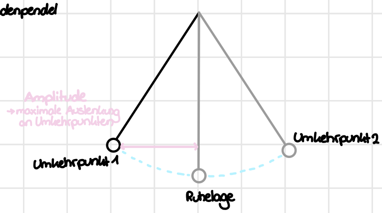
Schwingungen und Wellen

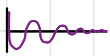
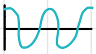
15.11.2022

Experiment: Fadenpendel



Definition: Als Schwingung bezeichnen wir die periodische Bewegung eines Körpers um eine stabile (energiearme) Ruhelage.

Es gibt verschiedene Arten von Schwingungen:

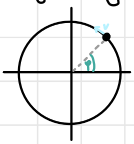
- gedämpfte Schwingung → gibt ständig Energie ab → Amplitude wird kontinuierlich geringer 
- harmonische Schwingung → kann als Sinuskurve beschrieben werden 
- unharmonische Schwingung → Bsp.:  EKG
- erzwungene Schwingung 

Jedes schwingungsfähige System wird als „Oszillator" bezeichnet

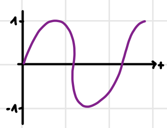
Größen zur Beschreibung einer Schwingung:

- Amplitude: $\hat{y}$
- Elongation (zeitliche Auslenkung): $y(t)$
- Frequenz: f Schwingungen pro Sekunde
- Periodendauer: T Dauer einer kompletten Schwingung

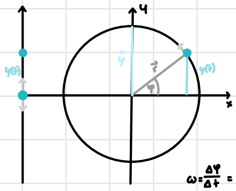
Winkelgeschwindigkeit:

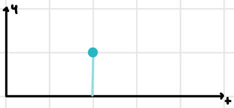


$\omega = \frac{\varphi}{t}$ (in s^{-1})

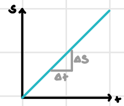


$y(t) = \hat{y} \cdot \underbrace{\sin(\omega \cdot t)}_{-1< \; <1}$

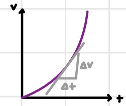




$\omega = \frac{2\pi}{T}$ $\qquad T = \frac{1}{f}$



$m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = v$



$m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = a$

$\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi}{t}$

$\sin(\omega \cdot t) = \frac{y(t)}{r}$; $r = \hat{y}$

$\sin(\omega \cdot t) = \frac{y(t)}{\hat{y}} \quad | \cdot \hat{y}$

$y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega \cdot t)$

Zeit-Elongations-Gesetz der harmonischen Schwingung

Das Z.-E.-Gesetz ermöglicht uns eine Vorhersage der Elongation eines schwingenden Körpers zu jedem beliebigen Zeitpunkt.

Bestimmung der Geschwindigkeit und Beschleunigung des schwingenden Körpers

$y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega \cdot t)$

$\dot{y}(t) = v(t) = \hat{y} \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)$ Zeit-Geschwindigkeits-Gesetz

$\ddot{y}(t) = v'(t) = a(t) = -\hat{y} \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)$ Zeit-Beschleunigungs-Gesetz

S.112 Nr.2,3

2 geg.: $t = 0{,}2\,s$; $y(t) = 0{,}04\,m$; $\hat{y} = 0{,}06\,m$

ges.: $f = \frac{1}{T}$; T

Lsg.: $y(t) = \hat{y} \sin(\omega \cdot t) \quad | : \hat{y}$

$\frac{y(t)}{\hat{y}} = \sin(\omega \cdot t) \quad | \sin^{-1}()$

$\sin^{-1}\left(\frac{y(t)}{\hat{y}}\right) = \omega \cdot t \quad | : t$

$\frac{\sin^{-1}\left(\frac{y(t)}{\hat{y}}\right)}{t} = \omega \quad | : 2\pi \qquad \omega = 2\pi \cdot f$

$f = \frac{\sin^{-1}\left(\frac{y(t)}{\hat{y}}\right)}{2\pi t} = \frac{\sin^{-1}\left(\frac{0{,}04\,m}{0{,}06\,m}\right)}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}2\,s} \approx 0{,}58\,Hz$

$T = \frac{1}{0{,}58\,Hz} \approx 1{,}72\,s$

3 geg.: $\hat{y} = 0{,}05\,m$; $f = 0{,}4\,Hz$; $y_1 = 0{,}008\,m$; $y_2 = 0{,}02\,m$; $y_3 = 0{,}04\,m$

ges.: t $\qquad \omega = 2\pi \cdot f$

Lsg.: $y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad | : \hat{y} \quad | \sin^{-1}()$

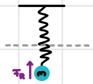
$\omega \cdot t = \sin^{-1}\left(\frac{y(t)}{\hat{y}}\right) \quad | : 2\pi f$

$t = \frac{\sin^{-1}\left(\frac{y(t)}{\hat{y}}\right)}{2\pi f}$

$t_1 = \frac{\sin^{-1}\left(\frac{0{,}008\,m}{0{,}05\,m}\right)}{2\pi \cdot 0{,}4\,Hz} \approx 0{,}06\,s$

$t_2 = \frac{\sin^{-1}\left(\frac{0{,}02\,m}{0{,}05\,m}\right)}{2\pi \cdot 0{,}4\,Hz} \approx 0{,}16\,s$

$t_3 = \frac{\sin^{-1}\left(\frac{0{,}04\,m}{0{,}05\,m}\right)}{2\pi \cdot 0{,}4\,Hz} \approx 0{,}37\,s$



$F_R = F = m\cdot a$ $a(t) = -\omega^2\, \hat{y}\cdot\sin(\omega\cdot t)$

18.11.2022

F_R = rücktreibende Kraft

$F_R = -\omega^2\cdot\underbrace{\hat{y}\cdot\sin(\omega t)}\cdot m$

$F_R = -\omega^2\cdot y\cdot m \quad |:y$ Hooke'sches Gesetz: $F = -D\cdot s \quad |:(-s)$

$\frac{F_R}{y} = -\omega^2\cdot m \quad |\cdot(-1)$ $-\frac{F}{s} = D$

$-\frac{F_R}{y} = \omega^2\cdot m$

$D = \omega^2\cdot m \quad |:m \quad |\sqrt{\ }$

$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} \quad |:2\pi \leftarrow \omega = 2\pi\cdot f$

$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$

S.115 Nr.3,4

3 geg.: $D = 380\,\frac{N}{m}$; $f = 8\,Hz$

ges.: m $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}} \quad |\cdot 2\pi \quad |(\ )^2$

$(f2\pi)^2 = \frac{D}{m} \quad |:D \quad |(\ )^{-1}$

$m = \frac{D}{(f2\pi)^2}$

Lsg.: $m = \frac{380\,\frac{N}{m}}{(8\,Hz\cdot 2\pi)^2} \approx 0{,}15\,kg = 150\,g$

4 geg.: $\Delta m = 50\,g = 0{,}05\,kg$; $T_2 = 1{,}1\,T_1$

ges.: $m_2 = m_1 + \Delta m$ $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \quad |:2\pi \quad |(\ )^2$

$\frac{m}{D} = \frac{T^2}{4\pi^2} \quad |\cdot D$

$m = \frac{T^2 D}{4\pi^2}$

Lsg.: $\frac{T_2^2 D}{4\pi^2} = \frac{1{,}21\,T_1^2 D}{4\pi^2} = m_2$

$1{,}21\,\frac{T_1^2 D}{4\pi^2} = m_1 + 0{,}05\,kg$

$1{,}21\,m_1 = m_1 + 0{,}05\,kg \quad |-m_1$

$0{,}21\,m_1 = 0{,}05\,kg \quad |:0{,}21$

$m_1 \approx 0{,}238\,kg = 238\,g$

Das Hooke'sche Gesetz

21.11.2022

$F = -D \cdot s$

$D = -\frac{F}{s}$

$D = -\frac{m \cdot g}{s}$

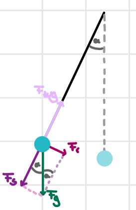
Exp.: $D \approx \cdot 32{,}98$

$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{32{,}98 \frac{N}{m}}{0{,}248\,kg}} \approx 1{,}84\,Hz$ 10 Schwingungen: 6,04 s

$T = 2\pi \sqrt{\frac{0{,}248\,kg}{32{,}98 \frac{N}{m}}} \approx 0{,}54\,s$ 324

Das Fadenpendel

22.11.2022



F_s = Spannkraft

F_{zug} = Zugkraft

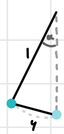
F_r = rücktreibende Kraft

Herleitung:

$\sin\alpha = \frac{F_r}{F_g}$ Mit der Kleinwinkelnäherung für Winkel

$F_r = F_g \cdot \sin\alpha$ für Winkel bis 10° gilt: $\sin\alpha = \alpha$

$\rightarrow F_r = F_g \cdot \alpha$



Für kleine Winkel α kann das Bogensegment näherungsweise als eine Gerade angesehen werden.

Daraus folgt: $\sin\alpha = \frac{y}{l}$ mit Kleinwinkelnäherung

$\alpha = \frac{y}{l}$

Einsetzen: $F_r = F_g \cdot \frac{y}{l}$; $F_g = m \cdot g$

$F_r = \underbrace{\frac{m \cdot g}{l}}_{} \cdot y$; $F_r = -D \cdot y$ (beim Federpendel)

$F_r = -D \cdot y$

$\rightarrow T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}$; $D = \frac{m \cdot g}{l}$

$T = 2\pi \sqrt{\frac{\cancel{m} \cdot l}{\cancel{m} \cdot g}}$

$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ beim Fadenpendel

$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$

Exp. $l = 0{,}58\,m$ $\quad 0{,}54 : 1{,}47\,s \quad 0{,}62 : 1{,}58$

$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}58\,m}{9{,}81\,\frac{m}{s^2}}} \approx 1{,}528\,s$

10 Schwingungen : 15,23 s

20 Schwingungen : 30,62 s

bei doppelter Masse

10 Schwingung : 15,21 s

20 Schwingungen: 30,34 s

$l = 0{,}62\,m$

$T = 2\pi \sqrt{\frac{0{,}62\,m}{9{,}81\,\frac{m}{s^2}}} \approx 1{,}58\,s$

10 Schwingungen: 15,7 s

20 Schwingungen: 31,55 s

$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \quad | : 2\pi$

$\frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{l}{g}} \quad | (\,)^2$

$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{g}{l} \quad | \cdot l$

$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$

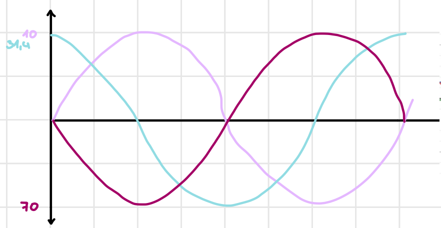
$g \approx 9{,}74\,\frac{m}{s^2}$

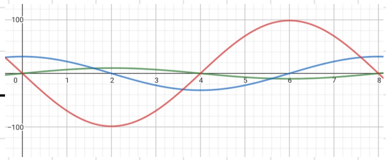
1 geg.: $t = n \cdot \frac{T}{8}$; $n = 0; 1; 2; \ldots; 8$; $T = 2\,s$; $\hat{y} = 10\,cm = 0{,}1\,m$

ges.: $y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega \cdot t)$; $\quad \omega = \frac{2\pi}{T}$; $v(t) = \hat{y} \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \cos(2\pi \cdot \frac{n}{8})$; $a(t) = -\hat{y} \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \sin(\pi \cdot \frac{n}{4})$

Lsg.: $y(t) = 0{,}1\,m \sin(2\pi \cdot \frac{n}{8})$; $v(t) = 0{,}1\,\frac{m}{s} \cdot \pi \cdot \cos(\frac{\pi n}{4})$; $a(t) = -0{,}1\,\frac{m}{s^2} \cdot \pi^2 \cdot \sin(\pi \frac{n}{4})$

	y (cm)	v $(\frac{cm}{s})$	a $(\frac{cm}{s^2})$
0	0	31,4	0
1	7,1	22,2	-69,8
2	10	0	-98,7
3	7,1	-22,2	-69,79
4	0	-31,4	0
5	-7,1	-22,2	69,79
6	-10	0	98,7
7	-7,1	22,2	69,79
8	0	31,4	0





2 geg.: $t = 0{,}2\,s$; $y = 4\,cm = 0{,}04\,m$, $\hat{y} = 6\,cm = 0{,}06\,m$

ges.: f ; $T = \frac{1}{f}$ $\quad y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega \cdot t)$ $\quad \omega = 2\pi \cdot f$

$f = \frac{\sin^{-1}(\frac{y(t)}{\hat{y}})}{2\pi t} \quad | : \hat{y} \quad | \sin^{-1}(\,) \quad | : 2\pi t$

Lsg.: $f = \frac{\sin^{-1}(\frac{0{,}04\,m}{0{,}06\,m})}{2\pi \cdot 0{,}2\,s} = 0{,}58\,Hz$

$T = \frac{1}{0{,}58\,Hz} \approx 1{,}72\,s$

3 geg.: $\hat{y}=5cm=0{,}05m$; $f=0{,}4\,Hz$; $y_1(t)=8mm=0{,}008m$; $y_2(t)=2cm=0{,}02m$; $y_3(t)=4cm=0{,}04m$

ges.: t $\quad y(t)=\hat{y}\cdot\sin(2\pi f t) \quad |:\hat{y} \quad |\sin^{-1}() \quad |:2\pi f$

$$t=\frac{\sin^{-1}\left(\frac{y(t)}{\hat{y}}\right)}{2\pi f}$$

Lsg.: $t_1=\frac{\sin^{-1}\left(\frac{0{,}008m}{0{,}05m}\right)}{2\pi\cdot 0{,}4\,Hz}\approx 0{,}064s$

$t_2=\frac{\sin^{-1}\left(\frac{0{,}02m}{0{,}05m}\right)}{2\pi\cdot 0{,}4\,Hz}\approx 0{,}164s$

$t_3=\frac{\sin^{-1}\left(\frac{0{,}04m}{0{,}05m}\right)}{2\pi\cdot 0{,}4\,Hz}\approx 0{,}369s$

5 geg.: $m=2kg$; $f=4\,Hz$; $s=2cm=0{,}02m$; $g=9{,}81\frac{m}{s^2}$

a) ges.: D $\quad f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}} \quad |\cdot 2\pi \quad |()^2 \quad |\cdot m$

$$D=4f^2\pi^2 m$$

Lsg.: $D=4\cdot(4\,Hz)^2\cdot\pi^2\cdot 2kg=1263{,}31\frac{N}{m}$

b) ges.: s $\quad D=\frac{m\cdot g}{s} \quad |()^{-1} \quad |\cdot m\cdot g$

$$s=\frac{m\cdot g}{D}$$

Lsg.: $s=\frac{2kg\cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}}{1263{,}31\frac{N}{m}}\approx 0{,}016m$

c) ges.: $F_1=F_R+F_G$; $F_2=F_R-F_G$; $F_R=D\,s$; $F_G=m\cdot g$

Lsg.: $F_R=1263{,}31\frac{N}{m}\cdot 0{,}02m=25{,}27N$

$F_G=2kg\cdot 9{,}81\frac{N}{kg}=19{,}62N$

$F_1=25{,}27N+19{,}62N=44{,}89N$

$F_2=25{,}27N-19{,}62N=5{,}62N$

1. Eine harmonische Schwingung hat die Amplitude $\hat{y} = 10\,\text{cm}$ und die Periodendauer $T = 2{,}0\,\text{s}$.
   a) Stellen Sie die Werte der Elongation, Geschwindigkeit und Beschleunigung für die Zeiten $t = n\,T/8$ (für $n = 0, 1, ..., 8$) in einer Tabelle zusammen.
   b) Zeichnen Sie die Graphen der drei Größen in Abhängigkeit von der Zeit (Maßstab $T = 12\,\text{cm}$).

2. Die Elongation eines harmonischen Oszillators beträgt zur Zeit $t = 0{,}2\,\text{s}$ nach dem Nulldurchgang $y = 4\,\text{cm}$. Die Amplitude ist $\hat{y} = 6\,\text{cm}$. Berechnen Sie Frequenz und Periodendauer.

3. Berechnen Sie die Zeiten, zu denen nach dem Nulldurchgang die Elongation einer harmonischen Schwingung mit der Amplitude $\hat{y} = 5\,\text{cm}$ und der Frequenz $f = 0{,}4\,\text{Hz}$ die Werte a) $y_1 = 8\,\text{mm}$, b) $y_2 = 2\,\text{cm}$, c) $y_3 = 4\,\text{cm}$ erreicht.

4. Bei einem Federpendel erhöht sich die Periodendauer T um 10 %, wenn die angehängte Masse m um $\Delta m = 50\,\text{g}$ vergrößert wird. Berechnen Sie die ursprüngliche Masse m.

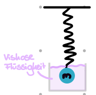
5. Eine an einer Feder hängende Kugel ($m = 2{,}0\,\text{kg}$), die um 2,0 cm nach unten ausgelenkt und dann sich selbst überlassen wurde, schwingt mit der Frequenz $f = 4\,\text{Hz}$.
   a) Berechnen Sie die Federkonstante D der Feder.
   b) Ermitteln Sie, wie weit sich die Feder dehnt, wenn die Kugel vor Beginn der Schwingung angehängt wird.
   c) Berechnen Sie die Kraft, die auf die Kugel in den Umkehrpunkten der Schwingung wirkt.

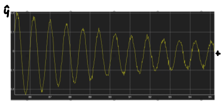
6. Bestimmen Sie aus der Schwingungsdauer eines Federpendels, das aus zwei gleichen aneinander gehängten Federn besteht, die Federkonstante dieser Anordnung. Erklären Sie den sich aus dem Messergebnis ergebenden Zusammenhang der Federkonstanten und leiten Sie diesen theoretisch her. Erklären Sie die Abweichung des gemessenen Wertes von theoretisch berechneten.

7. Bestimmen Sie experimentell die Erdbeschleunigung mithilfe eines Fadenpendels unter Anwendung der Formel $g = 4\,\pi^2\,d/(T1^2 - T2^2)$.
   a) Messen Sie dazu einmal die Schwingungsdauer bei der Länge l und ein zweites Mal bei der um die Strecke d verkürzten Länge des Pendels.
   b) Leiten Sie die gegebene Formel her und erklären Sie den Sinn des Messverfahrens.

Die gedämpfte harmonische Schwingung

9.12.2022

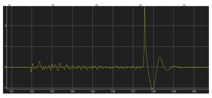




Die Amplitude der Schwingung nimmt mit jeder Periode ab.

Je höher die Viskosität der umgebenden Flüssigkeit ist,

umso stärker ist die zeitliche Abnahme der Amplitude.



Erklärung: Durch die Viskosität der Flüssigkeit wird dem schwingenden System (Oszillator) zu jedem Zeitpunkt in welchem es sich bewegt Energie entzogen und als Reibungswärme an die Umgebung abgegeben.

Bei der gedämpften Schwingung wirkt eine Reibungskraft, die die Schwingung dämpft.

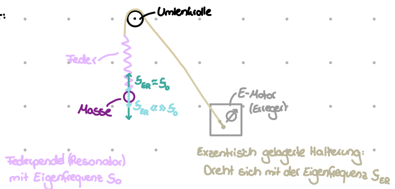
Abhängigkeit der Dämpfung von...

1. Viskosität des Mediums → Materialeigenschaft
2. Form und Querschnittsfläche des Körpers
3. Die Masse des Körpers
4. Die Federkonstante D

Die erzwungene Schwingung

13.12.2022

Experiment:



Der Erreger dreht sich mit einer Erregerfrequenz S_{ER}.

Diese wird langsam hoch geregelt.

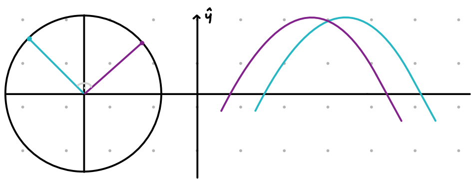
→ Nährt sich S_{ER} langsam S_0 an, so vergrößert sich die Schwingungsamplitude $\hat{y}$, bis das System zerstört wird.

↳ Resonanzkatastrophe

Ist die Erregerfrequenz höher als die Eigenfrequenz, so geht die Amplitude gegen 0.

Ergebnis: Jedes schwingungsfähige System besitzt eine Eigenfrequenz mit der es schwingt, sobald es zum Schwingen angeregt wird. Schwingt ein Erreger mit etwa der gleichen Frequenz wie die Eigenfrequenz des Oszillators, so fließt ein sehr großer Energiestrom zum Resonator.

Der optimale Energieübertrag findet statt, wenn der Erreger dem Resonator mit einer Phasenverschiebung $\Delta\varphi$ von $\frac{\pi}{2}$ voraus eilt.

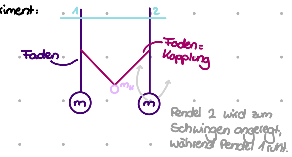


Schwingungsfähige Systeme müssen im Alltag immer gedämpft werden, damit sie nicht in einer Resonanzkatastrophe (zu viel Energie im System) zerstört werden.

Gekoppelte Schwingungen

15.12.2022

Experiment:



Pendel 1 beginnt langsam zu schwingen, während die Amplitude von Pendel 2 immer kleiner wird.

Sobald P1 seine maximale Amplitude erreicht, ruht P2 für einen kurzen Augenblick.

Danach wiederholt sich der Vorgang in umgekehrter Folge.

Bei den gekoppelten Pendeln findet ein ständiger Energieübertrag von einem Pendel zum anderen statt. Die Energie fließt über die Kopplung als "Energiestrom" von einem zum anderen Pendel.

Die Energiestromstärke kann durch die Kopplung erhöht oder erniedrigt werden.

Dabei ist die Gesamtenergie in dem System stets konstant (im reibungsfreien Raum). Sie teilt sich auf beide Pendel auf.

→ $E_{ges} = E_A + E_B$

→ Das zu Beginn schwingende Pendel dient hier als "Erreger" für das zweite Pendel, welches zu Beginn in Ruhe war. Damit eilt Pendel 1 dem Pendel 2 mit einer Phasendifferenz von $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ voraus.

→ "optimale Energieübertragung" (erregte Schwingung)

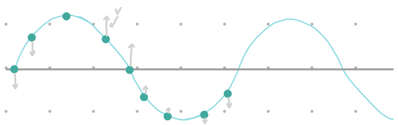
Hat Pendel 1 seine Energie komplett auf 2 übertragen, so vollführt es einen Phasensprung um $\Delta\varphi = \pi$ und wird vom Erreger zum Resonator.

Von der Schwingung zur Welle

9.1.2023

Als Welle bezeichnen wir eine Schwingung, die sich über viele einzelne miteinander gekoppelte Oszillatoren ausbreitet.

Skizze:

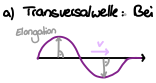


Die mechanische Welle

10.1.2023

Charakterisierung einer Welle:

I. Wellenart: a) Transversalwelle: Bei der Transversalwelle ist die Elongation (Wellenvektor) senkrecht zur Ausbreitungsrichtung (Geschwindigkeitsvektor der Welle)



Bsp.: Kapillarwellen auf Wasseroberfläche ; Seilwelle

b) Longitudinalwelle: Bei der LW. ist der Wellenvektor parallel zur Ausbreitungsrichtung der Welle

Um die Elongation der Welle bestimmen zu können reicht uns nicht nur eine Zeit t, sondern, da sich die Welle im Gegensatz zur einfachen Schwingung im Raum ausbreitet, benötigen wir noch den Ort x_1, der zu betrachten ist.

→ Die Welle ist ein räumlich und zeitlich periodischer Vorgang.

$y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega \cdot t)$

$y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega(t - t_1))$ $\quad v_{ph} = \frac{\lambda}{T}$ $\quad t_1 = \frac{x_1}{v_{ph}}$

$y(x,t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega(t_0 - \frac{x_1}{v_{ph}}))$

$y(x,t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega(t_0 - \frac{x_1}{\lambda} \cdot T))$

$y(x,t) = \hat{y} \cdot \sin(\frac{2\pi}{T}(t_0 - \frac{x_1}{\lambda} \cdot T))$

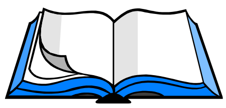
$y(x,t) = \hat{y} \cdot \sin(2\pi(\frac{t_0}{T} - \frac{x_1}{\lambda}))$

Physik Mechanische Wellen – Klasse 12 Name: Datum:

Arbeitsblatt: Mechanische Wellen

Wiederholung:

1. Lese im Buch *Metzler Physik* die Seiten 124-125.
2. Bearbeite auf Seite 125 die Übungsaufgaben 1. und 2.

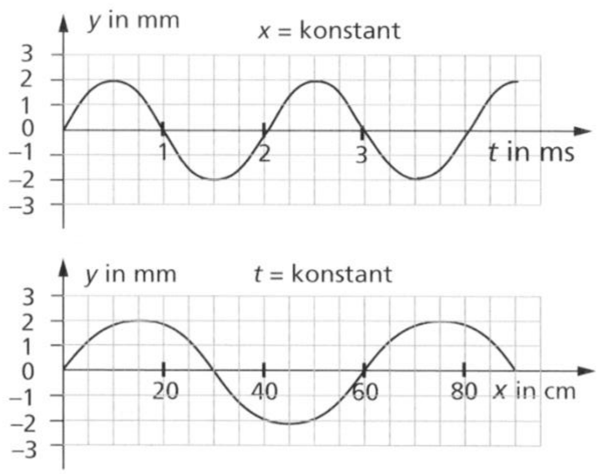


Die Wellengleichung:

3. Lese im Buch S. 126 den Abschnitt zur Wellengleichung und notiere die beschriebene *Herleitung* der Wellengleichung in nachvollziehbarer Weise.
4. Löse die beiden abgedruckten Übungsaufgaben Nr. 96 und Nr. 97.

96. Für einen Schwinger einer Transversalwelle lautet die Schwingungsgleichung:
$y = 3\text{ cm} \cdot \sin \frac{3\pi}{3\text{s}} \cdot t$
Der Schwingungszustand breitet sich mit einer Geschwindigkeit von 5,0 m/s aus.
a) Wie groß sind Amplitude, Schwingungsdauer, Frequenz und Wellenlänge dieser Welle?
b) Stellen Sie die Welle in einem *y*-*t*- und einem *y*-*x*-Diagramm dar!
c) Wie lautet die Wellengleichung für diese Welle?

97. Mit den folgenden beiden Diagrammen wird eine Welle beschrieben.



a) Ermitteln Sie aus den Diagrammen bzw. durch Berechnung Amplitude, Schwingungsdauer, Frequenz, Wellenlänge und Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle!
~~b)~~ Wie lautet die Wellengleichung?
(c)) Geben Sie die Gleichung für einen Schwinger für *x* = 40 cm an!

5. Bearbeite im Buch S. 127 Nr. *3.

Polarisation:

6. Lese auf den Seiten 126-127 den Abschnitt zur Polarisation.
7. Ergänze die in 7. notierten Unterschiede durch neue Erkenntnisse aus diesem Abschnitt.
8. Definiere, was man unter einer *linear* und einer *zirkular polarisierten* Welle versteht.

1 Während 12 Schwingungen innerhalb von 3 Sekunden ablaufen, breitet sich eine Störung um 3,6 m aus. Berechnen Sie Wellenlänge, Frequenz und Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle.

Lösung:
Es ist $T = 0{,}25$ s; $c = 1{,}2$ m/s; $f = 4{,}0$ Hz; $\lambda = c/f = 0{,}3$ m.

2 Gleiche Pendel sind in einer Reihe im Abstand von 0,4 m aufgestellt. Sie werden nacheinander im zeitlichen Abstand von 0,5 s angestoßen, sodass das 1. und 5., das 2. und 6. usw. Pendel phasengleich schwingen. Mit welcher Geschwindigkeit, Wellenlänge und Frequenz läuft die Welle über die Pendelkette?

Lösung:
Umformungen liefern
Es ist $\lambda = 1{,}6$ m; $f = 0{,}5$ Hz; $T = 2$ s; $\lambda f = 0{,}8$ m/s.

***5** Eine harmonische Schwingung $y(t) = \hat{y}\sin\omega t$ breite sich vom Nullpunkt als transversale Störung längs der x-Achse mit der Geschwindigkeit $v_{Ph} = 7{,}5$ mm/s aus. Es sei weiter $\hat{y} = 10$ cm, $\omega = \frac{\pi}{2}$ Hz.

a) Berechnen Sie die Periodendauer T, die Frequenz f und die Wellenlänge λ.
b) Wie heißt die Wellengleichung?
c) Zeichnen Sie maßstäblich das Momentanbild der Störung nach $t_1 = 4$ s, $t_2 = 6$ s und $t_3 = 9$ s.
d) Wie heißen die Schwingungsgleichungen für die Oszillatoren, die an den Orten $x_1 = 5{,}25$ cm bzw. $x_2 = 7{,}5$ cm von der Störung erfasst werden?

Lösung:
a) Aus $\omega = 2\pi f$ folgt $T = 2\pi/\omega = 4{,}0$ s und $f = 0{,}25$ Hz und daraus $\lambda = cT = 0{,}03$ m.
b) Die Wellengleichung lautet

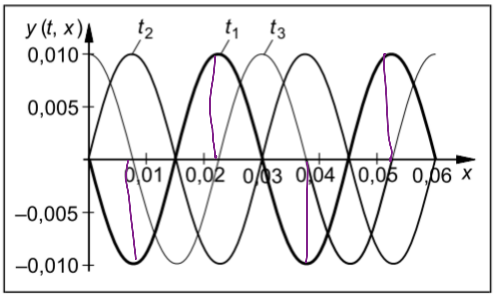
$$y(x,t) = 0{,}01\ \text{m}\cdot\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{4\ \text{s}} - \frac{x}{0{,}03\ \text{m}}\right)\right]$$

c) Den Zeichnungen liegen die Funktionen

$$y(x,t_1) = 0{,}01\ \text{m}\cdot\sin\left[2\pi\left(\frac{4\ \text{s}}{4\ \text{s}} - \frac{x}{0{,}03\ \text{m}}\right)\right] = -\,0{,}01\ \text{m}\cdot\sin\left[2\pi\frac{x}{0{,}03\ \text{m}}\right]$$

$$y(x,t_2) = 0{,}01\ \text{m}\cdot\sin\left[2\pi\left(\frac{6\ \text{s}}{4\ \text{s}} - \frac{x}{0{,}03\ \text{m}}\right)\right] = 0{,}01\ \text{m}\cdot\sin\left[2\pi\frac{x}{0{,}03\ \text{m}}\right]$$

$$y(x,t_3) = 0{,}01\ \text{m}\cdot\sin\left[2\pi\left(\frac{9\ \text{s}}{4} - \frac{x}{0{,}03\ \text{m}}\right)\right] = 0{,}01\ \text{m}\cdot\cos\left[2\pi\frac{x}{0{,}03\ \text{m}}\right].$$



d) An der Stelle $x_1 = 5{,}25$ cm beginnt die Störung nach der Zeit $t_1 = x_1/c = 7{,}0$ s mit der Schwingung; oder aus der Wellengleichung

$$y(x_1,t) = 0{,}01\ \text{m}\cdot\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{4\ \text{s}} - \frac{0{,}0525\ \text{m}}{0{,}03\ \text{m}}\right)\right] = 0{,}01\ \text{m}\cdot\sin\left[\frac{\pi}{2}\left(\frac{t}{\text{s}} - 7\right)\right]$$

und für die Stelle x_2

$$y(x_2,t) = 0{,}01\ \text{m}\cdot\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{4\ \text{s}} - \frac{0{,}075\ \text{m}}{0{,}03\ \text{m}}\right)\right] = 0{,}01\ \text{m}\cdot\sin\left[\frac{\pi}{2}\left(\frac{t}{\text{s}} - 10\right)\right].$$

S.125

1) geg.: $n=12$; $t=3s$; $s=3{,}6m$

ges.: λ ; f ; v $\quad f=\frac{n}{t}$; $v=\frac{s}{t}$; $\lambda=\frac{v}{f}$

Lsg.: $f=\frac{12}{3s}=4\,Hz$

$v=\frac{3{,}6m}{3s}=1{,}2\,\frac{m}{s}$

$\lambda=\frac{1{,}2\frac{m}{s}}{4\,Hz}=0{,}3m$

2) geg.: $\Delta s=0{,}4m$; $\Delta t=0{,}5s$; $n=4$

ges.: $v=\frac{\Delta s}{\Delta t}$; $\lambda=\frac{v}{f}$; $f=\frac{1}{n\cdot\Delta t}$

Lsg.: $v=\frac{0{,}4m}{0{,}5s}=0{,}8\,\frac{m}{s}$

$f=\frac{1}{4\cdot0{,}5s}=0{,}5\,Hz$

$\lambda=\frac{0{,}8\frac{m}{s}}{0{,}5\,Hz}=1{,}6m$

Herleitung Wellengleichung

3) $y=\hat{y}\cdot\sin(\omega\cdot t)$ $\quad$ Anfang der Oszillatorwelle $t=0$

→ Oszillator am Punkt x_1 beginnt erst t_1 nach Beginn zu schwingen

$y=\hat{y}\cdot\sin(\omega(t-t_1))$ $\quad \omega=\frac{2\pi}{T}$; $t_1=\frac{x_1}{v}$; $v=\frac{\lambda}{T}$ $\rightarrow t_1=\frac{x_1 T}{\lambda}$

$y=\hat{y}\cdot\sin\left(\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{x_1 T}{\lambda}\right)\right)$ $\quad$ T in Klammer multiplizieren

$y=\hat{y}\cdot\sin\left(2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x_1}{\lambda}\right)\right)$

96 a) geg.: $v=5\,\frac{m}{s}$; $\omega=\frac{3\pi}{3s}$; $\hat{y}=3cm=0{,}03m$

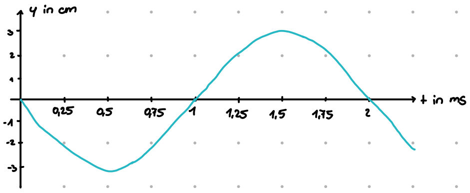
ges.: $\lambda=\frac{v}{f}$; $f=\frac{1}{T}$; $T=\frac{2\pi}{\omega}$

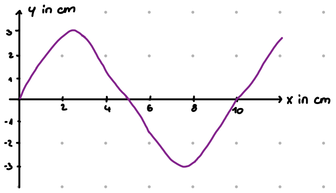
Lsg.: $T=\frac{2\pi\cdot3s}{3\pi}=2s$

$f=\frac{1}{2s}=0{,}5\,Hz$

$\lambda=\frac{5\frac{m}{s}}{0{,}5\,Hz}=10m$

b)





c) $y=0{,}03m\cdot2\pi\sin\left(\frac{t}{2s}-\frac{x_1}{10m}\right)$

97 a) geg.: $\hat{y}=0{,}002m$; $T=0{,}2s$; $\lambda=0{,}6m$

ges.: $f=\frac{1}{T}$; $v=\frac{\lambda}{T}$

Lsg.: $f=\frac{1}{0{,}2s}=5\,Hz$

$v=\frac{0{,}6m}{0{,}2s}=3\,\frac{m}{s}$

b) $y=0{,}002m\cdot2\pi\sin\left(\frac{t}{0{,}2}-\frac{x}{0{,}6m}\right)$

c) $y=0{,}002m\cdot2\pi\sin\left(\frac{t}{0{,}2}-\frac{0{,}4m}{0{,}6m}\right)$

5 a) geg.: $v=7{,}5\,\frac{mm}{s}=0{,}0075\,\frac{m}{s}$; $\hat{y}=10cm=0{,}1m$; $\omega=\frac{\pi}{2}$

ges.: $T=\frac{2\pi}{\omega}$; $f=\frac{1}{T}$; $\lambda=\frac{v}{f}$

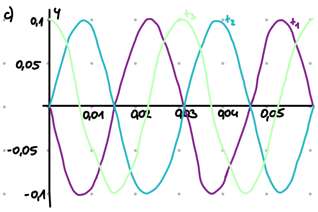
Lsg.: $T=\frac{4\pi}{\pi}=4s$

$f=\frac{1}{4s}=0{,}25\,Hz$

$\lambda=\frac{0{,}0075\frac{m}{s}}{0{,}25}=0{,}03m=3cm$

b) $y=0{,}1\cdot\sin\left(2\pi\left(\frac{t}{4s}-\frac{x}{0{,}03m}\right)\right)$

c)

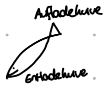


$y=0{,}1\cdot\sin\left(2\pi\left(\frac{t}{4s}-\frac{0{,}0525m}{0{,}03m}\right)\right)$

$=0{,}1\sin\left(-\frac{7}{2}\pi+\frac{\pi t}{2s}\right)$

$y=0{,}1\cdot\sin\left(2\pi\left(\frac{t}{4s}-\frac{0{,}075m}{0{,}03m}\right)\right)$

$0{,}1\sin\left(-5\pi+\frac{\pi t}{2s}\right)$



Herr Alt:
„Guckt mal, ich hab' nen Fisch gemalt."

3.3 Entstehung und Ausbreitung von Wellen

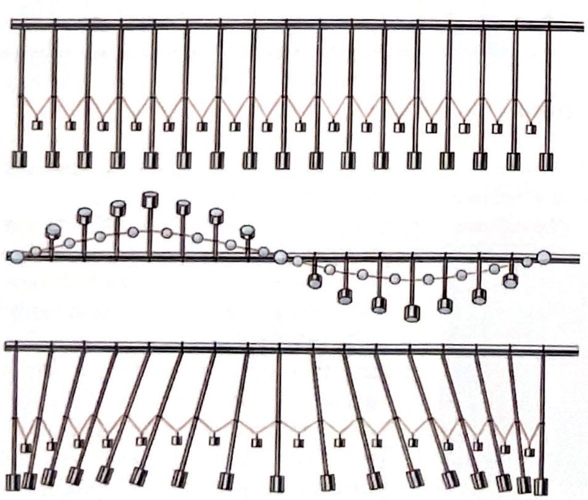
Wasserwellen sind ein anschauliches Beispiel für eine Wellenbewegung in einer Ebene. Der Schall ist wohl das bekannteste Beispiel für eine Wellenbewegung im Raum. Lineare Wellen können auf Seilen oder an einer Reihe gekoppelter Pendel beobachtet werden.

3.3.1 Lineare Wellen; Transversal- und Longitudinalwellen

Das einfachste Modell eines linearen Wellenträgers ist eine Kette gleicher gekoppelter Pendel wie in **Abb. 124.1** oder wie auf einer Torsionswellenmaschine.

Versuch 1: Wird in **Abb. 124.1** das erste Pendel kurz senkrecht (transversal) oder parallel (longitudinal) zur Richtung der Oszillatorkette angestoßen, überträgt sich die Schwingung von Pendel zu Pendel.
Erklärung: Durch den Impuls beim Anstoßen wird die Gleichgewichtslage der Oszillatorkette an einer Stelle gestört. Die Störung pflanzt sich infolge der Kopplung von Pendel zu Pendel fort. Energie und Impuls wandern durch die Oszillatorkette. ◂

Versuch 2: Nun wird das erste Pendel transversal mit konstanter Frequenz hin und her bewegt. Sobald die Oszillatoren von der Störung erfasst worden sind, wiederholen sie nacheinander die Schwingung des Erregers und der vorausgehenden Oszillatoren mit gleicher Frequenz und etwa gleicher Amplitude. Sie führen erzwungene Schwingungen aus. Benachbarte Pendel schwingen nicht in Phase, sondern führen ihre Schwingungen mit konstanter Phasendifferenz zueinander aus. Die Schwingungszustände, z. B. ein Maximum oder ein Nulldurchgang, laufen über die Oszillatorkette hinweg, sodass sich eine fortschreitende Welle auf der Oszillatorkette ausbildet (**Abb. 124.1 b und c**). ◂



124.1 Pendelkette. **a)** von der Seite in Ruhe, **b)** transversal angestoßen (von unten betrachtet), **c)** longitudinal angestoßen (von der Seite gesehen)

> Eine **lineare Welle** entsteht, wenn einer Oszillatorkette periodisch Energie zugeführt wird und die miteinander gekoppelten Oszillatoren nacheinander gleichartige erzwungene Schwingungen ausführen. Die Schwingungszustände des die Schwingung auslösenden Oszillators bewegen sich über die Kette hinweg. Führen die Oszillatoren harmonische Schwingungen aus, ist es eine **harmonische lineare Welle.**

Die Wellenbewegung lässt sich gut verstehen, wenn im Versuch 2 einmal der Schwingungsvorgang eines Pendels an einem beliebigen Ort in seinem zeitlichen Ablauf, zum anderen die Schwingungszustände aller Pendel zu einem beliebigen Zeitpunkt in ihrer räumlichen Verteilung betrachtet werden. An jedem Ort wiederholen sich gleiche Schwingungszustände nach der **Schwingungsdauer T** als *zeitlicher Periode* und zu jedem Zeitpunkt zeigen sich gleiche Schwingungszustände in gleichen Abständen, der sogenannten **Wellenlänge λ** als *räumlicher Periode* (**Abb. 125.2**). Die Entstehung der Welle aus der Zeigerdarstellung zeigt **Abb. 125.1.**

> Eine Welle ist ein zeitlich und räumlich periodischer Vorgang. Die *zeitliche Periode* ist die Schwingungsdauer T, die *räumliche Periode* die Wellenlänge λ. Die **Wellenlänge λ** ist der kürzeste Abstand zweier in Phase schwingender Oszillatoren.

Die Schwingung des einzelnen Oszillators innerhalb der Welle wird durch einen sogenannten **Schwingungsvektor** beschrieben, der der jeweiligen Elongation entspricht und von der Ruhelage zum augenblicklichen Ort des Oszillators zeigt. Dadurch unterscheidet man zwei Wellenformen, Tansversalwellen und Longitudinalwellen (**Abb. 124.1**).

> In einer **Longitudinalwelle** steht der Schwingungsvektor parallel, in einer **Transversalwelle** senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Welle.

Harmonische Transversalwellen und Longitudinalwellen werden beide grafisch gleichermaßen durch eine Sinuskurve, als „Sinuswelle" dargestellt. In einer Transversalwelle bewegen sich die einzelnen Oszillatoren senkrecht zur Ausbreitungsrichtung in y-Richtung, so wie es in **Abb. 125.2** zu sehen ist. Wellenberg und Wellental folgen aufeinander. Für eine Longitudinalwelle müssen die blauen Pfeile von **Abb. 125.2** als Auslenkungen in oder entgegen der Ausbreitungsrichtung der Welle gedeutet werden, Pfeile nach oben in der Sinuskurve der Welle bedeuten Auslenkung der Oszillatoren in Ausbreitungsrichtung, Pfeile nach unten entgegengesetzt zu ihr (→ **Abb. 126.1 b**). Die Elongationen der Transversalwelle werden für die Longitudinalwelle in die Ausbreitungsrichtung umgeklappt.

In einer Transversalwelle laufen **Wellenberge** und **Wellentäler** über den Wellenträger, in einer Longitudinalwelle sind es **Verdichtungen** und **Verdünnungen.**

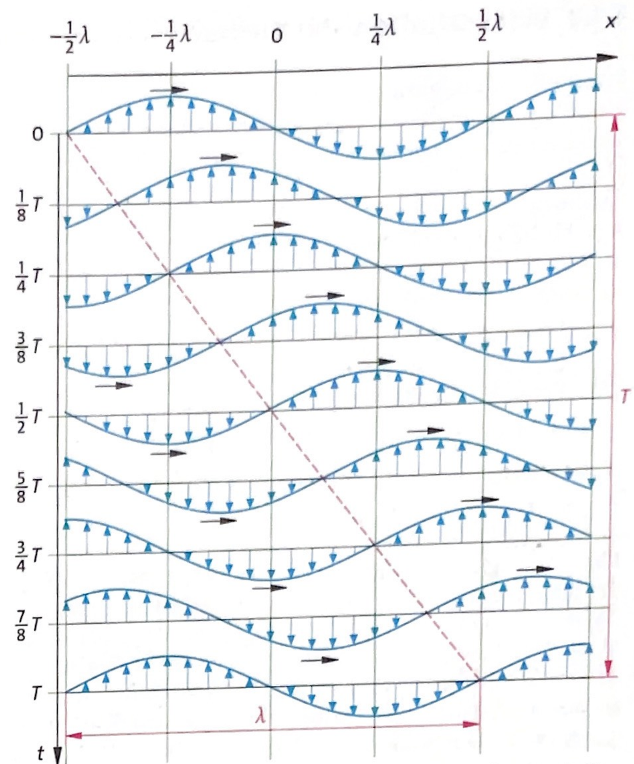
Phasengeschwindigkeit

In einer Welle bewegen sich die Schwingungszustände, also die Phasen der Schwingung, so z. B. etwa die Wellenberge oder die Wellentäler (**Abb. 125.2**). Die Geschwindigkeit der Phase hängt mit der zeitlichen und der räumlichen Periode der Welle zusammen: Während ein Oszillator an einem bestimmten Ort eine volle Schwingung in der Periodendauer T ausführt, hat sich die Phase von diesem Ort aus um eine bestimmte Strecke, die Wellenlänge λ, bis zu einem anderen Oszillator weiterbewegt. Der erreichte Oszillator schwingt nun mit dem ersten in Phase. Die Welle ist also in der Zeit T um die Strecke λ vorangekommen. Daraus ergibt sich die Geschwindigkeit $v = \lambda/T$.

Die Geschwindigkeit, mit der sich die Schwingungszustände oder Phasen bewegen, ist die **Phasengeschwindigkeit v_{Ph}** einer Welle. Für die Phasengeschwindigkeit gilt: $v_{Ph} = \lambda/T$; mit $T = 1/f$ wird $v_{Ph} = \lambda f$.

Energietransport durch eine Welle

Die wichtigste Eigenschaft einer fortschreitenden Welle ist der **Transport von Energie.** Wenn im Versuch 2 der erste Oszillator der gekoppelten Pendel in Schwingungen versetzt wird, so wird die ihm zugeführte Energie durch die Kopplung der Oszillatoren von einem zum nächsten weitergegeben. Die Energie wandert als Schwingungsenergie durch den Wellenträger. Dabei wird jedoch keine Materie fortbewegt. Auf dieser Ausbreitung von Schwingungsenergie beruht die Energieübertragung vieler Arten von Wellen, meistens allerdings, wie z. B. beim Licht von der Sonne zur Erde, ohne dass dazu Materie als Träger der Welle nötig ist.

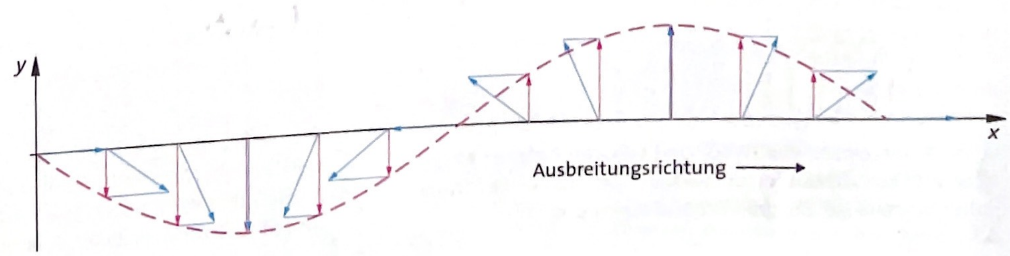


125.2 Entstehung einer Welle. In der Zeit $\Delta t = T$ kommt die Welle um die Strecke $\Delta s = \lambda$ voran.

In einer Welle breitet sich Energie ohne Materietransport aus.

Aufgaben

1. Während 12 Schwingungen innerhalb von 3 Sekunden ablaufen, breitet sich eine Störung um 3,6 m aus. Berechnen Sie Wellenlänge, Frequenz und Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle.
2. Gleiche Pendel sind in einer Reihe im Abstand von 0,4 m aufgestellt. Sie werden nacheinander im zeitlichen Abstand von 0,5 s angestoßen, sodass das 1. und 5., das 2. und 6. usw. Pendel phasengleich schwingen. Ermitteln Sie, mit welcher Geschwindigkeit, Wellenlänge und Frequenz die Welle über die Pendelkette läuft.



125.1 Während die Welle voranschreitet, rotieren die Zeiger der Oszillatoren, deren Projektion in y-Richtung die Auslenkung ergibt, entgegen dem Uhrzeigersinn.

3.3.2 Eigenschaften von Wellen

Die Wellengleichung

Wenn am Anfang einer Kette in P_0 $(x = 0)$ die Schwingung eines Oszillators zum Zeitpunkt $t = 0$ nach der Schwingungsgleichung $y(0, t) = \hat{y} \sin \omega t$ einsetzt, so breitet sie sich mit der Geschwindigkeit $v_{Ph} = \lambda f$ aus, sodass der Oszillator im Punkt $P(x_1)$ in der Entfernung x_1 vom Anfang der Kette erst nach der Zeit $t_1 = x_1/v_{Ph}$ zu schwingen beginnt. Für diesen Oszillator heißt die Schwingungsgleichung

$$y(x_1, t) = \hat{y} \sin \omega (t - t_1) \quad \text{bzw.} \quad y(x_1, t) = \hat{y} \sin \omega (t - x_1/v_{Ph}).$$

Mit den Umformungen $x_1/v_{Ph} = x_1\, T/\lambda$ und

$$\omega(t - t_1) = \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x_1}{\lambda} T\right) = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right)$$

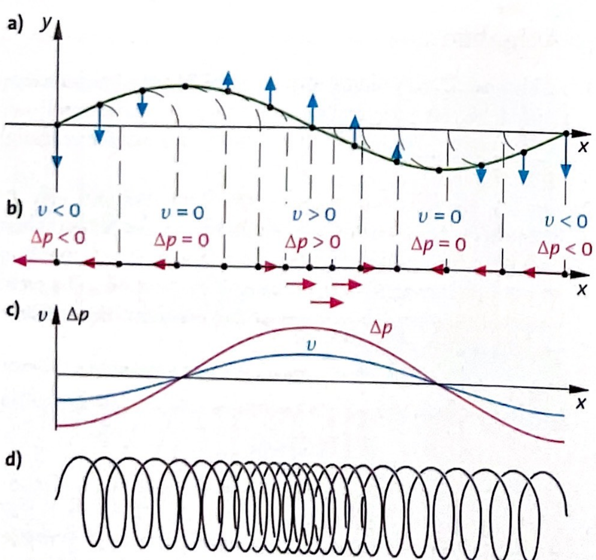
ergibt sich mit $x_1 = x$ die **Wellengleichung**

$$y(x, t) = \hat{y} \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right).$$

Die Wellengleichung beschreibt die Auslenkung $y(x, t)$ an der Stelle x des linearen Wellenträgers zur Zeit t, hervorgerufen durch eine Welle mit der Geschwindigkeit v_{Ph}, der Kreisfrequenz ω bzw. der Periodendauer T und der Wellenlänge λ. $y(x, t)$ ist eine **„doppelt-periodische" Funktion:** Für konstantes x ist die Periode die Schwingungsdauer T, für konstantes t ist die Periode die Wellenlänge λ.

Mechanische Wellen

In der Momentaufnahme einer Transversalwelle (**Abb. 126.1 a**) sind für einige Oszillatoren die Auslenkungen und Geschwindigkeiten eingezeichnet, mit denen sie um ihre Gleichgewichtslage schwingen. Durch Umklappen der Elongationen in die x-Achse ergibt sich das entsprechende Bild für eine Longitudinalwelle (**Abb. 126.1 b**). Zu erkennen sind auf dem Wellenträger Stellen mit größerer Dichte und geringerer Dichte der schwingenden Teilchen und solche mit Bewegungen in Ausbreitungsrichtung und entgegengesetzt dazu. Die sich ändernden Dichten können als *Druckschwankungen*



126.1 Verteilung von Druck und Geschwindigkeit einer Longitudinalwelle **(c)**, entwickelt über **(b)** aus der Transversalwelle **(a)**, Beispiel Federschwingung **(d)**

gegenüber dem Normaldruck dargestellt werden, und zwar Stellen größeren Drucks (Überdruck) als Wellenberg, solche kleineren Drucks (Unterdruck) als Wellental (**Abb. 126.1 c**). Auf diese Weise ergibt sich eine **Druckwelle.** Ebenso kann die Geschwindigkeit der Oszillatoren als **Geschwindigkeitswelle** aufgefasst werden. Die Geschwindigkeit der Oszillatoren ist von der Phasengeschwindigkeit der Welle zu unterscheiden.

Mechanische Transversalwellen können nur entstehen, wenn zwischen den Oszillatoren elastische Querkräfte wirksam sind wie in festen Körpern oder an der Oberfläche von Flüssigkeiten.

Mechanische Longitudinalwellen können immer dann entstehen, wenn zwischen den Oszillatoren elastische Längskräfte wirksam sind, also Kräfte, die einer Volumenänderung entgegenwirken. Solche Kräfte existieren nicht nur zwischen den Teilchen eines Festkörpers, sondern auch in Flüssigkeiten und Gasen. Eine Störung der Gleichgewichtslage der Moleküle z. B. eines Gases wird in Richtung dieser Störung weitergegeben, obwohl die Teilchen nicht fest aneinandergebunden sind. In festen Körpern können sich Transversal- und Longitudinalwellen fortpflanzen. Im Inneren von Flüssigkeiten und Gasen sind nur Longitudinalwellen möglich. Schallwellen in Luft sind das bekannteste Beispiel für Longitudinalwellen.

Da bei gleicher Auslenkung die Querkräfte kleiner sind als die Längskräfte, ist die Geschwindigkeit von Transversalwellen unter gleichen Bedingungen kleiner als die von Longitudinalwellen. Die Geschwindigkeit der Transversalwellen wächst, je fester die Kopplung der Oszillatoren ist. Dieser Sachverhalt ist wesentlich bei der Auswertung von Erdbebenwellen (S. 127).

Polarisation

Bei mechanischen Wellen kann meistens aufgrund der Beobachtung festgestellt werden, ob in einem gegebenen Fall eine Transversal- oder eine Longitudinalwelle vorliegt. Dies ist bei elektromagnetischen Wellen und bei Licht so einfach nicht möglich. Jedoch gibt es zur Unterscheidung das Phänomen der **Polarisierbarkeit** (→ 7.2.4 und → 7.3.10). Dies ist eine Eigenschaft, die nur Transversalwellen besitzen, wie der folgende Modellversuch veranschaulicht.

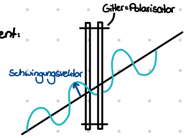
Versuch 1: Auf einem Federseil laufen kurze transversale (**Abb. 127.1**) oder longitudinale Wellenzüge gegen einen Spalt aus zwei Stativstangen.
Ergebnis: Longitudinalwellen passieren den Spalt ungehindert, *Transversalwellen* werden ganz, teilweise oder gar nicht durchgelassen. Für Transversalwellen gilt insbesondere:

- Liegt der Schwingungsvektor in Spaltrichtung, wird die Welle ungehindert hindurchgelassen (**Abb. 127.1 a**).
- Stehen Schwingungsvektor und Spaltrichtung senkrecht aufeinander, so ist die Welle hinter dem Spalt ausgelöscht. Sie wird absorbiert oder reflektiert (**Abb. 127.1 b**).
- In allen übrigen Fällen wird nur die Komponente des Schwingungsvektors in Spaltrichtung hindurchgelassen; die Komponente senkrecht dazu wird (evtl. teilweise) reflektiert und (evtl. teilweise) absorbiert (**Abb. 127.1 c**). ◄

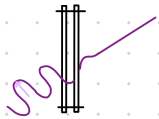
Die 3D-Kinotechnologie und die Polarisation von Wellen

16.1.2023

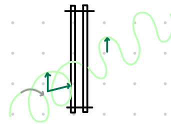
Experiment:



Schwingungsvektor der Welle ist parallel zum Gitter orientiert
→ Welle geht einfach durch



Schwingungsvektor ist senkrecht zum Gitter orientiert
→ Auslöschung der Welle

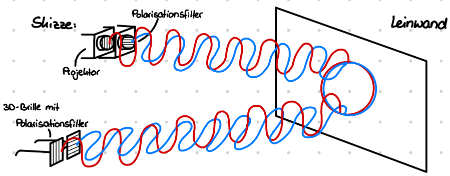


Bei einer zirkular orientierten Welle wird nur die Komponente parallel zum Gitter durchgelassen

Erklärung: Mit Hilfe der Polarisation sind wir dazu in der Lage die räumliche Orientierung einer Welle zu verändern.
Dies funktioniert nur bei Transversalwellen.

Frage: Wie funktioniert die 3D-Technik im Kino?

Skizze:

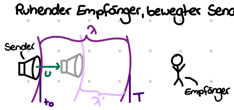


Durch die 3D-Brille wird erreicht, dass die linear polarisierte Welle des Projektors A nur in das rechte Auge und von B nur in das linke Auge gelangt.
Dadurch ergibt sich der 3D-Effekt im Kino.

Der Doppler-Effekt

19.1.2023

1. Ruhender Empfänger, bewegter Sender



v = Geschwindigkeit des Senders

V_s = Schallgeschwindigkeit = 340 $\frac{m}{s}$ = konstant

λ' = vom Empfänger wahrgenommene, verkürzte Wellenlänge

Durch das Voranschreiten des Senders mit der Geschwindigkeit v, verkürzt sich für den Empfänger die original Wellenlänge auf $\lambda' = \lambda - v \cdot T$ $\quad f = \frac{V_s}{\lambda} \longrightarrow f' = \frac{V_s}{\lambda'}$

Für die Frequenz, die der Empfänger wahrnimmt gilt somit:

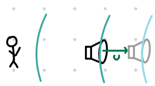
$$f' = \frac{V_s}{\lambda - v \cdot T} \quad \text{mit } \lambda = \frac{V_s}{f}$$

$$f' = \frac{V_s}{\frac{V_s}{f} - v \cdot T} \quad | \cdot \frac{f}{f}$$

$$f' = \frac{V_s \cdot f}{V_s - v \cdot T \cdot f} \quad \text{mit } T = \frac{1}{f}$$

$$f' = \frac{V_s \cdot f}{V_s - v}$$

$$f' = \frac{f}{1 - \frac{v}{V_s}}$$



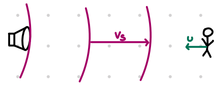
Bei der Entfernung des Senders vom Empfänger streckt sich die Wellenlänge zur neuen Wellenlänge λ'.

$$\lambda' = \lambda + v \cdot T$$

↓

$$f' = \frac{f}{1 + \frac{v}{V_s}}$$ bei Entfernung

2. Ruhender Sender, bewegter Empfänger



$\lambda = \frac{v_S}{f}$

$f = \frac{v_S}{\lambda}$

Annähern
Entfernen

$f' = \frac{v_S \pm u}{\lambda}$ mit $\lambda = \frac{v_S}{f}$

Nähert sich der Empfänger mit einer Geschwindigkeit u dem Sender an, so besitzen für ihn die Schallwellen die Geschwindigkeit $v_g = v_S + u$. Dadurch erreichen ihn mehr Wellenberge und -täler pro Zeitintervall

→ Höhere Frequenz

$f' = f \frac{v_S \pm u}{v_S}$

$f' = f(1 \pm \frac{u}{v_S})$

S.129

1 geg.: $f = 1500\,Hz$; $u = 120\,\frac{km}{h} = 33{,}\overline{3}\,\frac{m}{s}$; $v_S = 340\,\frac{m}{s}$

ges.: $f_n' = \frac{f}{1 + \frac{u}{v_S}}$ $f_v' = \frac{f}{1 - \frac{u}{v_S}}$

Lsg.: $f_v' = \frac{1500\,Hz}{1 - \frac{33{,}\overline{3}\,\frac{m}{s}}{340\,\frac{m}{s}}} \approx 1663{,}04\,Hz$

$f_n' = \frac{1500\,Hz}{1 + \frac{33{,}\overline{3}\,\frac{m}{s}}{340\,\frac{m}{s}}} \approx 1366{,}07\,Hz$

3 geg.: $f = 400\,Hz$; $n = 3$; $r = 1\,m$; $\Delta t = 1\,s$; $v_S = 340\,\frac{m}{s}$

ges.: $v = \frac{n \cdot 2 \cdot r \cdot \pi}{\Delta t}$; $f_1' = \frac{f}{1 - \frac{v}{v_S}}$; $f_2' = \frac{f}{1 + \frac{v}{v_S}}$

$v = \frac{3 \cdot 2\,m \cdot \pi}{1\,s} = 6\pi \approx 18{,}85\,\frac{m}{s}$

$f_1' = \frac{400\,Hz}{1 - \frac{18{,}85\,\frac{m}{s}}{340\,\frac{m}{s}}} \approx 423{,}48\,Hz$ Annährung

$f_2' = \frac{400\,Hz}{1 + \frac{18{,}85\,\frac{m}{s}}{340\,\frac{m}{s}}} \approx 378{,}99\,Hz$ Entfernung

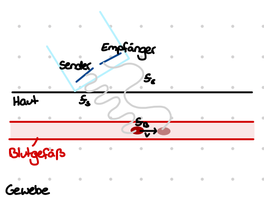
2 geg.: $f = 440\,Hz$; $u = 100\,\frac{km}{h} = 27{,}\overline{7}\,\frac{m}{s}$; $v_S = 340\,\frac{m}{s}$

ges.: $f' = f(1 \pm \frac{u}{v_S})$

Lsg.: $f' = 440\,Hz(1 + \frac{27{,}\overline{7}\,\frac{m}{s}}{340\,\frac{m}{s}}) \approx 475{,}95\,Hz$ beim Annähren

$f' = 440\,Hz(1 - \frac{27{,}\overline{7}\,\frac{m}{s}}{340\,\frac{m}{s}}) \approx 404{,}05\,Hz$ beim Entfernen

Dopplersonografie



$f_S < f_B < f_E$

→ für den Frequenzunterschied zwischen f_S und f_E gilt:

$\Delta f = f_S - f_E$ Δf = Schwebung

Herleitung der Fließgeschwindigkeit des Blutes:

$f_B = f_S \frac{v_S - u}{v_S}$ $f_E = f_B \frac{v_S}{v_S + u}$ v_S = Schallgeschwindigkeit im Blut $v_S = 1500\,\frac{m}{s}$

f_B in f_E:

$f_E = f_S \frac{v_S - u}{\cancel{v_S}} \frac{\cancel{v_S}}{v_S + u}$

$f_E = f_S \frac{v_S - u}{v_S + u}$

Für die Frequenzänderung Δf gilt somit:

$\Delta f = f_S - f_S \frac{v_S - u}{v_S + u}$

$= f_S(1 - \frac{v_S - u}{v_S + u})$ mit $1 = \frac{v_S + u}{v_S + u}$

$= f_S(\frac{\cancel{v_S} + u}{v_S + u} - \frac{\cancel{v_S} - u}{v_S + u})$

$= f_S \frac{2u}{v_S + u}$ $v_S \gg u$ $u \to 0$

$\Delta f = f_S \cdot \frac{2u}{v_S}$

Exkurs

Ultraschall in der Medizin

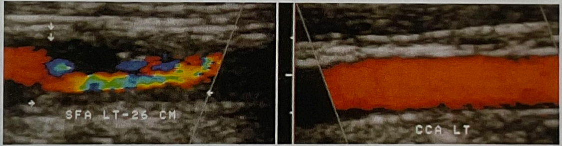
Elastische Wellen von 20 kHz bis etwa 10 GHz werden als **Ultraschall** bezeichnet. Ultraschall lässt sich ebenso gut bündeln wie Licht und durch Reflexion gezielter Richtstrahlen zur Ortung und Hinderniserkennung einsetzen.

Die Ultraschalluntersuchung in der Medizin, **Sonografie,** hat gegenüber z. B. der Computertomografie entscheidende praktische Vorteile. Sie ist nahezu überall und jederzeit verfügbar (auch auf der Trage oder am Krankenbett), biologisch unschädlich (keine Ionisation) und deshalb wiederholbar, und sie kommt meist ohne Kontrastmittel aus.

Die *Ultraschallenergie* wird durch elektrische Anregung eines piezoelektrischen Kristalls erzeugt. Fast ausschließlich kommt eine *Impuls-Echotechnik* zum Einsatz: Vom Schallkopf wird jede Millisekunde ein etwa 1 μs dauerndes Ultraschallbündel mit Frequenzen von durchweg 2,5 MHz in den Körper eingestrahlt. Die meiste Zeit ist der Schallkopf als Empfänger geschaltet und wandelt die vom Körper reflektierten Schallwellen wieder in elektrische Signale um.

Ein Gel zwischen Schallkopf und Haut vermindert Reflexions- und Einstrahlungsverluste (z. B. durch Luft). An den Grenzübergängen des Gewebes wird der Ultraschall reflektiert. Je höher die Ultraschallfrequenz, desto stärker ist die Absorption im Gewebe und desto besser ist die Ortsauflösung. Bei 2,5 MHz können z. B. noch Reflexionen in 20 cm Tiefe erfasst werden, bei 10 MHz in 50 cm Tiefe.

In der **Dopplersonografie** wird meist kontinuierlich gepulster Ultraschall zur Messung von Blutströmgeschwindigkeit in Arterien u. v. a. m. eingesetzt. Als Ultraschallkontrastmittel können kleine luftgefüllte Bläschen (2 bis 3 μm Durchmesser), die kapillargängig sind, ins Blut eingebracht werden. Ihre Bewegungen bewirken eine Frequenzänderung, die von Diagnosegeräten in eine Farbkodierung umgesetzt wird und so eine Unterscheidung verschiedener Gewebe ermöglicht. Die Helligkeit der Farben macht eine Aussage über die mittlere Strömungsgeschwindigkeit des Bluts, je heller, umso schneller.



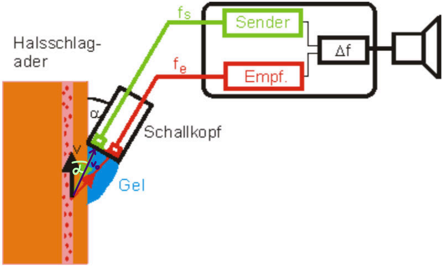
Die Abbildung zeigt die farbkodierte Sonografie einer Oberschenkelarterie, links eine hochgradige Einengung und die dadurch folgende Erhöhung der Strömungsgeschwindigkeit (gelb), als Folge Flussumkehr (blau), rechts eine Arterie mit normaler Strömungsgeschwindigkeit (rot).

Aufgabe

DOPPLER-Sonographie

Schwierigkeitsgrad: schwere Aufgabe

Bei der DOPPLER-Sonographie zur Bestimmung der Fließgeschwindigkeit des Blutes sendet man Ultraschall der Frequenz f_S auf die bewegten Blutkörperchen. Der von den Blutkörperchen gestreute Schall hat die Frequenz f_E. Die Schwebungsfrequenz $\Delta f = f_E - f_S$ wird durch einen Lautsprecher hörbar gemacht.



a) Erläutere, warum man für die Untersuchung ein Gel verwenden muss.

b) Die Blutkörperchen bewegen sich in der Halsschlagader mit der Geschwindigkeit v nach oben. Der Schallkopf wird unter einem Winkel der Weite α an den Hals gesetzt.

Gib an, welcher Anteil von v für die Berechnung der Frequenzverschiebung Δf zu berücksichtigen ist.

c) Drücke die Frequenzverschiebung Δf durch die Schallgeschwindigkeit c, die Winkelweite α, die Geschwindigkeit v der Blutkörperchen und die Sendefrequenz f_S aus.

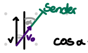
Hinweis: Informiere dich auf der ▶ Seite über die DOPPLER-Sonographie.

d) Die Sendefrequenz ist $15{,}0\,\mathrm{MHz}$, die Schwebungsfrequenz $1{,}99\,\mathrm{kHz}$, die Schallgeschwindigkeit im Blut $1{,}57\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$ und die Winkelweite $\alpha = 30°$.

Bestimme aus diesen Daten die Fließgeschwindigkeit des Blutes.

a) Schall wird dadurch besser und schneller übertragen, Vermeidung von Reflexionen an der Haut
gleicher Brechungsindex

b) Anteil v (v_0) ⊥ Sender v_0



$\cos\alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{v_0}{v} \rightarrow v_0 = v \cdot \cos\alpha$

$c = v_s \quad \alpha \quad v = v \quad f_s$

c) $\Delta f = f_s \cdot \frac{2v}{v_s} \rightarrow \Delta f = f_s \cdot \frac{2v_0}{c}$ mit $v_0 = \cos\alpha \cdot v$

$\Delta f = f_s \cdot \frac{2v \cdot \cos\alpha}{c}$

d) geg.: $\Delta f = 1{,}99\,kHz = 1{,}99 \cdot 10^3\,Hz$; $f_s = 15\,MHz = 15 \cdot 10^6\,Hz$; $c = 1{,}57\,\frac{km}{s} = 1{,}57 \cdot 10^3\,\frac{m}{s}$; $\alpha = 30°$

ges.: v

$\Delta f = f_s \cdot \frac{2v \cdot \cos\alpha}{c} \quad | \cdot \frac{c}{f_s}$

$\frac{\Delta f c}{f_s} = 2v \cdot \cos\alpha \quad | : 2\cos\alpha$

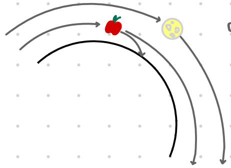
$v = \frac{\Delta f c}{2 f_s \cos\alpha}$

Lsg.: $v = \frac{1{,}99 \cdot 10^3\,Hz \cdot 1{,}57 \cdot 10^3\,\frac{m}{s}}{2 \cdot 15 \cdot 10^6\,Hz \cdot \cos(30°)} \approx 0{,}12\,\frac{m}{s}$

Die Gravitationsdrehwaage nach Henry Cavendish

26.1.2023

→ Idee Newtons: Ist die Kraft, die den Apfel zur Erde zieht, die gleiche Kraft, die den Mond auf seiner Bahn um die Erde hält?
Wenn ja, lassen sich die physikalischen Gesetze der Mechanik auch auf die Himmelskörper im Universum anwenden → Revolutionär



Der Mond fällt ständig zur Erde, aber er ist so schnell, dass er ständig an der Erde vorbei fällt!

→ Logisch! Dann würde die Gravitationskraft von den Massen beider Körper resultieren.

→ Jede Masse (Körper) hätte somit ein Gravitationsfeld um sich herum, in welchem eine anziehende Kraft auf andere Massen wirkt

Beweis lieferte Henry Cavendish (1794)