

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники»

Лабораторная работа «Кратчайший путь на графе»

Работу выполнил
Учащийся группы ПИН-33
Карпеченков Михаил Владимирович
Под руководством
Волкова Александра Сергеевича

Москва 2022

Метод динамического программирования

Метод рассматривает многостадийные процессы принятия решения. При постановке задачи динамического программирования формируется некоторый критерий. Процесс разбивается на стадии (шаги),

в которых принимаются решения, приводящие к достижению общей цели. Таким образом, метод динамического программирования - метод пошаговой оптимизации.

Введем функцию f_i , определяющую минимальную длину пути из начальной вершины в вершину i . Обозначим через S_{ij} длину пути между вершинами i и j , а f_j - наименьшую длину пути между вершиной j и начальной вершиной. Выбирая в качестве i такую вершину, которая минимизирует сумму $(S_{ij} + f_j)$, получаем уравнение:

$$f_i = \min \{S_{ij} + f_j\}.$$

Трудность решения данного уравнения заключается в том, что неизвестная функция входит в обе части равенства. В такой ситуации приходится прибегать к классическому методу последовательных приближений (итераций), используя рекуррентную формулу:

$$f_i^{(k+1)} = \min \{S_{ij} + f_j^{(k)}\},$$

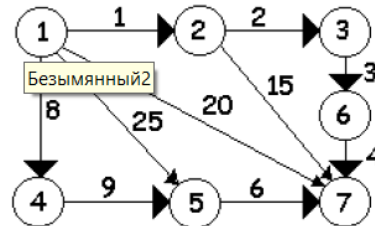
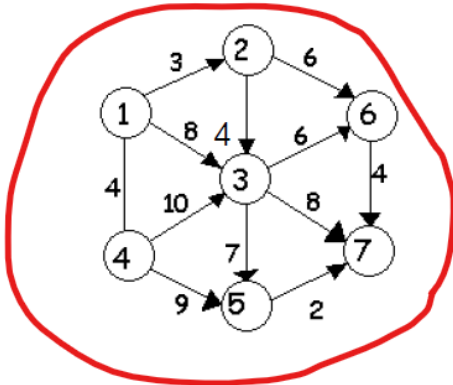
где $f_j^{(k)}$ - k -е приближение функции.

Возможен другой подход к решению поставленной задачи с помощью метода стратегий. При движении из начальной точки i в конечную k получается приближение $f_i^{(0)} = S_{ik}$, где S_{ik} - длина пути между точками i и k . Следующее приближение - поиск решения в классе двухзвенных ломаных. Дальнейшие приближения ищутся в классе трехзвенных, четырехзвенных и других ломаных.

Задание 1. Найти кратчайший путь на графе между двумя вершинами методом динамического программирования.

1; 2

3; 4



МЕТОД ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

КРАТЧАЙШИЕ РАССТОЯНИЯ ОТ 1 ДО ВСЕХ ОСТАЛЬНЫХ:

1; минимальное расстояние: 0;

1->2; минимальное расстояние: 3;

1->4; минимальное расстояние: 4;

1->2->3; минимальное расстояние: 7;

1->4->5; минимальное расстояние: 13;

1->2->6; минимальное расстояние: 9;

1->2->6->7; минимальное расстояние: 13;

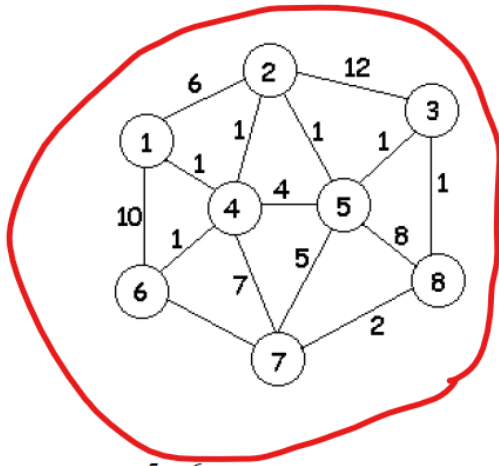
Метод Дейкстры

Метод Дейкстры предназначен для нахождения кратчайшего пути между вершинами в неориентированном графе.

Сначала выбираем путь до начальной вершины равным нулю, и записываем эту вершину во множество уже выбранных, расстояние от которых до оставшихся невыбранных вершин определено. На каждом следующем этапе находим невыбранную вершину, расстояние до которой наименьшее, соединенную ребром с какой-нибудь вершиной из множества выбранных (это расстояние будет равно расстоянию до уже выбранной вершины плюс длина ребра).

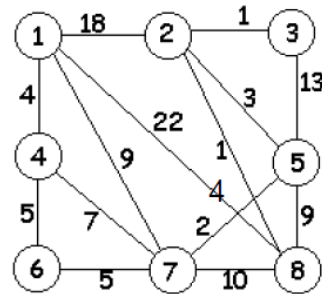
Задание 2. Найти кратчайший путь на графе между тремя парами вершин методом Дейкстры.

1; 2



5; 6

3; 4



7; 8

МЕТОД ДЕЙКСТРЫ

КРАТЧАЙШИЕ РАССТОЯНИЯ ОТ 1 ДО ВСЕХ ОСТАЛЬНЫХ:

1; минимальное расстояние: 0;

1->4; минимальное расстояние: 1;

1->4->2; минимальное расстояние: 2;

1->4->6; минимальное расстояние: 2;

1->4->6->7; минимальное расстояние: 3;

1->4->2->5; минимальное расстояние: 3;

1->4->2->5->3; минимальное расстояние: 4;

1->4->6->7->8; минимальное расстояние: 5;