

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники»

# **Лабораторная работа «Итеративные и рекурсивные алгоритмы, Построение остовного дерева»**

Работу выполнил  
Учащийся группы ПИН-33  
Карпеченков Михаил Владимирович  
Под руководством  
Волкова Александра Сергеевича

**Москва 2022**

*Под рекурсией* понимают способ задания функции через саму себя, например, способ задания факториала в виде

Основные понятия для понимания рекурсии:

- Базис рекурсии – условие выхода из блока рекурсивных вызовов – базисное решение задачи, при условиях, когда нет необходимости вызывать рекурсию.
- Шаг рекурсии – вызов функцией самой себя при изменении параметров.

Составление рекурсивного алгоритма:

1. Параметризация;
2. Поиск тривиального случая (базиса функции);
3. Декомпозиция общего случая.

Составить программу для формирования элементов массива.

1; 13

$$a_n = \frac{n!}{2^n}$$

7; 19

$$a_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

```
Элемент под номером 0 равен 1.0
Элемент под номером 1 равен 0.5
Элемент под номером 2 равен 0.5
Элемент под номером 3 равен 0.75
Элемент под номером 4 равен 1.5
Элемент под номером 5 равен 3.75

Process finished with exit code 0
```

### **Метод Крускала**

Вначале осуществляется предварительная сортировка весов ребер в порядке их возрастания. В начале работы алгоритма принимается, что в искомом остове не проведено ни одно ребро (т.е. остов состоит из изолированного множества вершин  $v_1, v_2, \dots, v_m$ , где  $m$  - количество вершин графа). Считается, что множество  $W_s$  имеет вид:

$$W_s = \{\{v_1\}, \{v_2\}, \dots, \{v_n\}\},$$

где  $\{v_i\}$  обозначает множество, состоящее из единственной изолированной вершины  $v_i$ . Проверка  $v_k, v_l \in W_s$  предполагает установление факта: входят ли вершины  $v_k, v_l$  во множество  $W_s$  как изолированные, или они сами входят в подмножества постепенно увеличивающихся связных

вершин  $W_k, W_l$ , каждое из которых имеет вид:  $W_k = \{\dots, v_k, \dots\}$  и  $W_l = \{\dots, v_l, \dots\}$ .

Если обе вершины  $v_k, v_l$  содержатся в одном из подмножеств  $W_k, W_l$ , то ребро  $(k, l)$  в остов не включается, в противном случае данное ребро включается в остов, а множества  $W_k, W_l$  объединяются. Работа метода Крускала заканчивается, когда множество  $W_s$  совпадет по мощности с множеством всех вершин графа  $V$ . Нетрудно видеть, что это произойдет, когда все вершины графа окажутся связными.

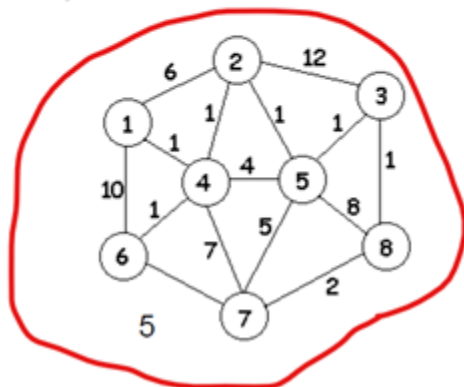
### **Метод Прима**

При использовании метода Прима от исходного графа переходим к его представлению в виде матрицы смежности. На графе выбирается ребро минимального веса. Выбранное ребро вместе с вершинами образует первоначальный фрагмент остоного дерева. Затем анализируются веса ребер от каждой вершины фрагмента до оставшихся невыбранных вершин. Выбирается минимальное ребро, которое присоединяется к первоначальному фрагменту и т.д. Процесс продолжается до тех пор, пока в остоное дерево не будут включены все вершины исходного графа.

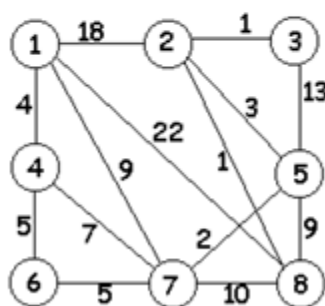
6. Построить остовное дерево графа методами Крускала и Прима.

### Варианты заданий

1; 2



3; 4



Остовное дерево графа методом Крускала:

Вершина 1: 3.0 (вес вершины); Вершина 2: 8.0 (вес вершины); Вес ребра: 1.0  
 Вершина 1: 1.0 (вес вершины); Вершина 2: 4.0 (вес вершины); Вес ребра: 1.0  
 Вершина 1: 2.0 (вес вершины); Вершина 2: 4.0 (вес вершины); Вес ребра: 1.0  
 Вершина 1: 2.0 (вес вершины); Вершина 2: 5.0 (вес вершины); Вес ребра: 1.0  
 Вершина 1: 3.0 (вес вершины); Вершина 2: 5.0 (вес вершины); Вес ребра: 1.0  
 Вершина 1: 6.0 (вес вершины); Вершина 2: 4.0 (вес вершины); Вес ребра: 1.0  
 Вершина 1: 8.0 (вес вершины); Вершина 2: 7.0 (вес вершины); Вес ребра: 2.0

Остовное дерево графа методом Прима:

Вершина 1: 3.0 (вес вершины); Вершина 2: 8.0 (вес вершины); Вес ребра: 1.0  
 Вершина 1: 3.0 (вес вершины); Вершина 2: 5.0 (вес вершины); Вес ребра: 1.0  
 Вершина 1: 2.0 (вес вершины); Вершина 2: 5.0 (вес вершины); Вес ребра: 1.0  
 Вершина 1: 2.0 (вес вершины); Вершина 2: 4.0 (вес вершины); Вес ребра: 1.0  
 Вершина 1: 1.0 (вес вершины); Вершина 2: 4.0 (вес вершины); Вес ребра: 1.0  
 Вершина 1: 6.0 (вес вершины); Вершина 2: 4.0 (вес вершины); Вес ребра: 1.0  
 Вершина 1: 8.0 (вес вершины); Вершина 2: 7.0 (вес вершины); Вес ребра: 2.0