Einfallswinkel α und der Ausfallswinkel β finden sich in den Dreiecken $A_1 B_1 B_2$ und $A_1 A_2 B_2$. Aus der Kongruenz der Dreiecke folgt das Reflexionsgesetz.

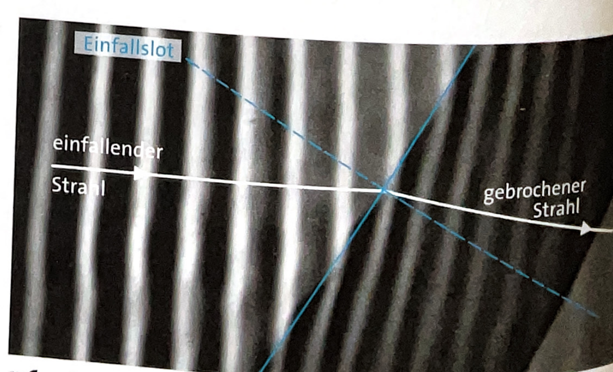
Reflexionsgesetz für Wellen: Das Huygens'sche Prinzip zeigt, dass der Einfallswinkel α gleich dem Ausfallswinkel β ist: $\alpha = \beta$.

Versuch 2 – Brechungsgesetz: Gerade Wellen laufen schräg auf eine Glasplatte zu, die nur dünn mit Wasser bedeckt ist.
Beobachtung: Die Wellenfronten vor der Glasplatte und über der Glasplatte sind nicht mehr parallel, ihre Wellennormalen zeigen in verschiedene Richtungen. Die Wellen sind gebrochen worden (**Abb. 136.2**). ◄

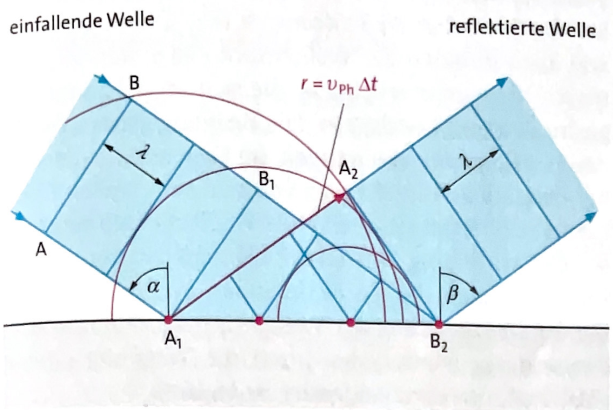
Bei geeignet gewählter Frequenz der stroboskopischen Beleuchtung scheinen die Wellen sowohl im tiefen als auch im flachen Wasser stillzustehen. Daraus ist zu schließen, dass die Frequenz der Wellen vor der Grenzfläche gleich der hinter der Grenzfläche ist: Die Frequenz der Wellen hat sich bei der Brechung nicht geändert. Jedoch ist die Wellenlänge im flachen Wasser kleiner als im tiefen. Die Wellenlänge ändert sich also, die Frequenz bleibt.
Nach dem Huygens'schen Prinzip schwingen alle Erregerzentren von Elementarwellen mit derselben Frequenz wie der reale Wellenerreger. Gemäß der Beziehung $v_{Ph} = \lambda f$ muss die Ausbreitungsgeschwindigkeit im flachen Wasser geringer als im tiefen sein.

Das unveränderliche Kennzeichen einer Welle ist ihre Frequenz, während sich ihre Wellenlänge mit der Phasengeschwindigkeit ändert.

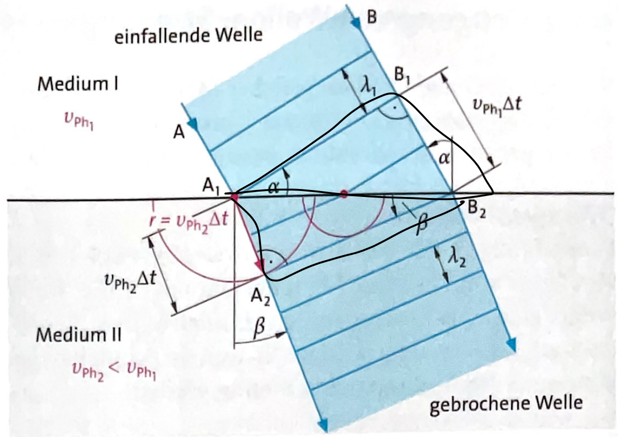
Demnach erklärt sich die Brechung daraus, dass die im flachen Wasser langsamer vorankommenden Wellenfronten einen geringeren Abstand λ zueinander einnehmen müssen. Um hierbei nicht „abzureißen", müssen sie zum Einfallslot „einschwenken".



136.2 Brechung einer geraden Welle an einer geraden Grenzlinie zwischen zwei Medien.



137.1 Erklärung des Reflexionsgesetzes mit dem Huygens'schen Prinzip



137.2 Erklärung des Brechungsgesetzes mit dem Huygens'schen Prinzip

Im Einzelnen ergibt sich mit dem Huygens'schen Prinzip folgende Erklärung (**Abb. 137.2**):
Die Wellenfront A B erreicht in A_1 die Grenzlinie zwischen tiefem Wasser (Medium I) und flachem Wasser (Medium II). Im Medium I wandert die Welle vom Punkt B_1 mit der Geschwindigkeit v_{Ph1} um $B_1 B_2 = v_{Ph1}\,\Delta t$ weiter, bis sie in B_2 ebenfalls die Grenzlinie erreicht. Währenddessen breitet sich um A_1 im Medium II eine neue Elementarwelle mit der (geringeren) Geschwindigkeit v_{Ph2} aus, die zum Zeitpunkt, da die Welle in B_2 eintrifft, einen Kreis mit dem Radius $v_{Ph2}\,\Delta t$ gebildet hat. Die Tangente von B_2 an diesen Kreis beschreibt die Wellenfront nach der Brechung.
Für den Einfallswinkel α und den Brechungswinkel β in den Dreiecken $A_1 B_1 B_2$ und $A_1 A_2 B_2$ gilt:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{B_1 B_2}{A_1 B_2} : \frac{A_1 A_2}{A_1 B_2} = \frac{v_{Ph1}\,\Delta t}{v_{Ph2}\,\Delta t} = \frac{v_{Ph1}}{v_{Ph2}}$$

Die Gleichung gilt für jeden Einfallswinkel.

Brechungsgesetz für Wellen: Treten Wellen aus einem Medium in ein anderes, so besitzen die Wellennormalen der einfallenden und der gebrochenen Welle verschiedene Richtungen. Es gilt:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_{Ph1}}{v_{Ph2}} = \text{konstant}$$

Das Verhältnis des Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Ausfallswinkels ist gleich dem Verhältnis der Ausbreitungsgeschwindigkeit im ersten Medium zu dem im zweiten Medium.

Das Huygens'sche Prinzip, angewendet auf die Ausbreitung der Wasserwellen, führt zu dem aus der Optik bekannten **Brechungsgesetz** $\sin\alpha/\sin\beta = n$.
Dabei gibt der Brechungsindex hier das Verhältnis der Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Wellen in den beiden Medien an.

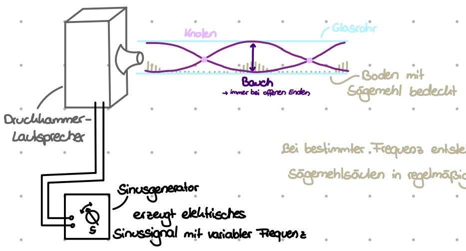
In Analogie zu den Versuchen der Optik lässt sich in der Wellenwanne zeigen, wie die Wellen im flacheren Wasser über einer als Konvex- oder als Konkavlinse geschnittenen Glasplatte hinter der Konvexlinse zusammenlaufen (konvergieren) und hinter der Konkavlinse zerstreut werden.
Das Einschwenken von Wellenfronten im flacher werdenden Wasser ist am Meeresstrand gut zu beobachten: Die Meereswellen laufen auch bei verschiedenen Windrichtungen immer fast genau senkrecht auf den Strand zu.

Aufgaben

1. In einer Wellenwanne läuft eine Welle von einem seichten Bereich in ein Gebiet mit tieferem Wasser unter dem Einfallswinkel von 45° und dem Brechungswinkel von 60°. Bestimmen Sie die Geschwindigkeit im flachen Teil, wenn sie im tiefen 25 cm/s ist.
2. Wasserwellen bewegen sich in tiefem Wasser mit der Geschwindigkeit $v_1 = 34$ cm/s. Sie treffen unter dem Winkel $\alpha = 60°$ auf die Grenzlinie zu einem flacheren Teil, wo sie sich mit $v_2 = 24$ cm/s bewegen. Wird die Frequenz ein wenig erhöht, so sinkt die Geschwindigkeit im tieferen Teil auf $v_1 = 32$ cm/s.
   a) Berechnen Sie in beiden Fällen den Brechungswinkel.
   b) Die Wellenlänge im tieferen Teil beträgt im ersten Versuch $\lambda = 1{,}7$ cm. Berechnen Sie Wellenlänge und Frequenz im flacheren Teil.
3. Konstruieren Sie nach dem Huygens'schen Prinzip
   a) die Reflexion von Kreiswellen, die von einem Erregerzentrum Z ausgehen, an einem geraden Hindernis (Reflexionsgerade). Zeichnen Sie dazu mehrere Kreisbögen um Z mit Abstand von 1 cm, die die Reflexionsgerade schneiden. Zeigen Sie, dass der Mittelpunkt Z′ der reflektierten Wellenfronten das Spiegelbild von Z an der Geraden ist.
   b) Führen Sie die Konstruktion auch für ebene Wellen aus, die an einem Hohlspiegel (Kreislinie mit $r = 8$ cm) reflektiert werden.

Die stehende Welle

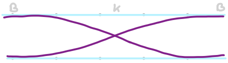
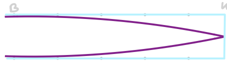
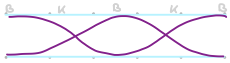
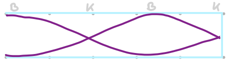
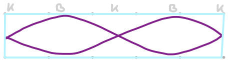
23.2.2023



Bei bestimmter Frequenz entstehen tanzende Sägemehlsäulen in regelmäßigen Abständen

Knoten: konstanter Ausgleich von Über- und Unterdruck
↳ keine Veränderung

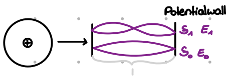
Bäuche: stetiger Wechsel zwischen Über- und Unterdruck (Schall)

	Beidseitig offen	ein offenes & ein geschlossenes Ende	zwei geschlossene Enden
Grundschwingung:	 $l = \frac{\lambda}{2}$	 $l = \frac{\lambda}{4}$	 $l = \frac{\lambda}{2}$
1. Oberschwingung:	 $l = \lambda$	 $l = \frac{3}{4}\lambda$	 $l = \lambda$

Erklärung: In einem Volumen mit geschlossenem (festen) und offenem Ende, oder gleichen Enden, kann sich jeweils nur eine ganz bestimmte Frequenz als stehende Welle ausbilden. Diese Frequenz wird als Grundschwingung oder Eigenfrequenz bezeichnet. Höhere Frequenzen können sich in dem gleichen Volumen nur ausbreiten, wenn sie ein bestimmtes Vielfaches der Eigenfrequenz sind. → Oberschwingungen

Beispiel: Musikinstrumente wie Flöte, Geige (Saiten + Resonanzkörper, Gitarre, ...)

Quantenphysik:



Farbstoffmolekül

Diese Volumen können durch eine äußere Frequenz, die gleich der Eigenfrequenz des Volumens ist zum Schwingen angeregt werden. → Resonator

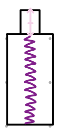
Der Helmholzresonator

27.2.2023

Experiment:

leere Weinflasche erzeugt konstanten Ton beim Anblasen

Modell zur Tonerzeugung mit Flaschen:



Luftvolumen im Flaschenhals wird durch Bernoullieffekt zum Schwingen gebracht

Größeres Luftvolumen in der Flasche dient als rücktreibende Kraft für das schwingende Luftvolumen im Flaschenhals

Dadurch lässt sich dem Luftvolumen eine Federkonstante k zuweisen, welche sowohl vom Volumen V_0, als auch von der materialspezifischen Dichte abhängt.

Formel zur Berechnung der Grundgeschwindigkeit: $S_0 = \frac{V_s}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{S_0}{V_0 \cdot L}}$

S_0 = Querschnitt Flaschenhals

V_0 = Volumen Flasche ohne Hals

L = Länge Flaschenhals

Bsp.: geg.: $L = 8{,}5\,cm = 0{,}085\,m$; $V_0 = 729\,cm^2 = 7{,}29 \cdot 10^{-4}\,m^3$; $r = 1\,cm = 0{,}01\,m$; $S_0 = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 10^{-4}\,m$

ges.: S_0

Lsg.: $S_0 = \frac{340\frac{m}{s}}{2\pi}\sqrt{\frac{3{,}14 \cdot 10^{-4}\,m}{7{,}29 \cdot 10^{-4}\,m^3}} = 121{,}8\,Hz$ gemessen: $117{,}2\,Hz$

Die Wellengleichung

28.2 2023

Schwingungsgleichung: Elongation zum Zeitpunkt t einer Schwingung

$y(t) = \hat{y}\,\sin(\omega\cdot t)$ $\qquad \omega = 2\pi\cdot f$

$= \hat{y}\cdot\sin(2\pi\cdot f\cdot t)$ $\qquad f = \frac{1}{T}$

$= \hat{y}\cdot\sin(2\pi\cdot\frac{t}{T})$

Gibt den Maximalwert im positiven & negativen Bereich an

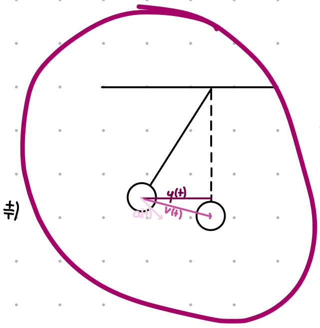
variiert immer zwischen 1 und -1 je nachdem welcher Wert in der Funktion steht

$\dot{y}(t) = v(t) = \hat{y}\cdot\omega\cdot\cos(\omega\cdot t)$

$v(t) = \hat{y}\cdot 2\pi\cdot\frac{1}{T}\cdot\cos(2\pi\cdot\frac{t}{T})$

$\ddot{y}(t) = \dot{v}(t) = a(t) = -\hat{y}\cdot\omega^2\cdot\sin(\omega\cdot t)$

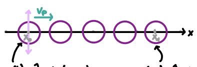
$a(t) = -\hat{y}\cdot 4\pi^2\cdot\frac{1}{T^2}\cdot\sin(2\pi\cdot\frac{t}{T})$



t = ganzzahliges Vielfaches von T

?

Wellengleichung: $y(x,t) = \hat{y}\cdot\sin(2\pi\cdot\frac{t}{T})$



$y(t) = \hat{y}\cdot\sin(\omega\cdot t)$ $\qquad y(x,t) = \hat{y}\cdot\sin(\omega(t - t_1))$

zeitliche Verzögerung, bis die Welle am Punkt x_1 ankommt

bestimmter Zeitpunkt, den wir betrachten wollen

$y(x,t) = \hat{y}\cdot\sin(\omega(t - t_1))$ $\qquad v_p = \frac{x_1}{t_1} \rightarrow t_1 = \frac{x_1}{v_p}$

$y(x,t) = \hat{y}\cdot\sin(\omega(t - \frac{x_1}{v_p}))$ $\qquad f = \frac{v_p}{\lambda} \rightarrow v_p = \lambda\cdot f \;;\; f = \frac{1}{T}$

$y(x,t) = \hat{y}\cdot\sin(\omega(t - \frac{x_1}{\lambda}\cdot T))$ $\qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$

$y(x,t) = \hat{y}\cdot\sin(\frac{2\pi}{T}(t - \frac{x_1}{\lambda}\cdot T))$

$y(x,t) = \hat{y}\cdot\sin(2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}))$

Bedingung für konstruktive Interferenz:

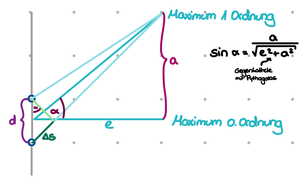
$\Delta s = n\,\lambda \;;\; n = 0,1,2,3,\ldots$

Bedingung für destruktive Interferenz:

$\Delta s = (n + \frac{1}{2})\cdot\lambda \;;\; n = 0,1,2,3,\ldots$

Herleitung Interferenzgesetz

3.3.2023



$\sin\alpha = \frac{a}{\sqrt{e^2 + a^2}}$ großes Dreieck

Gegenkathete mit Pythagoras

$\sin\alpha = \frac{\Delta s}{d}$

kleines Dreieck

$\frac{\Delta s}{d} = \frac{a}{\sqrt{e^2 + a^2}}$ $\qquad \Delta s = n\cdot\lambda$ bei Extrema

$\frac{n\cdot\lambda}{d} = \frac{a}{\sqrt{e^2 + a^2}}$ $\qquad |\cdot\frac{d}{n}$

$\lambda = \frac{a\cdot d}{\sqrt{e^2 + a^2}\cdot n}$

geg.: $d = 2m \;;\; e_1 = 3{,}75m$

ges.: $f \;;\; e_2 = \sqrt{e_1^2 + d^2} \;;\; \Delta s = e_2 - e_1$

$\Delta s = 0{,}5m$

$\Delta s = n\cdot\lambda$ $\qquad f = \frac{v_s}{\lambda}$

niedrigste $f = \frac{v_s}{0{,}5m}$ $\qquad f = \frac{v_s}{0{,}25m}$ $\qquad f = \frac{v_s\cdot 3}{0{,}5m}$

$f = \frac{v_s\cdot 2}{0{,}5m}$ $\qquad f = \frac{v_s\cdot 2}{3\cdot 0{,}5m}$ $\qquad f = \frac{v_s\cdot 2}{5\cdot 0{,}5m}$

höchste $\lambda = \frac{v}{f}$ 20000 $\qquad \frac{d}{\lambda} = n$

größtes ganzzahliges $n_+ < n$

größtes ,5 $n_- < n$ $\qquad f = \frac{c}{n\cdot\lambda}$

immer -1

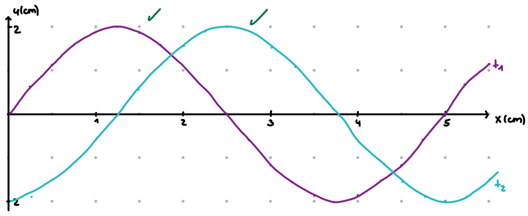
AB 2a) geg.: $v_P = 2{,}5\,\frac{m}{s}$; $x = 0m$; $f = 50\,Hz$; $\hat{y} = 2cm = 0{,}02\,m$; $t_1 = 0{,}05s$; $t_2 = 0{,}055s$

ges.: $\lambda = \frac{v_P}{f}$; $T = \frac{1}{f}$

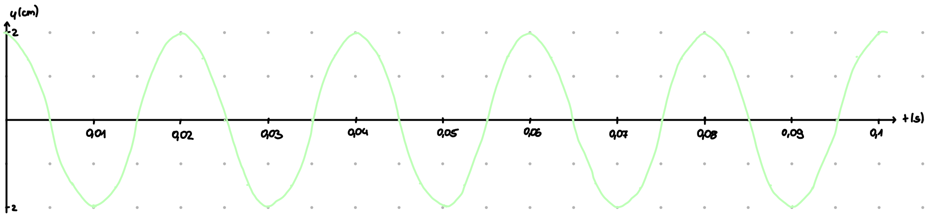
Lsg.: $\lambda = \frac{2{,}5\,\frac{m}{s}}{50\,Hz} = 0{,}05\,m = 5\,cm$ ✓

$T = \frac{1}{50\,Hz} = 0{,}02\,s$

$\rightarrow y(x,t) = 2cm \cdot \sin(2\pi(\frac{t}{0{,}02s} - \frac{x}{5cm}))$



b)



c) a) zeigt Welle zu speziellen zeiten im gesammten

b) zeigt Verlauf an einem speziellen Punkt zu unterschiedlichen Zeiten

1 geg.: $v = 5\,\frac{m}{s}$; $\lambda = 50cm = 0{,}5m$; $\hat{y} = 12cm = 0{,}012m$; $x_c = 15m$; $x_d = 8m$; $t_d = 5{,}5s$

a) ges.: $f = \frac{v}{\lambda}$; $T = \frac{1}{f}$

Lsg.: $f = \frac{5\,\frac{m}{s}}{0{,}5m} = 10\,Hz$ ✓

$T = \frac{1}{10\,Hz} = 0{,}1\,s$ ✓

b) ges.: $t = \frac{x_1}{v}$

Lsg.: $t = \frac{15m}{5\,\frac{m}{s}} = 3s$ ✓

c) $y(x,t) = 0{,}12m \cdot \sin(2\pi(\frac{t}{0{,}1s} - \frac{x}{0{,}5m}))$ ✓

d) ges.: $y(x,t) = \hat{y} \cdot \sin(2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}))$

Lsg.: $y = 0{,}12m \cdot \sin(2\pi(\frac{5{,}5s}{0{,}1s} - \frac{8m}{0{,}5m})) = 0m$ ✓