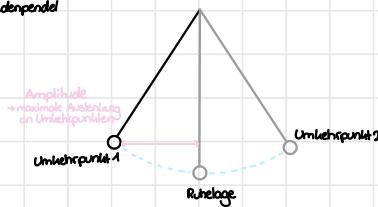


Schwingungen und Wellen

Experiment: Fadenpendel



Definition: Als Schwingung bezeichnen wir die periodische Bewegung eines Körpers um eine stabile (energiearme) Ruhelage.

Es gibt verschiedene Arten von Schwingungen:

- gedämpfte Schwingung → gibt ständig Energie ab → Amplitude wird kontinuierlich kleiner



- harmonische Schwingung → kann als Sinuskurve beschrieben werden



- unharmonische Schwingung → Bsp.: EKG

- erzwungene Schwingung

Jedes schwingungsfähige System wird als „Oszillator“ bezeichnet

Größen zur Beschreibung einer Schwingung:

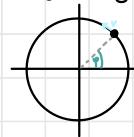
· Amplitude: \hat{q}

· Elongation (zeitliche Auslenkung): $q(t)$

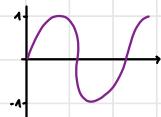
· Frequenz: 5 Schwingungen pro Sekunde

· Periodendauer: T Dauer einer kompletten Schwingung

Winkelgeschwindigkeit:

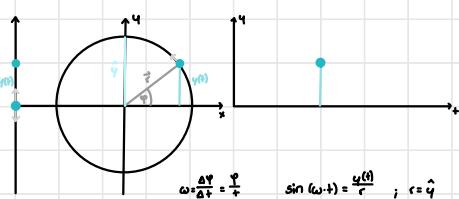


$$\omega = \frac{\varphi}{T} \quad (\text{in } \text{s}^{-1})$$



$$q(t) = \hat{q} \cdot \sin(\omega t)$$

$\omega t < \pi$



$$\omega \cdot \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{\pi}{T}$$

$$\sin(\omega \cdot t) = \frac{q(t)}{r}; \quad r = \hat{q}$$

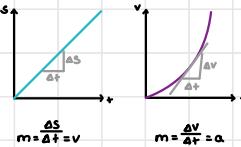
$$\sin(\omega \cdot t) = \frac{q(t)}{q}; \quad 1:q$$

$$q(t) = \hat{q} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

zeit-Elongations-Gesetz der harmonischen Schwingung

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = \frac{1}{\omega}$$



$$m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = v$$

$$m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = a$$

Das 2.-E.-Gesetz ermöglicht uns eine Vorhersage

der Elongation eines schwingenden Körpers

zu jedem beliebigen Zeitpunkt.

Bestimmung der Geschwindigkeit und Beschleunigung des schwingenden Körpers

$$q(t) = \hat{q} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$v(t) = \dot{q}(t) = \hat{q} \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad \text{zeit-Geschwindigkeits-Gesetz}$$

$$\ddot{q}(t) = v'(t) = a(t) = -\hat{q} \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad \text{zeit-Beschleunigungs-Gesetz}$$

S. 112 Nr. 2, 3

2. geg.: $t = 0,25$; $q(0) = 0,05 \text{ m}$; $\hat{q} = 0,06 \text{ m}$

ges.: $S = \frac{A}{T}; T$

Lsg.: $q(t) = \hat{q} \sin(\omega \cdot t) \quad 1:q$

$$\frac{q(t)}{\hat{q}} = \sin(\omega \cdot t) \quad (\sin^{-1})$$

$$\sin^{-1}\left(\frac{q(t)}{\hat{q}}\right) = \omega \cdot t \quad 1:t$$

$$\frac{\sin^{-1}\left(\frac{q(t)}{\hat{q}}\right)}{t} = \omega \quad 1:2\pi \quad \omega = 2\pi \cdot S$$

$$S = \frac{\sin^{-1}\left(\frac{q(0)}{\hat{q}}\right)}{2\pi \cdot t} = \frac{\sin^{-1}\left(\frac{0,05}{0,06}\right)}{2\pi \cdot 0,25} \approx 0,58 \text{ Hz}$$

$$T = \frac{1}{0,58 \text{ Hz}} \approx 1,72 \text{ s}$$

3. geg.: $\hat{q} = 0,05 \text{ m}$; $S = 0,4 \text{ Hz}$; $q_1 = 0,008 \text{ m}$; $q_2 = 0,02 \text{ m}$; $q_3 = 0,04 \text{ m}$

ges.: $t \quad \omega = 2\pi \cdot S$

Lsg.: $q(t) = \hat{q} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad 1:q \quad (\sin^{-1})$

$$\omega \cdot t = \sin^{-1}\left(\frac{q(t)}{\hat{q}}\right) \quad 1:2\pi S$$

$$t = \frac{\sin^{-1}\left(\frac{q(t)}{\hat{q}}\right)}{2\pi S}$$

$$t_1 = \frac{\sin^{-1}\left(\frac{0,008}{0,05}\right)}{2\pi \cdot 0,4 \text{ Hz}} \approx 0,06 \text{ s}$$

$$t_2 = \frac{\sin^{-1}\left(\frac{0,02}{0,05}\right)}{2\pi \cdot 0,4 \text{ Hz}} \approx 0,16 \text{ s}$$

$$t_3 = \frac{\sin^{-1}\left(\frac{0,04}{0,05}\right)}{2\pi \cdot 0,4 \text{ Hz}} \approx 0,37 \text{ s}$$



$$F_R = F = m \cdot a$$

$$a(t) = -\omega^2 \cdot \hat{y} \cdot \sin(\omega t)$$

18.11.2022

F_R = rückstellende Kraft

$$F_R = -\omega^2 \cdot \hat{y} \cdot \sin(\omega t) \cdot m$$

$$\frac{F_R}{m} = -\omega^2 \cdot \hat{y} \quad | :y$$

Hooke'sches Gesetz: $F = -D \cdot s$

|:f(s)

$$\frac{F_R}{m} = -\omega^2 \cdot s \quad |(-1)$$

$$-\frac{F_R}{m} = 0$$

$$-\frac{F_R}{m} = \omega^2 \cdot s$$

$$0 = \omega^2 \cdot s \quad | :m \quad | \Gamma$$

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} \quad | :2\pi \quad \leftarrow \omega = 2\pi \cdot f$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{m}} \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$$

S. M5.14.3,4

3 geg.: $D = 380 \frac{N}{m}$; $f = 8 \text{ Hz}$

ges.: m $s = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{m}} \quad | :2\pi \quad | \Gamma^2$
 $(s \cdot 2\pi)^2 = \frac{D}{m} \quad | :D \quad | \Gamma^4$
 $m = \frac{D}{(s \cdot 2\pi)^2}$

$$\text{Lsg.: } m = \frac{380 \frac{N}{m}}{(8 \text{ Hz} \cdot 2\pi)^2} = 0,154 \text{ kg} = 150 \text{ g}$$

4 geg.: $\Delta m = 50 \text{ g} = 0,05 \text{ kg}$; $T_2 = 1,1 T_1$

ges.: $m_2 = m_1 + \Delta m$ $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} \quad | :2\pi \quad | \Gamma^2$
 $\frac{m}{D} = \frac{T^2}{4\pi^2} \quad | :D \quad | \Gamma^4$
 $m = \frac{T^4 D}{4\pi^2}$

$$\text{Lsg.: } \frac{T_2^4 D}{4\pi^2} = \frac{1,21 T_1^4 D}{4\pi^2} = m_2$$

$$1,21 \frac{T^4 D}{4\pi^2} = m_1 + 0,05 \text{ kg}$$

$$1,21 m_1 = m_1 + 0,05 \text{ kg} \quad | -m_1$$

$$0,21 m_1 = 0,05 \text{ kg} \quad | :0,21$$

$$m_1 = 0,238 \text{ kg} = 238 \text{ g}$$

Das Hooke'sche Gesetz

21.11.2022

$$F = -D \cdot S$$

$$D = -\frac{F}{S}$$

$$D = -\frac{m \cdot g}{S}$$

Exp.: $D \approx -32,88$

$$S = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{32,88 \cdot m}{g}} \approx 1,89 \text{ lb}$$

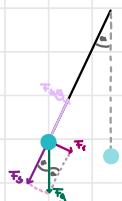
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{0,2448 \cdot m}{32,89 \cdot g}} \approx 0,54 \text{ s}$$

10 Schwingungen: 6,04 s

324

Das Fadenpendel

22.11.2022



T_g = Spannkraft

T_g = Zugkraft

T_r = rückreibende Kraft

Herleitung:

$$\sin \alpha = \frac{T_g}{T_f} \quad \text{Mit der Kleinwinkel Näherung für Winkel}$$

$T_r = T_g \cdot \sin \alpha$ für Winkel bis 10° gilt: $\sin \alpha = \alpha$

$$\rightarrow T_r = T_g \cdot \alpha$$



Für kleine Winkel α kann das Bogensegment näherungsweise als eine Gerade angesehen werden.

$$\text{Daraus folgt: } \sin \alpha = \frac{y}{r} \quad \begin{matrix} \text{mit} \\ \text{Kleinwinkel Näherung} \end{matrix}$$

$$\alpha = \frac{y}{r}$$

Einsetzen: $T_r = T_g \cdot \frac{y}{r} ; T_g = mg$

$$T_r = \frac{mg}{r} \cdot y ; T_r = D \cdot y \quad (\text{beim Fadenpendel})$$

$$T_r = -D \cdot y$$

$$\rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{mg}{D}} ; D = \frac{mg}{y}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{mg}{y}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{T}{g}} \quad \text{beim Fadenpendel}$$

$$S = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{T}{g}}$$

$$\text{Exp. } l = 0,58 \text{ m} \quad 0,94 : 1,47 \cdot 5 \quad 0,62 : 1,58$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{0,58 \text{ m}}{9,81 \text{ m}}} \approx 1,58 \text{ s}$$

10 Schwingungen: 15,23 s

20 Schwingungen: 30,62 s

bis doppeltes Masse

10 Schwingung: 15,216

20 Schwingungen: 30,346

$$l = 0,62 \text{ m}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{0,62 \text{ m}}{9,81 \text{ m}}} \approx 1,58 \text{ s}$$

10 Schwingungen: 15,2 s

20 Schwingungen: 31,555

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$1:2\pi$$

$$\frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$1(\cdot)^2$$

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{g}{l}$$

$$1:1$$

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

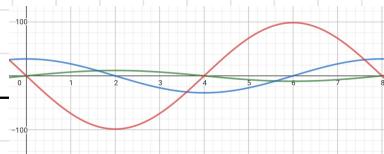
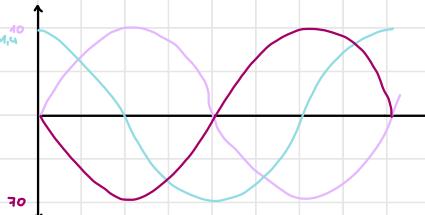
$$g \approx 9,74 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$1 \quad \text{geg.: } t = n \cdot \frac{T}{8}; n = 0; 1; 2; \dots; 8; T = 2 \text{ s}; \ddot{q} = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

$$\text{ges.: } q(t) = \ddot{q} \cdot \sin(\omega \cdot t); \quad \omega = \frac{2\pi}{T}; \quad v(t) = \dot{q} \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \cos\left(2\pi \cdot \frac{t}{T}\right); \quad a(t) = -\ddot{q} \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \sin\left(\pi \cdot \frac{t}{T}\right)$$

$$\text{Lsg.: } q(t) = 0,1 \text{ m} \sin\left(2\pi \cdot \frac{t}{2}\right); \quad v(t) = 0,1 \frac{\pi}{2} \cdot \pi \cdot \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right); \quad a(t) = -0,1 \frac{\pi^2}{4} \cdot \pi^2 \cdot \sin\left(\pi \cdot \frac{t}{2}\right)$$

$$\begin{array}{ccc} q \text{ (cm)} & v \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) & a \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 7,1 & 22,2 \\ 2 & 10 & 0 \\ 3 & 7,1 & -22,2 \\ 4 & 0 & -34,4 \\ 5 & -7,1 & -22,2 \\ 6 & -10 & 0 \\ 7 & -7,1 & 22,2 \\ 8 & 0 & 34,4 \end{array}$$



$$2 \quad \text{geg.: } t = 0,2 \text{ s}; \ddot{q} = 4 \text{ cm} = 0,04 \text{ m}, \ddot{y} = 6 \text{ cm} = 0,06 \text{ m}$$

$$\text{ges.: } S; T = \frac{1}{S} \quad q(t) = \ddot{q} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad \omega = 2\pi \cdot S$$

$$S = \frac{\sin^{-1}(\frac{0,04 \text{ m}}{0,06 \text{ m}})}{2\pi t} \quad 1: \ddot{q} \quad 1: \sin^{-1}(\cdot) \quad 1: 2\pi t$$

$$\text{Lsg.: } S = \frac{\sin^{-1}(\frac{0,04 \text{ m}}{0,06 \text{ m}})}{2\pi \cdot 0,25} = 0,58 \text{ Hz}$$

$$T = \frac{1}{0,58 \text{ Hz}} \approx 1,72 \text{ s}$$

3 ges.: $\dot{y} = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}; \ddot{s} = 0,4 \text{ Hz}; y(t) = 8 \text{ mm} = 0,008 \text{ m}; y_1(t) = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}; y_3(t) = 4 \text{ cm} = 0,04 \text{ m}$

ges.: t $y(t) = \dot{y} \cdot \sin(2\pi \cdot t) + 1 \cdot \ddot{y} \cdot \frac{\sin^2(\frac{\pi}{2})}{2\pi \cdot \ddot{s}}$

Lsg.: $t_1 = \frac{\sin^{-1}\left(\frac{0,008 \text{ m}}{0,05 \text{ m}}\right)}{2\pi \cdot 0,4 \text{ Hz}} = 0,064 \text{ s}$

$t_2 = \frac{\sin^{-1}\left(\frac{0,02 \text{ m}}{0,05 \text{ m}}\right)}{2\pi \cdot 0,4 \text{ Hz}} = 0,164 \text{ s}$

$t_3 = \frac{\sin^{-1}\left(\frac{0,04 \text{ m}}{0,05 \text{ m}}\right)}{2\pi \cdot 0,4 \text{ Hz}} = 0,369 \text{ s}$

5 ges.: $m = 24 \text{ kg}; \ddot{s} = 4 \text{ Hz}; s = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}; g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

a) ges.: D $D = \frac{m}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{s}}$ $| \cdot 2\pi | ()^2 | -m$
 $D = 4576 \text{ N}$

Lsg.: $D = 4 \cdot (4 \text{ Hz})^2 \cdot \pi^2 \cdot 24 \text{ kg} = 1263,31 \frac{\text{N}}{\text{s}^2}$

b) ges.: s $D = \frac{m \cdot g}{s} \quad | ()^{\frac{1}{2}} \quad | -mg$
 $s = \frac{mg}{D}$

Lsg.: $s = \frac{24 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1263,31 \frac{\text{N}}{\text{s}^2}} \approx 0,016 \text{ m}$

c) ges.: $T_1 = T_A + T_B; T_2 = T_A \cdot T_B; T_3 = D \cdot s; T_4 = mg$

Lsg.: $T_4 = 1263,31 \frac{\text{N}}{\text{s}^2} \cdot 0,02 \text{ m} = 25,27 \text{ N}$

$T_3 = 24 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 13,62 \text{ N}$

$T_1 = 25,27 \text{ N} + 13,62 \text{ N} = 44,89 \text{ N}$

$T_2 = 25,27 \text{ N} \cdot 13,62 \text{ N} = 5,62 \text{ N}$

1. Eine harmonische Schwingung hat die Amplitude $\hat{y} = 10\text{ cm}$ und die Periodendauer $T = 2,0\text{ s}$.

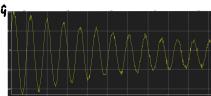
 - a) Stellen Sie die Werte der Elongation, Geschwindigkeit und Beschleunigung für die Zeiten $t = n T/8$ (für $n = 0, 1, \dots, 8$) in einer Tabelle zusammen.
 - b) Zeichnen Sie die Graphen der drei Größen in Abhängigkeit von der Zeit (Maßstab $T = 12\text{ cm}$).
2. Die Elongation eines harmonischen Oszillators beträgt zur Zeit $t = 0,2\text{ s}$ nach dem Nulldurchgang $y = 4\text{ cm}$. Die Amplitude ist $\hat{y} = 6\text{ cm}$. Berechnen Sie Frequenz und Periodendauer.
3. Berechnen Sie die Zeiten, zu denen nach dem Nulldurchgang die Elongation einer harmonischen Schwingung mit der Amplitude $\hat{y} = 5\text{ cm}$ und der Frequenz $f = 0,4\text{ Hz}$ die Werte a) $y_1 = 8\text{ mm}$, b) $y_2 = 2\text{ cm}$, c) $y_3 = 4\text{ cm}$ erreicht.
4. Bei einem Federpendel erhöht sich die Periodendauer T um 10 %, wenn die angehängte Masse m um $\Delta m = 50\text{ g}$ vergrößert wird. Berechnen Sie die ursprüngliche Masse m .
5. Eine an einer Feder hängende Kugel ($m = 2,0\text{ kg}$), die um $2,0\text{ cm}$ nach unten ausgelenkt und dann sich selbst überlassen wurde, schwingt mit der Frequenz $f = 4\text{ Hz}$.

 - a) Berechnen Sie die Federkonstante D der Feder.
 - b) Ermitteln Sie, wie weit sich die Feder dehnt, wenn die Kugel vor Beginn der Schwingung angehängt wird.
 - c) Berechnen Sie die Kraft, die auf die Kugel in den Umkehrpunkten der Schwingung wirkt.
6. Bestimmen Sie aus der Schwingungsdauer eines Federpendels, das aus zwei gleichen aneinander gehängten Federn besteht, die Federkonstante dieser Anordnung. Erklären Sie den sich aus dem Messergebnis ergebenden Zusammenhang der Federkonstanten und leiten Sie diesen theoretisch her. Erklären Sie die Abweichung des gemessenen Wertes von theoretisch berechneten.
7. Bestimmen Sie experimentell die Erdbeschleunigung mithilfe eines Fadenpendels unter Anwendung der Formel $g = 4 \pi^2 d/(T_1^2 - T_2^2)$.

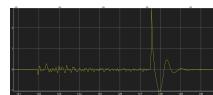
 - a) Messen Sie dazu einmal die Schwingungsdauer bei der Länge l und ein zweites Mal bei der um die Strecke d verkürzten Länge des Pendels.
 - b) Leiten Sie die gegebene Formel her und erklären Sie den Sinn des Messverfahrens.

Die gedämpfte harmonische Schwingung

9.11.2022



Die Amplitude der Schwingung nimmt mit jeder Periode ab.
Je höher die Viskosität der umgebenden Flüssigkeit ist,
umso stärker ist die zeitliche Abnahme der Amplitude.



- Erklärung: Durch die Viskosität der Flüssigkeit wird dem schwingenden System (Oszillator) zu jedem Zeitpunkt in welchem es sich bewegt Energie entzogen und als Reibungswärme an die Umgebung abgegeben.
Bei der gedämpften Schwingung wird eine Reibungskraft, die die Schwingung dämpft.

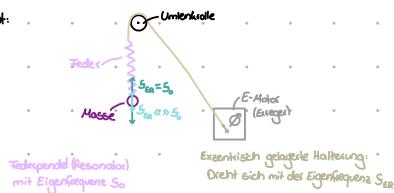
Abhängigkeit der Dämpfung von...

1. Viskosität des Mediums → Materialeigenschaft
2. Form und Querschnittsfläche des Körpers
3. Die Masse des Körpers
4. Die Federkonstante D

Die erzwungene Schwingung

13.12.2022

Experiment:



Der Erreger dreht sich mit einer Erregerfrequenz ω_{erz}.

Diese wird langsam hoch gelegt.

→ Nähert sich <math>\omega_{erz}>ω_0, so vergrößert sich die Schwingungsamplitude \hat{q} , bis das System zerstört wird.

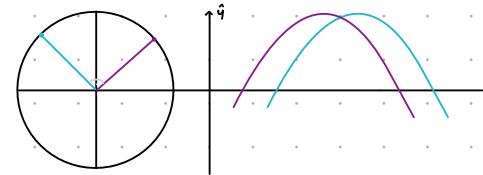
↳ Resonanzkatastrophe

Ist die Erregerfrequenz höher als die Eigenfrequenz, so geht die Amplitude gegen 0.

- Ergebnis: Jedes schwingungsfähige System besitzt eine Eigenfrequenz mit der es schwingt, sobald es zum Schwingen angegetzt wird. Schwingt ein Erreger mit etwa der gleichen Frequenz wie die Eigenfrequenz des Oszillators, so fließt ein sehr großer Energietrom zum Resonator.
- Der optimale Energieübertrag findet statt, wenn der Erreger dem Resonator mit einer Phasenverschiebung $\Delta\varphi$ von $\frac{\pi}{2}$ voraus eilt.

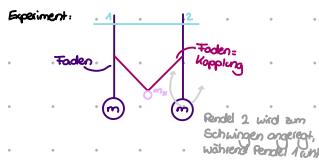
Schwingungsfähige Systeme müssen im Alltag immer gedämpft werden, damit sie nicht in einer

Resonanzkatastrophe (zu viel Energie im System) zerstört werden.



Gekoppelte Schwingungen

15.12.2023



Pendel 1 beginnt langsam zu schwingen, während die Amplitude von Pendel 2 immer kleiner wird.

Sobald P1 seine maximale Amplitude erreicht, ruht P2 für einen kurzen Augenblick.

Danach wiederholt sich der Vorgang in umgekehrter Folge.

Bei den gekoppelten Pendeln findet ein ständiger Energieübertrag von einem Pendel zum anderen statt. Die Energie fließt über die Kopplung als "Energiesstrom" von einem zum anderen Pendel.

Die Energiesstromstärke kann durch die Kopplung erhöht oder erniedrigt werden.

Dabei ist die Gesamtenergie im System stets konstant (im reitenden Raum). Sie teilt sich auf beide Pendel auf.

$$\rightarrow E_{\text{ges}} = E_1 + E_2$$

Das zu Beginn schwingende Pendel dient hier als "Erreger" für das zweite Pendel, welches zu Beginn in Ruhe war. Damit eilt Pendel 1 dem Pendel 2 mit einer Phasendifferenz von $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ voraus.

\rightarrow "optimale Energieübertragung" (eigene Schwingung)

Hat Pendel 1 seine Energie komplett auf 2 übertragen, so vollzieht es einen Phasensprung um $\Delta\varphi = \pi$ und wird vom Erreger zum Resonator.

Von der Schwingung zur Welle

9.1.2023

Als Welle bezeichnen wir eine Schwingung, die sich über viele einzelne miteinander gekoppelte Oszillatoren ausbreitet.

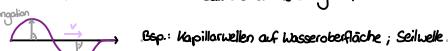


Die mechanische Welle

10.1.2023

Charakterisierung einer Welle:

I. Wellenart: a) Transversalwelle: Bei der Transversalwelle ist die Elongation (Wellenvektor) senkrecht zur Ausbreitungsrichtung (Geschwindigkeitsvektor der Welle)



b) Longitudinalwelle: Bei der Lw. ist der Wellenvektor parallel zur Ausbreitungsrichtung der Welle



Um die Elongation der Welle bestimmen zu können, reicht uns nicht nur eine Zeit t , sondern, da sich die Welle im Gegensatz zur einfachen Schwingung im Raum ausbreitet, benötigen wir noch den Ort x , der zu betrachten ist.

\rightarrow Die Welle ist ein räumlich und zeitlich periodischer Vorgang.

$$y(t) = \dot{q} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$y(t) = \dot{q} \cdot \sin(\omega \cdot (t - t_0)) \quad v_{ph} = \frac{\lambda}{T} \quad t_0 = \frac{x_0}{v_{ph}}$$

$$y(x,t) = \dot{q} \cdot \sin(\omega \cdot (t_0 - \frac{x_0}{v_{ph}}))$$

$$y(x,t) = \dot{q} \cdot \sin(\omega \cdot (t_0 - \frac{x_0}{\lambda} \cdot T))$$

$$y(x,t) = \dot{q} \cdot \sin(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot (t_0 - \frac{x_0}{\lambda} \cdot T))$$

$$y(x,t) = \dot{q} \cdot \sin(2\pi \cdot (\frac{x_0}{\lambda} - \frac{x}{\lambda}))$$

Arbeitsblatt: Mechanische Wellen

Wiederholung:

1. Lese im Buch *Metzler Physik* die Seiten 124-125.
2. Bearbeite auf Seite 125 die Übungsaufgaben 1. und 2.



Die Wellengleichung:

- 3. Lese im Buch S. 126 den Abschnitt zur Wellengleichung und notiere die beschriebene *Herleitung* der Wellengleichung in nachvollziehbarer Weise.
- 4. Löse die beiden abgedruckten Übungsaufgaben Nr. 96 und Nr. 97.

96. Für einen Schwinger einer Transversalwelle lautet die Schwingungsgleichung:

$$y = 3 \text{ cm} \cdot \sin \frac{3\pi}{3s} \cdot t$$

Der Schwingungszustand breitet sich mit einer Geschwindigkeit von 5,0 m/s aus.

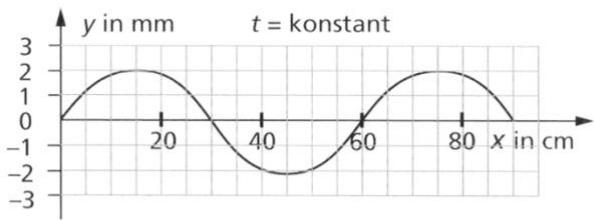
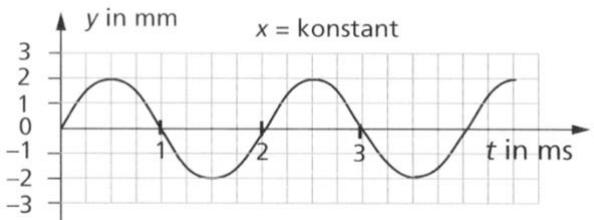
b) Wie groß sind Amplitude, Schwingungsdauer, Frequenz und Wellenlänge dieser Welle?

c) Stellen Sie die Welle in einem y-t- und einem y-x-Diagramm dar!

d) Wie lautet die Wellengleichung für diese Welle?

5. Bearbeite im Buch S. 127 Nr. *3.

97. Mit den folgenden beiden Diagrammen wird eine Welle beschrieben.



a) Ermitteln Sie aus den Diagrammen bzw. durch Berechnung Amplitude, Schwingungsdauer, Frequenz, Wellenlänge und Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle!

b) Wie lautet die Wellengleichung?

c) Geben Sie die Gleichung für einen Schwinger für $x = 40 \text{ cm}$ an!

Polarisation:

6. Lese auf den Seiten 126-127 den Abschnitt zur Polarisation.
7. Ergänze die in 7. notierten Unterschiede durch neue Erkenntnisse aus diesem Abschnitt.
8. Definiere, was man unter einer *linear* und einer *zirkular polarisierten* Welle versteht.

- 1 Während 12 Schwingungen innerhalb von 3 Sekunden ablaufen, breite sich eine Störung um 3,6 m aus. Berechnen Sie Wellenlänge, Frequenz und Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle.

Lösung:

Es ist $T = 0,25$ s; $c = 1,2$ m/s; $f = 4,0$ Hz; $\lambda = c/f = 0,3$ m.

- 2 Gleiche Pendel sind in einer Reihe im Abstand von 0,4 m aufgestellt. Sie werden nacheinander im zeitlichen Abstand von 0,5 s angestoßen, sodass das 1. und 5., das 2. und 6. usw. Pendel phasengleich schwingen. Mit welcher Geschwindigkeit, Wellenlänge und Frequenz läuft die Welle über die Pendelkette?

Lösung:

Umformungen liefern

Es ist $\lambda = 1,6$ m; $f = 0,5$ Hz; $T = 2$ s; $\lambda f = 0,8$ m/s.

- *5 Eine harmonische Schwingung $y(t) = \hat{y} \sin \omega t$ breite sich vom Nullpunkt als transversale Störung längs der x -Achse mit der Geschwindigkeit $v_{ph} = 7,5$ mm/s aus. Es sei weiter $\hat{y} = 10$ cm, $\omega = \frac{\pi}{2}$ Hz.

- a) Berechnen Sie die Periodendauer T , die Frequenz f und die Wellenlänge λ .
 b) Wie heißt die Wellengleichung?
 c) Zeichnen Sie maßstäblich das Momentanbild der Störung nach $t_1 = 4$ s, $t_2 = 6$ s und $t_3 = 9$ s.
 d) Wie heißen die Schwingungsgleichungen für die Oszillatoren, die an den Orten $x_1 = 5,25$ cm bzw. $x_2 = 7,5$ cm von der Störung erfasst werden?

Lösung:

- a) Aus $\omega = 2\pi f$ folgt $T = 2\pi/\omega = 4,0$ s und $f = 0,25$ Hz und daraus $\lambda = cT = 0,03$ m.

- b) Die Wellengleichung lautet

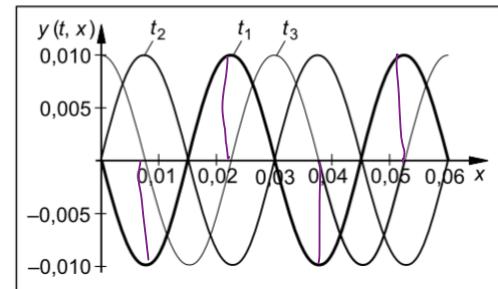
$$y(x, t) = 0,01 \text{ m} \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{4 \text{ s}} - \frac{x}{0,03 \text{ m}} \right) \right]$$

- c) Den Zeichnungen liegen die Funktionen

$$\begin{aligned} y(x, t_1) &= 0,01 \text{ m} \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{4 \text{ s}}{4 \text{ s}} - \frac{x}{0,03 \text{ m}} \right) \right] \\ &= -0,01 \text{ m} \cdot \sin \left[2\pi \frac{x}{0,03 \text{ m}} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y(x, t_2) &= 0,01 \text{ m} \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{6 \text{ s}}{4 \text{ s}} - \frac{x}{0,03 \text{ m}} \right) \right] \\ &= 0,01 \text{ m} \cdot \sin \left[2\pi \frac{x}{0,03 \text{ m}} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y(x, t_3) &= 0,01 \text{ m} \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{9 \text{ s}}{4 \text{ s}} - \frac{x}{0,03 \text{ m}} \right) \right] \\ &= 0,01 \text{ m} \cdot \cos \left[2\pi \frac{x}{0,03 \text{ m}} \right]. \end{aligned}$$



- d) An der Stelle $x_1 = 5,25$ cm beginnt die Störung nach der Zeit $t_1 = x_1/c = 7,0$ s mit der Schwingung; oder aus der Wellengleichung

$$\begin{aligned} y(x_1, t) &= 0,01 \text{ m} \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{4 \text{ s}} - \frac{0,0525 \text{ m}}{0,03 \text{ m}} \right) \right] \\ &= 0,01 \text{ m} \cdot \sin \left[\frac{\pi}{2} \left(\frac{t}{\text{s}} - 7 \right) \right] \end{aligned}$$

und für die Stelle x_2

$$\begin{aligned} y(x_2, t) &= 0,01 \text{ m} \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{4 \text{ s}} - \frac{0,075 \text{ m}}{0,03 \text{ m}} \right) \right] \\ &= 0,01 \text{ m} \cdot \sin \left[\frac{\pi}{2} \left(\frac{t}{\text{s}} - 10 \right) \right]. \end{aligned}$$

Herleitung Wellengleichung

1) gej: $n=12$; $t=3s$; $s=3,6m$
 ges: $\lambda; s; v$ $s = \frac{n}{t}; v = \frac{s}{t}; \lambda = \frac{v}{f}$
 Lsg: $s = \frac{12}{3} = 4 \text{ Hz}$
 $v = \frac{3,6m}{3s} = 1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
 $\lambda = \frac{1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4 \text{ Hz}} = 0,3 \text{ m}$

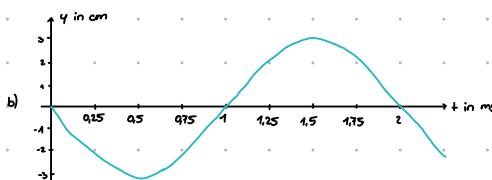
2) gej: $AS=0,4m; At=0,5s; n=4$
 ges: $v = \frac{At}{s}; \lambda = \frac{v}{f}; s = \frac{v}{At}$
 Lsg: $v = \frac{0,4m}{0,5s} = 0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
 $s = \frac{1}{0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0,5 \text{ Hz}$
 $\lambda = \frac{0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,5 \text{ Hz}} = 1,6 \text{ m}$

36 a) gej: $v = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}; \omega = \frac{3\pi}{5s}; \hat{y} = 3 \text{ cm} = 0,03 \text{ m}$
 ges: $\lambda = \frac{v}{f}; s = \frac{1}{T}; T = \frac{2\pi}{\omega}$
 Lsg: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{3\pi}{5s}} = 2s$

$$s = \frac{1}{2s} = 0,5 \text{ Hz}$$

$$\lambda = \frac{5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,5 \text{ Hz}} = 10 \text{ m}$$

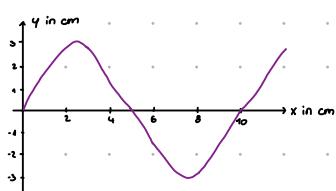
c) $y = 0,03 \text{ m} \cdot 2\pi \sin\left(\frac{t}{2s} - \frac{x}{10 \text{ m}}\right)$



37 a) gej: $\hat{y} = 0,002 \text{ m}; T = 0,2 \text{ s}; \lambda = 0,6 \text{ m}$
 ges: $s = \frac{1}{T}; v = \frac{1}{T}$
 Lsg: $s = \frac{1}{0,2s} = 5 \text{ Hz}$
 $v = \frac{0,6m}{0,2s} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

b) $y = 0,002 \text{ m} \cdot 2\pi \sin\left(\frac{t}{0,2s} - \frac{x}{0,6 \text{ m}}\right)$

c) $y = 0,002 \text{ m} \cdot 2\pi \sin\left(\frac{t}{0,2s} - \frac{0,6m}{0,6 \text{ m}}\right)$

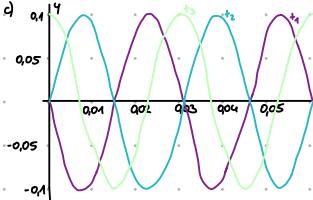


5 a) gej: $v = 7,5 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 0,075 \frac{\text{m}}{\text{s}}; \hat{y} = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}; \omega = \frac{\pi}{2}$
 ges: $T = \frac{2\pi}{\omega}; s = \frac{1}{T}; \lambda = \frac{v}{f}$
 Lsg: $T = \frac{4\pi}{\omega} = 4 \text{ s}$

$$s = \frac{1}{4s} = 0,25 \text{ Hz}$$

$$\lambda = \frac{0,075 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,25 \text{ Hz}} = 0,3 \text{ m} = 3 \text{ cm}$$

b) $y = 0,1 \cdot \sin\left(2\pi\left(\frac{t}{4s} - \frac{x}{3 \text{ cm}}\right)\right)$



$$y = 0,1 \cdot \sin\left(2\pi\left(\frac{t}{4s} - \frac{0,025m}{0,03m}\right)\right)$$

$$= 0,1 \sin\left(-\frac{\pi}{2} + \frac{\pi x}{24}\right)$$

$$y = 0,1 \cdot \sin\left(2\pi\left(\frac{t}{4s} - \frac{0,025m}{0,03m}\right)\right)$$

$$0,1 \sin\left(-\pi + \frac{\pi x}{24}\right)$$

Abbildung
entstanden
Herr Alt.
„Guckt mal, ich hab'nen
Fisch gemacht.“

3.3 Entstehung und Ausbreitung von Wellen

Wasserwellen sind ein anschauliches Beispiel für eine Wellenbewegung in einer Ebene. Der Schall ist wohl das bekannteste Beispiel für eine Wellenbewegung im Raum. Lineare Wellen können auf Seilen oder an einer Reihe gekoppelter Pendel beobachtet werden.

3.3.1 Lineare Wellen; Transversal- und Longitudinalwellen

Das einfachste Modell eines linearen Wellenträgers ist eine Kette gleicher gekoppelter Pendel wie in Abb. 124.1 oder wie auf einer Torsionswellenmaschine.

Versuch 1: Wird in Abb. 124.1 das erste Pendel kurz senkrecht (transversal) oder parallel (longitudinal) zur Richtung der Oszillatorkette angestoßen, überträgt sich die Schwingung von Pendel zu Pendel.

Erklärung: Durch den Impuls beim Anstoßen wird die Gleichgewichtslage der Oszillatorkette an einer Stelle gestört. Die Störung pflanzt sich infolge der Kopplung von Pendel zu Pendel fort. Energie und Impuls wandern durch die Oszillatorkette. ▲

Versuch 2: Nun wird das erste Pendel transversal mit konstanter Frequenz hin und her bewegt. Sobald die Oszillatoren von der Störung erfasst worden sind, wiederholen sie nacheinander die Schwingung des Erregers und der vorausgehenden Oszillatoren mit gleicher Frequenz und etwa gleicher Amplitude. Sie führen erzwungene Schwingungen aus. Benachbarte Pendel schwingen nicht in Phase, sondern führen ihre Schwingungen mit konstanter Phasendifferenz zueinander aus. Die Schwin-

gungszustände, z. B. ein Maximum oder ein Nulldurchgang, laufen über die Oszillatorkette hinweg, sodass sich eine fortschreitende Welle auf der Oszillatorkette ausbildet (Abb. 124.1b und c). ▲

Eine **lineare Welle** entsteht, wenn einer Oszillatorkette periodisch Energie zugeführt wird und die mit einander gekoppelten Oszillatoren nacheinander gleichartige erzwungene Schwingungen ausführen. Die Schwingungszustände des die Schwingung auslösenden Oszillators bewegen sich über die Kette hinweg. Führen die Oszillatoren harmonische Schwingungen aus, ist es eine **harmonische lineare Welle**.

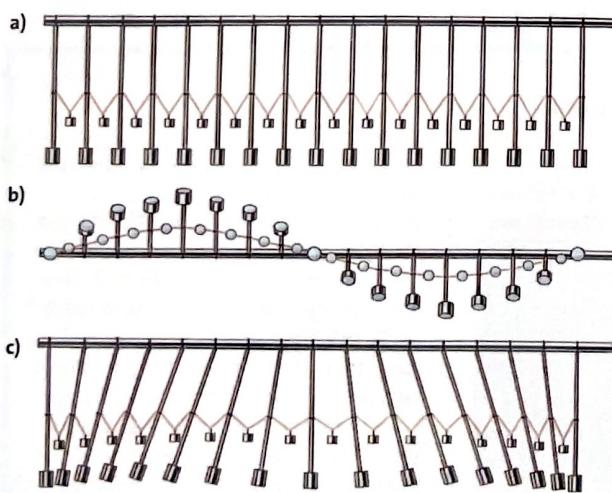
Die Wellenbewegung lässt sich gut verstehen, wenn im Versuch 2 einmal der Schwingungsvorgang eines Pendels an einem beliebigen Ort in seinem zeitlichen Ablauf, zum anderen die Schwingungszustände aller Pendel zu einem beliebigen Zeitpunkt in ihrer räumlichen Verteilung betrachtet werden. An jedem Ort wiederholen sich gleiche Schwingungszustände nach der **Schwingungsdauer T** als **zeitlicher Periode** und zu jedem Zeitpunkt zeigen sich gleiche Schwingungszustände in gleichen Abständen, der sogenannten **Wellenlänge λ** als **räumlicher Periode** (Abb. 125.2). Die Entstehung der Welle aus der Zeigerdarstellung zeigt Abb. 125.1.

Eine Welle ist ein zeitlich und räumlich periodischer Vorgang. Die **zeitliche Periode** ist die Schwingungsdauer T , die **räumliche Periode** die Wellenlänge λ . Die **Wellenlänge λ** ist der kürzeste Abstand zweier in Phase schwingender Oszillatoren.

Die Schwingung des einzelnen Oszillators innerhalb der Welle wird durch einen sogenannten **Schwingungsvektor** beschrieben, der der jeweiligen **Elongation** entspricht und von der **Ruhelage** zum augenblicklichen Ort des Oszillators zeigt. Dadurch unterscheidet man zwei Wellenformen, **Transversalwellen** und **Longitudinalwellen** (Abb. 124.1).

In einer **Longitudinalwelle** steht der **Schwingungsvektor** parallel, in einer **Transversalwelle** senkrecht zur **Ausbreitungsrichtung** der Welle.

Harmonische Transversalwellen und Longitudinalwellen werden beide grafisch gleichermaßen durch eine Sinuskurve, als „**Sinuswelle**“ dargestellt. In einer **Transversalwelle** bewegen sich die einzelnen Oszillatoren senkrecht zur Ausbreitungsrichtung in **y-Richtung**, so wie es in Abb. 125.2 zu sehen ist. Wellenberg und Wellental folgen aufeinander. Für eine **Longitudinalwelle** müs-



124.1 Pendelkette. a) von der Seite in Ruhe, b) transversal angestoßen (von unten betrachtet), c) longitudinal angestoßen (von der Seite gesehen)

sen die blauen Pfeile von Abb. 125.2 als Auslenkungen in oder entgegen der Ausbreitungsrichtung der Welle deutet werden, Pfeile nach oben in der Sinuskurve der Welle bedeuten Auslenkung der Oszillatoren in Ausbreitungsrichtung, Pfeile nach unten entgegengesetzt zu ihr (→ Abb. 126.1b). Die Elongationen der Transversalwelle werden für die Longitudinalwelle in die Ausbreitungsrichtung umgeklappt.

In einer Transversalwelle laufen **Wellenberge** und **Wellentäler** über den Wellenträger, in einer Longitudinalwelle sind es **Verdichtungen** und **Verdunstungen**.

Phasengeschwindigkeit

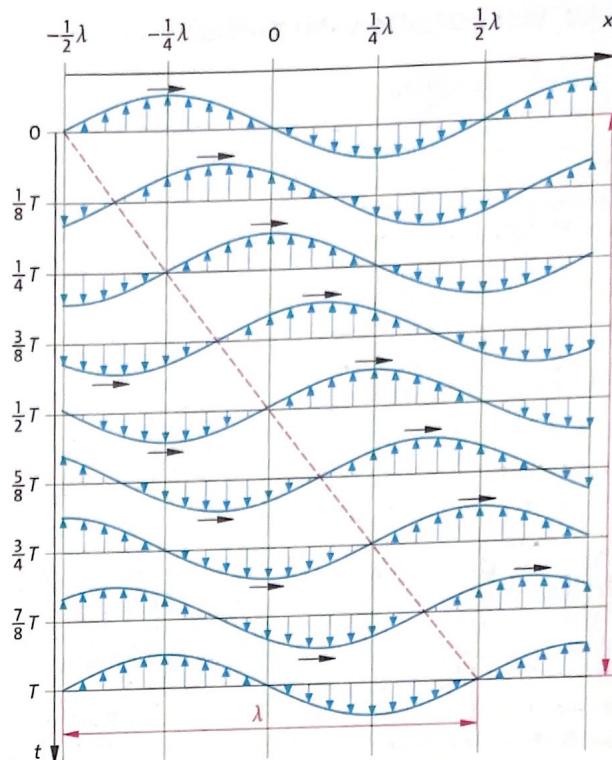
In einer Welle bewegen sich die Schwingungszustände, also die **Phasen** der Schwingung, so z. B. etwa die Wellenberge oder die Wellentäler (Abb. 125.2). Die Geschwindigkeit der Phase hängt mit der **zeitlichen** und der **räumlichen** Periode der Welle zusammen: Während ein Oszillator an einem bestimmten Ort eine volle Schwingung in der Periodendauer T ausführt, hat sich die Phase von diesem Ort aus um eine bestimmte Strecke, die Wellenlänge λ , bis zu einem anderen Oszillator weiterbewegt. Der erreichte Oszillator schwingt nun mit dem bewegt. Der erreichte Oszillator schwingt nun mit dem ersten in Phase. Die Welle ist also in der Zeit T um die Strecke λ vorangekommen. Daraus ergibt sich die Geschwindigkeit $v = \lambda/T$.

Die Geschwindigkeit, mit der sich die Schwingungszustände oder Phasen bewegen, ist die **Phasengeschwindigkeit** v_{ph} einer Welle. Für die Phasengeschwindigkeit gilt: $v_{\text{ph}} = \lambda/T$; mit $T = 1/f$ wird $v_{\text{ph}} = \lambda f$.

Energietransport durch eine Welle

Die wichtigste Eigenschaft einer fortschreitenden Welle ist der **Transport von Energie**. Wenn im Versuch 2 der erste Oszillator der gekoppelten Pendel in Schwingungen versetzt wird, so wird die ihm zugeführte Energie durch die Kopplung der Oszillatoren von einem zum nächsten weitergegeben. Die Energie wandert als Schwingungsenergie durch den **Wellenträger**. Dabei wird jedoch keine Materie fortbewegt. Auf dieser Aus-

125.1 Während die Welle voranschreitet, rotieren die Zeiger der Oszillatoren, deren Projektion in y -Richtung die Auslenkung ergibt, entgegen dem Uhrzeigersinn.



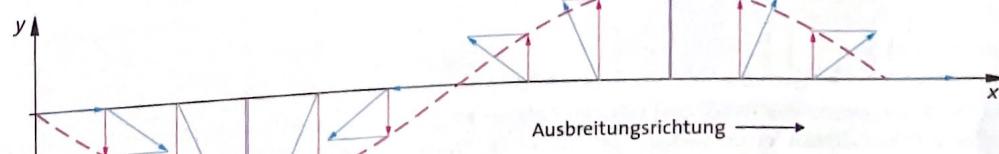
125.2 Entstehung einer Welle. In der Zeit $\Delta t = T$ kommt die Welle um die Strecke $\Delta s = \lambda$ voran.

breitung von Schwingungsenergie beruht die Energieübertragung vieler Arten von Wellen, meistens allerdings, wie z. B. beim Licht von der Sonne zur Erde, ohne dass dazu Materie als Träger der Welle nötig ist.

In einer Welle breitet sich Energie ohne Materietransport aus.

Aufgaben

- Während 12 Schwingungen innerhalb von 3 Sekunden ablaufen, breite sich eine Störung um 3,6 m aus. Berechnen Sie Wellenlänge, Frequenz und Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle.
- Gleiche Pendel sind in einer Reihe im Abstand von 0,4 m aufgestellt. Sie werden nacheinander im zeitlichen Abstand von 0,5 s angestoßen, sodass das 1. und 5., das 2. und 6. usw. Pendel phasengleich schwingen. Ermitteln Sie, mit welcher Geschwindigkeit, Wellenlänge und Frequenz die Welle über die Pendelkette läuft.



Entstehung und Ausbreitung von Wellen

3.3.2 Eigenschaften von Wellen

Die Wellengleichung

Wenn am Anfang einer Kette in P_0 ($x = 0$) die Schwingung eines Oszillators zum Zeitpunkt $t = 0$ nach der Schwingungsgleichung $y(0, t) = \hat{y} \sin \omega t$ einsetzt, so breitet sie sich mit der Geschwindigkeit $v_{ph} = \lambda f$ aus, sodass der Oszillator im Punkt P (x_1) in der Entfernung x_1 vom Anfang der Kette erst nach der Zeit $t_1 = x_1/v_{ph}$ zu schwingen beginnt. Für diesen Oszillator heißt die Schwingungsgleichung

$$y(x_1, t) = \hat{y} \sin \omega(t - t_1) \text{ bzw. } y(x_1, t) = \hat{y} \sin \omega(t - x_1/v_{ph}).$$

Mit den Umformungen $x_1/v_{ph} = x_1 T/\lambda$ und

$$\omega(t - t_1) = \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x_1}{\lambda} T \right) = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right)$$

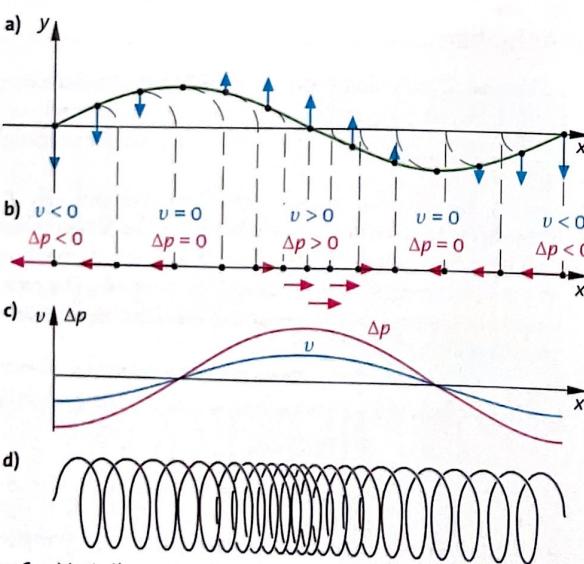
ergibt sich mit $x_1 = x$ die **Wellengleichung**

$$y(x, t) = \hat{y} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right).$$

Die Wellengleichung beschreibt die Auslenkung $y(x, t)$ an der Stelle x des linearen Wellenträgers zur Zeit t , hervorgerufen durch eine Welle mit der Geschwindigkeit v_{ph} , der Kreisfrequenz ω bzw. der Periodendauer T und der Wellenlänge λ . $y(x, t)$ ist eine „**doppelt-periodische**“ Funktion: Für konstantes x ist die Periode die Schwingungsdauer T , für konstantes t ist die Periode die Wellenlänge λ .

Mechanische Wellen

In der Momentaufnahme einer Transversalwelle (Abb. 126.1a) sind für einige Oszillatoren die Auslenkungen und Geschwindigkeiten eingezeichnet, mit denen sie um ihre Gleichgewichtslage schwingen. Durch Umklappen der Elongationen in die x -Achse ergibt sich das entsprechende Bild für eine Longitudinalwelle (Abb. 126.1b). Zu erkennen sind auf dem Wellenträger Stellen mit größerer Dichte und geringerer Dichte der schwingenden Teilchen und solche mit Bewegungen in Ausbreitungsrichtung und entgegengesetzt dazu. Die sich ändernden Dichten können als **Druckschwankungen**



126.1 Verteilung von Druck und Geschwindigkeit einer Longitudinalwelle (c), entwickelt über (b) aus der Transversalwelle (a), Beispiel Federschwingung (d)

gegenüber dem Normaldruck dargestellt werden, und zwar Stellen größerer Drucks (Überdruck) als Wellenberg, solche kleineren Drucks (Unterdruck) als Wellental (Abb. 126.1c). Auf diese Weise ergibt sich eine **Druckwelle**. Ebenso kann die Geschwindigkeit der Oszillatoren als **Geschwindigkeitswelle** aufgefasst werden. Die Geschwindigkeit der Oszillatoren ist von der Phasengeschwindigkeit der Welle zu unterscheiden.

Mechanische Transversalwellen können nur entstehen, wenn zwischen den Oszillatoren elastische Querkräfte wirksam sind wie in festen Körpern oder an der Oberfläche von Flüssigkeiten.

Mechanische Longitudinalwellen können immer dann entstehen, wenn zwischen den Oszillatoren elastische Längskräfte wirksam sind, also Kräfte, die einer Volumenänderung entgegenwirken. Solche Kräfte existieren nicht nur zwischen den Teilchen eines Festkörpers, sondern auch in Flüssigkeiten und Gasen. Eine Störung der Gleichgewichtslage der Moleküle z. B. eines Gases wird in Richtung dieser Störung weitergegeben, obwohl die Teilchen nicht fest aneinandergebunden sind. In festen Körpern können sich Transversal- und Longitudinalwellen fortpflanzen. Im Inneren von Flüssigkeiten und Gasen sind nur Longitudinalwellen möglich. Schallwellen in Luft sind das bekannteste Beispiel für Longitudinalwellen.

Da bei gleicher Auslenkung die Querkräfte kleiner sind als die Längskräfte, ist die Geschwindigkeit von Transversalwellen unter gleichen Bedingungen kleiner als die von Longitudinalwellen. Die Geschwindigkeit der Transversalwellen wächst, je fester die Kopplung der Oszillatoren ist. Dieser Sachverhalt ist wesentlich bei der Auswertung von Erdbebenwellen (S. 127).

Polarisation

Bei mechanischen Wellen kann meistens aufgrund der Beobachtung festgestellt werden, ob in einem gegebenen Fall eine Transversal- oder eine Longitudinalwelle vorliegt. Dies ist bei elektromagnetischen Wellen und bei Licht so einfach nicht möglich. Jedoch gibt es zur Unterscheidung das Phänomen der **Polarisierbarkeit** (→ 7.2.4 und → 7.3.10). Dies ist eine Eigenschaft, die nur Transversalwellen besitzen, wie der folgende Modellversuch veranschaulicht.

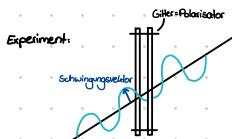
Versuch 1: Auf einem Federseil laufen kurze transversale (Abb. 127.1) oder longitudinale Wellenzüge gegen einen Spalt aus zwei Stativstangen.

Ergebnis: Longitudinalwellen passieren den Spalt ungehindert. Transversalwellen werden ganz, teilweise oder gar nicht durchgelassen. Für Transversalwellen gilt insbesondere:

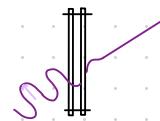
- Liegt der Schwingungsvektor in Spaltrichtung, wird die Welle ungehindert hindurchgelassen (Abb. 127.1a).
- Stehen Schwingungsvektor und Spaltrichtung senkrecht aufeinander, so ist die Welle hinter dem Spalt ausgelöscht. Sie wird absorbiert oder reflektiert (Abb. 127.1b).
- In allen übrigen Fällen wird nur die Komponente des Schwingungsvektors in Spaltrichtung hindurchgelassen; die Komponente senkrecht dazu wird (evtl. teilweise) reflektiert und (evtl. teilweise) absorbiert (Abb. 127.1c). ▲

Die 3D-Kinotechnologie und die Polarisation von Wellen

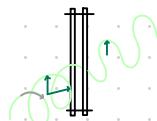
16.1.2023



Experiment:
Schwingungswektor der Welle ist parallel
zum Gitter orientiert
→ Welle geht einfach durch



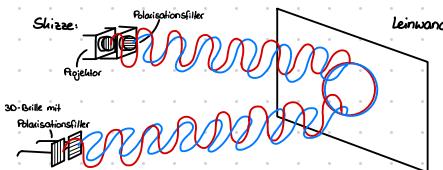
Schwingungswektor ist senkrecht
zum Gitter orientiert
→ Auslöschung der Welle



Bei einer zirkular orientierten Welle
wird nur die Komponente parallel
zum Gitter durchgelassen

Erklärung: Mit Hilfe der Polarisatoren sind wir dazu in der Lage die räumliche Orientierung einer Welle zu verändern.
Dies funktioniert nur bei Transversalwellen.

Frage: Wie funktioniert die 3D-Technik im Kino?



Durch die 3D-Brille wird erreicht, dass die linear polarisierte Welle des Projektors A nur in das rechte Auge und von B nur in das linke Auge gelangt.
Dadurch ergibt sich der 3D-Effekt im Kino.

Der Doppler-Effekt

16.1.2023

1. Ruhender Empfänger, bewegter Sender



v : Geschwindigkeit des Senders

v_0 : Schallgeschwindigkeit = $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ = konstant

λ' : vom Empfänger wahrgenommene, verkürzte Wellenlänge

Durch das Vorschreiten des Senders mit der Geschwindigkeit u , verkürzt sich für den Empfänger die original Wellenlänge auf $\lambda' = \lambda - u \cdot T$ $\lambda' = \frac{v_0}{\lambda} \rightarrow \lambda' = \frac{v_0}{\lambda - u \cdot T}$

für die Frequenz, die der Empfänger wahrnimmt gilt somit:

$$\lambda' = \frac{v_0}{\lambda - u \cdot T} \quad \text{mit } \lambda = \frac{v_0}{f}$$

$$f' = \frac{v_0}{\frac{v_0}{f} - u \cdot T} \quad 1 - \frac{u}{f}$$

$$f' = \frac{v_0 \cdot f}{v_0 - u \cdot f} \quad \text{mit } T = \frac{1}{f}$$

$$f' = \frac{v_0 \cdot f}{v_0 - u \cdot f}$$

$$f' = \frac{f}{1 - \frac{u}{v_0}}$$

Bei der Entfernung des Senders vom Empfänger streckt sich
die Wellenlänge zur neuen Wellenlänge λ' :

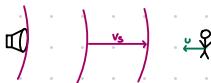
$$\lambda' = \lambda + u \cdot T$$



$$S = \frac{\lambda}{1 + \frac{u}{v_0}}$$

bei Entfernung

2. Ruhender Sender, bewegter Empfänger



$$\lambda = \frac{v_s}{f}$$

Nähert sich der Empfänger mit einer Geschwindigkeit v dem Sender an, so besitzen für ihn die Schallwellen die Geschwindigkeit $v_g = v_s + v$. Dadurch erreichen ihn mehr Wellenberg und -tal pro Zeitintervall
→ Höhere Frequenz

$$S' = \frac{v_g}{\lambda}$$

Anröhren
Entfernen

$$S' = \frac{v_g + v}{\lambda} \quad \text{mit } \lambda = \frac{v_s}{f}$$

$$S' = S \frac{v_g + v}{v_g}$$

$$S' = S \left(1 + \frac{v}{v_g}\right)$$

S.129

$$1 \quad \text{gg: } S = 1500 \text{ Hz}; v = 120 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 33,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}; v_g = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{ges: } S_1' = \frac{v}{1-v_g} \quad S_2' = \frac{v}{1-v_g}$$

$$\text{Lsg: } S_1' = \frac{1500 \text{ Hz}}{1 - \frac{33,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}} = 1663,04 \text{ Hz}$$

$$S_2' = \frac{1500 \text{ Hz}}{1 + \frac{33,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}} = 1366,07 \text{ Hz}$$

$$3 \quad \text{gg: } S = 400 \text{ Hz}; n = 3; r = 1 \text{ m}; \Delta t = 1 \text{ s}; v_g = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{ges: } v = \frac{n \cdot 2\pi \cdot r}{\Delta t} = \frac{5}{1} \quad S_1' = \frac{v}{1-v_g} \quad S_2' = \frac{v}{1+v_g}$$

$$v = \frac{3 \cdot 2\pi \cdot r}{\Delta t} = 60\pi \approx 18,85 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$S_1' = \frac{400 \text{ Hz}}{1 - \frac{18,85 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}} \approx 423,48 \text{ Hz} \quad \text{Annäherung}$$

$$S_2' = \frac{400 \text{ Hz}}{1 + \frac{18,85 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}} \approx 378,93 \text{ Hz} \quad \text{Entfernung}$$

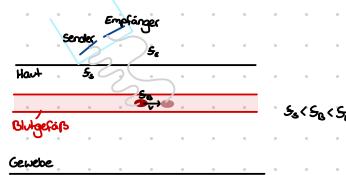
$$2 \quad \text{gg: } S = 440 \text{ Hz}; v = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 27,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}; v_g = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{ges: } S' = S \left(1 + \frac{v}{v_g}\right)$$

$$\text{Lsg: } S' = 440 \text{ Hz} \left(1 + \frac{27,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}\right) \approx 475,95 \text{ Hz} \quad \text{beim Annähren}$$

$$S' = 440 \text{ Hz} \left(1 - \frac{27,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}\right) \approx 404,05 \text{ Hz} \quad \text{beim Entfernen}$$

Dopplersonografie



Herleitung der Flieggeschwindigkeit des Blutes:

$$S_a = S_g \frac{v_g - v}{v_g}$$

$$S_e = S_g \frac{v_g}{v_g + v}$$

v_g = Schallgeschwindigkeit im Blut $v_g = 1500 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$S_a > S_e$:

$$S_g = \frac{v_g - v}{v_g - \frac{v}{v_g + v}}$$

$$S_g = S_g \frac{v_g - v}{v_g + v}$$

→ für den Frequenzunterschied zwischen S_a und S_e gilt:

$$\Delta S = S_a - S_e \quad \Delta S = \text{Schwiegung}$$

Für die Frequenzänderung ΔS gilt somit:

$$\Delta S = S_g - S_g \frac{v_g - v}{v_g + v}$$

$$= S_g \left(1 - \frac{v_g - v}{v_g + v}\right) \quad \text{mit } 1 = \frac{v_g + v}{v_g + v}$$

$$= S_g \left(\frac{v_g + v}{v_g + v} - \frac{v_g - v}{v_g + v}\right)$$

$$= S_g \frac{2v}{v_g + v}$$

$v_g \gg v \quad v \rightarrow 0$

$$\Delta S = S_g \frac{2v}{v_g}$$

Ultraschall in der Medizin

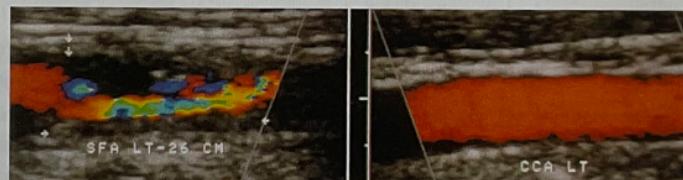
Elastische Wellen von 20 kHz bis etwa 10 GHz werden als **Ultraschall** bezeichnet. Ultraschall lässt sich ebenso gut bündeln wie Licht und durch Reflexion gezielter Richtstrahlen zur Ortung und Hinderniserkennung einsetzen.

Die Ultraschalluntersuchung in der Medizin, **Sonografie**, hat gegenüber z.B. der Computertomografie entscheidende praktische Vorteile. Sie ist nahezu überall und jederzeit verfügbar (auch auf der Trage oder am Krankenbett), biologisch unschädlich (keine Ionisation) und deshalb wiederholbar, und sie kommt meist ohne Kontrastmittel aus.

Die **Ultraschallenergie** wird durch elektrische Anregung eines piezoelektrischen Kristalls erzeugt. Fast ausschließlich kommt eine **Impuls-Echo-technik** zum Einsatz: Vom Schallkopf wird jede Millisekunde ein etwa 1 µs dauerndes Ultraschallbündel mit Frequenzen von durchweg 2,5 MHz in

den Körper eingestrahlt. Die meiste Zeit ist der Schallkopf als Empfänger geschaltet und wandelt die vom Körper reflektierten Schallwellen wieder in elektrische Signale um.

Ein Gel zwischen Schallkopf und Haut vermindert Reflexions- und Einstrahlungsverluste (z.B. durch Luft). An den Grenzübergängen des Gewebes wird der Ultraschall reflektiert. Je hö-



her die **Ultraschallfrequenz**, desto stärker ist die Absorption im Gewebe und desto besser ist die Ortsauflösung. Bei 2,5 MHz können z.B. noch Reflexionen in 20 cm Tiefe erfasst werden, bei 10 MHz in 50 cm Tiefe.

In der **Dopplersonografie** wird meist kontinuierlich gepulster Ultraschall

zur Messung von Blutströmgeschwindigkeit in Arterien u.v.a.m. eingesetzt. Als **Ultraschallkontrastmittel** können kleine luftgefüllte Bläschen (2 bis 3 µm Durchmesser), die kapillargängig sind, ins Blut eingebracht werden. Ihre Bewegungen bewirken eine **Frequenzänderung**, die von **Diagnosegeräten** in eine Farbkodierung umgesetzt wird und so eine **Unterscheidung** verschiedener Gewebe ermöglicht. Die Helligkeit der Farben macht eine Aussage über die **mittlere Strömungsgeschwindigkeit** des Bluts, je heller, umso schneller.

Die Abbildung zeigt die farbkodierte Sonografie einer Oberschenkelarterie, links eine hochgradige Einengung und die dadurch folgende Erhöhung der Strömungsgeschwindigkeit (gelb), als Folge Flussumkehr (blau), rechts eine Arterie mit normaler Strömungsgeschwindigkeit (rot).

DOPPLER-Sonographie

Schwierigkeitsgrad: schwere Aufgabe ?

Bei der DOPPLER-Sonographie zur Bestimmung der Fließgeschwindigkeit des Blutes sendet man Ultraschall der Frequenz f_s auf die bewegten Blutkörperchen. Der von den Blutkörperchen gestreute Schall hat die Frequenz f_e . Die Schwebungsfrequenz $\Delta f = f_e - f_s$ wird durch einen Lautsprecher hörbar gemacht.

- Erläutere, warum man für die Untersuchung ein Gel verwenden muss.
- Die Blutkörperchen bewegen sich in der Halsschlagader mit der Geschwindigkeit v nach oben. Der Schallkopf wird unter einem Winkel der Weite α an den Hals gesetzt.

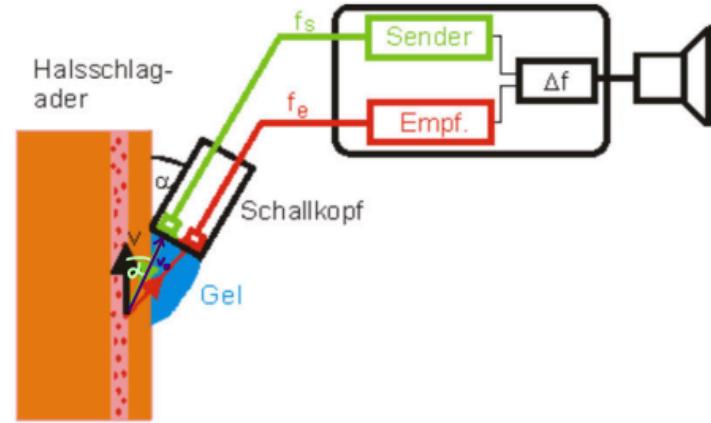
Gib an, welcher Anteil von v für die Berechnung der Frequenzverschiebung Δf zu berücksichtigen ist.

- Drücke die Frequenzverschiebung Δf durch die Schallgeschwindigkeit c , die Winkelweite α , die Geschwindigkeit v der Blutkörperchen und die Sendefrequenz f_s aus.

Hinweis: Informiere dich auf der ▶ [Seite über die DOPPLER-Sonographie](#).

- Die Sendefrequenz ist **15,0 MHz**, die Schwebungsfrequenz **1,99 kHz**, die Schallgeschwindigkeit im Blut **1,57 $\frac{\text{km}}{\text{s}}$** und die Winkelweite $\alpha = 30^\circ$.

Bestimme aus diesen Daten die Fließgeschwindigkeit des Blutes.



gleicher Brechungswinkel

a) Schall wird dadurch besser und schneller übertragen, Vermeidung von Reflexionen an der Haut

b) Anteil $v(v_s)$ ⊥ Sender

$$c = v_s \quad \text{d.} \quad v = v_s \cdot S_3$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{Adjazente}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{v_s}{v} \rightarrow v_s = v \cdot \cos \alpha$$

c) $\Delta S = S_3 \cdot \frac{2v}{v_s} \rightarrow \Delta S = S_3 \cdot \frac{2v}{c}$ mit $v_s = \cos \alpha \cdot v$

$$\Delta S = S_3 \cdot \frac{2v \cdot \cos \alpha}{c}$$

d) geg.: $\Delta S = 1994 \text{ Hz} = 1.99 \cdot 10^3 \text{ Hz}$; $S_3 = 15 \text{ MHz} = 15 \cdot 10^6 \text{ Hz}$; $c = 1.57 \cdot \frac{4\pi}{3} = 1.57 \cdot 10^3 \cdot \frac{\pi}{3}$; $\alpha = 30^\circ$

ges.: $v = \frac{\Delta S}{S_3} = \frac{2v \cdot \cos \alpha}{c} = 1 \cdot \frac{c}{S_3}$

$$\frac{\Delta S}{S_3} = 2v \cdot \cos \alpha$$

$$v = \frac{\Delta S}{2 \cdot S_3 \cdot \cos \alpha}$$

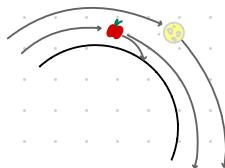
Lsg.: $v = \frac{1.89 \cdot 10^3 \text{ Hz} \cdot 1.57 \cdot 10^3 \frac{\pi}{3}}{2 \cdot 15 \cdot 10^6 \text{ Hz} \cdot \cos(30^\circ)} \approx 0.12 \frac{\pi}{3}$

Die Gravitationswaage nach Henry Cavendish

26.1.2023

→ Idee Newtons: Ist die Kraft, die den Apfel zur Erde zieht, die gleiche Kraft, die den Mond auf seiner Bahn um die Erde hält?

Wenn ja, lassen sich die physikalischen Gesetze der Mechanik auch auf die Himmelskörper im Universum anwenden → Revolutionär!

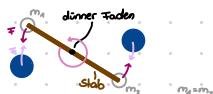


Der Mond fällt ständig zur Erde, aber er ist so schnell, dass er ständig an der Erde vorbei fällt!

→ Logisch! Dann würde die Gravitationskraft von den Massen beider Körper resultieren.

→ Jede Masse (Körper) hätte somit ein Gravitationsfeld um sich herum, in welchem eine anziehende Kraft auf andere Massen wirkt

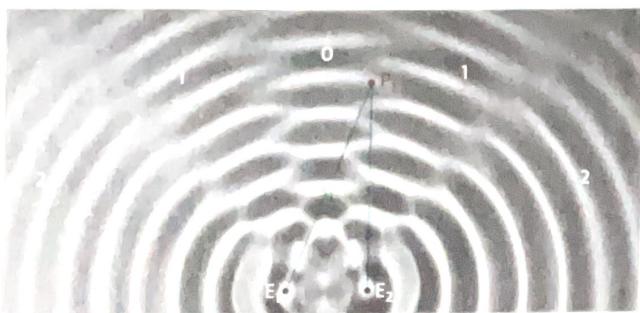
Beweis lieferte Henry Cavendish (1794)



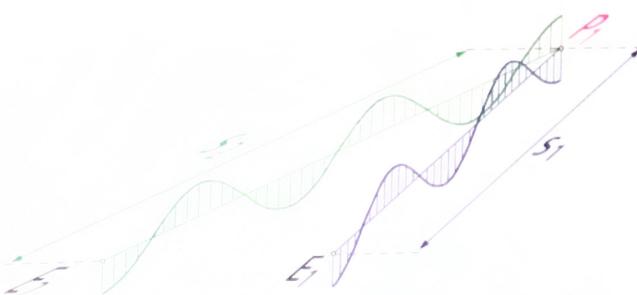
$$m_3 = m_4$$



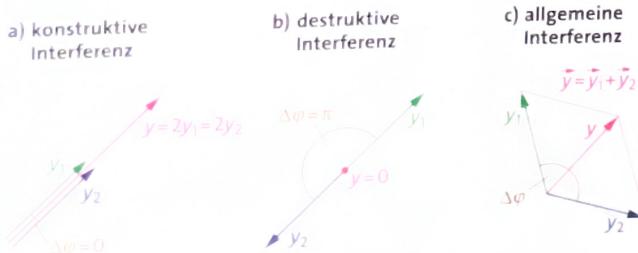
132.1 Zwei Kreiswellensysteme überlagern sich und laufen danach ungestört und in ursprünglicher Form weiter



132.2 Interferenz zweier Kreiswellensysteme. E_1, E_2 : Erregerzentren; 0, 1, 2: Bereiche des 0., 1. und 2. Maximums; dazwischen die Linien der Auslöschung, Minima 1. und 2. Ordnung, die Teile von Hyperbeln sind.



132.3 Von E_1 und E_2 gehen Wellenstrahlen aus, die sich in P_1 überlagern. Ihr Gangunterschied in P_1 ist $\Delta s = s_2 - s_1 = 2\frac{1}{2}\lambda - 2\lambda = \frac{1}{2}\lambda$, entsprechend einer Phasendifferenz von π : Die beiden Schwingungen heben sich auf; P_1 liegt auf einer Linie der Auslöschung.



132.4 Zeigerdiagramm. a) Phasendifferenz $\Delta\varphi = 0, 2\pi, 4\pi$: Zeiger addieren sich maximal
b) $\Delta\varphi = \pi, 3\pi, 5\pi$: Zeiger löschen sich aus
c) andere Winkel: Zeiger addieren sich (nur) vektoriell

3.4 Wechselwirkungen von Wellen

Alle Wellen zeigen einheitlich charakteristische Phänomene bei der Wechselwirkung miteinander oder mit Materie, die z. T. in ihrer Ausprägung von der Wellenlänge und der gegenseitigen Phasenlage abhängen.

3.4.1 Interferenz zweier Kreiswellen

Wenn zwei Wassertropfen gleichzeitig in einem Abstand in die Wellenwanne fallen, so breiten sich zwei Kreiswellensysteme aus, die sich teilweise überlagern und durchdringen, ohne sich dabei aber gegenseitig zu stören (Abb. 132.1). Das ergibt sich aus dem Überlagerungsverhalten von Schwingungen (→ 3.2.1).

Prinzip der ungestörten Überlagerung von Wellen: Treffen an einer Stelle eines Wellenträgers mehrere Wellen aufeinander, so addieren sich dort die Elongationen der Schwingungen. Nach dem Zusammentreffen laufen die Wellen ungestört weiter. Die ungestörte Überlagerung mehrerer Wellen von gleicher Frequenz (und damit gleicher Wellenlänge) wird als **Interferenz** bezeichnet.

Versuch 1: Werden zwei punktförmige Erreger E_1 und E_2 (mit regulierbarem Abstand) in den Schwinger des Wellenerzeugers über der Wellenwanne eingeklemmt, so sind im Wellenfeld bei stroboskopischer Beleuchtung ortsfeste Linien zu erkennen, auf denen die Wellenbewegung (fast) zur Ruhe kommt (Abb. 132.2).

Erklärung: Von den beiden in Phase schwingenden Erregern gehen Kreiswellen gleicher Frequenz und Wellenlänge aus. Ein beliebiger Oszillatorm im Wellenfeld, z. B. in P_1 , wird daher immer von zwei Wellen erfasst (Abb. 132.3) und von beiden zu erzwungenen Schwingungen derselben Frequenz angeregt. Diese beiden Schwingungen überlagern sich zu einer resultierenden Schwingung.

Entscheidend für das Ergebnis der Überlagerung in einem angenommenen Punkt des Wellenfeldes, z. B. in P_1 , ist die dortige Phasendifferenz der beiden Schwingungen. Sie berechnet sich wie folgt:

Je weiter im Wellenfeld eines einzelnen Erregers die Oszillatoren vom Erreger entfernt sind, umso weiter bleiben die Phasen ihrer Schwingungen hinter der des Erregers zurück. So schwingt ein Oszillatorm im Abstand λ oder $n\lambda$ der Schwingung des Erregers mit der Phase 2π oder $n \cdot 2\pi$, was in der Wirkung gleichbedeutend mit einer Phase 2π ist, hinterher. Ein Oszillatorm im Abstand s_1 vom Erreger bleibt wegen $s/\lambda = \varphi/2\pi$ hinter der Erregerschwingung um die Phase $\varphi_1 = 2\pi(s_1/\lambda)$ zurück.

An jedem Ort treten stets zwei Schwingungen auf, nämlich die vom Erreger E_1 und vom Erreger E_2 erzeugt und die mit den Phasen φ_1 und φ_2 hinter den Schwingungen ihrer Erreger zurückgeblieben sind. Untereinander weisen beide Schwingungen an dem betrachteten Ort die entscheidende Phasendifferenz

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{s_2 - s_1}{\lambda} 2\pi = 2\pi \frac{\Delta s}{\lambda}$$

auf. Die Phasendifferenz $\Delta\varphi$ lässt sich danach aus der Wegdifferenz Δs , dem *Gangunterschied*, berechnen.

Der **Gangunterschied Δs** zweier Wellen an einem Ort im Wellenfeld ist die **Wegdifferenz** $\Delta s = s_2 - s_1$ der Strecken s_1 und s_2 ($s_2 > s_1$) von diesem Ort zu den beiden Erregern E_1 und E_2 .

Da für jeden Ort im Wellenfeld die zwei Werte s_1 und s_2 eindeutig bestimmt sind, gehört zu jedem Ort eine feste **Phasendifferenz**.

Mithilfe der Phasendifferenz können nun die in der Wellenwanne beobachteten Interferenzerscheinungen verstanden werden. Das Ergebnis der Überlagerung der beiden Schwingungen liefert die Zeigerdarstellung (Abb. 132.4): Phasendifferenzen, für die die Zeiger stets dieselbe Richtung haben – das sind alle Vielfachen von 2π –, entsprechen maximaler Verstärkung der Schwingungen oder **konstruktiver Interferenz**. Haben die Zeiger entgegengesetzte Richtungen – das ist bei allen ungeradzahligen Vielfachen von π der Fall –, so ergibt sich **maximale Abschwächung oder destruktive Interferenz** und bei gleicher Amplitude Auslöschung.

Bei Interferenz zweier Wellen gleicher Frequenz ergibt sich

maximale Verstärkung (konstruktive Interferenz) bei einer Phasendifferenz $\Delta\varphi = n2\pi$, entsprechend einem Gangunterschied von

$$\Delta s = n\lambda, \text{ mit } n = 0, 1, 2, \dots$$

maximale Abschwächung (destruktive Interferenz) bei einer Phasendifferenz $\Delta\varphi = (2n-1)\pi$, entsprechend einem Gangunterschied von

$$\Delta s = (2n-1)\lambda/2, \text{ mit } n = 1, 2, 3, \dots$$

In Abb. 132.2 ist auf der Symmetriearchse $\Delta s = 0$, die Schwingungen verstärken sich maximal. Hier liegt mit $n=0$ das **Interferenzmaximum 0. Ordnung**. In den Punkten der auf beiden Seiten folgenden schwingungsfreien Kurven ist $\Delta s = \lambda/2$; die Schwingungen schwächen sich. Hier liegt das **Interferenzminimum 1. Ordnung**. Bei gleicher Amplitude löschen sie sich vollständig aus. Daran schließen sich auf beiden Seiten die **Interferenzmaxima 1. Ordnung** an, $\Delta s = \lambda$ usw.

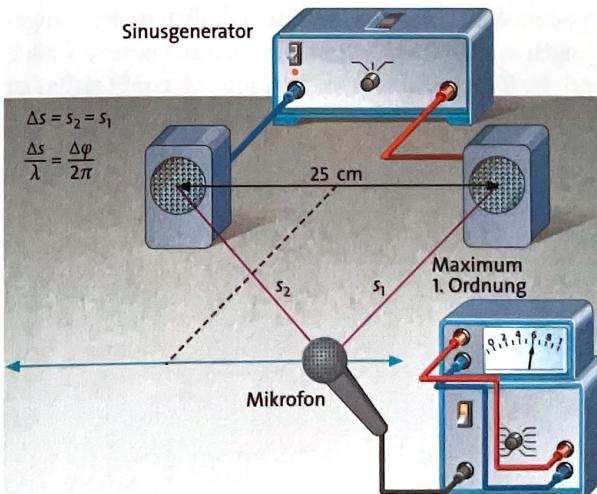
Akustische Interferenz

Versuch 2: Zwei Lautsprecher werden an einen Sinusgenerator mit der Frequenz 3400 Hz angeschlossen und in einem Abstand von ca. 25 cm aufgestellt (Abb. 133.1). Wird nun ein Mikrofon, das über einen Verstärker mit einem Strommessgerät verbunden ist, parallel zur Verbindungsstrecke der beiden Lautsprecher durch das Wellenfeld geführt, so registriert das Messgerät eine Reihe aufeinanderfolgender Maxima und Minima.

Beobachtung: Genau auf der Mittelsenkrechten zur Verbindungsstrecke der Lautsprecher liegt das sogenannte Maximum 0. Ordnung. Wird das Mikrofon an den Ort des nächsten Maximums gebracht und werden die Abstände dieses Ortes zu den beiden Lautsprechern gemessen, so ergibt sich als Differenz die Wellenlänge λ . Dies ist ein Maximum 1. Ordnung. ▶

Auch bei diesem Versuch sind die Schwingungen der beiden Lautsprecher, von denen die Schallwellen ausgehen, in Phase. Interferenzerscheinungen lassen sich jedoch auch beobachten, wenn die beiden Erregerzentren nicht in Phase sind. Allerdings ist es notwendig, dass sie mit konstanter Phasendifferenz senden, da sich andernfalls die Interferenzverhältnisse an einem Beobachtungsort im Wellenfeld ständig ändern.

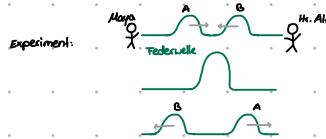
Wellen, die von Erregerzentren ausgehen, die eine konstante Phasendifferenz haben, heißen **kohärent**. **Kohärenz** ist eine unabdingbare Voraussetzung für die Entstehung eines über längere Zeit beobachtbaren Interferenzphänomens.



133.1 Zwei Lautsprecher, die Schwingungen der Frequenz $f = 3400$ Hz aussenden, erzeugen ein Wellenfeld, in dem die Maxima und Minima mit einem Mikrofon registriert werden. Am Ort eines Maximums 1. Ordnung beträgt die Differenz der Abstände zu den Lautsprechern λ .

Die Interferenz von Wellen

2.2.2023



Beobachtung: Beide Wellenberg laufen aufeinander zu. Wenn sie sich treffen entsteht ein Wellenberg mit der doppelten Amplitude.
Danach laufen die Wellenberge ungestört in ihre ursprüngliche Richtung weiter.

Erklärung: Wellen überlagern sich ungestört. Den Vorgang der Überlagerung nennen wir **Interferenz**, das Prinzip, dass Wellen nach dem Zusammentreffen ungestört weiterlaufen, **Superpositionsprinzip**.
Bei der Überlagerung addieren sich ihre Amplituden zur Amplitude der resultierenden Welle.

3 Arten der Interferenz:

- 1) konstruktive Interferenz: Wellenberg trifft auf Wellenberg und Tal auf Tal
→ maximale Verstärkung der Amplitude



Bedingung: Die Phasendifferenz (Wegunterschied) beider Wellen muss ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge betragen.

$$\Delta s = n \cdot \lambda \quad n=0,1,2,\dots$$

- 2) destruktive Interferenz: Wellenberg trifft auf Tal

→ komplette Auslöschung → Resultierende Welle = 0

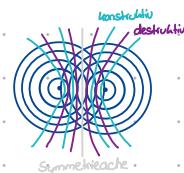
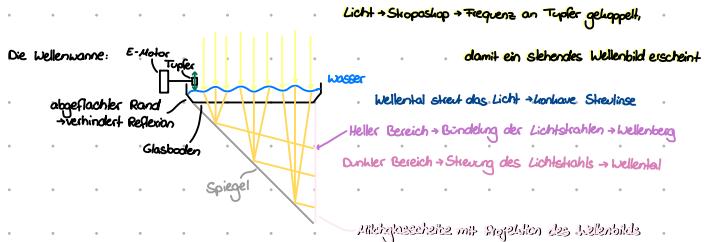


Bedingung: $\Delta s = (n+0.5)\lambda \quad n=0,1,2,\dots$

- 3) Allgemeine Interferenz: Alle Phasen zwischen konstruktiver und destruktiver Interferenz.

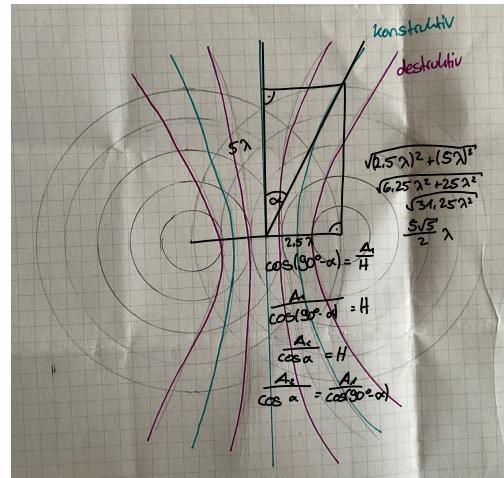
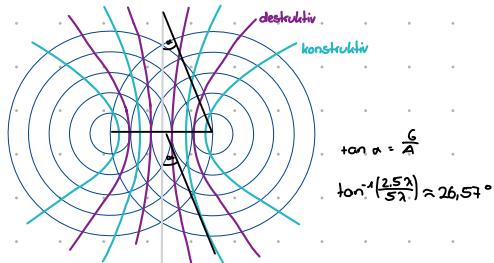


Interferenz von Kreiswellen



S. 134

2 a)



$$\text{Log.: } \frac{5\lambda}{\cos \alpha} = \frac{2.5\lambda}{\cos(30^\circ - \alpha)} \quad 1:2.5\lambda$$

$$\frac{2}{\cos \alpha} = \frac{1}{\cos(30^\circ - \alpha)} \quad 1/(1) \quad \text{TR: } \alpha = 26,57^\circ$$

$$\alpha = 30^\circ - \alpha$$

$$\frac{1}{2} \cos \alpha = \cos(30^\circ - \alpha) \quad 1/\cos^2 \alpha$$

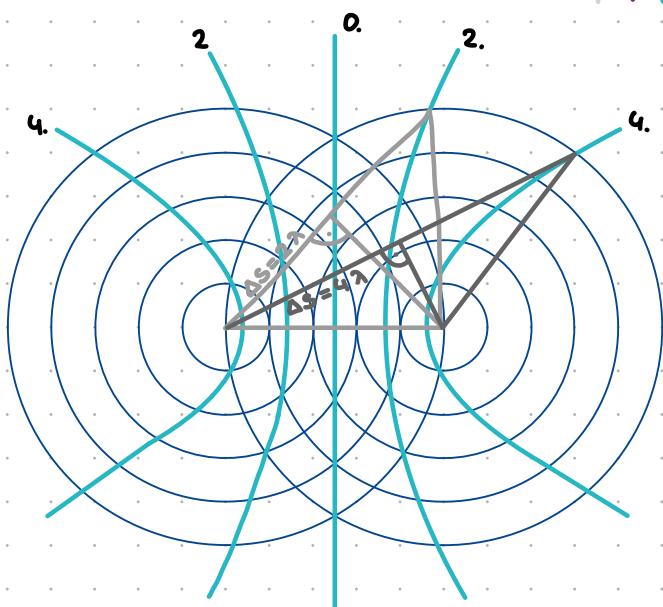
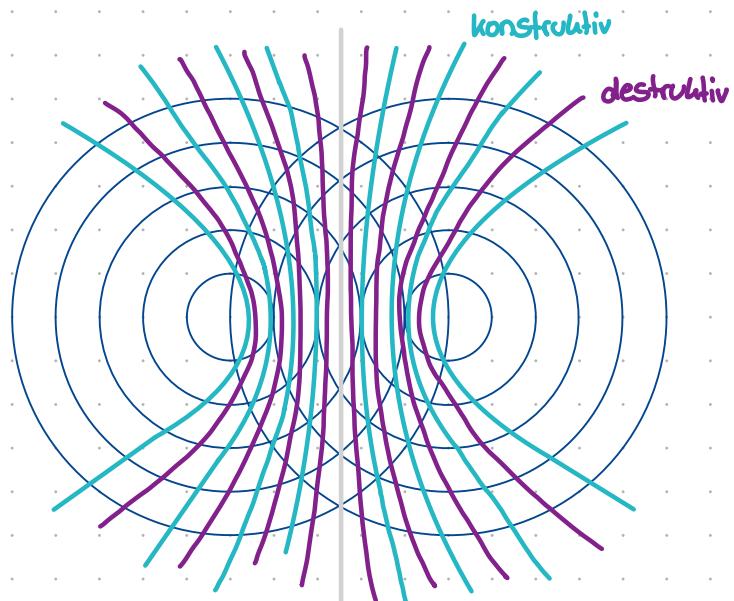
$$60^\circ = 30^\circ - \alpha \quad 1/\alpha \quad 1:6\lambda$$

$$\alpha = 1,48^\circ$$

$$\text{c) größte Zahl, die Winkelauf gleich}$$

$$! \tan^{-1}\left(\frac{\lambda}{5\lambda}\right) = 11,31^\circ$$

ist wie Abstand als halbfaches der Wellenlänge



Maximale Anzahl an sichtbaren Maxima
auf einer Seite des Maximums. 0. Ordnung
 $n = \frac{d}{\lambda} - 1$

A geometric diagram of a double-slit system. Two slits are labeled E_1 and E_2 . A point P is located at an angle α from the central axis. Distances are labeled: d between the slits, a from the center to the slits, and r from the center to point P .

$$\sin \alpha = \frac{\Delta s}{d}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{r}$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}}$$

$$\frac{\Delta s}{d} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}}$$

$$\Delta s = n \cdot \lambda \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$n \cdot \lambda = \frac{ad}{\sqrt{a^2 + r^2}}$$

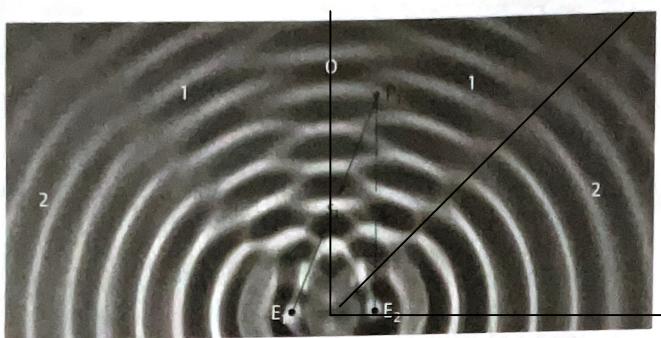
$$\lambda = \frac{ad}{\sqrt{a^2 + r^2} \cdot n}$$

Interferenzgesetz

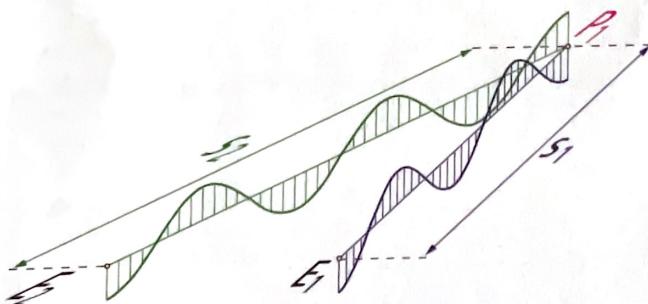
Wechselwirkungen von Wellen



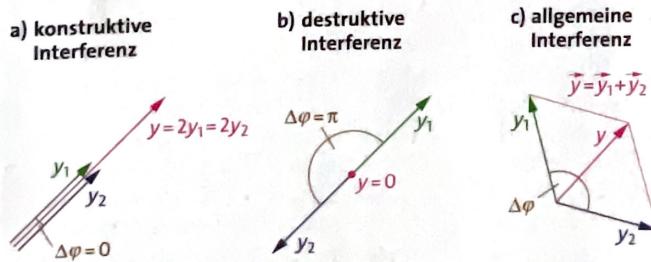
132.1 Zwei Kreiswellensysteme überlagern sich und laufen danach ungestört und in ursprünglicher Form weiter.



132.2 Interferenz zweier Kreiswellensysteme. E_1, E_2 Erregerzentren; 0, 1, 2 Bereiche des 0., 1. und 2. Maximums; dazwischen die Linien der Auslöschung, Minima 1. und 2. Ordnung, die Teile von Hyperbeln sind.



132.3 Von E_1 und E_2 gehen Wellenstrahlen aus, die sich in P_1 überlagern. Ihr Gangunterschied in P_1 ist $\Delta s = s_2 - s_1 = 2\frac{1}{2}\lambda - 2\lambda = \frac{1}{2}\lambda$, entsprechend einer Phasendifferenz von π : Die beiden Schwingungen heben sich auf; P_1 liegt auf einer Linie der Auslöschung.



132.4 Zeigerdiagramm. a) Phasendifferenz $\Delta\varphi = 0, 2\pi, 4\pi$: Zeiger addieren sich maximal
b) $\Delta\varphi = \pi, 3\pi, 5\pi$: Zeiger löschen sich aus
c) andere Winkel: Zeiger addieren sich (nur) vektoriell

3.4 Wechselwirkungen von Wellen

Alle Wellen zeigen einheitlich charakteristische Phänomene bei der Wechselwirkung miteinander oder mit Materie, die z. T. in ihrer Ausprägung von der Wellenlänge und der gegenseitigen Phasenlage abhängen.

3.4.1 Interferenz zweier Kreiswellen

Wenn zwei Wassertropfen gleichzeitig in einem Abstand in die Wellenwanne fallen, so breiten sich zwei Kreiswellensysteme aus, die sich teilweise überlagern und durchdringen, ohne sich dabei gegenseitig zu stören (Abb. 132.1). Das ergibt sich aus dem Überlagerungsverhalten von Schwingungen (→ 3.2.1).

Prinzip der ungestörten Überlagerung von Wellen: Treffen an einer Stelle eines Wellenträgers mehrere Wellen aufeinander, so addieren sich dort die Elongationen der Schwingungen. Nach dem Zusammentreffen laufen die Wellen ungestört weiter. Die ungestörte Überlagerung mehrerer Wellen von gleicher Frequenz (und damit gleicher Wellenlänge) wird als **Interferenz** bezeichnet.

Versuch 1: Werden zwei punktförmige Erreger E_1 und E_2 (mit regulierbarem Abstand) in den Swinger des Wellenerzeugers über der Wellenwanne eingeklemmt, so sind im Wellenfeld bei stroboskopischer Beleuchtung ortsfeste Linien zu erkennen, auf denen die Wellenbewegung (fast) zur Ruhe kommt (Abb. 132.2) ▲

Erklärung: Von den beiden in Phase schwingenden Erregern gehen Kreiswellen gleicher Frequenz und Wellenlänge aus. Ein beliebiger Oszillatorm im Wellenfeld, z. B. in P_1 , wird daher immer von zwei Wellen erfasst (Abb. 132.3) und von beiden zu erzwungenen Schwingungen derselben Frequenz angeregt. Diese beiden Schwingungen überlagern sich zu einer resultierenden Schwingung.

Entscheidend für das Ergebnis der Überlagerung in einem angenommenen Punkt des Wellenfeldes, z. B. in P_1 , ist die dortige Phasendifferenz der beiden Schwingungen. Sie berechnet sich wie folgt:

Je weiter im Wellenfeld eines einzelnen Erregers die Oszillatoren vom Erreger entfernt sind, umso weiter bleiben die Phasen ihrer Schwingungen hinter der des Erregers zurück. So schwingt ein Oszillatorm im Abstand λ oder $n\lambda$ der Schwingung des Erregers mit der Phase 2π oder $n \cdot 2\pi$, was in der Wirkung gleichbedeutend mit einer Phase 2π ist, hinterher. Ein Oszillatorm im Abstand s_1 vom Erreger bleibt wegen $s/\lambda = \varphi/2\pi$ hinter der Erregerschwingung um die Phase $\varphi_1 = 2\pi(s_1/\lambda)$ zurück.

An jedem Ort treten stets zwei Schwingungen auf, nämlich die vom Erreger E_1 und vom Erreger E_2 erzeugt und die mit den Phasen φ_1 und φ_2 hinter den Schwingungen ihrer Erreger zurückgeblieben sind. Untereinander weisen beide Schwingungen an dem betrachteten Ort die entscheidende Phasendifferenz

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{s_2 - s_1}{\lambda} 2\pi = 2\pi \frac{\Delta s}{\lambda}$$

auf. Die Phasendifferenz $\Delta\varphi$ lässt sich danach aus der Wegdifferenz Δs , dem *Gangunterschied*, berechnen.

Der **Gangunterschied Δs** zweier Wellen an einem Ort im Wellenfeld ist die Wegdifferenz $\Delta s = s_2 - s_1$ der Strecken s_1 und s_2 ($s_2 > s_1$) von diesem Ort zu den beiden Erregern E_1 und E_2 .

Da für jeden Ort im Wellenfeld die zwei Werte s_1 und s_2 eindeutig bestimmt sind, gehört zu jedem Ort eine feste Phasendifferenz.

Mithilfe der Phasendifferenz können nun die in der Wellenwanne beobachteten Interferenzerscheinungen verstanden werden. Das Ergebnis der Überlagerung der beiden Schwingungen liefert die Zeigerdarstellung (Abb. 132.4): Phasendifferenzen, für die die Zeiger stets dieselbe Richtung haben – das sind alle Vielfachen von 2π –, entsprechen maximaler Verstärkung der Schwingungen oder **konstruktiver Interferenz**. Haben die Zeiger entgegengesetzte Richtungen – das ist bei allen ungeradzahligen Vielfachen von π der Fall –, so ergibt sich maximale Abschwächung oder **destruktive Interferenz** und bei gleicher Amplitude Auslöschung.

Bei Interferenz zweier Wellen gleicher Frequenz ergibt sich

maximale Verstärkung (konstruktive Interferenz)
bei einer Phasendifferenz $\Delta\varphi = n2\pi$, entsprechend einem Gangunterschied von

$$\Delta s = n\lambda, \text{ mit } n = 0, 1, 2, \dots$$

maximale Abschwächung (destructive Interferenz)
bei einer Phasendifferenz $\Delta\varphi = (2n-1)\pi$, entsprechend einem Gangunterschied von

$$\Delta s = (2n-1)\lambda/2, \text{ mit } n = 1, 2, 3, \dots$$

In Abb. 132.2 ist auf der Symmetriechse $\Delta s = 0$, die Schwingungen verstärken sich maximal. Hier liegt mit $n = 0$ das *Interferenzmaximum 0. Ordnung*. In den Punkten der auf beiden Seiten folgenden schwingungsfreien Kurven ist $\Delta s = \lambda/2$; die Schwingungen schwächen sich. Hier liegt das *Interferenzminimum 1. Ordnung*. Bei gleicher Amplitude löschen sie sich vollständig aus. Daran schließen sich auf beiden Seiten die *Interferenzmaxima 1. Ordnung* an, $\Delta s = \lambda$ usw.

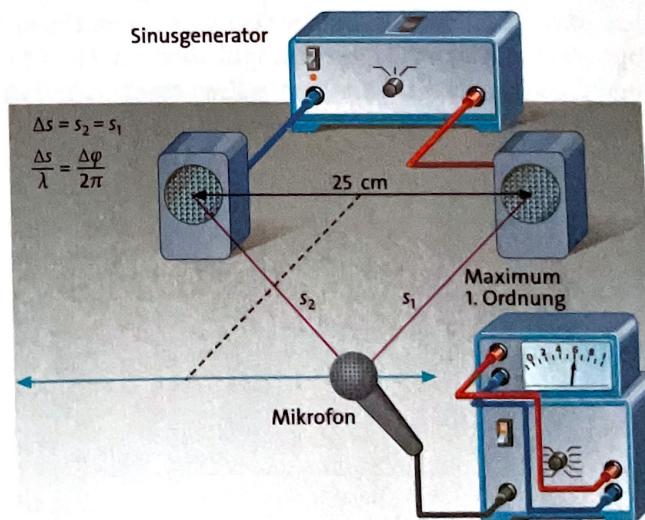
Akustische Interferenz

Versuch 2: Zwei Lautsprecher werden an einen Sinusgenerator mit der Frequenz 3400 Hz angeschlossen und in einem Abstand von ca. 25 cm aufgestellt (Abb. 133.1). Wird nun ein Mikrofon, das über einen Verstärker mit einem Strommessgerät verbunden ist, parallel zur Verbindungsstrecke der beiden Lautsprecher durch das Wellenfeld geführt, so registriert das Messgerät eine Reihe aufeinanderfolgender Maxima und Minima.

Beobachtung: Genau auf der Mittelsenkrechten zur Verbindungsstrecke der Lautsprecher liegt das sogenannte Maximum 0. Ordnung. Wird das Mikrofon an den Ort des nächsten Maximums gebracht und werden die Abstände dieses Ortes zu den beiden Lautsprechern gemessen, so ergibt sich als Differenz die Wellenlänge λ . Dies ist ein Maximum 1. Ordnung. ▶

Auch bei diesem Versuch sind die Schwingungen der beiden Lautsprecher, von denen die Schallwellen ausgehen, in Phase. Interferenzerscheinungen lassen sich jedoch auch beobachten, wenn die beiden Erregerzentren nicht in Phase sind. Allerdings ist es notwendig, dass sie mit konstanter Phasendifferenz senden, da sich andernfalls die Interferenzverhältnisse an einem Beobachtungsort im Wellenfeld ständig ändern.

Wellen, die von Erregerzentren ausgehen, die eine konstante Phasendifferenz haben, heißen **kohärent**. **Kohärenz** ist eine unabdingbare Voraussetzung für die Entstehung eines über längere Zeit beobachtbaren Interferenzphänomens.



133.1 Zwei Lautsprecher, die Schwingungen der Frequenz $f = 3400$ Hz aussenden, erzeugen ein Wellenfeld, in dem die Maxima und Minima mit einem Mikrofon registriert werden. Am Ort eines Maximums 1. Ordnung beträgt die Differenz der Abstände zu den Lautsprechern λ .

Wechselwirkungen von Wellen

Interferenzkurven

Im Interferenzfeld der Abb. 134.1 liegen die Maxima und Minima auf Kurven, für deren Punkte die Differenz der Abstände zu den beiden Erregerzentren konstant – und zwar gleich dem jeweiligen Gangunterschied – ist. Diese Kurven sind sogenannte *konfokale Hyperbeln*, d.h. Hyperbeln mit gleichem Brennpunkt (focus, lat.: Brennpunkt).

Zwei kohärente Kreiswellenerreger erzeugen durch Interferenz ein symmetrisches Wellenfeld aus (konfokalen) *Interferenzhyperbeln* maximaler Verstärkung und (fast) völliger Auslöschung. Die Punkte mit Gangunterschieden

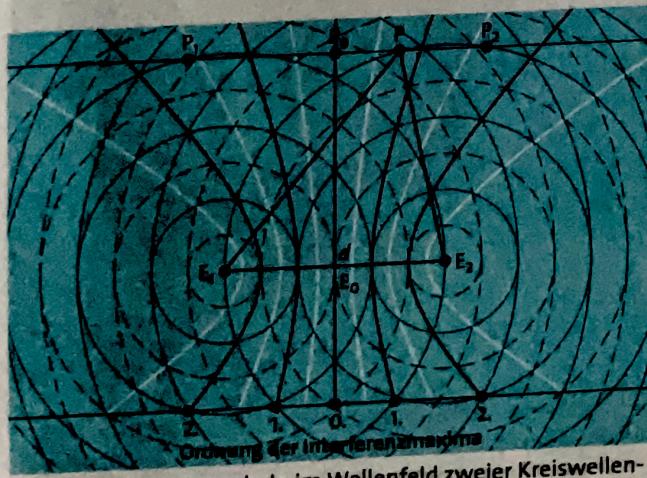
$\Delta s = n \lambda$ liegen auf Hyperbeln konstruktiver Interferenz ($n = 0, 1, 2, \dots$),

$\Delta s = (2n - 1)\lambda/2$ liegen auf Hyperbeln destruktiver Interferenz ($n = 1, 2, \dots$).

Energieverteilung im Interferenzfeld

Jeder Erreger für sich erzeugt an jeder Stelle P auf der Linie $P_1 P_2$ (Abb. 134.1) Schwingungen mit annähernd gleicher Amplitude \hat{y} . Also wird von jedem Wellenzentrum nach P Energie übertragen. Ohne Interferenz würde daher zu jedem Punkt P auf der betrachteten Linie ständig die Energie $E \sim 2\hat{y}^2$ (\rightarrow 3.1.3) transportiert.

Durch Interferenz entstehen längs $P_1 P_2$ jedoch Schwingungen verschiedener Amplitude. So hat die Amplitude an den Schnittstellen mit den gestrichelt dargestellten Hyperbeln stets den Wert null, während sie an den Schnittstellen mit den durchgezogenen dargestellten Hyperbeln dauernd ungefähr den Wert $2\hat{y}$ besitzt. Stark vereinfacht lässt sich die Energieverteilung so vorstellen, dass die Hälfte aller Punkte (nämlich in den Umgebungen von Maxima) diesen Amplitudenwert $2\hat{y}$ hätte und die übrige Hälfte den Wert null, so ergibt sich: Zur



134.1 Interferenzhyperbeln im Wellenfeld zweier Kreiswellensysteme

einen Hälften der Punkte wird bei Interferenz die Energie $E \sim (2\hat{y})^2 = 4\hat{y}^2$ transportiert, zur anderen Hälfte die Energie $E = 0$. Im Mittel erhält wieder jeder Punkt die Energie $E \sim 2\hat{y}^2$.

Durch Interferenz wird die Energieverteilung im Wellenfeld geändert. Die Energiesumme bleibt jedoch erhalten.

Die überraschende Tatsache, dass an die Stellen der Interferenzminima kaum Energie gelangt, obwohl jeder Sender dorthin Energie sendet, folgt aus der Welleneigenschaft. Die Amplituden der Schwingungen addieren sich entsprechend ihrer Phasendifferenz, nicht aber die Energien; die Energie wird infolge der Interferenz nur in anderer Weise räumlich verteilt.

Nachweis einer Wellenstrahlung: Damit ist ein Kriterium gefunden, das in allen Gebieten der Physik bei der Frage herangezogen wird, ob eine Energieübertragung durch Materietransport oder durch Wellen erfolgt. Entstehen in einem Überlagerungsgebiet, in das zwei Sender Energie ausstrahlen, energiefreie Zonen, ist dies als entscheidender Hinweis auf die Welleneigenschaft der betrachteten Strahlung zu werten.

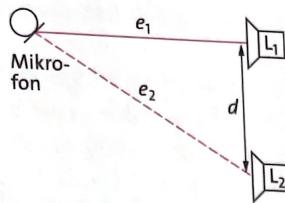
Aufgaben

- Zeichnen Sie eine Interferenzfigur, die entsteht, wenn der Erreger E_2 gegenüber E_1 mit der Phasenverschiebung $\Delta\varphi = \pi$ schwingt. (Zeichnung $E_1 E_2 = 6,0 \text{ cm}$; $\lambda = 2,0 \text{ cm}$; Wellenberge durchgezogen, Wellentäler gestrichelt; Interferenzstreifen durch den jeweiligen Phasenunterschied kennzeichnen.)
 - Zwei phasengleich schwingende Wellenerreger erzeugen Kreiswellen der Wellenlänge λ . Ihr Abstand beträgt die fünf-fache Wellenlänge.
 - Berechnen Sie den Winkel, den der „gerade Teil“ des Interferenzmaximums 1. Ordnung mit der Symmetrieachse bildet.
 - Ermitteln Sie die Zahl der Interferenzhyperbeln (Interferenzmaxima), die erzeugt werden.
 - Bestimmen Sie den Zusammenhang zwischen der Anzahl der Interferenzhyperbeln und dem Abstand der Wellenerreger bei vorgegebener Wellenlänge.
 - Ist in Abb. 134.1 die Entfernung $e = E_0 P_0$ sehr viel größer als der Abstand $d = E_1 E_2$ der beiden phasengleich schwingenden Erreger E_1 und E_2 , weiter α der Winkel zwischen der Symmetrieachse von E_1 und E_2 und der Verbindung $E_0 P$ und Δs der Gangunterschied der beiden von E_1 und E_2 zu P ausgehenden Wellenstrahlen s_1 und s_2 , so gilt mit $P_0 P = a_n$ angenehmt:
 - $\sin \alpha = \Delta s/d$ und $\tan \alpha = P_0 P/E_0 P_0 = a_n/e$ und für kleine Winkel schließlich $\Delta s/d = a_n/e$;
 - für Interferenzmaxima $\sin \alpha = n\lambda/d$ oder $n\lambda = (a_n d)/e$;
 - für Interferenzminima $\sin \alpha = (2n - 1)\lambda/(2d)$ oder $(n - \frac{1}{2})\lambda = (a_n d)/e$.
- Begründen Sie die Beziehungen anhand einer Zeichnung.

Wissenstest Mechanische Schwingungen und Wellen

- b) Zeichnen Sie die stehende Welle der Schwingung des Messingstabes und die der Geschwindigkeitswelle in der mit Luft gefüllten Röhre.

11. Zwei im Abstand von $d = 2,0 \text{ m}$ nebeneinanderstehende Lautsprecher senden phasengleich Frequenzen im Hörbereich aus, die von einem Mikrofon, das $3,75 \text{ m}$ genau senkrecht vor dem ersten Lautsprecher steht, aufgenommen werden. Ermitteln Sie allgemein die Frequenzen und in Beträgen die drei kleinsten und drei größten im Bereich von 20 Hz bis 20 kHz , die sich a) maximal verstärken, b) maximal abschwächen.
Die Schallgeschwindigkeit sei $c = 340 \text{ m/s}$.



12. Eine gedämpfte harmonische Federschwingung, Masse des Oszillators $m = 0,62 \text{ kg}$, Federkonstante $D = 5,5 \text{ N/m}$, Dämpfungskonstante $k = 8,5 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$, klingt von der Anfangsamplitude $\hat{y}_0 = 4,5 \text{ cm}$ auf $\hat{y}_e = 1,5 \text{ cm}$ ab.
a) Ermitteln Sie die Zeit und die Anzahl der Schwingungen dieses Abklingvorganges.
b) Berechnen Sie die Anfangsamplituden der einzelnen Schwingungen und zeichnen Sie den Abklingvorgang mit den einzelnen Schwingungen.

13. Die Amplitude \hat{p} des Schalldrucks hängt mit der Dichte ρ der Luft, der Schallgeschwindigkeit v , der Frequenz f und der Amplitude \hat{y} der Schwingung eines Luftmoleküls, das von der Schallwelle erfasst wird, über die Beziehung $\hat{p} = 2\pi fv\rho\hat{y}$ zusammen. Ein Ton der Frequenz $f = 400 \text{ Hz}$ ist (bei 20°C) eben noch zu hören, wenn seine Schalldruckamplitude $\hat{p} = 8 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}^2 = 80 \mu\text{Pa}$ beträgt.
a) Berechnen Sie die Amplitude der Schwingung.
b) Bestimmen sie mithilfe der ersten Ableitung der Wellengleichung die maximale Geschwindigkeit des Teilchens, die Amplitude der Schallschnelle.

14. Ein punktförmiger Wellenerreger erzeugt Kreiswellen mit der Wellenlänge $\lambda = 1,2 \text{ cm}$. Wird der Erreger relativ zur Wanne bewegt, so beträgt die Wellenlänge vor dem Erreger $\lambda = 0,8 \text{ cm}$.
a) Berechnen Sie das Verhältnis der Wellengeschwindigkeit zur Geschwindigkeit des Wellenerregers.
b) Bestimmen Sie die Wellenlänge, die ein Beobachter hinter dem Wellenerreger beobachtet.

15. Fährt ein Rennwagen an einem Zuschauer vorbei, ist die Frequenz des Motors $f_1 = 288 \text{ Hz}$; beim Entfernen hört der Zuschauer den Motor mit der Frequenz $f_2 = 178 \text{ Hz}$. Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Rennwagens und die Drehzahl des Motors. (Die Schallgeschwindigkeit beträgt 340 m/s .)

16. Eine Stimmgabel wird an einer $l = 87 \text{ cm}$ langen Schnur waagerecht 9-mal in der Sekunde im Kreis herumgeschleudert. Berechnen Sie die Frequenz des tiefsten und des

höchsten Tons, den ein daneben stehender Beobachter hört, wenn die Stimmgabel einen Ton von 600 Hz erzeugt. Die Schallgeschwindigkeit sei 340 m/s .

17. Zwei Unterseeboote Rot mit der Geschwindigkeit $v_R = 50 \text{ km/h}$ und Schwarz mit $v_S = 70 \text{ km/h}$ bewegen sich bei einem Manöver in ruhiger See in großer Entfernung auf geradem Kurs aufeinander zu. U-Boot R sendet Sonarsignale bei 1000 Hz aus, Ausbreitungsgeschwindigkeit im Wasser $c = 5470 \text{ km/h}$. Berechnen Sie die Signalfrequenz, die a) das U-Boot S, b) das U-Boot R von den am U-Boot S reflektierten Wellen empfängt.

18. Ein Düsenjäger fliegt in 4000 m Höhe mit Überschallgeschwindigkeit über einen Beobachter hinweg, der 8,5 Sekunden, nachdem das Flugzeug direkt über ihn hinweggeflogen war, vom Überschallknall getroffen wird.
a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Düsenjägers, Angabe auch in Mach (Schall: $v_{ph} = 340 \text{ m/s}$).
b) Ermitteln Sie den Öffnungswinkel des Mach'schen Kegels und fertigen Sie eine Zeichnung an.

19. Eine Stimmgabel schwingt kurz während der Zeit $\Delta t = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ mit der Frequenz $f_0 = 440 \text{ Hz}$.
a) Berechnen Sie die Länge des ausgesandten Wellenpakets sowie die Anzahl der Wellenlängen und der Schwingungsperioden. (Schallgeschwindigkeit $c = 340 \text{ m/s}$)
b) Bestimmen Sie den Frequenzbereich, den ein Empfänger des Wellenpakets misst.

20. Zwei Töne mit den Frequenzen $f_1 = 564 \text{ Hz}$ und $f_2 = 552 \text{ Hz}$ und den Gleichungen $y_1 = \hat{y} \sin(2\pi f_1 t)$ bzw. $y_2 = \hat{y} \sin(2\pi f_2 t)$ überlagern sich zu einer Schwebung.
a) Leiten Sie mithilfe des Additionstheorems
$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$
die Formel für die Überlagerung her und interpretieren Sie das Ergebnis.
b) Berechnen Sie die Schwebungsfrequenz, die Frequenz des Schwebungstones und die Zeit und die Anzahl der Schwingungen zwischen zwei Amplitudenminima.
c) Mit der Schallgeschwindigkeit $v = 340 \text{ m/s}$ bewegen sich die Schwebung nun als Folge von Wellenpaketen in den Raum. Berechnen Sie die Länge eines Wellenpakets.

21. Zwei gegenläufige Wellen mit den Gleichungen
 $y_1(x, t) = \hat{y} \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)\right]$ und $y_2(x, t) = \hat{y} \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$ überlagern sich zu der stehenden Welle
$$y(x, t) = 0,02 \text{ m} \cdot \sin(40\pi t \text{ s}^{-1}) \cos\left(\frac{1}{2}\pi x \text{ m}^{-1}\right). \quad (1)$$

a) Entwickeln Sie allgemein die Formel für die Überlagerung mithilfe des Additionstheorems aus Aufgabe 20 und berechnen Sie aus Gleichung (1) die üblichen Angaben der gegenläufigen Wellen und der stehenden Welle.
b) Berechnen Sie die Abstände der Knoten der stehenden Welle und skizzieren Sie sie.
c) Ermitteln Sie die maximale Geschwindigkeit und Beschleunigung der Schwingung in der Mitte des Schwingungsbauchs der stehenden Welle.

a) gegeben: $c = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $d = 2 \text{ m}$; $e_1 = 375 \text{ m}$; $\alpha = \frac{d}{e_1} = \frac{1}{185}$

gesucht: S $e_2 = \sqrt{e_1^2 + d^2}$; $\Delta S = e_2 - e_1$; $S = \frac{c}{\Delta S}$

$$e_2 = \sqrt{(375 \text{ m})^2 + (2 \text{ m})^2} = 4,25 \text{ m}$$

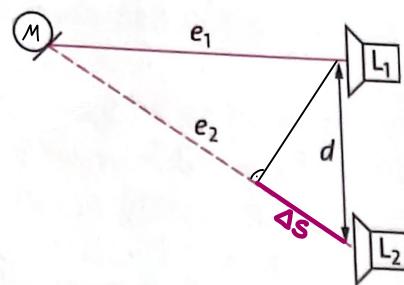
$$\Delta S = 4,25 \text{ m} - 3,75 \text{ m} = 0,5 \text{ m} \rightarrow \lambda = 0,5 \text{ m}$$

$$S = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,5 \text{ m}} = 680 \text{ Hz}$$

$$S_1 = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,25 \text{ m}} = 1360 \text{ Hz}$$

$$S_2 = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,45 \text{ m}} = 733 \text{ Hz}$$

$$S_3 = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,48 \text{ m}} = 708 \text{ Hz}$$



VERSTEHEN



b) destruktive Interferenz (Minimum)

konstruktive Interferenz (Maximum)

$$\lambda = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{29200 \text{ Hz}} = 0,0117 \text{ m} = 0,0117 \text{ m} \approx 29,41 \text{ nm}$$

$$\lambda = \frac{0,5 \text{ m}}{285} = \frac{1}{570} \text{ m}$$

$$S = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 572}{1 \text{ m}} = 19320 \text{ Hz}$$

$$S = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 555}{1 \text{ m}} = 18700 \text{ Hz}$$

$$S = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 552}{1 \text{ m}} = 18020 \text{ Hz}$$

größte Welle: 5 Zähler / 285

größte Wellenlängen: 5 Zähler / 29

$$\lambda = \frac{0,5 \text{ m}}{28} = \frac{1}{56} \text{ m}$$

$$S = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 56}{1 \text{ m}} = 19320 \text{ Hz}$$

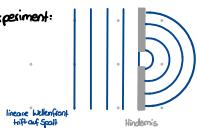
$$S = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 556}{1 \text{ m}} = 19360 \text{ Hz}$$

$$S = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 554}{1 \text{ m}} = 19360 \text{ Hz}$$

Die Beugung einer Welle

10.2.2023

Experiment:



Aus linearer Wellenfront wird beim Durchgang durch den Spalt eine

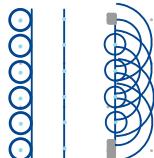
Kreiswelle, die in den Schattenraum des Hindernisses eindringt

→ Vorgang wird Brechung genannt

Erklärung und Modellbildung nach Huygens

1678: Christian Huygens formulierte das Huygens'sche Prinzip

→ Jede Wellenfront ist aus unzähligen infinitesimal kleinen Kreiswellen aufgebaut → Elementarwellen



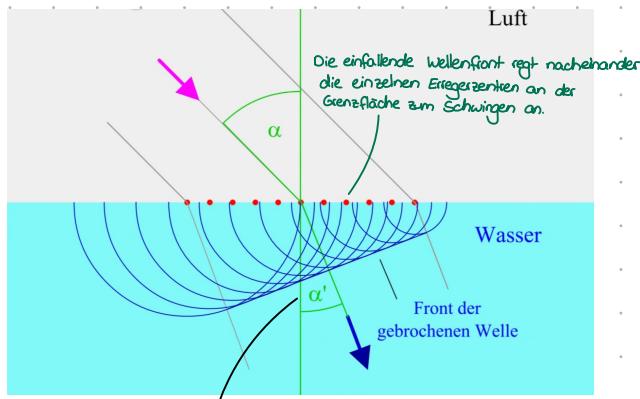
Da jede Wellenfront aus unzähligen Elementarwellen besteht, bilden die Kreiswellen dieser Elementarwellen eine lineare Wellenfront.

Da durch den Spalt die äußeren Elementarwellen keine Nachbarn mehr besitzen, läuft die Kreiswelle der äußeren Elementarwellen in den Schattenbereich hinein

und bildet mit den Kreiswellen der inneren Elementarwellen eine neue große resultierende Welle.

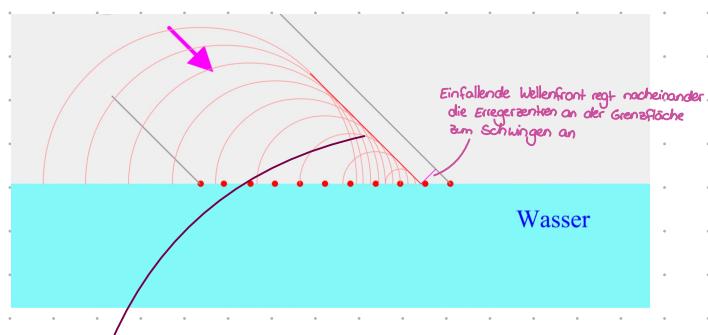
Das Huygenssche Prinzip & die Reflexion und Brechung von Wellen

Brechung:



Da die Lichtgeschwindigkeit im optisch dichten Medium geringer ist als im optisch dämmernen Medium, ist der Brechungswinkel α' kleiner als der Einfallwinkel α .

Reflexion:



Da die Wellengeschwindigkeit bei dem gleichen Medium konstant bleibt, entsteht eine neue Wellenfront, die sich unter dem gleichen Winkel zum Lot ausbreitet.

→ Reflexion: Einfallswinkel = Ausfallwinkel

S. 137

$$1 \quad \text{geg.: } \alpha = 45^\circ; \beta = 60^\circ; V_1 = 25 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 0,25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{ges.: } V_2 = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cdot V_1$$

$$\text{Lsg.: } V_2 = \frac{\sin(45)}{\sin(60)} \cdot 0,25 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot 0,25 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$2 \quad \text{geg.: } V_1 = 34 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 0,34 \frac{\text{m}}{\text{s}}; V_2 = 32 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 0,32 \frac{\text{m}}{\text{s}}; \alpha = 60^\circ; V_t = 24 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 0,24 \frac{\text{m}}{\text{s}}; \lambda_1 = 1,7 \text{ cm} = 0,017 \text{ m}$$

$$\text{a) ges.: } \beta_{1/2} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{V_1}{V_2} \quad | \cdot \sin \alpha \quad | \sin \alpha \quad | \sin^{-1}(\cdot)$$

$$\beta = \sin^{-1}\left(\frac{V_1}{V_2} \cdot \sin \alpha\right)$$

$$\text{Lsg.: } \beta_1 = \sin^{-1}\left(\frac{0,24}{0,34} \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sin(60)\right) \approx 37,68^\circ$$

$$\beta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{0,24}{0,32} \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sin(60)\right) \approx 40,51^\circ$$

$$\text{b) ges.: } S = \frac{V_1}{\lambda_1}; \lambda_2 = \frac{V_2}{S}$$

$$\text{Lsg.: } S = \frac{0,34}{0,017 \text{ m}} = 20 \text{ Hz}$$

$$\lambda_2 = \frac{0,24}{20 \text{ Hz}} = 0,012 \text{ m} = 1,2 \text{ cm}$$

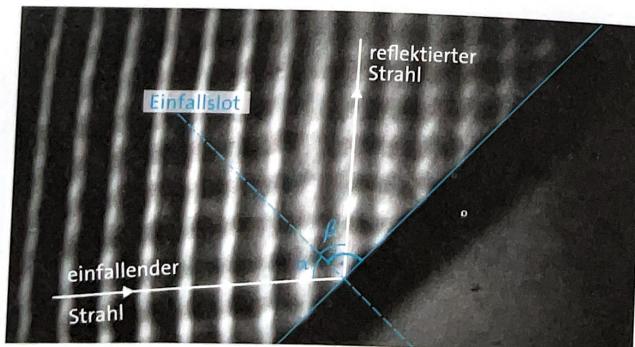
3.4.3 Reflexion und Brechung

Mit dem Huygens'schen Prinzip lassen sich die bekannten Phänomene der Reflexion und Brechung von Wellen auf ein einfaches Konzept zurückführen und erklären. Trifft eine Welle auf eine Grenzfläche zweier Medien, in denen sie unterschiedliche Phasengeschwindigkeiten besitzt, so gehen von der Grenzfläche zwei Wellen aus: Eine Welle wird an der Grenzfläche **reflektiert** und läuft mit derselben Geschwindigkeit wie vorher zurück; eine zweite tritt in das andere Medium ein und bewegt sich dort mit veränderter Geschwindigkeit. Sie bildet die **gebrochene Welle**.

Versuch 1 – Reflexionsgesetz: Eine gerade Welle läuft gegen ein schräg in die Wellenwanne gestelltes gerades Hindernis. Beobachtet wird in stroboskopischer Beleuchtung.

Beobachtung: Die reflektierten Wellenfronten schließen mit dem Hindernis denselben Winkel ein wie die ankommenden Wellen. Wird die **Wellennormale** (senkrecht zu den Wellenfronten) der ankommenden und der reflektierten Welle zum Einfallslot auf die reflektierende Fläche gezeichnet, so bestätigt eine Messung des Einfalls winkels und des Ausfallswinkels das aus der Optik bekannte Reflexionsgesetz (Abb. 136.1). ▶

Die Erklärung dieses Gesetzes liefert das Huygens'sche Prinzip (Abb. 137.1): Die gerade Wellenfront AB trifft in der Stellung A₁B₁ im Punkt A₁ auf die ebene reflektierende Grenzfläche. Während die Welle vom Punkt B₁ der Wellenfront in der Zeit Δt die Strecke B₁B₂ = $v_{ph} \Delta t$ durchläuft und in B₂ ebenfalls die reflektierende Grenzfläche erreicht, breitet sich mit gleicher Geschwindigkeit v_{ph} um A₁ eine Elementarwelle vom Radius $r = v_{ph} \Delta t = A_1 A_2$ aus. Die Tangente von B₂ an diesen Kreis (Konstruktion mit dem Thales-Kreis über A₁B₂, Berührungs punkt A₂) ergibt als Einhüllende der von A₁ und B₂ ausgehenden Elementarwellen die reflektierte Wellenfront A₂B₂.



136.1 Reflexion einer geraden Welle an einer geraden Wand. Für die Wellennormalen gilt das Reflexionsgesetz $\alpha = \beta$.

Der Einfalls winkel α und der Ausfall winkel β finden sich in den Dreiecken A₁B₁B₂ und A₁A₂B₂. Aus der Kongruenz der Dreiecke folgt das Reflexionsgesetz.

Reflexionsgesetz für Wellen: Das Huygens'sche Prinzip zeigt, dass der Einfalls winkel α gleich dem Ausfall winkel β ist: $\alpha = \beta$.

Versuch 2 – Brechungsgesetz: Gerade Wellen laufen schräg auf eine Glasplatte zu, die nur dünn mit Wasser bedeckt ist.

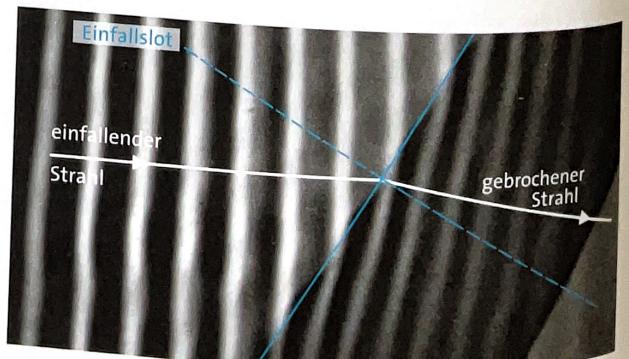
Beobachtung: Die Wellenfronten vor der Glasplatte und über der Glasplatte sind nicht mehr parallel, ihre Wellennormalen zeigen in verschiedene Richtungen. Die Wellen sind gebrochen worden (Abb. 136.2). ◀

Bei geeignet gewählter Frequenz der stroboskopischen Beleuchtung scheinen die Wellen sowohl im tiefen als auch im flachen Wasser stillzustehen. Daraus ist zu schließen, dass die Frequenz der Wellen vor der Grenzfläche gleich der hinter der Grenzfläche ist: Die Frequenz der Wellen hat sich bei der Brechung nicht geändert. Jedoch ist die Wellenlänge im flachen Wasser kleiner als im tiefen. Die Wellenlänge ändert sich also, die Frequenz bleibt.

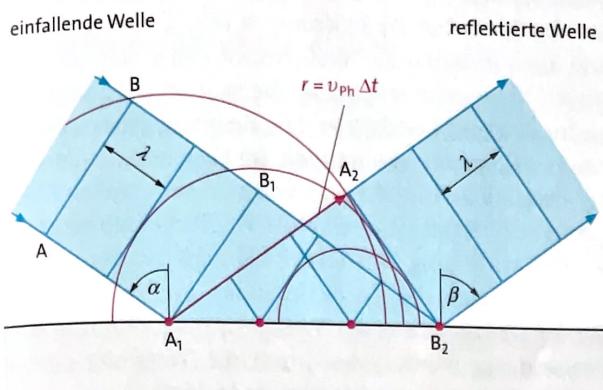
Nach dem Huygens'schen Prinzip schwingen alle Erregerzentren von Elementarwellen mit derselben Frequenz wie der reale Wellenerreger. Gemäß der Beziehung $v_{ph} = \lambda f$ muss die **Ausbreitungsgeschwindigkeit** im flachen Wasser geringer als im tiefen sein.

Das unveränderliche Kennzeichen einer Welle ist ihre Frequenz, während sich ihre Wellenlänge mit der Phasengeschwindigkeit ändert.

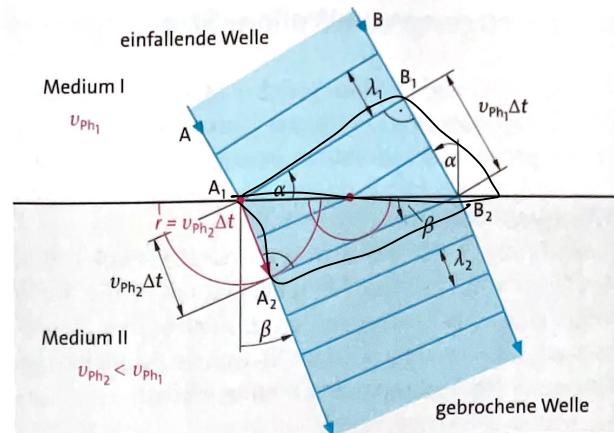
Demnach erklärt sich die Brechung daraus, dass die im flachen Wasser langsamer vorankommenden Wellenfronten einen geringeren Abstand λ zueinander einnehmen müssen. Um hierbei nicht „abzureißen“, müssen sie zum Einfalls lot „einschwenken“.



136.2 Brechung einer geraden Welle an einer geraden Grenzlinie zwischen zwei Medien.



137.1 Erklärung des Reflexionsgesetzes mit dem Huygens'schen Prinzip



137.2 Erklärung des Brechungsgesetzes mit dem Huygens'schen Prinzip

Im Einzelnen ergibt sich mit dem Huygens'schen Prinzip folgende Erklärung (Abb. 137.2):

Die Wellenfront AB erreicht in A₁ die Grenzlinie zwischen tiefem Wasser (Medium I) und flachem Wasser (Medium II). Im Medium I wandert die Welle vom Punkt B₁ mit der Geschwindigkeit v_{ph1} um B₁B₂ = v_{ph1}Δt weiter, bis sie in B₂ ebenfalls die Grenzlinie erreicht. Währenddessen breitete sich um A₁ im Medium II eine neue Elementarwelle mit der (geringeren) Geschwindigkeit v_{ph2} aus, die zum Zeitpunkt, da die Welle in B₂ eintrifft, einen Kreis mit dem Radius v_{ph2}Δt gebildet hat. Die Tangente von B₂ an diesen Kreis beschreibt die Wellenfront nach der Brechung.

Für den Einfallswinkel α und den Brechungswinkel β in den Dreiecken A₁B₁B₂ und A₁A₂B₂ gilt:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{B_1 B_2 \cdot A_1 A_2}{A_1 B_2 \cdot A_1 B_2} = \frac{v_{ph1} \Delta t}{v_{ph2} \Delta t} = \frac{v_{ph1}}{v_{ph2}}$$

Die Gleichung gilt für jeden Einfallswinkel.

Brechungsgesetz für Wellen: Treten Wellen aus einem Medium in ein anderes, so besitzen die Wellennormalen der einfallenden und der gebrochenen Welle verschiedene Richtungen. Es gilt:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_{ph1}}{v_{ph2}} = \text{konstant}$$

Das Verhältnis des Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Ausfallswinkels ist gleich dem Verhältnis der Ausbreitungsgeschwindigkeit im ersten Medium zu dem im zweiten Medium.

Das Huygens'sche Prinzip, angewendet auf die Ausbreitung der Wasserwellen, führt zu dem aus der Optik bekannten **Brechungsgesetz** $\sin \alpha / \sin \beta = n$.

Dabei gibt der Brechungsindex hier das Verhältnis der Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Wellen in den beiden Medien an.

In Analogie zu den Versuchen der Optik lässt sich in der Wellenwanne zeigen, wie die Wellen im flacheren Wasser über einer als Konvex- oder als Konkavlinse geschnittenen Glasplatte hinter der Konvexlinse zusammenlaufen (konvergieren) und hinter der Konkavlinse zerstreut werden.

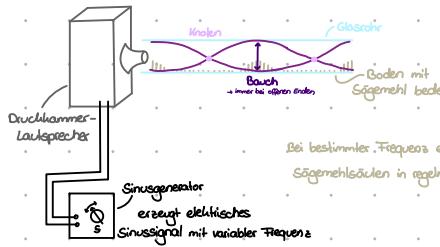
Das Einschwenken von Wellenfronten im flacher werdenden Wasser ist am Meeresstrand gut zu beobachten: Die Meereswellen laufen auch bei verschiedenen Windrichtungen immer fast genau senkrecht auf den Strand zu.

Aufgaben

1. In einer Wellenwanne läuft eine Welle von einem seichten Bereich in ein Gebiet mit tieferem Wasser unter dem Einfallswinkel von 45° und dem Brechungswinkel von 60°. Bestimmen Sie die Geschwindigkeit im flachen Teil, wenn sie im tiefen 25 cm/s ist.
2. Wasserwellen bewegen sich in tiefem Wasser mit der Geschwindigkeit v₁ = 34 cm/s. Sie treffen unter dem Winkel α = 60° auf die Grenzlinie zu einem flacheren Teil, wo sie sich mit v₂ = 24 cm/s bewegen. Wird die Frequenz ein wenig erhöht, so sinkt die Geschwindigkeit im tiefen Teil auf v₁ = 32 cm/s.
 - a) Berechnen Sie in beiden Fällen den Brechungswinkel.
 - b) Die Wellenlänge im tiefen Teil beträgt im ersten Versuch λ = 1,7 cm. Berechnen Sie Wellenlänge und Frequenz im flacheren Teil.
3. Konstruieren Sie nach dem Huygens'schen Prinzip
 - a) die Reflexion von Kreiswellen, die von einem Erregerzentrum Z ausgehen, an einem geraden Hindernis (Reflexionsgerade). Zeichnen Sie dazu mehrere Kreisbögen um Z mit Abstand von 1 cm, die die Reflexionsgerade schneiden. Zeigen Sie, dass der Mittelpunkt Z' der reflektierten Wellenfronten das Spiegelbild von Z an der Geraden ist.
 - b) Führen Sie die Konstruktion auch für ebene Wellen aus, die an einem Hohlspiegel (Kreislinie mit r = 8 cm) reflektiert werden.

Die stehende Welle

23.2.2023

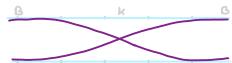


Kroten: konstanter Angleich von Über- und Unterdruck

↪ keine Veränderung

Bäsche: steiger Wechsel zwischen Über- und Unterdruck (Schall)

Beidseitig offen



ein offenes & ein geschlossenes Ende



zwei geschlossene Enden



Grundschwingung:

$$l = \frac{\lambda}{2}$$

$$l = \frac{\lambda}{4}$$

$$l = \frac{\lambda}{2}$$

1. Oberschwingung:

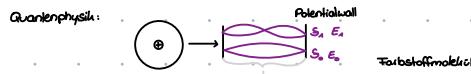
$$l = \lambda$$

$$l = \frac{3}{4} \lambda$$

$$l = \lambda$$

Erklärung: In einem Volumen mit geschlossenem (festen) und offenem Ende, oder gleichen Enden, kann sich jeweils nur eine ganz bestimmte Frequenz als stehende Welle ausbilden. Diese Frequenz wird als Grundschwingung oder Eigenfrequenz bezeichnet. Höhere Frequenzen können sich in dem gleichen Volumen nur ausbreiten, wenn sie ein bestimmtes Vielfaches der Eigenfrequenz sind. → Oberschwingungen

Beispiel: Musikinstrument wie Flöte, Geige (Saiten + Resonanzkörper, Gitarre, ...)



Diese Volumen können durch eine äußere Frequenz, die gleich der Eigenfrequenz des Volumens ist zum Schwingen angeregt werden. → Resonator

Der Helmholtzresonator

23.2.2023



Formel zur Berechnung der Grundgeschwindigkeit:

$$S_0 = \frac{V_0}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{c}{V_0 \cdot F}}$$

Modell zur Tonerzeugung mit Flaschen:

Luftvolumen im Flaschenhals wird durch Bemerkheit zum Schwingen gebracht.

Gepresstes Luftvolumen in der Flasche dient als rücktreibende Kraft für das schwingende Luftvolumen im Flaschenhals

Dadurch lässt sich dem Luftvolumen eine Federkonstante K zuweisen, welche sowohl vom Volumen V_0 , als auch von der materialspezifischen Dichte abhängt.

$S_0 = \text{Querschnitt Flaschenhals}$

$V_0 = \text{Volumen Flasche ohne Hals}$

$L = \text{Länge Flaschenhals}$

Bsp.: ges.: $L = 8,5 \text{ cm} = 0,085 \text{ m}$; $V_0 = 728 \text{ cm}^3 = 7,28 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$; $r = 1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$; $S_0 = \pi r^2 = 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

ges.: S_0

$$\text{ges.: } S_0 = \frac{3,14}{2\pi} \sqrt{\frac{3,14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}{7,28 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3}} = 12,8 \text{ Hz}$$

gemessen: 117,2 Hz

Die Wellengleichung

28.2.2023

Schwingungsgleichung: Elongation zum Zeitpunkt t einer Schwingung

$$\begin{aligned} y(t) &= \hat{y} \sin(\omega t) \\ &= \hat{y} \cdot \sin(\pi c \cdot S +) \\ &= \hat{y} \cdot \sin(\pi c \cdot \frac{t}{T}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v(t) &= y(t) = \hat{y} \cdot \omega \cdot \cos(\omega t) \\ v(t) &= \hat{y} \cdot 2\pi \cdot \frac{1}{T} \cdot \cos(\pi c \cdot \frac{t}{T}) \\ \ddot{v}(t) &= \ddot{y}(t) = \ddot{v}(t) = \alpha(t) = -\hat{y} \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t) \\ \ddot{v}(t) &= -\hat{y} \cdot 4\pi^2 \cdot \frac{1}{T^2} \cdot \sin(\pi c \cdot \frac{t}{T}) \end{aligned}$$

$T = \text{ganzzahliges Vielfaches von } T$

- Gibt den Maximalwert im positiven & negativen Bereich an
- Variiert immer zwischen 1. und -1 je nachdem, welcher Wert in der Funktion steht

Wellengleichung: $y(x,t) = \hat{y} \cdot \sin(\pi c \cdot \frac{x}{\lambda})$



$$\begin{aligned} y(x,t) &= \hat{y} \sin(\omega(t - \frac{x}{c})) & \omega = \frac{\pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{\pi}{\omega} \\ y(x,t) &= \hat{y} \sin(\omega(t - \frac{x}{\lambda})) & S = \frac{\lambda}{\lambda} \rightarrow v_p = \lambda \cdot S ; S = \frac{1}{\lambda} \\ y(x,t) &= \hat{y} \sin(\omega(t - \frac{x}{\lambda} - \pi)) & \omega = \frac{2\pi}{\lambda} \\ y(x,t) &= \hat{y} \sin(\frac{2\pi}{\lambda}(t - \frac{x}{\lambda} - \pi)) \\ y(x,t) &= \hat{y} \sin(2\pi(\frac{t}{\lambda} - \frac{x}{\lambda})) \end{aligned}$$

Bedingung für konstruktive Interferenz:

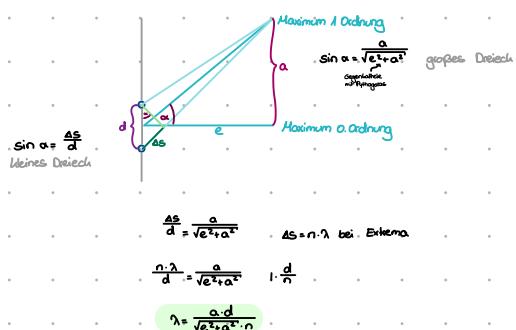
$$\Delta s = n \lambda ; n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Bedingung für destruktive Interferenz:

$$\Delta s = (n + \frac{1}{2}) \lambda ; n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Herleitung Interferenzgesetz

3.3.2023



geg.: $d = 2m$; $e_1 = 3,75m$

$$\text{ges.: } S; e_2 = \sqrt{e_1^2 + d^2}; \Delta s = e_2 - e_1$$

$$\Delta s = 0,5m$$

$$\begin{aligned} \Delta s &= n\lambda & S = \frac{\lambda}{\lambda} \\ \text{niedrigst } S &= \frac{v_s}{0,5m} & S = \frac{v_s}{0,25m} & S = \frac{v_s \cdot 3}{0,5m} \\ S &= \frac{v_s \cdot 2}{0,5m} & S = \frac{v_s \cdot 2}{0,25m} & S = \frac{v_s \cdot 2}{0,125m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{höchst } \lambda &= \frac{v}{2000} & \frac{d}{\lambda} = n & \text{größtes ganzzahliges } n < n \\ & \text{größtes } S & n < n & S = \frac{v}{n \cdot \lambda} \\ & \text{immer } -1 \end{aligned}$$

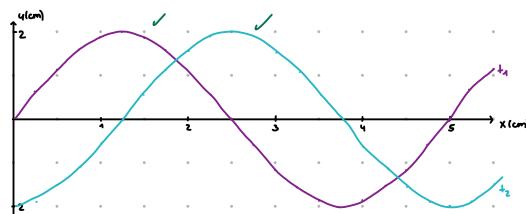
AB 2a) gegr: $v_0 = 2,5 \frac{m}{s}$; $x=0m$; $S=50 \text{ Hz}$; $\hat{q}=2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$; $t_1=0,05 \text{ s}$; $t_2=0,055 \text{ s}$

ges: $\lambda = \frac{v_0}{S}$; $T = \frac{1}{S}$

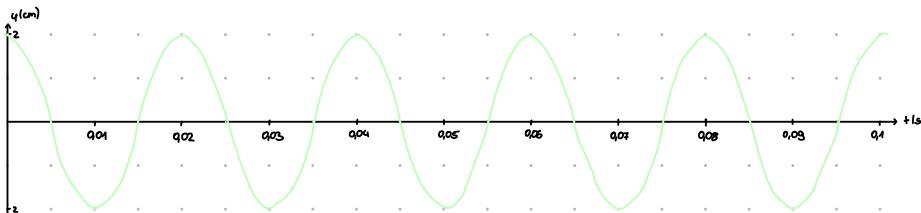
Lsg: $\lambda = \frac{2,5 \frac{m}{s}}{50 \text{ Hz}} = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$ ✓

$T = \frac{1}{50 \text{ Hz}} = 0,02 \text{ s}$

$\rightarrow q(x,t) = 2 \text{ cm} \cdot \sin(2\pi(\frac{t}{0,02} - \frac{x}{0,05}))$



b)



c) a) zeigt Welle zu speziellen Zeiten im gesammelten

b) zeigt Verlauf an einem speziellen Punkt zu unterschiedlichen Zeiten

1 gegr: $v=5 \frac{m}{s}$; $\lambda=50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$; $\hat{q}=12 \text{ cm} = 0,12 \text{ m}$; $x=15 \text{ m}$; $x_d=8 \text{ m}$; $t_d=5,5 \text{ s}$

a) ges: $S=\frac{v}{\lambda}$; $T=\frac{1}{S}$

Lsg: $S = \frac{5 \frac{m}{s}}{0,5 \text{ m}} = 10 \text{ Hz}$ ✓

$T = \frac{1}{10 \text{ Hz}} = 0,1 \text{ s}$ ✓

b) ges: $t = \frac{x}{v}$

Lsg: $t = \frac{15 \text{ m}}{5 \frac{m}{s}} = 3 \text{ s}$ ✓

c) $q(x,t) = 0,12 \text{ m} \cdot \sin(2\pi(\frac{t}{0,1} - \frac{x}{0,5}))$ ✓

d) ges: $q(x,t) = \hat{q} \cdot \sin(2\pi(\frac{t}{0,1} - \frac{x}{0,5}))$

Lsg: $q = 0,12 \text{ m} \cdot \sin(2\pi(\frac{5,5}{0,1} - \frac{8}{0,5})) = 0 \text{ m}$ ✓

Übungsaufgaben

$$1) y(x,t) = \hat{y} \cdot \sin(2\pi \cdot (\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}))$$

$$y(x,t) = \hat{y} \cdot \sin(2\pi \cdot (\frac{t}{T} + \frac{\pi}{2} - \frac{x}{\lambda}))$$

$$= \hat{y} \cdot \sin(2\pi \cdot \frac{t}{T} + 2\pi \cdot 2\pi \cdot \frac{x}{\lambda})$$

$$= \hat{y} \cdot \sin(2\pi \cdot \frac{t}{T}) + \cancel{\sin(2\pi)} \cdot \sin(2\pi \cdot \frac{x}{\lambda})$$

$$= \hat{y} \cdot \sin(2\pi \cdot \frac{t}{T} - 2\pi \cdot \frac{x}{\lambda})$$

$$= \hat{y} \cdot \sin(2\pi \cdot (\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})) \quad \text{q.e.d.}$$

Ab

03.03.2023

1. geg: $v_{ph} = 5 \frac{m}{s}$; $\lambda = 0,5 \text{ m}$; $\hat{y} = 0,12 \text{ m}$; $x_1 = 15 \text{ m}$; $x_2 = 8 \text{ m}$; $t_1 = 5,53$

a) ges: f ; T b) geg: $v_{ph} = 5 \frac{m}{s}$; $x_1 = 15 \text{ m}$ c) $y(t_1, t_2) = \hat{y} \cdot \sin(2\pi \cdot (\frac{t_2}{T} - \frac{x_1}{\lambda}))$ d) $\hat{y} = 0,12 \text{ m}$; $t_2 = 5,68$; $T = 0,18$; $x_2 = 8 \text{ m}$; $\lambda = 0,5 \text{ m}$

lsg: $v_{ph} = \lambda \cdot f$ 1:1:1

$$f = \frac{v_{ph}}{\lambda} = \frac{5 \frac{m}{s}}{0,5 \text{ m}} = 10 \text{ Hz}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{10} \text{ s}$$

ges: t_1

$$\text{lsg: } v_{ph} = \frac{x_1}{t_1} \quad | \cdot t_1 : v_{ph}$$

$$t_1 = \frac{x_1}{v_{ph}} = \frac{15 \text{ m}}{5 \frac{m}{s}} = 3 \text{ s}$$

c) $y(t_1, t_2) = \hat{y} \cdot \sin(2\pi \cdot (\frac{t_2}{T} - \frac{x_1}{\lambda}))$

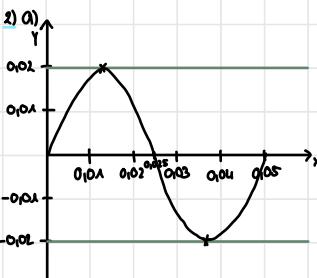
$$= 0,12 \text{ m} \cdot \sin(2\pi \cdot (\frac{5,68}{0,18} - \frac{15}{0,5 \text{ m}}))$$

ges: y

$$\text{lsg: } y(5,53, 5,68) = \hat{y} \cdot \sin(2\pi \cdot (\frac{5,68}{0,18} - \frac{15}{0,5 \text{ m}}))$$

$$= 0,12 \cdot \sin(2\pi \cdot (\frac{5,68}{0,18} - \frac{15}{0,5 \text{ m}}))$$

$$= 0$$



$$x_1 = v_{ph} \cdot t_1 = 5 \frac{m}{s} \cdot 0,0553$$

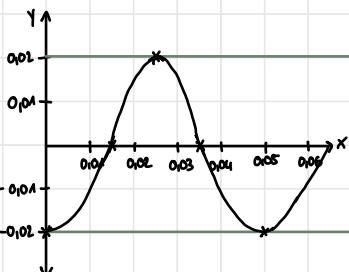
$$= 0,125 \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{v_{ph}}{f} = \frac{5 \text{ m}}{10 \text{ Hz}} = 0,5 \text{ m}$$

$$y(0,125 \text{ m}, 0,0553) = \hat{y} \cdot \sin(2\pi \cdot (\frac{t_2}{T} - \frac{x_1}{\lambda}))$$

$$= 0,02 \text{ m} \cdot \sin(2\pi \cdot (\frac{0,0553}{0,18} - \frac{0,125 \text{ m}}{0,5 \text{ m}}))$$

$$= 0 \text{ m}$$



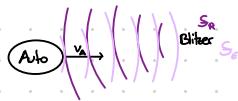
$$x_1 = v_{ph} \cdot t_1 = 5 \frac{m}{s} \cdot 0,0553$$

$$= 0,125 \text{ m}$$

$$y(0,125 \text{ m}, 0,0553) = 0,02 \text{ m} \cdot \sin(2\pi \cdot (\frac{0,0553}{0,18} - \frac{0,125 \text{ m}}{0,5 \text{ m}}))$$

$$= -0,02 \text{ m}$$

- 1 Eine Transversalwelle breite sich in Richtung der positiven x-Achse mit der Geschwindigkeit $5,0 \frac{m}{s}$ ungedämpft aus. Ihre Ausbreitung beginnt zum Zeitpunkt 0s im Koordinatenanfangspunkt. An diesem Ort ist die Elongation zu diesem Zeitpunkt 0m; sie wächst in der unmittelbar folgenden Zeit zunächst an. Die Wellenlänge beträgt 50cm, die Amplitude beträgt 12cm.
- Berechne die Frequenz und die Schwingungsdauer eines durch die Welle angeregten schwingenden Teilchens.
 - Berechne den Zeitpunkt, zu dem die Welle den Punkt mit der Koordinate erreicht 15m hat.
 - Stelle den Term der Wellenfunktion auf, die diese Welle beschreibt.
 - Berechne die Elongation, die am Ort mit der Koordinate 8,0m zum Zeitpunkt 5,5s vorliegt.
2. Eine Querwelle schreite mit der Geschwindigkeit $2,5 \frac{m}{s}$ längs der +x-Achse fort. Der Erreger am Ort $x=0\text{m}$ schwingt sinusförmig mit der Frequenz $f=50\text{Hz}$ und der Amplitude $y^*=2,0\text{cm}$ und befindet sich zur Zeit $t=0\text{s}$ am Beginn einer neuen Schwingung in der Ruhelage.
- Zeichnen Sie die Welle zu den Zeiten $t_1=0,050\text{s}$ und $t_2=0,055\text{s}$.
 - Zeichnen Sie das Diagramm der Teilchenschwingung am Ort $x=3,75\text{cm}$ im Zeitraum $t=0,00\text{s}$ bis $t=0,10\text{s}$.
 - Erläutere, welcher grundlegende Unterschied zwischen den Kurven der Teilaufgaben **a)** und **b)** besteht.



$$S_A = S_R(1 + \frac{U}{E})$$

$$S_E = \frac{S_A}{1 - \frac{U}{E}}$$

$$S_A \text{ in } S_E: \quad S_E = S_R \cdot (1 + \frac{U}{E}) \cdot (1 - \frac{U}{E})$$

$$S_E = S_R \cdot \frac{1+U}{1-U}$$

$$\frac{S_E}{S_R} = \frac{1+U}{1-U}$$

$$1 + \frac{U}{E} = \frac{S_E}{S_R} \cdot (1 - \frac{U}{E})$$

$$U = \frac{S_E}{S_R} \cdot C - \frac{S_E}{S_R} \cdot U - C \quad | : (1 + \frac{S_E}{S_R} \cdot U)$$

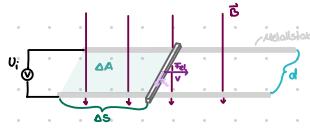
$$U(1 + \frac{S_E}{S_R}) = C(1 - \frac{S_E}{S_R})$$

$$U(1 + \frac{S_E}{S_R}) = C(1 - \frac{S_E}{S_R})$$

$$U = C \cdot \frac{\frac{S_E}{S_R} - 1}{1 + \frac{S_E}{S_R}}$$

16.3.2023

Die Induktion



Herleitung von der Induced Spannung U_i :

$$F_{\text{el}} = F_i$$

$$q_i = q \cdot v \cdot B$$

$$\frac{U_i}{d} = \frac{\Delta s}{dt} \cdot B$$

$$U_i = \frac{\Delta s}{dt} \cdot d \cdot B$$

$$U_i = \frac{\Delta A}{dt} \cdot B$$

$$U_i = n \cdot \frac{dA}{dt} \cdot B$$

$$U_i = n \cdot A \cdot B$$

$$E = \frac{U_i}{d} \quad ; \quad U_i = \frac{\Delta s}{dt}$$

$$| : d$$

$$\Delta s \cdot d = DA$$

$$\text{ne Anzahl Windungen}$$

$$\frac{dA}{dt}$$

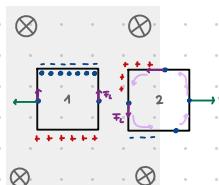
Flächenänderung der Fläche pro Zeit,

die von einem Magnetfeld oder magnet.

Flussdichte durchflossen wird.

Damit eine Spannung und somit ein Strom in die Schleife induziert wird, muss sich also die vom Magnetfeld durchflossene Fläche mit der Zeit ändern.

Erklärung:



Bei 1 werden die Leitungselektronen in der Schleife auf beiden Seiten mit der gleichen Lorentzkraft auf die Seite gedrückt.
→ Es fließt kein Strom! $U_i = 0$

Dadurch, dass bei 2 auf beide Seiten eine unterschiedlich geße Lorentzkraft wirkt, werden die Elektronen in eine Richtung beschleunigt. → Es entsteht ein elektrischer Strom.

Experiment:

Durchführung: Der Dauermagnet wird in die Spule ein- und ausgefahren.

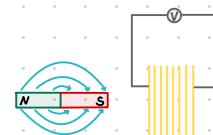
Beobachtung: Es wird Spannung in die Spule induziert.

- Liegt der Magnet still in der Spule, so wird keine Spannung induziert.

- Je schneller der Magnet ein- und ausgefahren wird, umso höher ist die induzierte Spannung.

- Je stärker das B -Feld ist, umso größer ist U_i .

- Je nach Ausrichtung der magnetischen Pole und nach Bewegungsrichtung (ein oder raus) ändert sich das Vorzeichen von U_i .



21.3.2023

Erklärung:

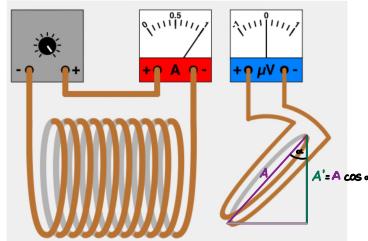
Ein sich veränderndes Magnetfeld induziert in einer Spule oder Leiterschleife eine Induced Spannung.

$$U_i = n \cdot A \cdot \frac{\partial B}{\partial t}$$

$$= n \cdot A \cdot \frac{dB}{dt}$$

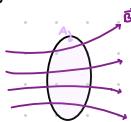
$$U_i = n \cdot A \cdot \dot{B}$$

Eine zeitliche Veränderung der magnetischen Flussdichte B erzeugt eine Veränderung der Induced Spannung.



Der magnetische Fluss

Magnetischer Fluss \rightarrow Formelzeichen: Φ (Phi) Einheit: 1 Wb (Weber)



$$\Phi = A \cdot B$$

$$B \perp A$$



$$\Phi = A \cdot B \cdot \cos \alpha$$

$$\Delta \Phi = \Delta A \cdot \Delta B$$

S.256 lesen / S.257 16, 3, 4

3 geg: $n=600$; $I=45\text{cm}=0,45\text{m}$; $r_{ind}=2400$; $A_{ind}=6,8\text{ cm}^2=0,00068\text{ m}^2$; $U_{ind}=5\text{mV}=5 \cdot 10^{-3}\text{V}$; $\Delta I=1\text{A}$; $\mu=4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$

ges: Δt $U_{ind} = -n_{ind} \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ $\Delta B = \mu \cdot \frac{\Delta I}{A}$

$$\Delta t = \frac{-n_{ind} \mu \cdot r \cdot \Delta I \cdot A}{U_{ind}}$$

Lsg: $\Delta t = \frac{-2400 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 600 \cdot 1\text{A} \cdot 0,00068\text{ m}^2}{5 \cdot 10^{-3}\text{V} \cdot 0,45\text{m}} \approx 0,555$

4 geg: $\Delta I=1,5\text{A}$; $I=0,65\text{m}=0,035\text{m}$; $n=1500$

ges: $\Phi = \Delta A \cdot \Delta B$; $\Delta B = \mu \cdot \frac{\Delta I}{A}$; $\Delta A = r^2 \cdot \pi c$

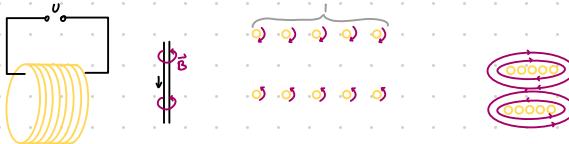
Lsg: $\Phi = (0,035\text{m})^2 \cdot \pi c \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot \frac{1500 \cdot 1,5\text{A}}{0,035\text{m}} \approx 1,67 \cdot 10^{-5}\text{ Wb}$

Φ wird verfehlt $\rightarrow (2r)^2 \cdot \pi c = 4r^2 \cdot \pi c = 4\text{AA}$

$$x_L = 2 \quad x_3 = \frac{15}{44}$$

$$8x_2 + (14 - 4x_3)x_3 = 8k$$

$$x_2 + 4x_3 = 8k$$



$$B \sim n$$

$$B \neq 1 \rightarrow B \sim \frac{1}{l}$$

$$B \sim I$$

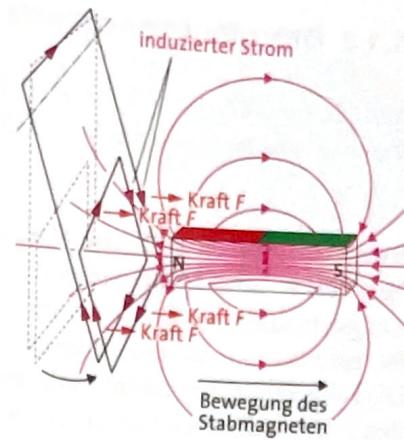
$$\rightarrow B = \mu_0 \cdot n \cdot \frac{I}{l}$$

Versuch 2: Eine leichte, kurzgeschlossene Spule aus dünnem Draht ist frei beweglich aufgehängt. Ein Stabmagnet, der sich in der Spule befindet, wird schnell aus der Spule herausgezogen (Abb. 253.1).

Beobachtung: Die Spule schwingt dem Magneten etwas hinterher.

Erklärung: Durch die Feldänderung wird in der Spule ein Strom induziert. Im Feld des Stabmagneten wirkt auf die vom induzierten Strom durchflossene Spule eine Kraft (Abb. 253.1). Nach dem Prinzip von Kraft und Gegenkraft übt auch die Spule auf den Magneten eine Kraft F aus, die dessen Bewegung entgegenwirkt. Längs des Weges Δs wird die mechanische Energie $\Delta E = F \Delta s$ vom Magneten auf die Spule übertragen.

Wird der Magnet schnell in die Spule hineinbewegt, weicht die Spule vor dem Magneten zurück. Wiederum übt die Spule eine Kraft auf den Magneten entgegen dessen Bewegung aus, sodass auch jetzt Energie vom Magneten auf die Spule übertragen wird. ◀



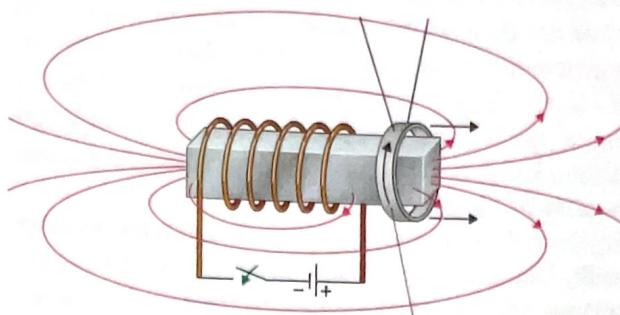
Die elektromagnetische Induktion kann mechanische Energie in elektrische Energie umwandeln.

Lenz'sche Regel

Beim Entfernen des Magneten folgt die Spule dem Magneten, beim Einbringen des Magneten weicht sie vor diesem zurück. Offensichtlich wirkt die Induktion ihrer Ursache – dem Entfernen bzw. Einbringen des Magnetfeldes – entgegen. Gleiches gilt auch für die Versuche 1a und 1b in Abb. 252.1. Der induzierte Strom ruft in der Spule ein nach unten gerichtetes Magnetfeld hervor, das dem eindringenden bzw. sich aufbauenden Feld entgegengerichtet ist und es dadurch schwächt. LENZ hat dies 1834 als allgemeines Prinzip formuliert:

Lenz'sche Regel: Der Induktionsstrom ist stets so gerichtet, dass er seiner Ursache entgegenwirkt.

Der Thomson'sche Ringversuch in Abb. 253.2 ist ein weiteres Beispiel für die Lenz'sche Regel, die aus der Energieerhaltung folgt: Der Induktionsstrom gibt an das System, durch das er fließt und in dem er eine Wirkung hervorruft, Energie ab. Diese Energie wird von dem System geliefert, das ursächlich den Induktionsstrom auslöst. Bei der beweglich aufgehängten Spule ist der bewegte Magnet das Energie abgebende System, die in Bewegung gesetzte Spule das Energie aufnehmende System. Mit der Energieabgabe nimmt die kinetische Energie des Magneten ab, wodurch dessen Bewegung als Ursache der Induktion verlangsamt wird. Ohne diese Gegenwirkung würde der Induktionsstrom Energie an die Spule abgeben, ohne sie dem Magneten zu entnehmen; die Anordnung wäre ein *perpetuum mobile*.



Beim Einschalten induzierter Strom

253.2 Thomson'scher Ringversuch: Ein Aluminiumring ist beweglich über dem Weicheisenkern einer Spule aufgehängt. Die Spule ist über einen Schalter an eine Gleichspannungsquelle angeschlossen. Beim Einschalten des Spulenstroms schwingt der Ring von der Spule weg – unabhängig davon, wie die Pole der Spannungsquelle angeschlossen sind.

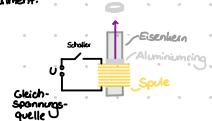
Erklärung: Der Aluminiumring wirkt wie eine kurzgeschlossene Induktionsspule mit einer Windung. Beim Einschalten des Spulenstroms wird der Weicheisenkern magnetisiert und sein starkes Magnetfeld tritt durch die Ringfläche. Nach der Lenz'schen Regel wird im Ring ein Kreisstrom induziert, dessen Feld dem eindringenden Magnetfeld entgegengerichtet ist. Auf den Ring wirkt deshalb im nach außen laufenden Streufeld eine Kraft, die ihn aus dem Feld hinaustreibt.

Aufgaben

1. Erklären Sie mit der Lenz'schen Regel, warum im Versuch 1 (Abb. 252.1) der Strom seine Richtung umkehrt, wenn der Stabmagnet aus der Spule entfernt wird.
2. Der Thomson'sche Ringversuch in Abb. 253.2 soll genauer untersucht werden.
 - a) Erklären Sie, wie die Kraft entsteht, die den Ring beim Einschalten des Stroms von der Spule weg bewegt.
 - b) Nach dem Wegschwingen beim Einschalten kehrt der Ring nur langsam, ohne hin und her zu pendeln, in die Ruhelage zurück. Erklären Sie dieses Verhalten.
3. Beim Auseinanderbauen eines Fahrraddynamos werden Sie einen mehrpoligen Permanentmagneten finden, der in einer Spule gedreht wird. Erklären Sie, wodurch sich beim Drehen das Magnetfeld in der Spule ändert, sodass eine Spannung induziert wird.

Die Lenz'sche Regel

Experiment:



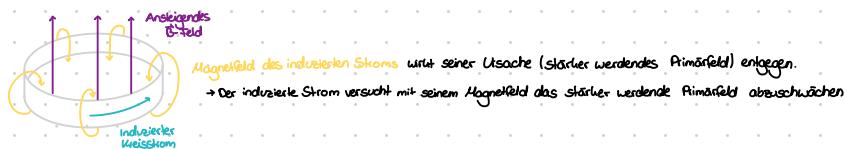
Der Schalter wird geschlossen und die Spule von einem starken Strom durchflossen.

Der Aluring wird nach oben geschlossen.

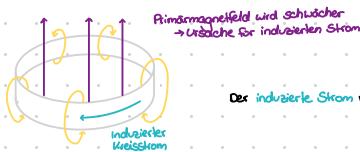
Ein nicht geschlossener, sondern geschlitzter Aluring bleibt ruhig liegen.

Erklärung: Durch das Schließen des Schalters baut sich in der Spule ein Magnetfeld auf, welches durch den Eisenkern verstärkt wird.

Das größer werdende Magnetfeld der Spule induziert im Aluring einen Kreisstrom, welcher wiederum selbst ein Magnetfeld erzeugt.



Beim Abschalten des Stroms:



Der induzierte Strom versucht mit seinem Magnetfeld das schwächer werden des Magnetfelds zu verhindern.

Fazit:

Der induzierte Strom wirkt stets seiner Ursache entgegen.

Lenz'sche Regel

S.253 14.1-3

2. a) Durch Einschalten des Stroms wird im Ring Spannung und damit ein wie das Feld des Eisenkerns gleiches B-Feld erzeugt. Diese stopfen sich gegenseitig ab, wodurch der Ring vom Magneten weg schwingt.
b) Da sich der Ring vom Magneten weg bewegt, lenkt sich sein Feld um und Magnet und Ring ziehen sich gegenseitig an. Nach der Lenz'schen Regel wirkt das Feld U auf ein im Ring nach unten gerichtetes B-Feld hervor, das dem anderen entgegen gerichtet ist wodurch es nach und nach weiter geschwängert wird, wodurch der Ring setzt in die Ruhelage zurückgezogen.
1. Der induzierte Strom wirkt so die Lenz'sche Regel, immer seiner Ursache entgegen. Durch Entfernen des Magneten wird das B-Feld schwächer, wodurch ein dem B-Feld entgegengerichtetes Feld im Aluring induziert wird.
3. Durch das Drehen des Magneten ändert sich das B-Feld ständig, wodurch eine Spannung induziert wird.

Selbstinduktion

- Strom abschalten + kleiner werdendes B-Feld

↳ Spannung in Spule induziert

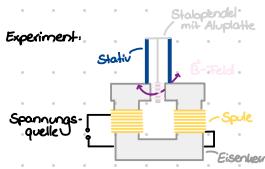
↳ Strom in Spule baut sich langsamer ab und auch auf



Wirkungsweise
Skelt euch vor
ihr seid diese
Aluminiumscheibe und
tretet jetzt in ein homogenes
Magnetfeld ein

Die Wirbelstrombremse

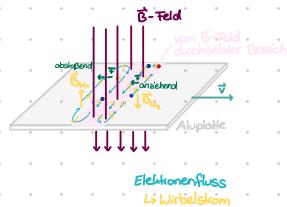
Experiment:



Das frei schwingende Pendel wird beim Einschalten der Spannungsquelle, beschleunigungsfrei abgebremst.

Je größer die Stromstärke in den Spulen und somit auch das B -Feld, umso stärker wird das Pendel abgebremst.

Erklärung:



Anwendung: Bremsen (LKW, ICE, Fahrgeschäfte)

→ Funktioniert auch zum Beschleunigen

S. 261 Nr. 1, 2

1) geg.: $l = 70\text{cm} = 0,7\text{m}$; $n = 500$; $d = 12\text{cm} = 0,12\text{m}$; $\Delta t = 2\text{s}$; $I_1 = 1\text{A}$; $I_2 = 8\text{A}$; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$; $H = 1$

eigentlich $1 + 1 \cdot 10^{-6} = 1,000001$

ges.: $U_e = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$; $L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{n^2 A}{1}$; $A = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2$

Leg.: $A = \left(\frac{0,12\text{m}}{2}\right)^2 \cdot \pi = 0,01\text{m}^2$

$$L = 200 \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot \frac{500^2 \cdot 0,01\text{m}^2}{0,12\text{m}} \approx 4,49 \cdot 10^{-3} \text{H}$$

$$U_e = 4,49 \cdot 10^{-3} \text{H} \cdot \frac{3\text{A}}{2\text{s}} \approx 0,02 \text{V}$$

2) geg.: $n = 300$; $l = 30\text{cm} = 0,3\text{m}$; $d = 4\text{cm} = 0,04\text{m}$; $\mu_r \approx 200$; $I = 5\text{A}$; $\Delta t = 0,02\text{s}$

ges.: $L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{n^2 A}{1}$; $U_e = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$; $A = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi$

Leg.: $A = \left(\frac{0,04\text{m}}{2}\right)^2 \cdot \pi \approx 1,26 \cdot 10^{-3} \text{m}^2$

$$L = 200 \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot \frac{300^2 \cdot 1,26 \cdot 10^{-3} \text{m}^2}{0,04\text{m}} \approx 0,52 \text{H}$$

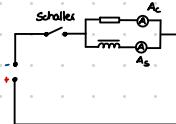
$$U_e = 0,52 \text{ H} \cdot \frac{5\text{A}}{0,02\text{s}} = 130 \text{ V}$$

3) geg.: $A = 20\text{cm}^2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{m}^2$; $n = 600$; $l = 40\text{cm} = 0,4\text{m}$; $I = 6\text{A}$; $L = 2\text{H}$

ges.: $L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{n^2 A}{1}$; $\mu_r = \frac{L}{n^2 A \mu_0}$

Leg.: $\mu_r = \frac{2\text{H} \cdot 0,4\text{m}}{600 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{m}^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Vs}}$ $\approx 884,49$

Die Selbstinduktion



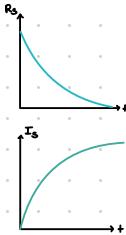
Wird der Stromkreis mittels des Schalters geschlossen, so steigt die Stromstärke A_s über den Widerstand schneller an, als die Stromstärke A_s über die Spule.

Wird der Schalter geöffnet, so wechselt die Stromstärke über den Widerstand für einen kurzen Moment die Richtung, während der Ausschlag für A_s für kurze Zeit weiter besteht.

Erklärung: Da beim Schließen des Schalters ein Strom durch die Spule fließt, erzeugt dieser ein Magnetfeld \vec{B} in der Spule.

Da das Magnetfeld sich von 0 auf maximale Stärke ändert, induziert es in der Spule auch einen Induktionsstrom, welcher seiner Ursache nach der Lenz'schen Regel (also dem Stärkerzenden des \vec{B} -Feldes) entgegengesetzt ist.

Somit besitzt die Spule zu Beginn einen sehr hohen Widerstand R_s , welcher mit der Zeit abnimmt, da das Magnetfeld sich nach kurzer Zeit auf den konstanten Maximalwert erhöht hat und sich von da an nicht mehr ändert.



Die Induktivität einer Spule

Herleitung:

$$U_i(t) = n A \cdot B(t) \quad B(t) = \mu_0 \mu_r \cdot \frac{n}{l} \cdot I(t) \quad \mu_r = \text{Permeabilitätszahl}$$

$$U_i(t) = \mu_0 \mu_r \cdot \frac{n^2 A}{l} \cdot I(t)$$

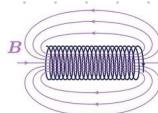
= Induktivität einer
langen Spule

= Spulen spezifische Konstante

$$\rightarrow L = \mu_0 \mu_r \cdot \frac{n^2 A}{l} \quad \text{Induktivität einer langen Spule}$$

$$[L] = \frac{V_B}{A \cdot m} \cdot \frac{m^2}{m} = \frac{V_B}{A} = H \text{ (Henry)}$$

$\rightarrow U_i(t) = L \cdot \dot{I}(t)$ Selbstinduktion einer langen Spule

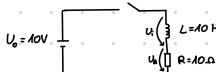


lange Spule besitzt
ein homogenes \vec{B} -Feld
 \rightarrow Formel anwendbar



kurze Spule \rightarrow kaum
homogenes \vec{B} -Feld im Inneren
 \rightarrow Formel nicht anwendbar

Einschaltvorgang einer Spule

Im ersten Moment gilt: $I = 0A$ Nach Einschaltvorgang gilt: $I = \text{konstant} \rightarrow \dot{I} = 0$

$$U_0 = U_i + U_R$$

$$U_0 = U_i + U_R \quad U_R = R \cdot I = 0V$$

$$U_0 = U_i + 0$$

$$U_0 = U_i \quad U_i = L \cdot \dot{I}(t)$$

$$U_0 = L \cdot \dot{I}$$

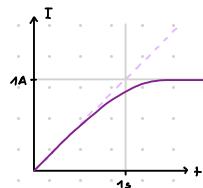
$$\dot{I} = \frac{U_0}{L} \quad \dot{I} = \frac{10V}{10H} = 1 \frac{A}{s}$$

Anfangsrate

$$U_0 = L \cdot \dot{I} + R \cdot I = U_R$$

$$I = \frac{U_0}{R} \quad I = \frac{10V}{10\Omega} = 1A$$

maximale Stromstärke



$$U_0 = U_i + U_R$$

$$U_0 = L \cdot \dot{I} + R \cdot I$$

$$L \cdot \dot{I} = U_0 - R \cdot I$$

$$\dot{I}(t) = \frac{U_0}{L} - \frac{R}{L} \cdot I(t)$$

Anfangsrate

$$\rightarrow I(t) = I_{\max} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$

wird mit der Zeit
langsamer (gegen 0)

→ zeitlicher Verlauf des Stromstärke im L-R-Kreis

S.261

$$\begin{aligned}
 4 \text{ geg.: } & L = 3mA = 3 \cdot 10^{-3}A, R = 10\Omega \Rightarrow I = 1 \cdot 10^{-4}A; \frac{\frac{I(t)}{I_{\max}}}{\frac{t}{t_{\max}}} = \frac{1}{2} \\
 \text{ges.: } & \Delta t \quad I(t) = I_{\max} \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) \quad |: I_{\max} \\
 & \frac{1}{2} = 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \quad | -1 \quad |:(-1) \\
 & \frac{1}{2} = e^{-\frac{R}{L}t} \quad | \ln(\cdot) \quad |:(-\frac{R}{L}) \\
 & + \ln(\frac{1}{2}) \cdot (-\frac{L}{R})
 \end{aligned}$$

$$\text{Lsg.: } t = \ln(\frac{1}{2}) \cdot \left(-\frac{L}{R} \right) = 2,08 \cdot 10^{-3}s$$

S.287 Nr.1,2

$$1 \quad C \rightarrow D$$

$$U_0(t) \rightarrow q(t)$$

$$U_0 \rightarrow q$$

$$E_0 \rightarrow E_{kin}$$

$$E_{kin} \rightarrow E_{pot}$$

$$L \rightarrow m$$

$$2 \text{ geg.: } L = 600H; C = 40\mu F = 4 \cdot 10^{-5}F$$

$$\text{ges.: } T = \frac{2\pi}{\omega}; \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\text{Lsg.: } T = 2\pi \sqrt{600H \cdot 4 \cdot 10^{-5}F} \approx 0,87s$$

$$3 \text{ geg.: } S = 2,5 \cdot 10^3 \text{ Hz}; C = 150nF = 1,5 \cdot 10^{-7}F$$

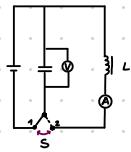
$$\begin{aligned}
 \text{ges.: } & L = \frac{S}{2\pi \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}}} = \frac{1}{2\pi \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}}} \cdot (1 \cdot 10^3)^{-1} \quad | \cdot 10^3 \\
 & \frac{1}{5 \cdot 10^3} = \sqrt{LC} \quad | (10^3)^2 \cdot L \cdot C
 \end{aligned}$$

$$L = \frac{1}{5 \cdot 10^3} \cdot 10^6$$

$$\text{Lsg.: } L = \frac{1}{5 \cdot 10^3} \cdot 10^6 \cdot 1,5 \cdot 10^{-7}F \approx 0,027H$$

Der L-C-Schwingkreis

Schaltung:



Zunächst wird der Kondensator in der Schalterstellung 1 durch die Spannungsquelle aufgeladen.

Danach wird der Schalter in Position 2 gebracht und somit der Kondensator von der Spannungsquelle getrennt und mit der Spule in Reihe verbunden.

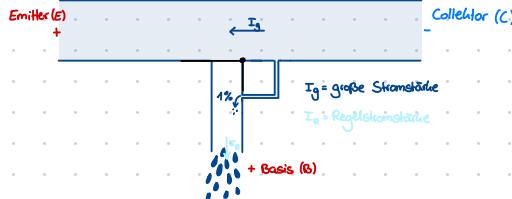
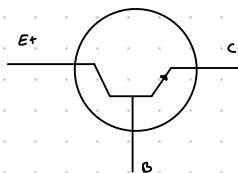
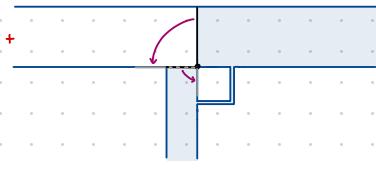
Sobald der Schalter in Position 2 gebracht wird, schwingen die Zeiger sowohl des Ampermeters, als auch des Voltmeters für kurze Zeit vom positiven Wert in den negativen hin und her.

Mit jeder Schwingung des Zeigers werden die Werte für die Stromstärke und die Spannung geringer, bis letztendlich die Schwingung ganz aufhört.

Exkurs - Der Transistor

24.4.2023

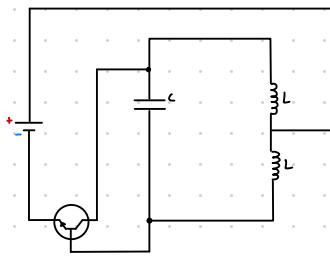
Wassermodell des Transistor



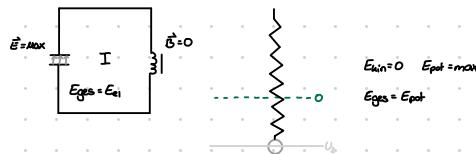
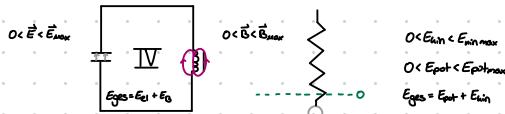
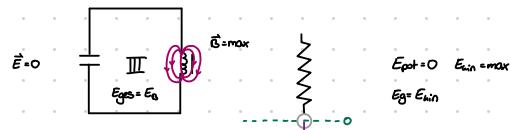
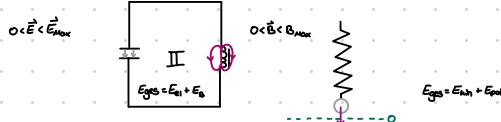
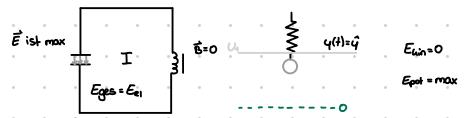
Damit ein großer „Schaltstrom“ fließen kann, muss ein geringer „Steuerstrom“ aus der Basis abfließen.

↪ Somit dient der Transistor sowohl als elektrischer Schalter, als auch als Verstärker für ein schwaches elektrisches Signal.

Die selbstregulierende, rückgekoppelte Meißner-Schaltung

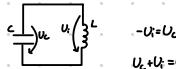


Analogie zu mechanischen Schwingungen



Herleitung Thompson'sche Gleichung

28.4.2023



$$-U = U_L$$

$$U_L + U_C = 0$$

$$U_L + U_C = 0 \quad ; \quad U_C = \frac{Q}{C} \quad U_L = L \cdot \dot{I}$$

$$\frac{Q}{C} + L \cdot \dot{I} = 0 \quad ; \quad I = \frac{Q}{L}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{dQ}{dt} + L \cdot \frac{d^2 Q}{dt^2} = 0$$

$$* \quad \frac{1}{2} \cdot I + L \cdot \ddot{I} = 0 \quad \text{DGL 2. Ordnung}$$

Lösung ist Sinusfunktion da nach 2-fachem Ableiten die Funktion sich selbst mit negativem Vorzeichen ergibt.

$$I = \hat{I} \cdot \sin(\omega t) \quad \ddot{I} = -\hat{I} \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t)$$

Einsetzen in * ergibt:

$$\frac{1}{2} \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega t) - L \cdot \hat{I} \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t)$$

$$(\frac{1}{2} - L \cdot \omega^2) \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega t) = 0$$

Gleichung wird erfüllt wenn

$$\frac{1}{2} - L \cdot \omega^2 = 0 \quad \rightarrow \frac{1}{2} = L \cdot \omega^2 \quad ; \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{2L}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{2L}} \quad ; \quad \omega = 2\pi \cdot S$$

$$2\pi \cdot S = \sqrt{\frac{1}{2L}}$$

Thompson'sche Formel

$$S = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{2L}}$$

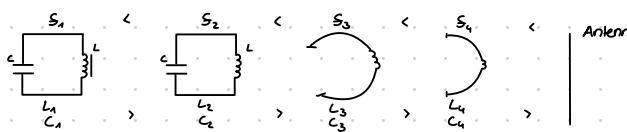
$$L=500 \Omega; C=50 \mu F \rightarrow S=1,01 \text{ Hz}$$

Entstehung einer elektromagnetischen Welle

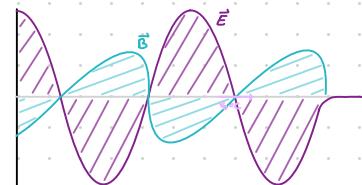
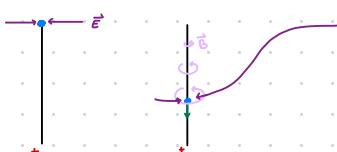
Wie erreichen wir hohe Frequenzen im Schwingkreis?

$$S = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{LC}} \quad \begin{array}{l} \xrightarrow{L=\mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{n^2 A}{l}} \\ \xrightarrow{C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \xrightarrow{L \rightarrow \text{kleiner}} \\ \xrightarrow{A \rightarrow \text{kleiner}} \\ \xrightarrow{d \rightarrow \text{größer}} \end{array} \right\} L \text{ wird kleiner}$$

$L \cdot C$ müssen so gering wie möglich sein



Entstehung



Durch den ständigen schnellen Wechsel der Polarität der Antenne, löst sich die elektrische Welle von der Antenne und wird in den Raum abgestrahlt.

7.2.4 Elektromagnetische Wellen

Die 1888 von Heinrich HERTZ erstmals erzeugten und nachgewiesenen elektromagnetischen Wellen werden im Folgenden experimentell untersucht.

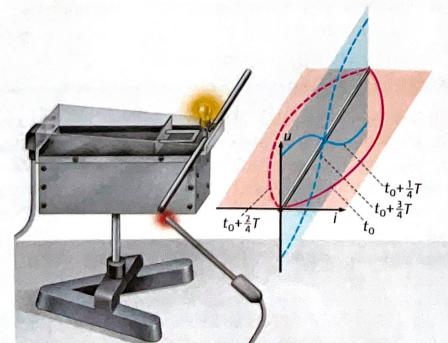
Versuch 1: Für die Experimente ist ein Hochfrequenz-Oszillator fest aufgebaut, dessen Frequenz zu $f = 434 \text{ MHz}$ gemessen wird. Auf den HF-Oszillator wird ein Metallstab gelegt, der in der Mitte unterbrochen ist. Die Unterbrechung ist mit einem Glühlämpchen überbrückt (Abb. 292.1). Am Metallstab entlang wird ein Sensor für ein hochfrequentes elektrisches Feld geführt. Der Feldsensor besteht aus einer Glimmlampe, die über einen $10 \text{ M}\Omega$ -Widerstand an die Wechselspannung des elektrischen Netzes angeschlossen ist. Die Netzspannung zündet die Glimmlampe, wegen des hohen Widerstandes leuchtet sie aber nur schwach.

Beobachtung: Das in der Mitte des Stabes eingebaute Glühlämpchen leuchtet, obwohl kein geschlossener Stromkreis besteht. Die Sensorlampe leuchtet hell auf, wenn sie an die Enden des Stabes gebracht wird.

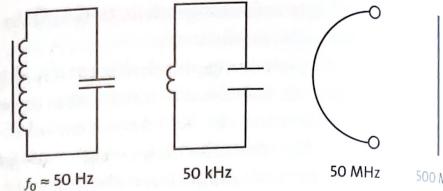
Erklärung: Der HF-Oszillator induziert im Stab einen hochfrequenten Wechselstrom von 434 MHz , der das Glühlämpchen leuchten lässt. Im Stab ist eine elektrische Schwingung angeregt, die die Enden des Stabes periodisch positiv und negativ auflädt. Dadurch entsteht um den Stab ein hochfrequentes elektrisches Wechselfeld, dessen Feldstärke an den Stabenden besonders groß ist. Dieses Feld regt in der Glimmlampe des Sensors eine intensive Gasentladung an. ▶

Ein zu hochfrequenten elektrischen Schwingungen angeregter Metallstab heißt **Hertz'scher Dipol**.

Wegen seiner Form wird der Hertz'sche Dipol als *offener Schwingkreis* bezeichnet. Es lässt sich eine lückenlose Folge von Schwingkreisen bilden, beginnend mit



292.1 Ein zu Schwingungen angeregter Hertz'scher Dipol

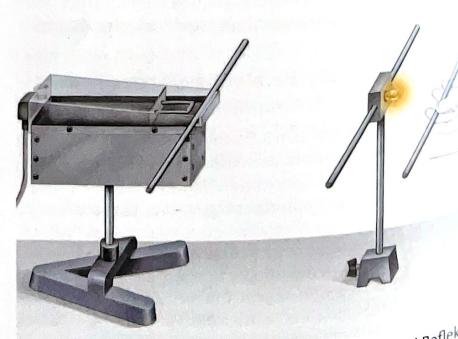


292.2 Schwingkreise mit zunehmender Eigenfrequenz

Schwingkreisen aus Spulen mit Eisenkern und Kondensatoren großer Kapazität, die im akustischen Frequenzbereich schwingen, bis zu Schwingkreisen im MHz-Bereich, wo die Spule nur noch aus einem Bügel und der Kondensator aus kleinen Platten besteht (Abb. 292.2). Beim Hertz'schen Dipol bleibt schließlich nur noch ein Metallstab als „Spule“ übrig. Die Enden des Stabes bilden den „Kondensator“. Die Maximalwerte von Strom und Spannung haben beim Hertz'schen Dipol die gleiche Phasendifferenz einer Viertelperiode wie bei einem niederfrequenten Schwingkreis (Abb. 292.1).

Versuch 2: Auf den HF-Oszillator wird ein Hertz'scher Dipol als *Sender* gelegt. Der zuerst benutzte Dipol mit Glühlampe wird als *Empfänger* in einiger Entfernung aufgestellt. Hinter den Stab mit Lampe wird ein weiterer Hertz'scher Dipol als *Reflektor* gehalten und langsam vom Empfänger weg bewegt (Abb. 292.3).

Beobachtung: Die Empfängerlampe leuchtet, wenn Sender- und Empfängerdiopol parallel sind. Beim Entfernen des Reflektors vom Empfänger nimmt die Helligkeit der Lampe zu und erreicht bei etwa 15 bis 20 cm Abstand ein Maximum. Beim weiteren Entfernen nimmt die Helligkeit der Lampe ab, bis sie bei 35 cm Abstand erlischt. Bei weiterem Entfernen leuchtet die Lampe wieder auf, und zwar am hellsten, wenn der Reflektor 35 cm von der Stelle entfernt ist, bei der die Lampe zuerst am hellsten leuchtete.



292.3 Hertz'sche Dipole als Sender, Empfänger und Reflektor

Erklärung: Der auf dem Oszillator liegende Sendedipol wird zu Schwingungen angeregt. Das davon ausgehende hochfrequente Feld regt den Empfängerdipol ebenfalls zu Schwingungen an, sodass dessen Lampe leuchtet. Die Beobachtungen beim Entfernen des Reflektors können mit der Interferenz von Wellen erklärt werden (\rightarrow 3.4.5). Der Hertz'sche Dipol auf dem Oszillatator sendet eine Welle aus, die sowohl vom Empfänger als auch vom Reflektor empfangen wird. Der Reflektordipol wird von der Welle zu Schwingungen angeregt und sendet – weil ohne Lampe ungedämpft – ebenfalls eine Welle aus. Diese Welle läuft zum Teil zum Sender zurück und interferiert mit der ursprünglichen Welle. Zwischen Sender und Reflektor bildet sich eine stehende Welle mit Schwingungsbäuchen und Schwingungsknoten. Wird der Reflektor bewegt, gelangt die Lampe abwechselnd in Schwingungsbäuche und Schwingungsknoten, sodass sie abwechselnd hell aufleuchtet und ausgeht. Bäuche und Knoten haben einen Abstand von einer halben Wellenlänge, sodass sich aus $\lambda/2 \approx 35 \text{ cm}$ die Wellenlänge zu $\lambda \approx 0,7 \text{ m}$ ergibt. Mit der gemessenen Frequenz $f = 434 \text{ MHz}$ folgt aus der Wellengleichung $v = f\lambda$ (\rightarrow 3.3.4) für die Ausbreitungsgeschwindigkeit

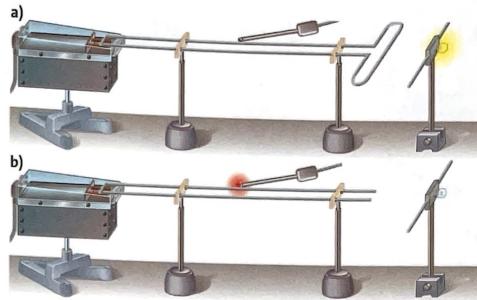
$$v = f\lambda = 434 \text{ MHz} \cdot 0,7 \text{ m} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = c. \blacktriangleleft$$

Ein Hertz'scher Dipol strahlt eine Welle ab, die sich mit Lichtgeschwindigkeit c ausbreitet.

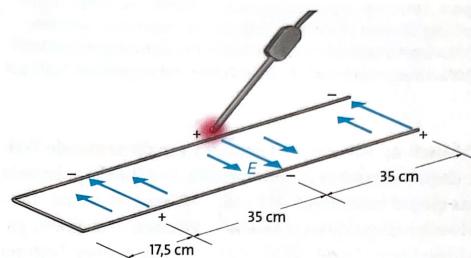
Die in den Versuchen benutzten Hertz'schen Dipole sind etwa eine halbe Wellenlänge lang. Eine Verlängerung oder eine Verkürzung verschlechtert die Abstrahlung bzw. den Empfang. Die Hertz'schen Dipole sind demnach auf eine halbe Wellenlänge abgestimmt.

Mit einer auf den deutschen Physiker Ernst LECHER zurückgehenden Versuchsanordnung kann die Welle genauer untersucht werden. Bei der sogenannten Lecher-Leitung sind zwei dünne Messingrohre parallel in 2 cm Abstand verlegt. Zur besseren elektrischen Leitfähigkeit sind die Rohre versilbert, denn bei hohen Frequenzen fließt der Strom nur an der Oberfläche, da die Induktion ein Eindringen in das Metall verhindert (sogenannter Skineffekt; skin, engl.: Haut). Die beiden parallelen Rohre sind an einem Ende miteinander verbunden, während das andere Ende offen ist.

Versuch 3: Das kurzgeschlossene Ende der Lecherleitung befindet sich über dem 434 MHz-Oszillatator. Vor dem offenen Ende der Leitung steht der Empfänger. Auf das offene Ende ist zunächst ein Schleifendipol gesteckt (Abb. 293.1a). Dann wird der Schleifendipol entfernt (Abb. 293.1b). In beiden Fällen wird die Lecher-Leitung mit dem Feldsensor untersucht.



293.1 a) Lecher-Leitung mit Schleifen- und Empfängerdiopol
b) Lecher-Leitung mit offenem Ende



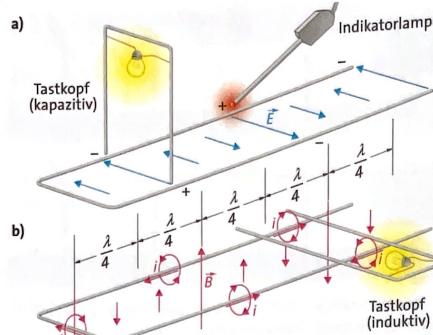
293.2 Stehende elektrische Welle auf der Lecher-Leitung

Beobachtung: Mit aufgestecktem Schleifendipol leuchtet die Empfängerlampe, ohne Schleifendipol nicht. Die Sensorlampe leuchtet mit Schleifendipol an keiner Stelle der Leitung, während sie ohne Schleifendipol am offenen Ende und an zwei weiteren Stellen im Abstand von 35 cm leuchtet. Das zweite Aufleuchten ist 17,5 cm vom geschlossenen Ende entfernt (Abb. 293.2).

Erklärung: Der Oszillatator regt am kurzgeschlossenen Ende eine Welle an, die von den parallelen Rohren zum Schleifendipol geleitet und dort abgestrahlt wird. Bei abgezogenem Schleifendipol wird die Welle am offenen Ende reflektiert, sodass sich hin- und herlaufende Welle zu einer stehenden Welle überlagern. Der Feldsensor weist die stehende elektrische Welle nach: Am offenen Ende und in Abständen von einer halben Wellenlänge $\lambda/2 \approx 35 \text{ cm}$ bilden sich Schwingungsbäuche der elektrischen Feldstärke. Am geschlossenen Ende tritt ein Schwingungsknoten auf, d.h. die elektrische Feldstärke wird am geschlossenen Ende mit dem Phasensprung π reflektiert. Am offenen Ende wird die Welle ohne Phasensprung reflektiert, sodass sich dort ein Schwingungsbauß bildet. \blacktriangleleft

Auf der Lecher-Leitung kann eine stehende Welle mit Schwingungsbäuchen und -knoten der elektrischen Feldstärke nachgewiesen werden.

Elektrische Schwingungen und elektromagnetische Wellen



294.1 Stehende elektromagnetische Wellen auf einer Lecher-Leitung können mit einem Tastkopf nachgewiesen werden:
a) Nachweis des elektrischen Feldes mit aufrechtem Tastkopf
b) Nachweis des magnetischen Feldes mit liegendem Tastkopf

Versuch 4: Mit einem Tastkopf kann die stehende Welle ebenfalls nachgewiesen werden. Der Tastkopf besteht aus einem kurzen Stück Lecher-Leitung, das eine Viertelwellenlänge misst. Mit einem offenen und einem geschlossenen Ende stellt diese kurze Lecher-Leitung einen abgestimmten Schwingkreis für die Sendefrequenz von 434 MHz dar. Zum Nachweis der Schwingung ist am geschlossenen Ende ein Glühlämpchen parallel geschaltet. Der Tastkopf wird zunächst aufrecht (**Abb. 294.1a**), dann liegend (**Abb. 294.1b**) über die Lecher-Leitung geführt.

Beobachtung: Wird der Tastkopf aufrecht über die Lecher-Leitung geführt, leuchtet das Glühlämpchen an den Stellen auf, an denen zuvor in Versuch 3 der Feldsensor die Schwingungsbäuche des elektrischen Feldes nachgewiesen hat.

Wird der Tastkopf liegend über die Leitung geführt, leuchtet das Lämpchen in der Mitte zwischen den Schwingungsbäuchen des elektrischen Feldes auf.

Erklärung: Befinden sich die Enden des aufrecht gehaltenen Tastkopfs in einem hochfrequenten elektrischen

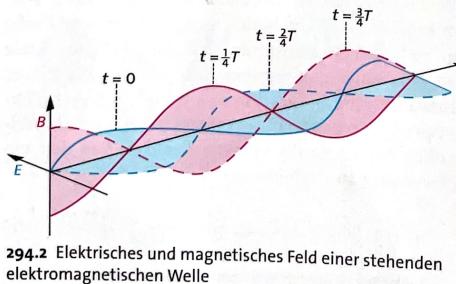
Feld, so regt dieses den Tastkopf zu Schwingungen an. Mit dem liegenden Tastkopf werden Schwingungsbäuche des magnetischen Feldes nachgewiesen. Ein hochfrequentes Magnetfeld vermag in dieser Stellung den Schwingkreis anzuregen, indem es den Tastkopf, der eine Spule mit einer Windung bildet, durchsetzt. Am geschlossenen Ende der Lecher-Leitung bildet sich ein Schwingungsbau des magnetischen Feldstärke, da dort ein Strom fließen kann. Am geschlossenen Ende wird das Magnetfeld ohne Phasensprung reflektiert, während am offenen Ende ein Phasensprung π erfolgt. ▲

Damit ist das vollständige Bild von stehenden elektromagnetischen Wellen bekannt (**Abb. 294.2**).

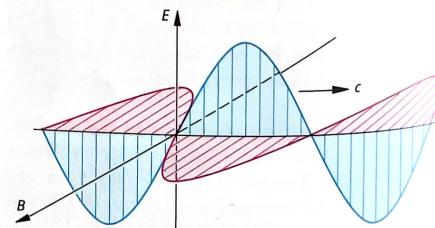
Bei stehenden elektromagnetischen Wellen kann eine elektrische und eine magnetische Feldkomponente nachgewiesen werden. Die Schwingungsbäuche des elektrischen und des magnetischen Feldes sind um $\lambda/4$ gegeneinander verschoben.

Aus den Beobachtungen bei stehenden Wellen kann auf die Eigenschaften von laufenden elektromagnetischen Wellen geschlossen werden (**Abb. 294.3**): Elektrischer Feldvektor \vec{E} und magnetischer Feldvektor \vec{B} stehen ebenso wie bei der stehenden Welle senkrecht zueinander, sind aber bei der laufenden Welle in Phase. Die Ausbreitungsrichtung, die senkrecht auf \vec{E} und \vec{B} steht, kann mit der **Drei-Finger-Regel** ermittelt werden (\rightarrow 6.1.3): Zeigt der abgespreizte rechte Daumen in \vec{E} , der Zeigefinger in \vec{B} -Richtung, so gibt der abgespreizte Mittelfinger die Richtung von \vec{c} an.

Diese Eigenschaften der elektromagnetischen Wellen sind in Übereinstimmung mit den Maxwell'schen Gleichungen, aus denen in \rightarrow 6.3.7 die Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen hergeleitet wird. Dort wird gezeigt, dass zwischen den Feldstärken die Beziehung $E = Bc$ gilt und die Ausbreitungsgeschwindigkeit c aus den Feldkonstanten ϵ_0 und μ_0 mit der Gleichung $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ berechnet werden kann.



294.2 Elektrisches und magnetisches Feld einer stehenden elektromagnetischen Welle



294.3 Elektrische Feldstärke E und magnetische Feldstärke B einer nach rechts laufenden elektromagnetischen Welle

Gekoppelte elektrische und magnetische Felder, die sich zeitlich und räumlich sinusförmig ändern, bilden eine **elektromagnetische Welle**.

Elektromagnetische Wellen breiten sich im Vakuum mit Lichtgeschwindigkeit c aus. Dabei stehen die zu einander senkrechten Feldvektoren \vec{E} und \vec{B} senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Für die Beträge E und B der Feldvektoren gilt in jedem Moment und an jedem Ort die Beziehung

$$\vec{E} = \vec{B} c.$$

Lichtgeschwindigkeit c , elektrische Feldkonstante ϵ_0 und magnetische Feldkonstante μ_0 sind durch folgende Gleichung miteinander verbunden:

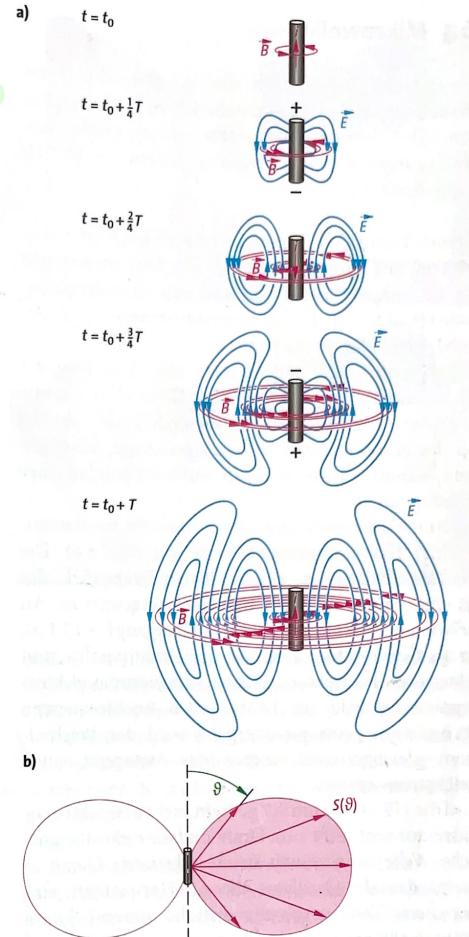
$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

Für die Intensität S (gemessen in W/m^2) gilt mit den Amplituden \hat{E} und \hat{B} (\rightarrow 6.3.7):

$$S = \frac{1}{2\mu_0} \hat{E} \hat{B} = \frac{1}{2\mu_0} \hat{E} \frac{\hat{E}}{c} = \frac{1}{2c\mu_0} \hat{E}^2$$

Abstrahlung von einem Hertz'schen Dipol

In Abb. 295.1a) sind Bilder von elektrischen und magnetischen Feldlinien wiedergegeben, wie sie zuerst von Heinrich HERTZ gezeichnet wurden. Zur Zeit $t = t_0$ fließt ein hochfrequenter Wechselstrom i mit maximaler Stärke in einem Dipolstab nach oben. Dieser Strom, der von einem magnetischen Feld B umgeben ist, hat nach einer Viertelschwingungsdauer die Stabenden aufgeladen. Von den unterschiedlich aufgeladenen Enden geht ein elektrisches Dipolfeld \vec{E} aus, das sich ebenso wie das magnetische Feld vom Dipol mit Lichtgeschwindigkeit c entfernt. Nach einer weiteren Viertelschwingungsdauer sind die Stabenden wieder ungeladen, dafür fließt jetzt der maximale Strom in umgekehrter Richtung. Obwohl es nun keine Ladungen mehr gibt, ist das elektrische Feld nicht verschwunden: Das elektrische Feld hat sich vom Dipol abgeschnürt und bildet *geschlossene* Feldlinien, wie sie vom induzierten Feld bekannt sind (\rightarrow 6.3.3). Auch das zuerst erzeugte magnetische Feld ist nach der Stromumkehr nicht verschwunden, sondern bleibt erhalten und entfernt sich zusammen mit dem elektrischen Feld: Eine elektromagnetische Welle hat sich gebildet und breitet sich mit Lichtgeschwindigkeit aus. Abb. 295.1b) zeigt die Strahlungscharakteristik des Dipols.



295.1 a) Abstrahlung einer elektromagnetischen Welle durch einen Hertz'schen Dipol (Die Bilder sind rotations-symmetrisch zur Dipolachse zu denken.)

b) Strahlungscharakteristik eines Hertz'schen Dipols: Die Länge der Pfeile gibt die Intensität S der Strahlung an, die Dipol unter dem Winkel ϑ zur Dipolachse aussendet.

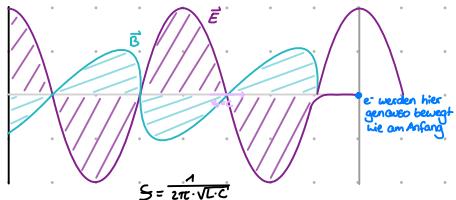
Aufgaben

1. Wenden Sie die Drei-Finger-Regel auf die Abstrahlung eines Hertz'schen Dipols an (Abb. 295.1a).
2. Der Maximalwert der elektrischen Feldstärke einer Radio-welle betrage 11 V/m. Berechnen Sie den Maximalwert der magnetischen Feldstärke und die Intensität der Welle.
3. Ein Sender strahle mit einer Richtantenne über eine Abstrahlfläche von $A = 5 \text{ m}^2$ eine ebene Welle mit der Leistung $P = 850 \text{ kW}$ ab. Berechnen Sie die Amplituden der elektrischen und magnetischen Feldstärke.
4. Bei Fernseh- und UKW-Antennen werden Hertz'sche Dipole als Direktoren und Reflektoren verwendet. Berechnen Sie die Länge eines Hertz'schen Dipols, der auf den UKW-Kanal 11 ($f = 90,3 \text{ MHz}$) abgestimmt ist.
5. Das magnetische Feld einer elektromagnetischen Welle sei gegeben durch $B_y = B_0 \sin 2\pi(x/\lambda + t/T)$, $B_x = B_z = 0$. Geben Sie die Gleichung für das zugehörige elektrische Feld E an. Skizzieren Sie in einem dreidimensionalen Koordinatensystem B und E für $t = 0$ und $t = T/8$.

1 Daumen: \vec{E} / AbstreuungZeigefinger: \vec{B} Mittelfinger: \vec{z} 2 geg: $\hat{E} = M \frac{V}{m}$; $L = 299\ 792\ 458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{A}}$ ges: $S = \frac{1}{2\pi c} \cdot \hat{E}^2$; $\hat{B} = \frac{S \cdot 2\pi c}{\hat{E}}$

$$\text{Lsg: } S = \frac{(M \frac{V}{m})^2}{2 \cdot 299\ 792\ 458 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 0,16 \frac{\text{Vs}}{\text{m}}$$

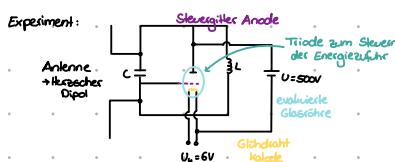
$$\hat{B} = \frac{0,16 \frac{\text{Vs}}{\text{m}} \cdot 2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{A}}}{11 \frac{\text{Vs}}{\text{m}}} = 3,66 \cdot 10^{-8} \text{T}$$



Durch den ständigen schnellen Wechsel der Polarität der Antenne.

lässt sich die elektrische Welle von der Antenne und wird in den Raum abgestrahlt.

Der Herz'sche Dipol



Ist das Steuergitter negativ geladen, gelangt die vom Glimdraht freigesetzten Elektronen nicht an die Anode.

Erst wenn das Steuergitter positiv geladen ist, entwickelt sich ein Stromfluss von der Kathode zur Anode.

In diesem Moment werden auf die negativ geladene Seite noch weitere Elektronen aufgebracht.

→ ungedämpftes, offenes LC-Schwingkreis

geg.: $d = 4\text{cm} = 0,04\text{m}$; $l = 4,2\text{cm} = 0,042\text{m}$; $n = 100$; $C = 100\text{pF} = 1 \cdot 10^{-10}\text{F}$; $\mu = 1$; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{A}}$ ges: $\lambda = \frac{c}{S}$; $S = \frac{1}{2\pi c} \sqrt{LC}$; $L = \mu_0 \cdot \mu \cdot \frac{A \cdot n^2}{l}$; $A = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi$

$$\text{Lsg: } L = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{A}} \cdot \frac{\left(\frac{100}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot 100^2}{0,042\text{m}} \approx 3,76 \cdot 10^{-6} \text{H}$$

$$S = \frac{1}{2\pi \cdot 1 \cdot 10^{-10}\text{F} \cdot 3,76 \cdot 10^{-6} \text{H}} \approx 820\ 778,95 \text{Hz}$$

$$\lambda = \frac{299\ 792\ 458 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{820\ 778,95 \text{Hz}} \approx 365,25 \text{m}$$

S. 289 Nr. 2, 3

2 geg: $n = 340$; $l = 0,6\text{m}$; $d = 0,08\text{m}$; $C = 0,1\text{nF} = 1 \cdot 10^{-9}\text{F}$ ges: $S = \frac{1}{2\pi c} \sqrt{LC}$; $L = \mu_0 \cdot \frac{(\frac{d}{2})^2 \cdot \pi \cdot n^2}{l}$

$$\text{Lsg: } L = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{A}} \cdot \frac{\left(\frac{0,08}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot 340^2}{0,6\text{m}} = 1,22 \cdot 10^{-3} \text{H}$$

$$S = \frac{1}{2\pi \cdot 1 \cdot 10^{-9}\text{F} \cdot 1,22 \cdot 10^{-3} \text{H}} \approx 455,66 \text{Hz}$$

3 geg: $C = 47\text{nF} = 4,7 \cdot 10^{-9}\text{F}$; $S = 3,7\text{kHz} = 3,7 \cdot 10^3 \text{Hz}$ ges: $L = \frac{1}{2\pi c} \sqrt{LC}$; $1 \cdot 2\pi \cdot 11^3 \text{Hz}$

$$\sqrt{LC} = \frac{1}{2\pi c}$$

$$L = \frac{1}{(2\pi c)^2} \cdot 11^3 \cdot 1 \cdot C$$

$$\text{Lsg: } L = \frac{1}{(2\pi \cdot 3,14 \cdot 10^8 \text{Hz})^2 \cdot 4,7 \cdot 10^{-9} \text{F}} \approx 3,84 \cdot 10^{-2} \text{H}$$

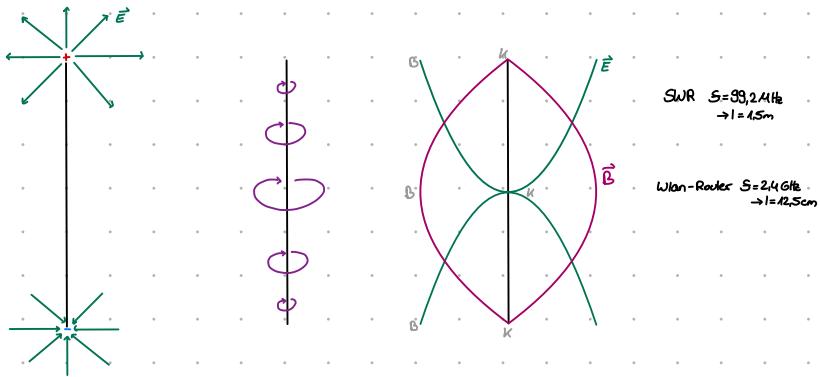
S. 297 Nr. 2

geg: $d = 1,24\text{cm} = 0,0124\text{m}$; $C = 299\ 792\ 458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ges: $\lambda = d$; $S = \frac{c}{\lambda}$ Lsg: $\lambda = 0,0124\text{m} = 0,0124\text{m}$

$$S = \frac{299\ 792\ 458 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,0124\text{m}} \approx 2,42 \cdot 10^{10} \text{Hz}$$

Der Herz'sche Dipol und die Antennenlänge

8.5.2023



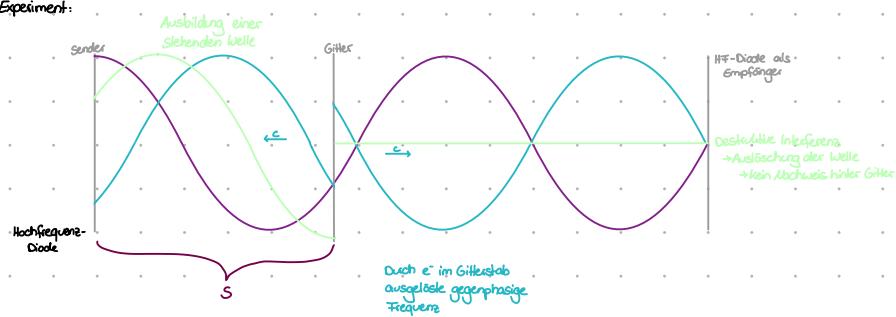
Auf der Antenne bildet sich eine stehende Welle aus. Daher ist die optimale Antennenlänge zum Senden und Empfangen $l = \frac{\lambda}{2}$.

Die Eigenschaften der Mikrowelle

12.5.2023

Als Mikrowellen bezeichnen wir elektromagnetische Wellen im Frequenzbereich von etwa 10⁸-10⁹ Hz.

Experiment:



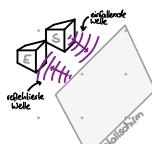
→ Die Mikrowelle wird von Anfang an als polarisierte Welle ausgestrahlt.



Im ersten Experiment steht der elektrische Feldvektor parallel zu den Gitterstäben. Somit fällt die einfallende elektromagnetische Welle durch die frei beweglichen e- in den Metallstäben eine gegenphasig orientierte neue elektromagnetische Welle aus. Diese interferiert hinter dem Gitter destruktiv mit der Primärwelle und lässt diese völlig aus. Dagegen kommt es zwischen Gitter und Sender zu einer stehenden Welle.

Dreht man jedoch das Metallgitter in einem speziellen Winkel zu dem elektrischen Feldvektor, so wird der parallele Anteil des Feldvektors ausgeschaltet und nur der senkrechte Teil bleibt erhalten.

Somit ist eine elektromagnetische Welle polarisierbar.



Mikrowellen werden an Metallkörpern reflektiert.

Dabei gilt: Einfallswinkel=Ausfallwinkel

Elektrische Schwingungen und elektromagnetische Wellen

7.2.5 Mikrowellen

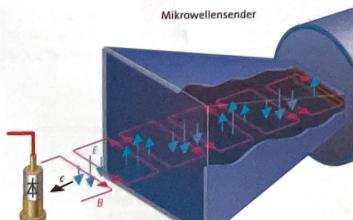
Versuche mit Mikrowellen sind geeignet, die Eigenschaften von elektromagnetischen Wellen zu untersuchen. Der benutzte Generator erzeugt elektrische Schwingungen mit einer Frequenz von etwa $f = 10 \text{ GHz}$ (1 Gigahertz = 10^9 Hz).

Versuch 1: An den Generator ist eine trichterförmige Hornantenne angeschlossen. Vor der Antenne befindet sich in einigen Metern Abstand eine Hochfrequenzdiode (HF-Diode), die mit einem Strommesser (μA -Bereich) verbunden ist (Abb. 296.1).

Beobachtung: Das Messgerät zeigt einen Ausschlag, der sich bei Annäherung der HF-Diode an die Hornantenne vergrößert. Wird die aufrecht stehende Diode um die von der Hornantenne zur Diode gerichtete Achse gedreht, nimmt der Ausschlag ab und wird null bei einer Drehung um 90° .

Erklärung: Der Generator sendet über die Hornantenne eine elektromagnetische Welle aus (→ 7.2.4). Die HF-Diode besteht aus einem kleinen Drahtstück, das mit einer Kontaktstelle auf einen Halbleiter aufgesetzt ist. An der Kontaktstelle bildet sich ein pn-Übergang (→ 12.1.3), der als Gleichrichter wirkt. Ist der Draht parallel zum elektrischen Feldvektor gerichtet, induziert das elektromagnetische Feld im Draht einen hochfrequenten Wechselstrom. Am pn-Übergang wird der Wechselstrom gleichgerichtet, sodass das Messgerät einen Gleichstrom anzeigt.

Wird die HF-Diode um 90° gedreht, steht der elektrische Feldvektor senkrecht zum Draht und die elektromagnetische Welle kann keinen Strom induzieren. Damit ist gezeigt, dass der Oszillator über die Hornantenne eine polarisierte Transversalwelle abstrahlt, deren Feldlinienbild in Abb. 296.1 dargestellt ist. ▲



296.1 Ein HF-Oszillator strahlt über eine Hornantenne eine Mikrowelle ab, deren elektromagnetisches Feld in einer Hochfrequenz-Diode einen Strom induziert.

Versuch 2: Eine HF-Diode, die in eine Hornantenne eingebaut ist, wird als Empfänger dem Oszillator gegenübergestellt (wie Abb. 297.1a) ohne Gitter).

Beobachtung: Das Stommessgerät zeigt einen großen Strom als zuvor an.

Erklärung: Die Hornantenne des Empfängers leitet die gesamte auf die Öffnung einfallende Mikrowelle zur Diode. ▲

Versuch 3: Die Mikrowelle wird senkrecht auf eine dünne, ebene Metallwand gerichtet. Neben der Hornantenne des Senders steht, ebenfalls zur Metallwand gerichtet, die Antenne des Empfängers.

Beobachtung: Wie in Versuch 1 wird eine Mikrowelle empfangen. Die Anordnung stellt das Prinzip einer Radaranlage dar.

Erklärung: Die Mikrowelle wird an der Metallwand reflektiert. Dies geschieht dadurch, dass in der Metallwand wie zuvor beim Draht in der HF-Diode ein hochfrequenter Wechselstrom von der elektromagnetischen Welle induziert wird. Dieser Wechselstrom stellt einen großflächigen Oszillator dar, der eine elektromagnetische Welle abstrahlt. Hinter der Metallwand kann keine Welle nachgewiesen werden. Dies zeigt, dass der Wechselstrom nicht in der gesamten Platte fließt: Bei hohen Frequenzen verhindert die Induktion ein Eindringen der Welle in das Metall (Skin-Effekt). ▲

Versuch 4: Zwischen die beiden gegenüberstehenden Hornantennen von Sender und Empfänger wird ein Gitter aus Metallstäben gebracht. Das Gitter wird in der Gitterebene gedreht (Abb. 297.1a).

Beobachtung: Stehen die Stäbe horizontal und damit senkrecht zum elektrischen Feldvektor, zeigt sich kein Einfluss auf die Anzeige des an die HF-Diode angeschlossenen Strommessers. Stehen die Gitterstäbe vertikal und damit parallel zum elektrischen Feldvektor, wird hinter dem Gitter keine Mikrowelle empfangen. Vor den Gitterstäben können mit einer beweglichen HF-Diode Intensitätsmaxima und -minima nachgewiesen werden, wobei die Maxima einen Abstand von 1,5 cm haben. Bei den Gitterstäben tritt ein Intensitätsminimum auf.

Erklärung: Die elektromagnetische Welle induziert bei Parallelstellung mit dem E -Vektor in den Stäben hochfrequente Wechselströme, sodass die Stäbe als Hertz'sche Dipole elektromagnetische Wellen abstrahlen (→ 7.2.4). Einfallende und zurückgestrahlte Wellen überlagern sich wie bei der Lecher-Leitung zu einer stehenden Welle. Die Intensitätsmaxima (Schwingungsbüche) haben einen Abstand von einer halben Wellenlänge. Aus der Messung $\lambda/2 = 1,5 \text{ cm}$ folgt für die Wellenlänge der Mikrowelle $\lambda = 3 \text{ cm}$. Mit der Frequenz $f = 10 \text{ GHz}$ kann

297.1 Einem Mikrowellensender mit Hornantenne steht ein Empfänger gegenüber. Zwischen beide Antennen wird ein Holzrahmen mit Metallstäben gebracht.

a) Die vertikal stehenden Gitterstäbe reflektieren die einfallende Mikrowelle, wenn deren elektrischer Feldvektor ebenfalls vertikal ausgerichtet ist. Vor dem Gitter lässt sich eine stehende Welle nachweisen.

b) Der um 90° gedrehte Empfänger weist eine Welle nach, wenn das Gitter in der Gitterebene gedreht wird.

Elektrische Schwingungen und elektromagnetische Wellen

die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle berechnet werden:

$$c = f\lambda = 10 \cdot 10^9 \text{ Hz} \cdot 0,03 \text{ m} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Es ist das gleiche Ergebnis, das sich in → Kap. 7.2.4 mit UKW-Wellen von $\lambda = 70 \text{ cm}$ ergab: Elektromagnetische Wellen breiten sich mit Lichtgeschwindigkeit aus.

Warum kann hinter den Gitterstäben keine Welle nachgewiesen werden, obwohl die Hertz'schen Dipole auch nach hinten abstrahlen? An den Gitterstäben tritt ein Schwingungsknoten der elektrischen Feldstärke auf, d.h. die von den Gitterstäben ausgesandte Welle hat gegenüber der ankommenden Welle den Phasensprung π . Hinter den Gitterstäben hat die ankommende und zum Teil durch die Stäbe hindurchtretende Welle mit der von den Stäben abgestrahlten Welle die Phasendifferenz π , sodass sich die beiden Wellen auslöschen. ▲

Versuch 5: Der Versuchsaufbau ist der gleiche wie in Versuch 3, die Empfängerantenne ist jedoch um 90° gedreht (Abb. 297.1b).

Beobachtung: Weder bei vertikaler noch bei horizontaler Stellung der Gitterstäbe kann ein Signal nachgewiesen werden. Wird das Gitter in der Gitterebene von der vertikalen in die horizontale Stellung gedreht, zeigt der Strommesser einen Ausschlag, der maximal ist bei einer Drehung um 45° und null bei 0° und 90° .

Erklärung: Die einfallende Mikrowelle kann mit einem hochfrequent schwingenden elektrischen Feldvektor \vec{E}_1 beschrieben werden, der in zwei Komponenten \vec{E}_1

und \vec{E}_2 parallel und senkrecht zu den Gitterstäben zerlegt wird. Die parallele Komponente \vec{E}_1 wird hinter dem Gitter entsprechend Versuch 4 ausgelöscht. Die senkrechte Komponente \vec{E}_2 tritt unbeeinflusst durch das Gitter. Der um 90° gedrehte Empfänger weist von \vec{E}_2 die Komponente \vec{E}_2 nach, die parallel zur Empfängerdiode gerichtet ist.

Mit Mikrowellen, deren Wellenlängen λ die Größenordnung Zentimeter besitzen, lassen sich die Eigenschaften von elektromagnetischen Wellen wie Ausbreitung, Polarisation, Reflexion und Überlagerung zu stehenden Wellen demonstrieren. Mit einem Gitter aus Metallstäben, die als Hertz'sche Dipole wirken, kann die Vektoreigenschaft des elektrischen Feldes untersucht werden.

Aufgaben

1. Überprüfen Sie in Abb. 296.1 anhand der Feldvektoren des hochfrequenten elektromagnetischen Feldes, dass die Welle aus der Hornantenne herausläuft.

✗ Bei einer an einer Metallwand reflektierter Welle beträgt der Abstand der Intensitätsmaxima 1,24 cm. Berechnen Sie die Wellenlänge und die Frequenz der Mikrowelle.

3. In Abb. 297.1b sei α der Drehwinkel des Gitters gegenüber dem Vektor \vec{E}_1 der einfallenden Welle. Geben Sie die nachgewiesene Feldkomponente E_2 als Funktion des Drehwinkels α und des Vektors \vec{E}_1 an. Skizzieren Sie das Ergebnis in einem Schaubild.

297

Elektrische Schwingungen und elektromagnetische Wellen

7.2.5 Mikrowellen

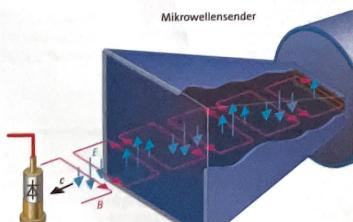
Versuche mit Mikrowellen sind geeignet, die Eigenschaften von elektromagnetischen Wellen zu untersuchen. Der benutzte Generator erzeugt elektrische Schwingungen mit einer Frequenz von etwa $f = 10 \text{ GHz}$ (1 Gigahertz = 10^9 Hz).

Versuch 1: An den Generator ist eine trichterförmige Hornantenne angeschlossen. Vor der Antenne befindet sich in einigen Metern Abstand eine Hochfrequenzdiode (HF-Diode), die mit einem Strommesser (μA -Bereich) verbunden ist (Abb. 296.1).

Beobachtung: Das Messgerät zeigt einen Ausschlag, der sich bei Annäherung der HF-Diode an die Hornantenne vergrößert. Wird die aufrecht stehende Diode um die von der Hornantenne zur Diode gerichtete Achse gedreht, nimmt der Ausschlag ab und wird null bei einer Drehung um 90° .

Erklärung: Der Generator sendet über die Hornantenne eine elektromagnetische Welle aus (→ 7.2.4). Die HF-Diode besteht aus einem kleinen Drahtstück, das mit einer Kontaktstelle auf einen Halbleiter aufgesetzt ist. An der Kontaktstelle bildet sich ein pn-Übergang (→ 12.1.3), der als Gleichrichter wirkt. Ist der Draht parallel zum elektrischen Feldvektor gerichtet, induziert das elektromagnetische Feld im Draht einen hochfrequenten Wechselstrom. Am pn-Übergang wird der Wechselstrom gleichgerichtet, sodass das Messgerät einen Gleichstrom anzeigt.

Wird die HF-Diode um 90° gedreht, steht der elektrische Feldvektor senkrecht zum Draht und die elektromagnetische Welle kann keinen Strom induzieren. Damit ist gezeigt, dass der Oszillator über die Hornantenne eine polarisierte Transversalwelle abstrahlt, deren Feldlinienbild in Abb. 296.1 dargestellt ist. ▲



296.1 Ein HF-Oszillator strahlt über eine Hornantenne eine Mikrowelle ab, deren elektromagnetisches Feld in einer Hochfrequenz-Diode einen Strom induziert.

Versuch 2: Eine HF-Diode, die in eine Hornantenne eingebaut ist, wird als Empfänger dem Oszillator gegenübergestellt (wie Abb. 297.1a) ohne Gitter).

Beobachtung: Das Stommessgerät zeigt einen großen Strom als zuvor an.

Erklärung: Die Hornantenne des Empfängers leitet die gesamte auf die Öffnung einfallende Mikrowelle zur Diode. ▲

Versuch 3: Die Mikrowelle wird senkrecht auf eine dünne, ebene Metallwand gerichtet. Neben der Hornantenne des Senders steht, ebenfalls zur Metallwand gerichtet, die Antenne des Empfängers.

Beobachtung: Wie in Versuch 1 wird eine Mikrowelle empfangen. Die Anordnung stellt das Prinzip einer Radaranlage dar.

Erklärung: Die Mikrowelle wird an der Metallwand reflektiert. Dies geschieht dadurch, dass in der Metallwand wie zuvor beim Draht in der HF-Diode ein hochfrequenter Wechselstrom von der elektromagnetischen Welle induziert wird. Dieser Wechselstrom stellt einen großflächigen Oszillator dar, der eine elektromagnetische Welle abstrahlt. Hinter der Metallwand kann keine Welle nachgewiesen werden. Dies zeigt, dass der Wechselstrom nicht in der gesamten Platte fließt: Bei hohen Frequenzen verhindert die Induktion ein Eindringen der Welle in das Metall (Skin-Effekt). ▲

Versuch 4: Zwischen die beiden gegenüberstehenden Hornantennen von Sender und Empfänger wird ein Gitter aus Metallstäben gebracht. Das Gitter wird in der Gitterebene gedreht (Abb. 297.1a).

Beobachtung: Stehen die Stäbe horizontal und damit senkrecht zum elektrischen Feldvektor, zeigt sich kein Einfluss auf die Anzeige des an die HF-Diode angeschlossenen Strommessers. Stehen die Gitterstäbe vertikal und damit parallel zum elektrischen Feldvektor, wird hinter dem Gitter keine Mikrowelle empfangen. Vor den Gitterstäben können mit einer beweglichen HF-Diode Intensitätsmaxima und -minima nachgewiesen werden, wobei die Maxima einen Abstand von 1,5 cm haben. Bei den Gitterstäben tritt ein Intensitätsminimum auf.

Erklärung: Die elektromagnetische Welle induziert bei Parallelstellung mit dem E -Vektor in den Stäben hochfrequente Wechselströme, sodass die Stäbe als Hertz'sche Dipole elektromagnetische Wellen abstrahlen (→ 7.2.4). Einfallende und zurückgestrahlte Wellen überlagern sich wie bei der Lecher-Leitung zu einer stehenden Welle. Die Intensitätsmaxima (Schwingungsbüche) haben einen Abstand von einer halben Wellenlänge. Aus der Messung $\lambda/2 = 1,5 \text{ cm}$ folgt für die Wellenlänge der Mikrowelle $\lambda = 3 \text{ cm}$. Mit der Frequenz $f = 10 \text{ GHz}$ kann

297.1 Einem Mikrowellensender mit Hornantenne steht ein Empfänger gegenüber. Zwischen beide Antennen wird ein Holzrahmen mit Metallstäben gebracht.
a) Die vertikal stehenden Gitterstäbe reflektieren die einfallende Mikrowelle, wenn deren elektrischer Feldvektor ebenfalls vertikal ausgerichtet ist. Vor dem Gitter lässt sich eine stehende Welle nachweisen.
b) Der um 90° gedrehte Empfänger weist eine Welle nach, wenn das Gitter in der Gitterebene gedreht wird.

Elektrische Schwingungen und elektromagnetische Wellen

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle berechnet werden:
 $c = f\lambda = 10 \cdot 10^9 \text{ Hz} \cdot 0,03 \text{ m} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Es ist das gleiche Ergebnis, das sich in → Kap. 7.2.4 mit UKW-Wellen von $\lambda = 70 \text{ cm}$ ergab: Elektromagnetische Wellen breiten sich mit Lichtgeschwindigkeit aus. Warum kann hinter den Gitterstäben keine Welle nachgewiesen werden, obwohl die Hertz'schen Dipole auch nach hinten abstrahlen? An den Gitterstäben tritt ein Schwingungsknoten der elektrischen Feldstärke auf, d.h. die von den Gitterstäben ausgesandte Welle hat gegenüber der ankommenden Welle den Phasensprung π . Hinter den Gitterstäben hat die ankommende und zum Teil durch die Stäbe hindurchtretende Welle mit der von den Stäben abgestrahlten Welle die Phasendifferenz π , sodass sich die beiden Wellen auslöschen. ▲

Versuch 5: Der Versuchsaufbau ist der gleiche wie in Versuch 3, die Empfängerantenne ist jedoch um 90° gedreht (Abb. 297.1b).

Beobachtung: Weder bei vertikaler noch bei horizontaler Stellung der Gitterstäbe kann ein Signal nachgewiesen werden. Wird das Gitter in der Gitterebene von der vertikalen in die horizontale Stellung gedreht, zeigt der Strommesser einen Ausschlag, der maximal ist bei einer Drehung um 45° und null bei 0° und 90° .

Erklärung: Die einfallende Mikrowelle kann mit einem hochfrequent schwingenden elektrischen Feldvektor \vec{E}_1 beschrieben werden, der in zwei Komponenten \vec{E}_1

Aufgaben

- Überprüfen Sie in Abb. 296.1 anhand der Feldvektoren des hochfrequenten elektromagnetischen Feldes, dass die Welle aus der Hornantenne herausläuft.
- Bei einer an einer Metallwand reflektierten Welle beträgt der Abstand der Intensitätsmaxima 1,24 cm. Berechnen Sie die Wellenlänge und die Frequenz der Mikrowelle.
- In Abb. 297.1b sei a der Drehwinkel des Gitters gegenüber dem Vektor \vec{E}_1 der einfallenden Welle. Geben Sie die nachgewiesene Feldkomponente E_1 als Funktion des Drehwinkels a und des Vektors \vec{E}_1 an. Skizzieren Sie das Ergebnis in einem Schaubild.