

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники»

# **Лабораторная работа «Задача коммивояжера, машина Тьюринга»**

Работу выполнил  
Учащийся группы ПИН-33  
Карпеченков Михаил Владимирович  
Под руководством  
Волкова Александра Сергеевича

**Москва 2022**

## Алгоритм решение методом ветвей и границ:

**Начальное приведение матрицы стоимости.** Матрица стоимости называется *приведенной*, если она имеет в каждой строке и каждом столбце хотя бы один нуль. Операция приведения заключается в вычитании из элементов каждой строки (столбца) минимального элемента этой строки (столбца) – *константы приведения*. Сумма констант приведения образует нижнюю граничную оценку стоимости любого возможного тура.

**Вычисление функции штрафа.** Функция штрафа – это множество чисел, вычисленных для каждого нуля приведенной матрицы посредством суммирования двух минимальных чисел, из той строки и того столбца, в которых расположен нулевой элемент.

**Выбор ребра ветвления.** Для ветвления необходимо выбирать ребро, которому соответствует максимальная функция штрафа. Если существует несколько одинаковых максимальных значений функции штрафа, то выбор среди них может быть произвольным.

**Вычисление граничной оценки для ветви,** соответствующей *невключению ребра в тур*. Эта оценка вычисляется как сумма граничной оценки, соответствующей предыдущему узлу дерева перебора, и выбранного значения функции штрафа.

**Вычисление граничной оценки для ветви,** соответствующей *включению ребра в тур*. Для вычисления граничной оценки необходимо:

- вычеркнуть в матрице стоимости строку и столбец, соответствующие выбранному ребру;
- скорректировать полученную матрицу таким образом, чтобы устранить возможность досрочного завершения тура (устранить циклы);
- осуществить приведение (если необходимо) полученной матрицы, и если константа приведения отлична от нуля, то сложить эту константу с граничной оценкой предыдущего узла.

**Проверка на окончание решения.** Если скорректированная матрица имеет размер  $2 \times 2$ , и если узел дерева, которому соответствует эта матрица, имеет минимальную граничную оценку, то решение задачи заканчивается: два оставшихся нуля этой матрицы соответствуют двум последним ребрам, которые включаются в тур непосредственно, при этом, очевидно, стоимость тура не изменяется.

3. Составить программу решения задачи коммивояжера для графа, заданного матрицей смежности:

	1	2	3	4	5
1	$\infty$	7	12	25	10
2	10	$\infty$	9	5	11
3	13	8	$\infty$	6	4
4	6	11	15	$\infty$	15
5	5	9	12	17	$\infty$

Вывод программы объемн, поэтому вставляю текстом:

STEP 1

GRAPH:

```

V | 1  2  3  4  5
-----
1 | M  7 12 25 10
2 | 10 M  9  5 11
3 | 13 8  M  6  4
4 |  6 11 15  M 15
5 |  5  9 12 17  M

```

Finding and counting di:

di: [0, 5, 4, 6, 5];

```

V | 1  2  3  4  5 | di      V |  1  2  3  4  5 | di      V | 1  2  3  4  5
-----
--

```

1   M 7 12 25 10   0 25 10	1   M 7-0 12-0 25-0 10-0   0	1   M 7 12
2   10 M 9 5 11   5 0 6	=> 2   10-5 M 9-5 5-5 11-5   5	=> 2   5 M 4
3   13 8 M 6 4   4 0	3   13-4 8-4 M 6-4 4-4   4	3   9 4 M 2
4   6 11 15 M 15   6 9	4   6-6 11-6 15-6 M 15-6   6	4   0 5 9 M
5   5 9 12 17 M   5 M	5   5-5 9-5 12-5 17-5 M   5	5   0 4 7 12

On this STEP Graph:

V   1 2 3 4 5
-----
1   M 7 12 25 10
2   5 M 4 0 6
3   9 4 M 2 0
4   0 5 9 M 9
5   0 4 7 12 M

Finding and counting dj :

dj: [0, 4, 4, 0, 0];

V   1 2 3 4 5	V   1 2 3 4 5	V   1 2 3 4 5
-----	-----	-----
1   M 7 12 25 10	1   M 7-4 12-4 25-0 10-0	1   M 3 8 25 10
2   5 M 4 0 6	2   5-0 M 4-4 0-0 6-0	2   5 M 0 0 6
3   9 4 M 2 0 =>	3   9-0 4-4 M 2-0 0-0 =>	3   9 0 M 2 0
4   0 5 9 M 9	4   0-0 5-4 9-4 M 9-0	4   0 1 5 M 9

5   0 4 7 12 M	5   0-0 4-4 7-4 12-0 M	5   0 0 3 12 M
-----		
dj   0 4 4 0 0	dj   0 4 4 0 0	

On this STEP Graph:

V   1 2 3 4 5
-----
1   M 3 8 25 10
2   5 M 0 0 6
3   9 0 M 2 0
4   0 1 5 M 9
5   0 0 3 12 M

Finding <marks> of zeros:

V   1 2 3 4 5
-----
1   M 3 8 25 10
2   5 M 0(3) 0(2) 6
3   9 0(0) M 2 0(6)
4   0(1) 1 5 M 9
5   0(0) 0(0) 3 12 M

Choosing the largest <mark>:

0(6)

Found path:

3 -> 5

[3->5]

Deleting the row and column with the highest <mark> at zero.

V	1	2	3	4
---	---	---	---	---

-----

1	M	3	8	25
---	---	---	---	----

2	5	M	0	0
---	---	---	---	---

4	0	1	5	M
---	---	---	---	---

5	0	0	M	12
---	---	---	---	----

Path at the moment:

3->5

-----

## STEP 2

GRAPH:

V	1	2	3	4
---	---	---	---	---

-----

1	M	3	8	25
---	---	---	---	----

2	5	M	0	0
---	---	---	---	---

4	0	1	5	M
---	---	---	---	---

5	0	0	M	12
---	---	---	---	----

Finding and counting di:

di: [0, 0, 0, 0];

V	1	2	3	4	di
---	---	---	---	---	----

V	1	2	3	4	di
---	---	---	---	---	----

V	1	2	3	4
---	---	---	---	---

-----	-----	-----
1   M 3 8 25   0	1   M 3-0 8-0 25-0   0	1   M 3 8 25
2   5 M 0 0   0 =>	2   5-0 M 0-0 0-0   0 =>	2   5 M 0 0
4   0 1 5 M   0	4   0-0 1-0 5-0 M   0	4   0 1 5 M
5   0 0 M 12   0	5   0-0 0-0 M 12-0   0	5   0 0 M 12

On this STEP Graph:

V   1 2 3 4
-----
1   M 3 8 25
2   5 M 0 0
4   0 1 5 M
5   0 0 M 12

Finding and counting dj :

dj: [0, 0, 0, 0];

V   1 2 3 4	V   1 2 3 4	V   1 2 3 4
-----	-----	-----
1   M 3 8 25	1   M 3-0 8-0 25-0	1   M 3 8 25
2   5 M 0 0	2   5-0 M 0-0 0-0	2   5 M 0 0
4   0 1 5 M =>	4   0-0 1-0 5-0 M =>	4   0 1 5 M
5   0 0 M 12	5   0-0 0-0 M 12-0	5   0 0 M 12
-----	-----	
dj   0 0 0 0	dj   0 0 0 0	

On this STEP Graph:

V	1	2	3	4
---	---	---	---	---

-----

1	M	3	8	25
---	---	---	---	----

2	5	M	0	0
---	---	---	---	---

4	0	1	5	M
---	---	---	---	---

5	0	0	M	12
---	---	---	---	----

Finding <marks> of zeros:

V	1	2	3	4
---	---	---	---	---

-----

1	M	3	8	25
---	---	---	---	----

2	5	M	0(5)	0(12)
---	---	---	------	-------

4	0(1)	1	5	M
---	------	---	---	---

5	0(0)	0(1)	M	12
---	------	------	---	----

Choosing the largest <mark>:

0(12)

Found path:

2 -> 4

[3->5, 2->4]

Deleting the row and column with the highest <mark> at zero.

V	1	2	3
---	---	---	---

-----

1	M	3	8
---	---	---	---

4	0	1	5
---	---	---	---



5 | 0 M M

Path at the moment:

3->5 -> 2->4

---

### STEP 3

GRAPH:

V | 1 2 3

1 | M 3 8

4 | 0 1 5

5 | 0 M M

Finding and counting di:

di: [0, 0, 0];

V | 1 2 3 | di

V | 1 2 3 | di

V | 1 2 3

1 | M 3 8 | 0 => 1 | M 3-0 8-0 | 0 => 1 | M 3 8

4 | 0 1 5 | 0 4 | 0-0 1-0 5-0 | 0 4 | 0 1 5

5 | 0 M M | 0 5 | 0-0 M M | 0 5 | 0 M M

On this STEP Graph:

V | 1 2 3

1 | M 3 8

4 | 0 1 5  
5 | 0 M M

Finding and counting dj :

dj: [0, 1, 5];

V   1 2 3	V   1 2 3	V   1 2 3
-----	-----	-----
1   M 3 8	1   M 3-1 8-5	1   M 2 3
4   0 1 5 =>	4   0-0 1-1 5-5 =>	4   0 0 0
5   0 M M	5   0-0 M M	5   0 M M
-----	-----	
dj   0 1 5	dj   0 1 5	

On this STEP Graph:

V | 1 2 3  
-----  
1 | M 2 3  
4 | 0 0 0  
5 | 0 M M

Finding <marks> of zeros:

V	1	2	3
-----			
1	M	2	3
4	0(0)	0(2)	0(3)
5	0(2147483647)	M	M

Choosing the largest <mark>:

0(2147483647)

Found path:

5 -> 1

[3->5, 2->4, 5->1]

Deleting the row and column with the highest <mark> at zero.

V	2	3
---	---	---

-----

1	2	M
---	---	---

4	0	0
---	---	---

Path at the moment:

3->5 -> 2->4 -> 5->1

-----

#### STEP 4

GRAPH:

V	2	3
---	---	---

-----

1	2	M
---	---	---

4	0	0
---	---	---

Finding and counting di:

di: [2, 0];

$$\begin{array}{c}
 V \mid 2 \ 3 \mid di \\
 \hline
 1 \mid 2 \ M \mid 2 \Rightarrow 1 \mid 2-2 \ M \mid 2 \Rightarrow 1 \mid 0 \ M \\
 4 \mid 0 \ 0 \mid 0 \quad 4 \mid 0-0 \ 0-0 \mid 0 \quad 4 \mid 0 \ 0
 \end{array}$$

On this STEP Graph:

$$\begin{array}{c}
 V \mid 2 \ 3 \\
 \hline
 1 \mid 0 \ M \\
 4 \mid 0 \ 0
 \end{array}$$

Finding and counting dj :

dj: [0, 0];

$$\begin{array}{c}
 V \mid 2 \ 3 \quad V \mid 2 \ 3 \quad V \mid 2 \ 3 \\
 \hline
 1 \mid 0 \ M \quad 1 \mid 0-0 \ M \quad 1 \mid 0 \ M \\
 4 \mid 0 \ 0 \Rightarrow 4 \mid 0-0 \ 0-0 \Rightarrow 4 \mid 0 \ 0 \\
 \hline
 dj \mid 0 \ 0 \quad dj \mid 0 \ 0
 \end{array}$$

On this STEP Graph:

$$\begin{array}{c}
 V \mid 2 \ 3 \\
 \hline
 1 \mid 0 \ M \\
 4 \mid 0 \ 0
 \end{array}$$

Finding <marks> of zeros:

V	2	3
-----		
1	0(2147483647)	M
4	0(0)	0(2147483647)

Choosing the largest <mark>:

0(2147483647)

Found path:

1 -> 2

[3->5, 2->4, 5->1, 1->2]

Deleting the row and column with the highest <mark> at zero.

V	3
-----	
4	0

Path at the moment:

3->5 -> 2->4 -> 5->1 -> 1->2

-----

STEP 5

GRAPH:

V	3
-----	

4 | 0

Finding and counting di:

di: [0];

V   3   di	V   3   di	V   3
-----	-----	-----
4   0   0	4   0-0   0	4   0

On this STEP Graph:

V   3
-----
4   0

Finding and counting dj :

dj: [0];

V   3	V   3	V   3
-----	-----	-----
4   0	4   0-0	4   0
-----	-----	
dj   0	dj   0	

On this STEP Graph:

V   3
-----
4   0

Finding <marks> of zeros:

V | 3

-----

4 | 0(-2)

Choosing the largest <mark>:

0(-2)

Found path:

4 -> 3

[3->5, 2->4, 5->1, 1->2, 4->3]

Sum of Path: 36

Process finished with exit code 0