

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ - ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ**  
**ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ**



**ΤΟΜΕΑΣ: ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ**  
**ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ: ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

του φοιτητή του Τμήματος Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας  
Υπολογιστών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Πατρών

**ΜΙΧΑΗΛ-ΆΓΓΕΛΟΥ ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΗ ΤΟΥ ΆΓΓΕΛΟΥ**

**ΑΡΙΘΜΟΣ ΜΗΤΡΩΟΥ: 228214**

Θέμα

**Υλοποίηση αυτο-ρυθμιζόμενων PID ελεγκτών με χρήση  
LabVIEW**

Επιβλέπων

Επίκουρος Καθηγητής Καζάκος Δημοσθένης

Πάτρα, Ιανουάριος 2018



## ΠΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ

Πιστοποιείται ότι η διπλωματική εργασία με θέμα

Υλοποίηση αυτο-ρυθμιζόμενων PID ελεγκτών με χρήση  
LabVIEW

του φοιτητή του Τμήματος Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και  
Τεχνολογίας Υπολογιστών

Μιχαήλ-Άγγελου Τριανταφύλλη του Άγγελου  
(Α.Μ.: 228214)

παρουσιάστηκε δημόσια και εξετάστηκε στο τμήμα Ηλεκτρολόγων  
Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών στις

\_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Ο Επιβλέπων

Ο Διευθυντής του Τομέα

Καζάκος Δημοσθένης  
Επίκουρος Καθηγητής

Κούσουλας Νικόλαος  
Καθηγητής



## **Στοιχεία διπλωματικής εργασίας**

**Θέμα: Υλοποίηση αυτο-ρυθμιζόμενων PID ελεγκτών με χρόνη  
LabVIEW**

**Φοιτητής: Μιχαήλ-Άγγελος Τριανταφύλλης**

**Ομάδα επίβλεψης  
Επίκουρος Καθηγητής Καζάκος Δημοσθένης**

**Εργαστήρια  
Εργαστήριο Αυτομάτου Ελέγχου**

**Περίοδος εκπόνησης της εργασίας:  
Μάιος 2016 - Ιανουάριος 2018**

**Η εργασία αυτή γράφτηκε στο  $\text{\LaTeX}$  και χρησιμοποιήθηκε η γραμματοσειρά GFS Didot του Greek Font Society.**



## Περίληψη

**H**εργασία αυτή ασχολείται με την υλοποίηση και την προσομοίωση σε περιβάλλον LabVIEW, ενός αυτο-ρυθμιζόμενου PID ελεγκτή. Παρόλο που οι PID ελεγκτές αποτελούν ένα πολύ διαδεδομένο είδος ελεγκτών με ευρεία χρήση σε βιομηχανικές, και όχι μόνο, εφαρμογές η σωστή ρύθμιση τους απαιτεί εμπειρία από το χειριστή και συνήθως αποτελεί χρονοβόρα διαδικασία.

Πολλοί τρόποι έχουν αναπτυχθεί για την αυτόματη ρύθμιση των κερδών ενός PID ελεγκτή έτσι ώστε ο έλεγχος που προσφέρει να πληρεί κάποιες απαιτήσεις. Στην εργασία αυτή θα ασχοληθούμε με τη μέθοδο *Relay* πάνω στην οποία βασίστηκε ο συγκεκριμένος αυτο-ρυθμιζόμενος PID ελεγκτής που σχεδιάστηκε.

Χρησιμοποιώντας τη γλώσσα προγραμματισμού LabVIEW αναπτύχθηκε, εκτός από τον αλγόριθμο υπολογισμού των κερδών, και το γραφικό περιβάλλον του ελεγκτή. Αυτό προσφέρει ποικίλες επιλογές, όπως ο χειροκίνητος ορισμός των κερδών του ελεγκτή ή ο αυτόματος υπολογισμός τους, επιλογή της μεθόδου υπολογισμού των κερδών, επιλογή της επιθυμητής ταχύτητας απόκρισης του κλειστού συστήματος και αυτόματη προσαρμογή των κερδών σε νέες συνθήκες εργασίας.

Για την αξιολόγηση του ελεγκτή και του ελέγχου που προσφέρει, έχουν μοντελοποιηθεί επτά κλασικά συστήματα ελέγχου. Το γραφικό περιβάλλον που έχει αναπτυχθεί παρουσιάζει το μοντέλο κάθε συστήματος καθώς και τις μεταβλητές που επηρεάζουν τη δυναμική του. Η προσομοίωση επιτρέπει να δούμε, σε πραγματικό χρόνο, πώς ανταποκρίνεται το σύστημα όταν σε αυτό επιδρούν διάφοροι παράγοντες όπως διαταραχές ή αλλαγή του επιθυμητού σημείου του.



# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>1 LabVIEW</b>	<b>3</b>
1.1 Εισαγωγή στο LabVIEW . . . . .	3
1.1.1 Dataflow Programming . . . . .	3
1.1.2 Graphical Programming . . . . .	4
<b>2 PID ελεγκτές</b>	<b>7</b>
2.1 Εισαγωγή στους PID ελεγκτές . . . . .	7
2.1.1 Ιστορική αναδρομή . . . . .	8
2.1.2 Χρησιμότητα PID ελεγκτών . . . . .	11
2.2 Αρχές λειτουργίας . . . . .	12
2.2.1 Η Ανάδραση . . . . .	12
2.2.2 Αναλογικός Όρος . . . . .	13
2.2.3 Ολοκληρωτικός Όρος . . . . .	13
2.2.4 Διαφορικός Όρος . . . . .	14
2.2.5 Εξίσωση του PID ελεγκτή . . . . .	15
2.2.6 Τροποποιήσεις του PID αλγορίθμου . . . . .	17
<b>3 Ρύθμιση του PID ελεγκτή</b>	<b>19</b>
3.1 Εισαγωγή . . . . .	19
3.2 Τεχνικές ρύθμισης . . . . .	20
3.2.1 Χειροκίνητη ρύθμιση . . . . .	20
3.2.2 Μέθοδος Ziegler – Nichols . . . . .	20
3.2.3 Μέθοδος Tyreus – Luyben . . . . .	21
3.2.4 Μέθοδος Cohen – Coon . . . . .	22
3.2.5 Άλλες μέθοδοι και περαιτέρω πληροφορίες . . . . .	22
3.3 Περιορισμοί και προβλήματα κακής ρύθμισης . . . . .	22

---

3.3.1	Γραμμικότητα . . . . .	23
3.3.2	Θόρυβος στον Διαφορικό Όρο . . . . .	23
3.3.3	Ταλαντώσεις . . . . .	23
3.3.4	Χρόνος Ανύψωσης και Ύπερακόντιση . . . . .	25
3.3.5	Ανοχή σε Διαταραχές . . . . .	26
3.3.6	Θόρυβος . . . . .	27
3.3.7	Συχνότητα . . . . .	27
3.3.8	Συμπεράσματα . . . . .	28
<b>4</b>	<b>Ο Αυτο-Ρυθμιζόμενος PID Ελεγκτής</b>	<b>29</b>
4.1	Εισαγωγή . . . . .	29
4.2	Θεωρία . . . . .	29
4.2.1	Relay Method . . . . .	30
4.3	To Πρόγραμμα . . . . .	32
4.3.1	To Front Panel και τo Block Diagram . . . . .	32
4.3.2	Tab Control . . . . .	34
4.3.3	Simulation Loop . . . . .	35
4.3.4	Controller or Relay subVI . . . . .	36
4.3.5	Record Oscillations Magnitude subVI . . . . .	37
4.3.6	Record Oscillations Time subVI . . . . .	38
4.3.7	Extract Amplitude and Period subVI . . . . .	39
4.3.8	Calculate PID Gains subVI . . . . .	39
4.3.9	Update PID Gains subVI . . . . .	42
4.3.10	Automatic Mode subVI . . . . .	43
4.3.11	Oscillations Counting subVI . . . . .	44
4.4	Σύνοψη . . . . .	45
<b>5</b>	<b>Προσομοιώσεις και Αποτελέσματα</b>	<b>47</b>
5.1	Εισαγωγή . . . . .	47
5.2	Σύστημα Mass – Spring – Damper . . . . .	47
5.2.1	Εισαγωγή . . . . .	47
5.2.2	Μαθηματικό Μοντέλο . . . . .	48
5.2.3	Προσομοίωση . . . . .	48
5.2.4	Συμπεράσματα . . . . .	54
5.3	Σύστημα Cruise Control . . . . .	55
5.3.1	Εισαγωγή . . . . .	55
5.3.2	Μαθηματικό Μοντέλο . . . . .	56
5.3.3	Προσομοίωση . . . . .	56
5.3.4	Συμπεράσματα . . . . .	60
5.4	Σύστημα Motor Speed . . . . .	61
5.4.1	Εισαγωγή . . . . .	61
5.4.2	Μαθηματικό Μοντέλο . . . . .	62
5.4.3	Προσομοίωση . . . . .	63
5.4.4	Συμπεράσματα . . . . .	67
5.5	Σύστημα Inverted Pendulum . . . . .	68

---

5.5.1	Εισαγωγή . . . . .	68
5.5.2	Μαθηματικό Μοντέλο . . . . .	69
5.5.3	Προσομοίωση . . . . .	71
5.5.4	Συμπεράσματα . . . . .	74
5.6	Σύστημα Aircraft Pitch . . . . .	75
5.6.1	Εισαγωγή . . . . .	75
5.6.2	Μαθηματικό Μοντέλο . . . . .	75
5.6.3	Προσομοίωση . . . . .	76
5.6.4	Συμπεράσματα . . . . .	80
5.7	Σύστημα Beam & Ball . . . . .	81
5.7.1	Εισαγωγή . . . . .	81
5.7.2	Μαθηματικό Μοντέλο . . . . .	81
5.7.3	Γραμμικό Μοντέλο . . . . .	82
5.7.4	Μη Γραμμικό Μοντέλο . . . . .	85
5.7.5	Γραμμικό και Μη Γραμμικό Μοντέλο – Ομοιότητες και Διαφορές . . . . .	88
5.7.6	Συμπεράσματα . . . . .	90
5.8	Σύνοψη . . . . .	92
	<b>Βιβλιογραφία</b>	<b>95</b>



# ΕΙΣΑΓΩΓΗ

**H**εργασία αυτή έχει γίνει προσπάθεια να γραφεί σε ανεξάρτητα κεφάλαια, τα οποία θα δώσουν στον αναγνώστη τις απαιτούμενες γνώσεις ώστε να καταλάβει σε βάθος τις τεχνικές που χρησιμοποιούνται. Σε κάθε κεφάλαιο γίνεται αναλυτική παρουσίαση των τεχνικών καθώς και του υπόβαθρου που πρέπει να έχει κάποιος ώστε τις κατανοήσει, ωστόσο θεωρείται πως ο αναγνώστης έχει ήδη κάποιες γνώσεις στο χώρο του αυτού του ελέγχου και στην ανάλυση συστημάτων. Έτσι, βασικές έννοιες και μηχανισμοί της ανωτέρω περιοχής θα θεωρούνται δεδομένοι και δε θα γίνει κάποια ανάλυσή τους στο κείμενο αυτό, εκτός αν κρίνεται απαραίτητο.

Στην ενότητα αυτή θα δούμε μια σύντομη επισκόπηση των κεφαλαίων και της δομής της εργασίας αυτής. Στο Κεφάλαιο 1, γίνεται μια αναφορά στο περιβάλλον LabVIEW, καθώς δεν αποτελεί μια κλασική, δομική γλώσσα προγραμματισμού.

Το Κεφάλαιο 2, ασχολείται με τους PID ελεγκτές, την ιστορική τους εξέλιξη καθώς και τις αρχές που διέπουν τη λειτουργία τους.

Στο Κεφάλαιο 3, αναλύονται με λεπτομέρεια οι τεχνικές ρύθμισης που χρησιμοποιήθηκαν για την υλοποίηση του συγκεκριμένου ελεγκτή. Επίσης, αναλύονται τα προβλήματα και οι περιορισμοί που καθιστούν τη ρύθμιση ενός, κατά τα άλλα, απλού ελεγκτή, δύσκολη υπόθεση.

Στο Κεφάλαιο 4, παρουσιάζεται η θεωρία της “Relay” μεθόδου που χρησιμοποιείται για την αυτόματη ρύθμιση του ελεγκτή καθώς και το πρόγραμμα που αποτελεί τον PID ελεγκτή. Γίνεται εκτενής χρήση εικόνων, τόσο του εποπτικού πάνελ όσο και του λειτουργικού διαγράμματος κάθε συνάρτησης που υλοποιεί διαφορετική λειτουργία. Επίσης, σχολιάζεται η λογική πίσω από κάθε σχεδιαστική επιλογή και οι λόγοι που οδήγησαν σε

αυτή.

Στο Κεφάλαιο 5, παρουσιάζονται τα συστήματα που έχουν επιλεχθεί να προσομοιωθούν και τα αποτελέσματα της κάθε προσομοίωσης με γραφικό τρόπο. Τα συμπεράσματα που απορρέουν από τον έλεγχο του κάθε συστήματος και την επίδοση του αυτο-ρυθμιζόμενου PID ελεγκτή σχολιάζονται σε βάθος. Έτσι, καθίσταται εμφανές ποιες είναι οι δυνατότητες και ποιοι οι περιορισμοί του αυτο-ρυθμιζόμενου PID ελεγκτή μέσα από την εφαρμογή του σε κλασικά συστήματα αυτομάτου ελέγχου.

Στο τέλος της εργασίας παρουσιάζεται η Βιβλιογραφία. Στην ενότητα αυτή μπορεί να ανατρέξει ο αναγνώστης για να δει περισσότερες πληροφορίες για τεχνικές που αναφέρονται στο κείμενο ή για μια πιο ολοκληρωμένη και σε βάθος μαθηματική ανάλυση των μεθόδων και των συστημάτων που χρησιμοποιούνται.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ

# 1

## LABVIEW

### 1.1 Εισαγωγή στο LabVIEW

**T**ο λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε για την υλοποίηση αυτής της εργασίας είναι το LabVIEW από την εταιρία National Instruments (NI). Συνεπώς, κρίνεται χρήσιμη μια σύντομη αναφορά σε αυτό και στον τρόπο που λειτουργεί. Το LabVIEW (*Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench*) είναι ένα περιβάλλον ανάπτυξης για μία οπτική γλώσσα προγραμματισμού. Σε αντίθεση με τα κοινά προγραμματιστικά περιβάλλοντα, στο LabVIEW δε χρησιμοποιείται κώδικας για να γραφτούν οι εντολές που θα εκτελεστούν αλλά γραφικά όπως κουτιά και σύμβολα. Για παράδειγμα, υπάρχουν πολλές οπτικές γλώσσες, που είναι γνωστές σαν γλώσσες ροής δεδομένων (*dataflow*), που βασίζονται στην ιδέα "τετράγωνα και βέλη" ("*boxes and arrows*"), όπου τα τετράγωνα (ή άλλου τύπου αντικείμενα) της οθόνης θεωρούνται οντότητες που συνδέονται από βέλη, γραμμές ή ακμές, που αναπαριστούν σχέσεις μεταξύ τους.

#### 1.1.1 Dataflow Programming

Η οπτική γλώσσα προγραμματισμού του LabVIEW ονομάζεται "G" και βασίζεται στη λογική του προγραμματισμού ροής δεδομένων που αναφέρθηκε προηγουμένως. Αυτό σημαίνει ότι αν υπάρχουν αρκετά δεδομένα διαθέσιμα σε μία συνάρτηση ή ένα σύνολο συναρτήσεων (*subVI*), τότε αυτή η συνάρτηση ή το *subVI* θα εκτελεστεί. Η ροή της εκτέλεσης του προγράμματος καθορίζεται από τη δομή ενός λειτουργικού διαγράμματος (*block diagram*), που στην ουσία αποτελεί τον πηγαίο κώδικα του LabVIEW.

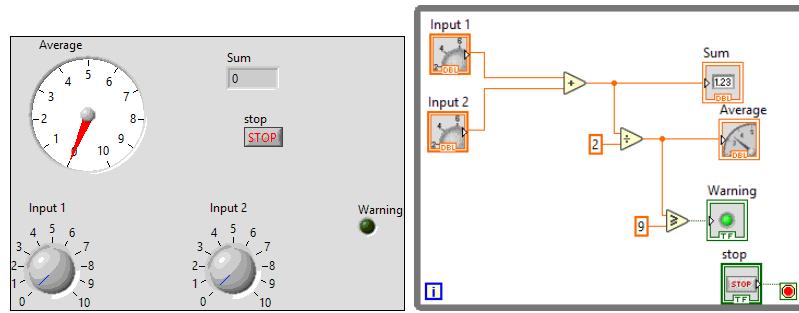
Σε αυτό ο προγραμματιστής συνδέει διαφορετικές λειτουργίες (*functions*) τραβώντας καλώδια. Αυτά τα καλώδια διαδίδουν τις μεταβλητές και κάθε λειτουργία μπορεί να εκτελεστεί μόλις όλα τα δεδομένα στην είσοδο της είναι διαθέσιμα. Δεδομένου ότι αυτό μπορεί να συμβαίνει για πολλαπλές λειτουργίες ταυτόχρονα, το LabVIEW μπορεί να εκτελεστεί εγγενώς παράλληλα.

### 1.1.2 Graphical Programming

To LabVIEW ενσωματώνει τη δημιουργία διεπαφών χρήστη, που ονομάζονται εποπτικά πάνελ (*front panels*). Ένα πρόγραμμα που έχει γραφτεί σε γλώσσα LabVIEW ονομάζεται εικονικό όργανο (*VI*). Κάθε VI διαθέτει τρία στοιχεία: ένα block diagram, ένα front panel και ένα πάνελ σύνδεσης (*connection panel*). Το τελευταίο χρησιμοποιείται για να αντιπροσωπεύει το VI στα block diagrams άλλων, καλώντας το VI. Το front panel κατασκευάζεται με χειριστήρια (*controls*) και δείκτες (*indicators*). Τα controls είναι είσοδοι: επιτρέπουν σε ένα χρήστη να παρέχει πληροφορίες στο VI. Τα indicators είναι έξοδοι: υποδηλώνουν ή εμφανίζουν τα αποτελέσματα με βάση τις εισόδους που δίδονται στο VI. Το block diagram, περιέχει τον γραφικό πηγαίο κώδικα. Όλα τα αντικείμενα που τοποθετούνται στο front panel εμφανίζονται στο block diagram ως τερματικά (*terminals*). Το block diagram περιέχει επίσης δομές και λειτουργίες οι οποίες εκτελούν εργασίες στα controls και παρέχουν δεδομένα στα indicators. Οι δομές και οι λειτουργίες βρίσκονται στην παλέτα λειτουργιών και μπορούν να τοποθετηθούν στο block diagram. Οι συλλογικοί έλεγχοι, οι δείκτες, οι δομές και οι λειτουργίες θα αναφέρονται ως κόμβοι. Οι κόμβοι συνδέονται μεταξύ τους με τη χρήση καλωδίων, π.χ. δύο controls και μια ενδεικτική λυχνία μπορούν να συνδεθούν με τη χρήση της λειτουργίας προσθήκης (*addition function*) έτσι ώστε η ένδειξη να εμφανίζει το άθροισμα των δύο controls. Έτσι, ένα VI μπορεί να λειτουργήσει είτε ως πρόγραμμα, με το front panel να λειτουργεί ως διεπαφή χρήστη, είτε, να χρησιμοποιηθεί ως κόμβος στο block diagram. Αυτό σημαίνει ότι κάθε VI μπορεί εύκολα να δοκιμαστεί πριν να ενσωματωθεί ως υπορουτίνα σε ένα μεγαλύτερο πρόγραμμα.

Η γραφική προσέγγιση επιτρέπει επίσης στους μη προγραμματιστές να χτίσουν προγράμματα με μεταφορά και απόθεση εικονικών αναπαραστάσεων του εργαστηριακού εξοπλισμού με τον οποίο είναι ήδη εξοικειωμένοι. Το περιβάλλον προγραμματισμού LabVIEW, με τα παραδείγματα και την τεκμηρίωση που περιλαμβάνονται, καθιστά απλή τη δημιουργία μικρών εφαρμογών. Αυτό είναι ένα πλεονέκτημα από τη μια πλευρά, αλλά υπάρχει επίσης ο κίνδυνος να υποτιμηθεί η εμπειρογνωμοσύνη που απαιτείται για τον προγραμματισμό “G” υψηλής ποιότητας. Για σύνθετους αλγορίθμους ή κώδικα μεγάλης κλίμακας, είναι σημαντικό ο προγραμματιστής να έχει εκτεταμένη γνώση της σύνταξης του LabVIEW και της τοπολογίας της διαχείρισης μνήμης της. Τα πιο εξελιγμένα συστήματα ανάπτυξης LabVIEW προσφέρουν τη δυνατότητα δημιουργίας αυτόνομων εφαρμο-

γών. Επιπλέον, είναι δυνατή η δημιουργία κατανεμημένων εφαρμογών, οι οποίες επικοινωνούν με ένα μοντέλο πελάτη – εξυπηρετητή και έτσι είναι ευκολότερο να εφαρμοστούν λόγω της εγγενώς παράλληλης φύσης της προγραμματιστικής γλώσσας “G”. Ένα τυπικό περιβάλλον προγραμματισμού στο LabVIEW φαίνεται στο σχήμα 1.1



Σχήμα 1.1: Παράθυρα front panel και block diagram



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ

# 2

## PID ΕΛΕΓΚΤΕΣ

### 2.1 Εισαγωγή στους PID ελεγκτές

**Ε**ΝΑΣ αναλογικός – ολοκληρωτικός – διαφορικός ελεγκτής (*proportional – integral – derivative controller*) ή όπως είναι πιο γνωστός *PID controller*, είναι ένας μηχανισμός ανάδρασης (*feedback*) βρόχου ελέγχου (*control loop*) που χρησιμοποιείται ευρέως σε βιομηχανικά συστήματα ελέγχου καθώς και σε μια ποικιλία άλλων εφαρμογών που απαιτούν συνεχή έλεγχο. Η διαδικασία λειτουργίας είναι κοινή για όλους τους ελεγκτές αυτού του είδους. Ένας PID ελεγκτής υπολογίζει συνεχώς μια τιμή σφάλματος  $e(t)$  ως διαφορά μεταξύ μιας επιθυμητής τιμής ρύθμισης (*setpoint* ή *SP*) και μεταξύ μιας μεταβλητής της διαδικασίας ύπο τέλεγχο (*process value* ή *PV*) και εφαρμόζει μια διόρθωση βασισμένη στον αναλογικό, ολοκληρωτικό και διαφορικό όρο του ( $P$ ,  $I$ ,  $D$  αντίστοιχα) οι οποίοι δίνουν και στον ελεγκτή το όνομά του.

Στην πράξη, εφαρμόζει αυτόματα ακριβή διόρθωση σε μια λειτουργία ελέγχου. Ένα καθημερινό παράδειγμα είναι ο έλεγχος ταχύτητας σε οδικό όχημα, όπου εξωτερικές επιδράσεις, όπως η αντίσταση του αέρα, θα προκαλούσαν αλλαγές στην ταχύτητα του οχήματος. Ο αλγόριθμος PID επαναφέρει την ταχύτητα του αυτοκινήτου στην επιθυμητή, από τον οδηγό, τιμή της ελέγχοντας την ισχύ εξόδου του κινητήρα του οχήματος.

### 2.1.1 Ιστορική αναδρομή

#### Προέλευση

Ο συνεχής έλεγχος, προτού καταστούν πλήρως κατανοητοί και εφαρμόσιμοι οι ελεγκτές PID, έχει μία από τις πηγές του στον φυγοκεντρικό ρυθμιστή ο οποίος χρησιμοποιεί περιστρεφόμενα βάρη για να ελέγξει μια διαδικασία. Αυτό είχε εφευρεθεί από τον Christian Huygens τον 17<sup>ο</sup> αιώνα για να ρυθμίσει το χάσμα μεταξύ των μυλόπετρων στους ανεμόμυλους ανάλογα με την ταχύτητα περιστροφής και έτσι να αντισταθμίσει την μεταβλητή ταχύτητα της τροφοδότησης των σιτηρών.

Με την εφεύρεση της σταθερής ατμομηχανής υψηλής πίεσης, υπήρχε ανάγκη για αυτόματο έλεγχο ταχύτητας και ο αυτοδιαμορφωμένος ρυθμιστής “κωνικού εκκρεμούς” του James Watt, ένα σύνολο περιστρεφόμενων χαλύβδινων σφαιρών προσαρτημένων σε κάθετο άξονα με βραχίονες σύνδεσης, έγινε πρότυπο της βιομηχανίας.

Ωστόσο, ο περιστρεφόμενος έλεγχος ταχύτητας του ρυθμιστή εξακολουθούσε να είναι μεταβλητός υπό συνθήκες μεταβαλλόμενου φορτίου, και έτσι το μειονέκτημα του ελέγχου που πλέον είναι γνωστός ως αναλογικός έλεγχος έγινε προφανές. Το σφάλμα μεταξύ της επιθυμητής ταχύτητας και της πραγματικής ταχύτητας αυξανόταν με την αύξηση του φορτίου. Τον 19<sup>ο</sup> αιώνα, η θεωρητική βάση για τη λειτουργία των ρυθμιστών περιγράφηκε για πρώτη φορά από τον James Clerk Maxwell το 1868. Αυτός εξερεύνησε τη μαθηματική βάση για τη σταθερότητα του ελέγχου και προχώρησε σε έναν καλό δρόμο προς μια λύση, αλλά έκανε μια έκκληση σε μαθηματικούς να εξετάσουν το πρόβλημα. Το πρόβλημα εξετάστηκε περαιτέρω από τον Edward Routh το 1874, τον Charles Sturm και το 1895 από τον Adolf Hurwitz, που όλοι συνέβαλαν στην καθιέρωση κριτηρίων σταθερότητας ελέγχου. Στην πράξη, οι ρυθμιστές ταχύτητας βελτιώθηκαν περαιτέρω, κυρίως από τον αμερικανικό επιστήμονα Willard Gibbs, ο οποίος το 1872 ανέλυσε θεωρητικά τον κωνικό κυβερνήτη εκκρεμούς του Watt.

Περίπου εκείνη την εποχή, η εφεύρεση της τορπίλης Whitehead έθεσε ένα πρόβλημα ελέγχου το οποίο απαιτούσε ακριβή έλεγχο του βάθους λειτουργίας. Η χρήση μόνο ενός αισθητήρα πίεσης βάθους αποδείχθηκε ανεπαρκής και έτσι ένα εκκρεμές που μετρούσε το εμπρόσθιο και οπίσθιο βήμα της τορπίλης συνδυάστηκε με τη μέτρηση βάθους για να γίνει ο έλεγχος εκκρεμούς και υδροστάτη (*pendulum-and-hydrostat control*). Ο έλεγχος πίεσης παρείχε μόνο αναλογικό έλεγχο, ο οποίος, αν το κέρδος ελέγχου ήταν πολύ υψηλό, θα καθιστούσε το σύστημα ασταθές και θα οδηγούσε σε υπερακόντιση, με σημαντική αστάθεια στη διατήρηση βάθους. Το εκκρεμές προσέθεσε αυτό που είναι τώρα γνωστό ως διαφορικός έλεγχος (*derivative control*), το οποίο εξασθένισε τις ταλαντώσεις ανιχνεύοντας τη γωνία κατάδυσης / ανόδου της τορπίλης και επομένως τον ρυθμό μεταβολής του βάθους. Αυτή η εξέλιξη (που ονομάστηκε από το Whitehead ως “Το Μυστικό” για να μην δώσει καμιά ένδειξη για τη δράση της) ήταν

περίπου το 1868.

Ένα άλλο πρώιμο παράδειγμα ελεγκτή τύπου PID αναπτύχθηκε από τον Elmer Sperry το 1911 για την πλοϊγηση πλοίων, αν και το έργο του ήταν διαισθητικό και όχι μαθηματικό.

Η πρώτη θεωρητική ανάλυση και πρακτική εφαρμογή αφορούσε το αυτόματο σύστημα πλοϊγησης πλοίων, το οποίο αναπτύχθηκε από τις αρχές της δεκαετίας του 1920 και μετά από τον μηχανικό Nicolas Minorsky. Ο Minorsky ερευνούσε και σχεδίαζε την αυτόματη καθοδήγηση πλοίων για το Πολεμικό Ναυτικό των ΗΠΑ και βάσισε την ανάλυσή του στις παρατηρήσεις ενός πηδαλιούχου. Σημείωσε ότι ο πηδαλιούχος κατεύθυνε το πλοίο με βάση όχι μόνο το τρέχον σφάλμα πορείας, αλλά και το λάθος του παρελθόντος, καθώς και τον τρέχοντα ρυθμό αλλαγής. Αυτό μοντελοποιήθηκε μαθηματικά από τον Minorsky. Ο στόχος του ήταν η σταθερότητα, όχι ο γενικός έλεγχος, ο οποίος απλοποίησε σημαντικά το πρόβλημα. Ενώ ο αναλογικός έλεγχος παρείχε σταθερότητα έναντι μικρών διαταραχών, ήταν ανεπαρκής για να αντιμετωπίσει μια σταθερή διαταραχή (λόγω σφάλματος μόνιμης κατάστασης), η οποία απαιτούσε την προσθήκη του ολοκληρωτικού όρου. Τέλος, ο διαφορικός όρος προστέθηκε για να βελτιώσει τη σταθερότητα και τον έλεγχο.

Διεξήχθησαν δοκιμές στο USS New Mexico, με τον ελεγκτή να ελέγχει τη γωνιακή ταχύτητα (όχι τη γωνία) του πηδαλίου. Ο έλεγχος PI απέδωσε σταθερή στροφή (γωνιακό σφάλμα)  $\pm 2^\circ$ . Η προσθήκη του διαφορικού όρου οδήγησε σε σφάλμα εκτροπής  $\pm 1/6^\circ$ , καλύτερα από ότι θα μπορούσαν να επιτύχουν οι περισσότεροι πηδαλιούχοι.

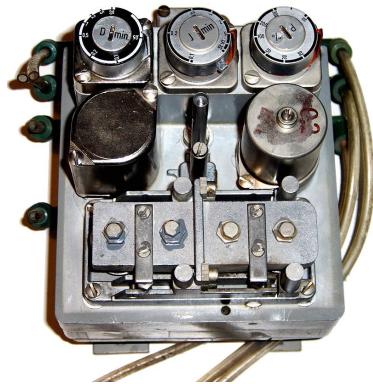
Το Πολεμικό Ναυτικό τελικά δεν υιοθέτησε το σύστημα, λόγω της αντίστασης του προσωπικού. Παρόμοια εργασία πραγματοποιήθηκε και δημοσιεύθηκε από αρκετούς άλλους τη δεκαετία του 1930.

## Βιομηχανικός έλεγχος

Η ευρεία χρήση των ελεγκτών ανάδρασης δεν κατέστη εφικτή μέχρις ότου αναπτύχθηκαν ενισχυτές υψηλού κέρδους και μεγάλης ζώνης (wideband high-gain amplifiers) για να χρησιμοποιηθεί η έννοια της αρνητικής ανάδρασης. Αυτοί είχαν αναπτυχθεί στην ηλεκτρονική τηλεφωνική μηχανική από τον Harold Black στα τέλη της δεκαετίας του 1920, αλλά δεν δημοσιεύθηκαν μέχρι το 1934. Ανεξάρτητα, ο Clesson E Mason της εταιρείας Foxboro, το 1930, εφήρε έναν ευρείας ζώνης πνευματικό ελεγκτή, συνδυάζοντας τον πνευματικό ενισχυτή με ακροφύσιο και πτερούγιο υψηλού κέρδους, που είχε εφευρεθεί το 1914, με αρνητική ανάδραση από την έξοδο του ελεγκτή. Αυτό αύξησε δραματικά το γραμμικό εύρος λειτουργίας του ακροφυσίου και του ενισχυτή πτερυγίου και ο ολοκληρωμένος έλεγχος μπορούσε επίσης να προστεθεί με τη χρήση μιας βαλβίδας εξαέρωσης ακριβείας και ενός φυσητήρα. Το αποτέλεσμα ήταν ο ελεγκτής “Stabilog” ο οποίος έδωσε αναλογικές και ολοκληρωμένες λειτουργίες χρη-

σιμοποιώντας ανατροφοδοτούμενους φυσητήρες. Αργότερα ο διαφορικός όρος προστέθηκε από ένα άλλο φυσητήρα και ρυθμιζόμενο στόμιο.

Από το 1932 και μετά, η χρήση ευρυζωνικών ελεγκτών αυξήθηκε ραγδαία σε ποικίλες εφαρμογές ελέγχου. Ο πεπιεσμένος αέρας χρησιμοποιήθηκε τόσο για την παραγωγή της εξόδου του ελεγκτή όσο και για την τροφοδοσία της συσκευής διαμόρφωσης της διαδικασίας, όπως μια βαλβίδα ελέγχου που λειτουργεί με διαφράγματα. Ήταν απλές συσκευές χαμηλής συντήρησης που λειτουργούσαν καλά σε σκληρό βιομηχανικό περιβάλλον και δεν παρουσίαζαν κίνδυνο έκρηξης σε επικίνδυνες τοποθεσίες. Ήταν το βιομηχανικό πρότυπο για πολλές δεκαετίες μέχρι την εμφάνιση διακριτών ηλεκτρονικών ελεγκτών και κατανεμημένων συστημάτων ελέγχου.



Σχήμα 2.1: Πνευματικός ελεγκτής PID. Οι συντελεστές των τριών όρων P, I και D ρυθμίζονται από τους διακόπτες στην κορυφή

Στη δεκαετία του 1950, όταν οι ηλεκτρονικοί ενισχυτές υψηλού κέρδους έγιναν φτηνοί και αξιόπιστοι, οι ηλεκτρονικοί ελεγκτές PID έγιναν δημοφιλείς και χρησιμοποιήθηκαν σήματα ρεύματος βρόχου  $4 - 20 \text{ mA}$  τα οποία εξομοίωναν το πνευματικό πρότυπο. Ωστόσο, οι ενεργοποιητές πεδίου (field actuators) εξακολουθούν να χρησιμοποιούν ευρέως το πνευματικό πρότυπο λόγω των πλεονεκτημάτων της πνευματικής κινητήριας δύναμης για τις βαλβίδες ελέγχου στα περιβάλλοντα των μονάδων επεξεργασίας.

### Ηλεκτρονικοί αναλογικοί ελεγκτές

Οι ηλεκτρονικοί αναλογικοί βρόχοι ελέγχου PID βρίσκονταν συχνά μέσα σε πιο σύνθετα ηλεκτρονικά συστήματα, όπως για παράδειγμα η τοποθέτηση της κεφαλής μιας μονάδας σκληρού δίσκου, η ρύθμιση της ισχύος ενός τροφοδοτικού ή ακόμα και το κύκλωμα ανίχνευσης κίνησης ενός σύγχρονου σεισμομέτρου. Οι διακριτοί ηλεκτρονικοί αναλογικοί ελεγκτές έχουν αντικατασταθεί σε μεγάλο βαθμό από φηφιακούς ελεγκτές που χρησιμοποιούν μικροελεγκτές ή FPGA, για την εφαρμογή αλγορίθμων PID. Ωστόσο, διακριτοί αναλογικοί ελεγκτές PID εξακολουθούν να χρησιμοποιούνται σε εξειδικευμένες εφαρμογές που απαιτούν απόδοση υψηλού

εύρους ζώνης και χαμηλού θορύβου, όπως ελεγκτές με λέιζερ – δίοδο.

### 2.1.2 Χρησιμότητα PID ελεγκτών

Ο PID ελεγκτής έχει διάφορα σημαντικά χαρακτηριστικά: παρέχει ανατροφοδότηση ελέγχου, έχει την ικανότητα να εξαλείφει το σφάλμα μόνιμης κατάστασης (*steady – state error*) μέσω του ολοκληρωτικού του όρου, μπορεί να προβλέπει το μελλοντικό σφάλμα μέσω του διαφορικού του όρου. Οι PID ελεγκτές παρέχουν ικανοποιητικό έλεγχο σε πολλά προβλήματα ελέγχου, ειδικά όταν οι δυναμικές που διέπουν τη διεργασία είναι ήπιες και οι απαιτήσεις ελέγχου μέτριες. Οι ελεγκτές αυτού του είδους έρχονται σε αρκετές διαφορετικές μορφές όπως για παράδειγμα αυτόνομα συστήματα μέσα σε κουτιά για έναν ή περισσότερους βρόχους και παράγονται εκατοντάδες χιλιάδες PID ελεγκτές κάθε χρόνο. Ο PID έλεγχος είναι σημαντικό στοιχείο ενός κατανεμημένου συστήματος ελέγχου. Οι ελεγκτές είναι επίσης ενσωματωμένοι σε πολλά, ειδικού σκοπού, συστήματα ελέγχου. Στον έλεγχο διεργασιών (*process control*), η συντριπτική πλειοψηφία των βρόχων ελέγχου είναι PID τύπου (οι περισσότεροι βρόχοι είναι στην πραγματικότητα PI ελέγχου).

Η δημοτικότητα του PID οφείλεται σε μεγάλο βαθμό στην ευκολία εφαρμογής και την αποτελεσματικότητά του. Το κίνητρο για τη χρήση του PID προέρχεται από την αποδοτικότητα του κόστους υλοποίησής του: ο ελεγκτής PID σπάνια αποτελεί ένα βέλτιστο ελεγκτή αλλά είναι αρκετά καλός στις περισσότερες περιπτώσεις και έτσι το πρόσθετο κόστος και η πολυπλοκότητα ενός βέλτιστου ελεγκτή δεν αξίζουν την οριακή αύξηση στην απόδοση. Επιπλέον, ο έλεγχος PID δεν απαιτεί βαθιά κατανόηση των υποκείμενων λειτουργιών μιας διαδικασίας. Το μόνο που έχει σημασία είναι ότι μερικές μετρούμενες μεταβλητές της διαδικασίας να μπορούν να επηρεαστούν έντονα από ορισμένες ελεγχόμενες μεταβλητές. Επίσης ένας PID ελεγκτής μπορεί εύκολα να μεταφερθεί από διεργασία σε διεργασία. Το μόνο που χρειάζεται είναι να προσαρμοστούν τα κέρδη των όρων του και τα όρια της εξόδου του έτσι ώστε να ταιριάζουν στην καινούρια διεργασία. Είναι, συνεπώς, ένα σημαντικό στοιχείο στην εργαλειοθήκη κάθε μηχανικού ελέγχου.

Οι PID ελεγκτές έχουν επιβιώσει πολλές αλλαγές στην τεχνολογία πηγαίνοντας από τη χρήση πνευματικών συστημάτων στη χρήση μικροεπεξεργαστών μέσω ηλεκτρονικών σωλήνων, τρανζίστορ, ολοκληρωμένων κυκλωμάτων. Οι μικροεπεξεργαστές είχαν μεγάλη επίδραση στους PID ελεγκτές. Βασικά όλοι οι PID ελεγκτές σήμερα κατασκευάζονται με τη χρήση μικροεπεξεργαστών. Αυτό έδωσε τη δυνατότητα να συμπεριληφθούν επιπλέον χαρακτηριστικά στους PID ελεγκτές, όπως η αυτόματη ρύθμισή τους που υλοποιείται σε αυτή την εργασία.

## 2.2 Αρχές λειτουργίας

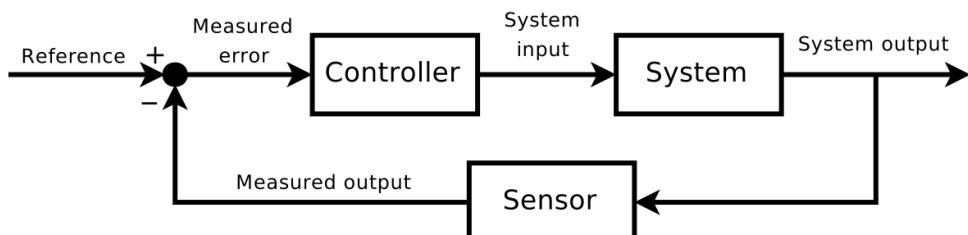
**O** PID ελεγκτής είναι, κατά πολύ, ο πιο κοινός αλγόριθμος ελέγχου. Οι περισσότεροι βρόχοι ανάδρασης ελέγχονται από αυτόν τον αλγόριθμο ή από διαφοροποιήσεις του. Συνεπώς ο έλεγχος αυτός έχει διάφορους τρόπους με τους οποίους μπορεί να αντιμετωπιστεί. Μπορεί να θεωρείται ως συσκευή η οποία λειτουργεί με κάποιους εμπειρικούς κανόνες ή μπορεί και να προσεγγιστεί αναλυτικά. Σε αυτή την ενότητα θα παρουσιαστούν ο βασικός αλγόριθμος καθώς και οι μηχανισμοί που διέπουν τη λειτουργία του PID ελεγκτή. Καθώς αυτή η ενότητα αποτελεί μια σύντομη εισαγωγή στη θεωρία του PID ελεγκτή, η ανάλυση που θα γίνει είναι σύντομη και απαιτεί το ελάχιστο μαθηματικό υπόβαθρο.

### 2.2.1 Η Ανάδραση

Όπως οι περισσότεροι ελεγκτές, έτσι και ο PID, βασίζεται στην έννοια της ανατροφοδότησης ή ανάδρασης. Συνεπώς αξίζει να γίνει μια σύντομη αναφορά στο τι είναι ανάδραση και πώς λειτουργεί. Η ανάδραση είχε μεγάλη επιρροή στην εξέλιξη της τεχνολογίας σε διάφορα πεδία, μεταξύ αυτών και ο αυτόματος έλεγχος. Χάριν απλότητας, ας υποθέσουμε ότι σε μία διαδικασία, αν αυξηθεί η έξοδος του ελεγκτή (σήμα ελέγχου) τότε θα αυξηθεί και η τιμή της μεταβλητής της διαδικασίας που μας ενδιαφέρει (ελεγχόμενη μεταβλητή). Με αυτό το σκεπτικό, η ανάδραση μπορεί να περιγραφεί ως:

Αύξησε το σήμα ελέγχου όταν η ελεγχόμενη μεταβλητή είναι χαμηλότερη από την επιθυμητή τιμή και μείωσε το σήμα ελέγχου όταν η ελεγχόμενη μεταβλητή είναι μεγαλύτερη από την επιθυμητή τιμή.

Αυτού του είδους η ανάδραση ονομάζεται αρνητική (*negative feedback*) γιατί το σήμα ελέγχου κινείται αντίθετα από την ελεγχόμενη μεταβλητή. Το Σχήμα 2.2 δείχνει ένα τυπικό παράδειγμα αρνητικής ανάδρασης. Ο λόγος που η αρνητική ανάδραση είναι τόσο σημαντική είναι επειδή κάνει την ελεγχόμενη μεταβλητή να πλησιάζει την επιθυμητή τιμή, παρά την ύπαρξη διαταραχών και διακυμάνσεων στα χαρακτηριστικά της διεργασίας.



Σχήμα 2.2: Δομικό διάγραμμα μιας διεργασίας με αρνητική ανάδραση

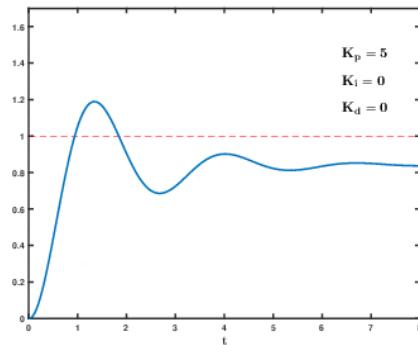
### 2.2.2 Αναλογικός Όρος

Ο αναλογικός όρος παράγει ένα σήμα εξόδου το οποίο είναι ανάλογο στην τρέχουσα τιμή του σφάλματος. Αυτό επιτυγχάνεται πολλαπλασιάζοντας το σφάλμα  $e(t) = y_{sp} - y$  με ένα συντελεστή  $K_p$  που ονομάζεται αναλογικό κέρδος (*proportional gain*). Ο αναλογικός όρος συνεπώς δίνεται από τη σχέση:

$$P_{out} = K_p e(t) \quad (2.1)$$

Ένα υψηλό αναλογικό κέρδος έχει ως αποτέλεσμα μια μεγάλη αλλαγή στην έξοδο για μια δεδομένη αλλαγή στο σφάλμα. Εάν το αναλογικό κέρδος είναι πολύ υψηλό, το σύστημα μπορεί να γίνει ασταθές. Αντιθέτως, ένα μικρό κέρδος έχει ως αποτέλεσμα μια μικρή απόκριση εξόδου σε ένα μεγάλο σφάλμα εισόδου και έναν λιγότερο ανταποκρίσιμο ή λιγότερο ευαίσθητο ελεγκτή. Αν το αναλογικό κέρδος είναι πολύ μικρό όταν οφείλεται σε διαταραχές του συστήματος. Στις περισσότερες εφαρμογές ελέγχου, ο αναλογικός όρος είναι αυτός που συνεισφέρει το μεγαλύτερο μέρος στην έξοδο του ελεγκτή.

Επειδή ο αναλογικός όρος επιδρά στην τρέχουσα τιμή του σφάλματος, ένας αναλογικός ελεγκτής πάντα παρουσιάζει ένα σφάλμα μόνιμης κατάστασης. Εξαίρεση αποτελεί η περίπτωση που η επιθυμητή τιμή είναι η τιμή στην οποία ο αναλογικός όρος ισούται με το μηδέν. Στο Σχήμα 2.3 φαίνεται η επίδραση μόνο του αναλογικού όρου σε μια διεργασία. Για την εξάλειψη του σφάλματος μόνιμης κατάστασης χρησιμοποιούμε τον όρο που αναφέρεται στη συνέχεια.



Σχήμα 2.3: Επίδραση του αναλογικού όρου σε μια διεργασία

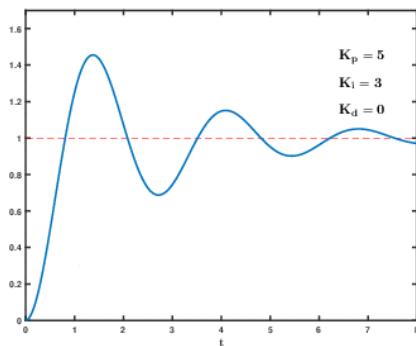
### 2.2.3 Ολοκληρωτικός Όρος

Η συμβολή του ολοκληρωτικού όρου είναι ανάλογη τόσο με το μέγεθος του σφάλματος όσο και με τη διάρκεια του. Το ολοκλήρωμα στον τύπο ενός ελεγκτή PID είναι το άθροισμα του στιγμιαίου σφάλματος με την πάροδο του χρόνου και δίνει τη συσσωρευμένη μετατόπιση που θα έπρεπε

να είχε διορθωθεί προηγουμένως. Το συσσωρευμένο σφάλμα στη συνέχεια πολλαπλασιάζεται με το ολοκληρωτικό κέρδος  $K_i$  και προστίθεται στην έξοδο του ελεγκτή. Ο ολοκληρωτικός όρος δίνεται από τη σχέση:

$$I_{out} = K_i \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (2.2)$$

όπου  $t$  είναι η μεταβλητή ολοκλήρωσης και παίρνει τιμές από το 0 έως την τρέχουσα χρονική στιγμή  $t$ . Έτσι, αν η εφαρμοζόμενη δράση δεν είναι αρκετή για να φέρει το σφάλμα στο μηδέν, αυτή η δράση θα αυξηθεί με το πέρασμα του χρόνου. Επίσης ο ολοκληρωτικός όρος επιταχύνει την κίνηση της ελεγχόμενης μεταβλητής προς την επιθυμητή τιμή. Ένας καθαρά ολοκληρωτικός ελεγκτής “I” θα μπορούσε να φέρει το σφάλμα στο μηδέν, ωστόσο θα είχε πολύ αργή αντίδραση στην αρχή (επειδή η δράση θα ήταν μικρή, και θα χρειαζόταν χρόνο για να γίνει σημαντική), βίαιη (η δράση αυξάνεται όσο το σφάλμα είναι θετικό, ακόμη και αν το σφάλμα έχει αρχίσει να πλησιάζει το μηδέν) και αργή να τελειώσει (όταν το σφάλμα αλλάζει πρόσημο, αυτό για κάποιο χρονικό διάστημα μόνο θα μειώνει τη δύναμη της δράσης του ελεγκτή και δε θα το κάνει να αλλάζει και αυτή πρόσημο), προκαλώντας υπερακόντιση και ταλαντώσεις. Επιπλέον, θα μπορούσε να προκαλέσει το σύστημα να αποκριθεί ακόμα και αν υπάρχει ήδη μηδενικό σφάλμα καθώς θυμάται ότι το σύστημα είχε σφάλμα και έτσι θα μπορούσε να προκαλέσει μια ενέργεια όταν αυτή δεν είναι απαραίτητη. Το Σχήμα 2.4 δείχνει πώς η προσθήκη ενός ολοκληρωτικού όρου εξαλείφει το σφάλμα μόνιμης κατάστασης που δεν κατάφερε να εξαλείψει ο αναλογικός όρος αλλά ταυτόχρονα εισάγει ταλαντώσεις στο σύστημα.



Σχήμα 2.4: Εφαρμογή του ολοκληρωτικού όρου στην προηγούμενη απόκριση κρατώντας το αναλογικό κέρδος σταθερό

#### 2.2.4 Διαφορικός Όρος

Η παράγωγος του σφάλματος της διαδικασίας υπολογίζεται καθορίζοντας την κλίση του σφάλματος με την πάροδο του χρόνου. Το μέγεθος

της συμβολής του διαφορικού όρου στη συνολική δράση ελέγχου ονομάζεται διαφορικό κέρδος (*derivative gain*),  $K_d$ . Ο διαφορικός όρος δίνεται από τη σχέση:

$$D_{out} = K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.3)$$

Ένας διαφορικός όρος δεν λαμβάνει υπόψιν του το σφάλμα (αυτό σημαίνει ότι δεν μπορεί να το φτάσει στο μηδέν: ένας καθαρά διαφορικός ελεγκτής “D” δεν μπορεί να φέρει το σύστημα στην επιθυμητή τιμή του), αλλά το ρυθμό αλλαγής του σφάλματος, προσπαθώντας να φέρει αυτόν τον ρυθμό στο μηδέν. Στόχος του είναι η τροχιά του σφάλματος να γίνει μια οριζόντια γραμμή, αποσβένοντας την εφαρμοζόμενη δύναμη και μειώνοντας έτσι την υπερακόντιση. Η εφαρμογή υπερβολικής ώθησης όταν το σφάλμα είναι μικρό και συνεχίζει να μειώνεται θα οδηγήσει σε υπερακόντιση. Μετά την υπερακόντιση, αν ο ελεγκτής εφαρμόσει μια μεγάλη διόρθωση στην αντίθετη κατεύθυνση και επανελημμένα υπερβεί την επιθυμητή θέση, η έξοδος θα ταλαντώνεται γύρω από την επιθυμητή τιμή. Εάν το πλάτος των ταλαντώσεων αυξάνεται με το χρόνο, το σύστημα είναι ασταθές. Εάν μειώνεται, το σύστημα είναι ευσταθές. Εάν οι ταλαντώσεις διατηρούν σταθερό πλάτος, το σύστημα είναι οριακά ευσταθές. Ο διαφορικός όρος προβλέπει τη συμπεριφορά του συστήματος και επομένως βελτιώνει τον χρόνο που απαιτείται για να ηρεμήσει το σύστημα (*settling time*) καθώς και τη σταθερότητα του συστήματος.

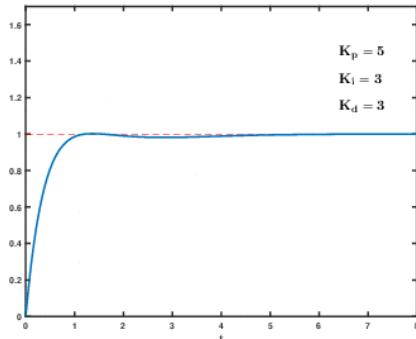
Ένα ιδανικός διαφορικός ελεγκτής δεν είναι αιτιατός, και έτσι οι εφαρμογές των PID ελεγκτών περιλαμβάνουν ένα πρόσθετο φίλτρο χαμηλής διέλευσης (*lowpass filter*) για τον διαφορικό όρο για να περιορίσουν το κέρδος και το θόρυβο υψηλής συχνότητας. Ο διαφορικός όρος χρησιμοποιείται πολύ πιο σπάνια στην πράξη από τους άλλους δύο όρους (P και I), λόγω της μεταβλητής επίδρασής του στη σταθερότητα του συστήματος σε πραγματικές εφαρμογές. Το Σχήμα 2.5 δείχνει πώς βελτιώθηκε η συνολική απόκριση του συστήματος και εξαλείφθηκαν οι ταλαντώσεις που είχε εισάγει ο ολοκληρωτικός όρος με την προσθήκη του όρου διαφορικού.

## 2.2.5 Εξίσωση του PID ελεγκτή

Οι τρεις όροι που αναλύθηκαν παραπάνω είναι αυτοί που δίνουν στον ελεγκτή το όνομά του. Το άθροισμα των τριών αυτών όρων αποτελεί το σήμα ελέγχου και ισούται με την έξοδο του ελεγκτή. Ορίζοντας ως  $u(t)$  την έξοδο του ελεγκτή και αθροίζοντας τις εξισώσεις (2.1), (2.2) και (2.3) η τελική μορφή του είναι:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.4)$$

Αυτή η μορφή του PID είναι γνωστή ως παράλληλη (*parallel*). Η μορφή του PID που χρησιμοποιείται περισσότερο στη βιομηχανία και η οποία χρησιμοποιήθηκε και σε αυτή την εργασία είναι η τυποποιημένη μορφή (*standard*



Σχήμα 2.5: Εφαρμογή του όρου διαφορικού στην προηγούμενη απόκριση κρατώντας τα άλλα κέρδη σταθερά

form). Σε αυτή τη μορφή το κέρδος του αναλογικού όρου  $K_p$  εφαρμόζεται και στους άλλους δύο όρους και έτσι η εξίσωση που προκύπτει είναι η:

$$u(t) = K_p \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (2.5)$$

όπου  $T_i$  είναι ο χρόνος ολοκλήρωσης και  $T_d$  είναι ο χρόνος παραγώγισης. Σε αυτή τη μορφή, οι παράμετροι έχουν σαφή φυσική σημασία. Συγκεκριμένα, η εσωτερική άθροιση παράγει μια νέα μοναδική τιμή σφάλματος η οποία αντισταθμίζεται για μελλοντικά και παρελθόντα σφάλματα. Η προσθήκη των αναλογικών και παραγώγων συνιστωσών προβλέπει την τιμή σφάλματος σε  $T_d$  δευτερόλεπτα (ή δείγματα) στο μέλλον, υποθέτοντας ότι ο έλεγχος βρόχου παραμένει αμετάβλητος. Το ολοκληρωτικό στοιχείο προσαρμόζει την τιμή σφάλματος για να αντισταθμίσει το άθροισμα όλων των παρελθόντων σφαλμάτων, με σκοπό την πλήρη εξάλειψη τους  $T_i$  δευτερόλεπτα (ή δείγματα). Η προκύπτουσα αντισταθμίσμένη τιμή μοναδικού σφάλματος κλιμακώνεται από το μοναδικό κέρδος  $K_p$ .

Οι συντελεστές της εξίσωσης (2.4) με αυτούς της εξίσωσης (2.5) συνδέονται με τις σχέσεις:  $K_i = \frac{K_p}{T_i}$  και  $K_d = K_p T_d$ . Η παράλληλη μορφή, όπου οι παράμετροι αντιμετωπίζονται ως απλά κέρδη, είναι η πιο γενική και ευέλικτη μορφή. Ωστόσο, είναι επίσης η μορφή όπου οι παράμετροι αυτοί έχουν τη λιγότερη φυσική ερμηνεία και γενικά προορίζονται για θεωρητική ανάλυση του PID ελεγκτή. Η τυποποιημένη μορφή, παρά το γεγονός ότι είναι λίγο πιο περίπλοκη μαθηματικά, είναι πιο συνηθισμένη στη βιομηχανία.

### Σύνοψη

Ο PID ελεγκτής έχει τρεις όρους. Ο αναλογικός όρος ("P") αφορά τον αναλογικό έλεγχο και επιδρά στο τρέχον σφάλμα. Ο ολοκληρωτικός

όρος (“*I*”) παρέχει μια δράση ελέγχου που είναι ανάλογη στο χρονικό ολοκλήρωμα του σφάλματος. Αυτό εξασφαλίζει ότι το σφάλμα μόνιμης κατάστασης γίνεται μηδενικό. Ο διαφορικός όρος (“*D*”) είναι ανάλογος της χρονικής παραγώγου του σφάλματος. Αυτός ο όρος προβλέπει το μελλοντικό σφάλμα. Εκτός από αυτές τις δύο μορφές του PID υπάρχουν και άλλες, η καθεμία με διαφορετικές ιδιότητες αλλά οι δύο που αναφέρθηκαν είναι οι πιο γνωστές.

### 2.2.6 Τροποποιήσεις του PID αλγορίθμου

#### Integral Windup

Όταν σχεδιάζεται ένας πρακτικός PID ελεγκτής που θα ελέγχει πραγματικούς ενεργοποιητές όπως βαλβίδες, διακόπτες κτλ, θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψιν και οι περιορισμοί του εξοπλισμού αυτού. Για παράδειγμα ένας κινητήρας έχει περιορισμένη ταχύτητα, μια βαλβίδα έχει όρια στο πόσο αγοριχτή ή πόσο κλειστή μπορεί να είναι και ούτω καθεξής. Συνεπώς, αν ένα σύστημα δεν μπορεί να φτάσει την επιθυμητή τιμή χωρίς να ξεπεράσει αυτά τα όρια τότε θα υπάρχει πάντα ένα σφάλμα μόνιμης κατάστασης, ακόμα και αν έχει προστεθεί ο ολοκληρωτικός όρος στον PID ελεγκτή. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα ο ολοκληρωτικός όρος να συνεχίζει να συσσωρεύει σφάλμα και έτσι αυτός μπορεί να γίνει πολύ μεγάλος και να οδηγήσει το σύστημα σε ανεπιθύμητη συμπεριφορά. Αυτό αναφέρεται στη διεθνή βιβλιογραφία ως *integral windup*. Αυτό το πρόβλημα μπορεί να αντιμετωπιστεί με κάποια από τις ακόλουθες τροποποιήσεις στο βασικό αλγόριθμο:

- Απενεργοποίηση της ολοκλήρωσης έως ότου η μεταβλητή της διεργασίας εισέλθει στην ελεγχόμενη περιοχή
- Αποτροπή της συσσώρευσης του ολοκληρωτικού όρου πάνω ή κάτω από τα προκαθορισμένα όρια
- Υπολογισμός εκ των υστέρων του ολοκληρωτικού όρου για τον περιορισμό της εξόδου του ελεγκτή εντός εφικτών ορίων

#### Bumpless λειτουργία

Διάφορες αλλαγές μπορεί να επέλθουν σε έναν PID που είναι ενεργός. Μπορεί να αλλάξουν οι παράμετροί του ή να αλλάξει η λειτουργία του από χειροκίνητη σε αυτόματη. Οι ελεγκτές PID υλοποιούνται συχνά με ένα χαρακτηριστικό “εξομάλυνσης” έτσι ώστε η έξοδός τους να μεταβάλλεται με ομαλό τρόπο κατά τη διάρκεια αυτών των αλλαγών.

#### Περισσότερες τροποποιήσεις

Φυσικά μετά από τόσα χρόνια εφαρμογής του PID αλγορίθμου στη βιομηχανία, πολλές εναλλακτικές μορφές του έχουν προταθεί, πέρα

από αυτές τις δύο προαναφερθέντες. Η καθεμία από αυτές τις τροποποιήσεις βελτιώνει πολλά από τα προβλήματα του βασικού αλγορίθμου. Έγινε σαφής αναφορά στις συγκεκριμένες επειδή οι τροποποιήσεις αυτές υπάρχουν και στο μοντέλο του PID ελεγκτή που χρησιμοποιήθηκε στα πλαίσια αυτής της εργασίας.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ

### 3

# ΡΥΘΜΙΣΗ ΤΟΥ PID ΕΛΕΓΚΤΗ

## 3.1 Εισαγωγή

**H**ρύθμιση του PID ελεγκτή έχει να κάνει με την απόδοση τιμών στο συντελεστή κάθε όρου, έτσι ώστε καθένας από αυτούς να επηρεάσει θετικά την απόκριση του συστήματος, ενώ ταυτόχρονα να μετριαστούν όσο γίνεται περισσότερο τα αρνητικά του κάθε όρου. Ο τύπος της διεργασίας επηρεάζει το τι είναι επιθυμητό από τον έλεγχό της. Για παράδειγμα, κάποιες διεργασίες μπορεί να μην ανέχονται υπερακόντιση (*overshoot*) της απόκρισης τους και αυτό να θέτει και περιορισμούς στο χρόνο ανύψωσης (*rise time*). Αντιθέτως, άλλες διεργασίες μπορεί να παρουσιάζουν ανοχή σε ένα ποσοστό υπερακόντισης και έτσι να επιτρέπουν να αυξηθεί ο χρόνος ανύψωσης.

Παρόλο που η υλοποίηση του PID ελεγκτή είναι σχετικά ευθύς και απλή διαδικασία, η σωστή ρύθμισή του είναι πιο περίπλοκο ζήτημα. Αυτό συμβαίνει επειδή απαιτεί κατανόηση του τρόπου με τον οποίο κάθε ένας από τους όρους του PID επηρεάζει τη συνολική απόκριση. Ένας κακώς ρυθμισμένος PID ελεγκτής θα εμφανίσει αρκετά προβλήματα απόδοσης όπως: ταλαντώσεις, μη επαρκής απόσβεση, υπερακόντιση, αργούς χρόνους ανύψωσης ή ηρεμίας και άλλα. Σε αυτό το κεφάλαιο θα γίνει μια περιγραφή κάποιων διαδεδομένων τεχνικών ρύθμισης που συναντάει κανείς στη βιβλιογραφία (υπάρχουν πολλές πιο εξελιγμένες μέθοδοι ρύθμισης αλλά υπόκεινται σε εμπορικές πατέντες) καθώς και των προβλημάτων που οφείλονται σε κακή ρύθμιση του PID ελεγκτή.

Η ανάλυση της πρώτης μεθόδου ρύθμισης θα γίνει με αναφορά

στα κέρδη  $K_p$ ,  $K_i$  και  $K_d$ , δηλαδή θα αφορά την παράλληλη μορφή του PID ελεγκτή της Εξίσωσης (2.4) και όχι την τυποποιημένη μορφή της Εξίσωσης (2.5), παρόλο που η δεύτερη χρησιμοποιήθηκε στην εργασία αυτή. Αυτό συμβαίνει γιατί ο αναγνώστης είναι πιο εύκολο να καταλάβει πώς τα κέρδη επηρεάζουν την απόκριση του συστήματος χρησιμοποιώντας την πρώτη εξίσωση. Φυσικά, αντίστοιχοι κανόνες ισχύουν και για τις παραμέτρους  $T_i$  και  $T_d$  της τυποποιημένης μορφής, έχοντας πάντα υπόψιν τις εξισώσεις που συνδέουν τις παραμέτρους των δύο αυτών σχέσεων.

## 3.2 Τεχνικές ρύθμισης

### 3.2.1 Χειροκίνητη ρύθμιση

Η πρώτη και πιο φυσική μέθοδος είναι η χειροκίνητη ρύθμιση του ελεγκτή από έναν χειριστή. Σε αυτή τη μέθοδο τα κέρδη  $K_i$  και  $K_d$  αρχικά ισούνται με το μηδέν. Στη συνέχεια, αυξάνουμε το αναλογικό κέρδος  $K_p$  μέχρι το σύστημα να αρχίσει να ταλαντώνεται ελαφρώς και ο χρόνος ανύψωσης να είναι ικανοποιητικός. Έπειτα, αυξάνουμε το ολοκληρωτικό κέρδος  $K_i$  έως ότου να εξαλειφθεί το σφάλμα μόνιμης κατάστασης, σε λογικό χρόνο για τη συγκεκριμένη διεργασία. Σε αυτό το σημείο πρέπει να έχουμε στο μυαλό μας ότι μεγαλύτερο ολοκληρωτικό κέρδος σημαίνει και μεγαλύτερη αστάθεια του συστήματος. Τέλος, αν χρειάζεται, αυξάνουμε το διαφορικό κέρδος  $K_d$  για να βελτιώσουμε τη σταθερότητα του συστήματος καθώς και την απόκρισή του σε αλλαγή φορτίου ή σε κάποια διαταραχή. Εδώ πρέπει να έχουμε υπόψη μας ότι μεγάλο διαφορικό κέρδος θα προκαλέσει υπερβολική ανταπόκριση σε μεταβολές και θόρυβο.

Ένας βρόχος PID που έχει ρυθμιστεί για να επιτύχει μια γρήγορη απόκριση συνήθως θα υπερβεί ελαφρώς την επιθυμητή τιμή ως συνέπεια της γρήγορης “ρύθμισης” του. Εντούτοις, μερικά συστήματα δεν μπορούν να ανεχθούν οποιαδήποτε υπερακόντιση, οπότε στην περίπτωση αυτή απαιτείται σύστημα κλειστού βρόχου, το οποίο θα πρέπει να έχει μικρότερο αναλογικό κέρδος  $K_p$  από αυτό ενός συστήματος που μπορεί να ανεχτεί κάποιο ποσοστό υπερακόντισης. Στον Πίνακα 3.1 φαίνεται πώς ο κάθε όρος του ελεγκτή επηρεάζει την απόκριση του συστήματος υπό έλεγχο.

### 3.2.2 Μέθοδος Ziegler – Nichols

Ίσως η πιο γνωστή μέθοδος ρύθμισης ενός PID ελεγκτή είναι η *Ziegler – Nichols*. Η μέθοδος αυτή έχει πάρει το όνομά της από τους John G. Ziegler και Nathaniel B. Nichols που την παρουσίασαν το 1942 και χρησιμοποιείται ακόμα και σήμερα. Όπως και στην προηγούμενη μέθοδο, στην αρχή τα κέρδη  $K_i$  και  $K_d$  τίθενται ίσα με το μηδέν. Στη συνέχεια το κέρδος  $K_p$  αυξάνεται μέχρι την τιμή που θα οδηγήσει το σύστημα να εκτελεί

Παράμετρος	Χρόνος ανύψωσης	Υπερακόντιση	Μόνιμο σφάλμα	Χρόνος ηρεμίας	Ευστάθεια
$K_p$	Μείωση	Αύξηση	Μείωση	Μικρή αλλαγή	Χειροτέρευση
$K_i$	Μείωση	Αύξηση	Εξάλειψη	Αύξηση	Χειροτέρευση
$K_d$	Μικρή αλλαγή	Μείωση	Καμία αλλαγή	Μείωση	Βελτίωση

Πίνακας 3.1: Επίδραση στο σύστημα, της αύξησης κάθε παραμέτρου ανεξάρτητα από τις άλλες

ταλαντώσεις σταθερού πλάτους και σταθερής περιόδου. Η τιμή αυτή του κέρδους ονομάζεται απόλυτο κέρδος,  $K_u$ , και η περίοδος των ταλαντώσεων ονομάζεται απόλυτη περίοδος,  $T_u$ . Αυτές τις δύο παραμέτρους τις χρησιμοποιούμε για να ορίσουμε τα κέρδη όπως φαίνεται στον Πίνακα 3.2. Στον πίνακα αυτόν έχουν υπολογιστεί οι παράμετροι  $T_i$  και  $T_d$  της τυποποιημένης μορφής του PID αλγορίθμου. Αυτό έγινε επειδή αυτή η μορφή των παραμέτρων θα χρησιμοποιηθεί αργότερα για την αυτόματη ρύθμιση του ελεγκτή της εργασίας.

Τύπος ελέγχου	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$0.50K_u$	—	—
PI	$0.45K_u$	$T_u/1.2$	—
PD	$0.80K_u$	—	$T_u/8$
PID	$0.60K_u$	$T_u/2$	$T_u/8$

Πίνακας 3.2: Παράμετροι Ziegler – Nichols ανάλογα τον τύπο του ελεγκτή

Οι κανόνες ρύθμισης Ziegler – Nichols, συνήθως οδηγούν σε συστήματα με ιδιαίτερα υψηλή υπερακόντιση και “επιθετική” (“aggressive”) απόκριση. Δεν παρέχουν δηλαδή μια έτοιμη λύση ρύθμισης αλλά τις περισσότερες φορές προσφέρουν ένα αρκετά ικανοποιητικό σημείο εκκίνησης από το οποίο ο χειριστής μπορεί να ξεκινήσει να τροποποιεί τα κέρδη έτσι ώστε να έχει την επιθυμητή απόκριση.

### 3.2.3 Μέθοδος Tyreus – Luyben

Μια μέθοδος πολύ παρόμοια με τη μέθοδο Ziegler – Nichols που περιγράφηκε πριν είναι η μέθοδος Tyreus – Luyben. Και αυτή βασίζεται στην απόλυτη συχνότητα  $T_u$  και στο απόλυτο κέρδος  $K_u$  του συστήματος. Το μόνο που αλλάζει σε σχέση με την προηγούμενη μέθοδο είναι οι τιμές των κερδών ανάλογα με τον τύπο ελέγχου. Οι τιμές αυτές φαίνονται στον Πίνακα 3.3.

Τύπος ελέγχου	$K_p$	$T_i$	$T_d$
PI	$K_u/3.2$	$2.2T_u$	–
PID	$K_u/2.2$	$2.2T_u$	$T_u/6.3$

Πίνακας 3.3: Παράμετροι Tyreus – Luyben ανάλογα τον τύπο του ελεγκτή

### 3.2.4 Μέθοδος Cohen – Coon

Αυτή η μέθοδος αναπτύχθηκε το 1953 και βασίζεται σε ένα μοντέλο συστήματος πρώτης τάξης με μία χρονοκαθυστέρηση. Παρόμοια με τη μέθοδο Ziegler – Nichols, η μέθοδος αυτή προτείνει ένα σύνολο παραμέτρων συντονισμού για να δώσει μια απόκριση κλειστού βρόχου με λόγο απόσβεσης 1/4. Σε αντίθεση όμως με τις δύο προηγούμενες μεθόδους που χρησιμοποιούν στοιχεία της απόκρισης συχνότητας του συστήματος για να υπολογίσουν τα κέρδη του ελεγκτή, αυτή η μέθοδος χρησιμοποιεί στοιχεία από τη βηματική απόκριση (*step response*) του συστήματος.

### 3.2.5 Άλλες μέθοδοι και περαιτέρω πληροφορίες

Στην ενότητα αυτή περιγράφηκαν οι πιο γνωστές και διαδεδομένες τεχνικές ρύθμισης ενός PID ελεγκτή. Βέβαια τα πολλά χρόνια εφαρμογής των PID ελεγκτών στη βιομηχανία, καθώς και η ανάγκη για όλο και πιο λεπτομερή και στιβαρό έλεγχο έχουν οδηγήσει στην ανάπτυξη πολλών ακόμα μεθόδων και τεχνικών. Κάποιος που ενδιαφέρεται για μια αναλυτική προσέγγιση σε πολλές μεθόδους ρύθμισης καθώς και να μάθει για τα πλεονεκτήματα και τους περιορισμούς της κάθε μίας μπορεί να ανατρέξει στις πηγές [17], [20], [21].

## 3.3 Περιορισμοί και προβλήματα κακής ρύθμισης

**Π**ΑΡΟΛΟ που οι ελεγκτές PID είναι εφαρμόσιμοι σε πολλά προβλήματα ελέγχου και συχνά παρέχουν ικανοποιητικό έλεγχο χωρίς βελτιώσεις ακόμα και όταν έχουν ρυθμιστεί “στο περίπου”, μπορούν να έχουν χαμηλή απόδοση σε ορισμένες εφαρμογές και σχεδόν ποτέ δεν παρέχουν βέλτιστο έλεγχο. Η βασική δυσκολία με τον έλεγχο PID είναι ότι είναι ένα σύστημα ελέγχου ανατροφοδότησης, με σταθερές παραμέτρους και χωρίς άμεση γνώση της διαδικασίας και έτσι η συνολική απόδοση είναι αντιδραστική και συμβιβαστική.

Οι ελεγκτές PID, όταν χρησιμοποιούνται μόνοι τους, μπορεί να έχουν χαμηλή απόδοση αν τα κέρδη τους πρέπει να μειωθούν, έτσι ώστε το σύστημα ελέγχου να μην παρουσιάζει υπερακόντιση, να μην ταλαντώνεται ή να μην κυνηγάει την τιμή ρύθμισης του ελέγχου. Παρουσιάζουν επίσης προβλήματα όταν εμφανίζονται μη γραμμικότητες, μπορεί να ανταλλάσουν την πιο ομαλή απόκριση έναντι του χρόνου ανύψωσης, να μην αντιδρούν

στην αλλαγή της συμπεριφοράς της διαδικασίας (ας πούμε, κάποια χαρακτηριστικά της διαδικασίας έχουν αλλάξει λόγω μεταβολής της θερμοκρασίας) και να έχουν καθυστέρηση στην αντιμετώπιση μεγάλων διαταραχών.

### 3.3.1 Γραμμικότητα

Ο PID ελεγκτής είναι ένα γραμμικό και ιδιαίτερα συμμετρικό σύστημα. Συνεπώς, η απόκρισή του όταν εφαρμόζεται σε ένα μη γραμμικό σύστημα είναι μεταβλητή. Για παράδειγμα, στον έλεγχο της θερμοκρασίας, μια κοινή περίπτωση χρήσης είναι η ενεργή θέρμανση (μέσω θερμαντικού στοιχείου), αλλά η παθητική ψύξη (θέρμανση χωρίς ψύξη), οπότε η υπερακόντιση που μπορεί να προκαλεί ο ελεγκτής διορθώνεται αργά και δεν μπορεί να εξαναγκαστεί προς τα κάτω. Σε αυτή την περίπτωση ο PID θα πρέπει να ρυθμιστεί ώστε να παρέχει υπεραποσβενούμενη απόκριση, για να αποτρέψει ή να μειώσει την υπερακόντιση, αν και αυτό μειώνει την απόδοση του συστήματος (αυξάνει τους χρόνους ανύψωσης και ηρεμίας).

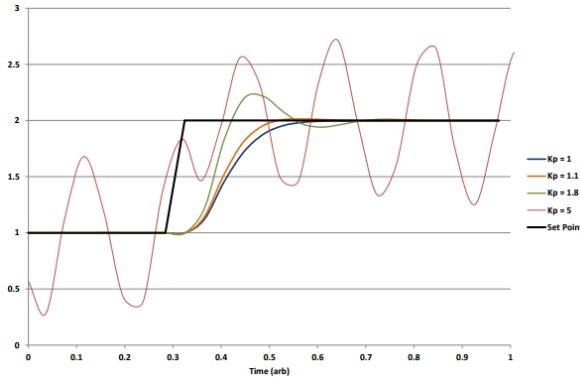
### 3.3.2 Θόρυβος στον Διαφορικό Όρο

Ένα πρόβλημα με τον διαφορικό όρο είναι ότι ενισχύει τη μετρηση υψηλής συχνότητας ή το θόρυβο της διαδικασίας, με αποτέλεσμα να προκαλούνται μεγάλες αλλαγές στην έξοδο. Συχνά, είναι χρήσιμο να φιλτράρονται οι μετρήσεις με φίλτρο χαμηλής διέλευσης (*lowpass filter*) για να αφαιρείται ο θόρυβος υψηλής συχνότητας. Καθώς το φιλτράρισμα χαμηλής διέλευσης και ο διαφορικός έλεγχος μπορεί να ακυρώνουν ο ένας τη δράση του άλλου, η ποσότητα φιλτραρίσματος είναι περιορισμένη. Μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί ένα μη γραμμικό διάμεσο φίλτρο, το οποίο βελτιώνει την αποδοτικότητα φιλτραρίσματος και την πρακτική απόδοση. Σε ορισμένες περιπτώσεις, ο διαφορικός όρος μπορεί να απενεργοποιηθεί με μικρή επίδραση στη συνολική απόδοση.

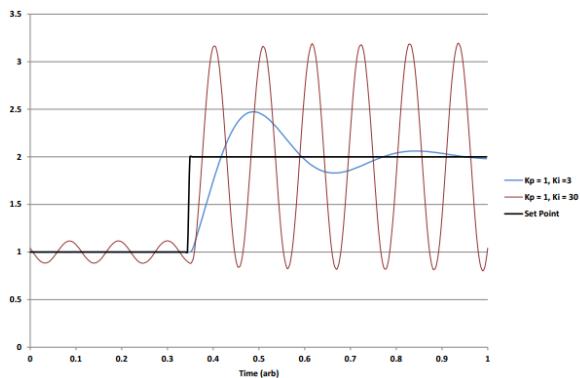
### 3.3.3 Ταλαντώσεις

Η ταλάντωση είναι ένα από τα πιο περίπλοκα ζητήματα επίδοσης στους PID ελεγκτές και μπορεί να είναι αποτέλεσμα πολλών παραγόντων. Η πιο συνηθισμένη αιτία είναι το πολύ μεγάλο αναλογικό κέρδος (Σχήμα 3.1). Μια δεύτερη αιτία είναι ένας ελεγκτής που βασίζεται χυρίως στον ολοκληρωτικό του όρο (Σχήμα 3.2) επειδή το σφάλμα που έχει συσσωρευτεί ενώ η ελεγχόμενη μεταβλητή είναι κάτω από το επιθυμητό σημείο χρειάζεται χρόνο για να διορθωθεί, χρόνο κατά τον οποίο η ελεγχόμενη μεταβλητή θα είναι πλέον πάνω από το επιθυμητό σημείο. Ο ολοκληρωτικός όρος στη συνέχεια αρχίζει να συσσωρεύει σφάλμα στην αντίθετη κατεύθυνση, το οποίο δεν θα διορθωθεί μέχρις ότου η ελεγχόμενη μεταβλητή να διασχίσει ξανά το επιθυμητό σημείο. Σε αυτή την περίπτωση ο αναλογικός όρος ενεργεί ως αποσβεστήρας. Τρίτον, κάτι που εύκολα παραβλέπεται

πολλές φορές, είναι ότι το φυσικό σύστημα που ελέγχεται θα μπορούσε να έχει από μόνο του ταλαντευόμενο χαρακτήρα και συνεπώς η ύπαρξη ταλαντώσεων στο σύστημα ίσως είναι αποδεκτή. Αυτό δεν σημαίνει απαραίτητα κακή ρύθμιση του PID ελεγκτή.



Σχήμα 3.1: Απόκριση της ελεγχόμενης μεταβλητής στην αύξηση του αναλογικού κέρδους



Σχήμα 3.2: Ταλαντώσεις λόγω υψηλού ολοκληρωτικού κέρδους

Η συχνότητα του ελεγκτή είναι ο ρυθμός με τον οποίο ο βρόχος ελέγχου λειτουργεί και η έξοδος τροφοδοσίας ενημερώνεται μία φορά ανά κύκλο. Αυτή η συμπεριφορά απλής ενημέρωσης μπορεί να είναι προβληματική αν το αναλογικό κέρδος είναι υπερβολικά υψηλό. Ένα μικρό σφάλμα παράγει μια μεγάλη έξοδο, η οποία προκαλεί μεγάλη μεταβολή στην ελεγχόμενη μεταβλητή, ακόμη και σε έναν κύκλο. Εάν η αλλαγή αυτή μεταβάλλει την ελεγχόμενη μεταβλητή πέρα από το επιθυμητό σημείο, τότε η έξοδος αντιστρέφει την πολικότητα για τον επόμενο κύκλο. Αν αυτό το φαινόμενο επαναλαμβάνεται για πολλούς κύκλους, τότε ο ελεγκτής ταλαντώνεται. Αν το κέρδος είναι αρκετά υψηλό και προκαλεί την μεταπήδηση της ελεγχόμενης μεταβλητής με αυξανόμενο μέγεθος σφάλματος, τότε ο ελεγκτής θεωρείται ασταθής. Η πιο γρήγορη λύση είναι η μείωση του αναλογικού κέρδους. Ωστόσο, η αύξηση της συχνότητας του ελεγκτή, αν αυτό

είναι δυνατόν, θα βιοθήσει επίσης.

Το φαινόμενο αυτό αποτελεί έναν εγγενή περιορισμό ενός ψηφιακού ελεγκτή. Θα υπάρχει πάντα ταλάντωση σε κάποιο βαθμό. Εκτός από το ζήτημα συχνότητας βρόχου που έχει ήδη περιγραφεί, η έξοδος της τροφοδοσίας μπορεί να μειωθεί μόνο σε κάποια πεπερασμένη τιμή και τίποτα μικρότερο. Το πρόβλημα τότε γίνεται ζήτημα πόσο μπορεί να μειωθεί η ταλάντωση. Ένας απόλυτα συνεχής ελεγκτής δεν έχει αυτό το πρόβλημα επειδή η έξοδος συνεχώς ενημερώνεται μαζί με το μεταβαλλόμενο σφάλμα. Ωστόσο, η ταλάντωση από τους περιορισμούς συχνότητας εξακολουθεί να συμβαίνει στον συνεχή έλεγχο PID. Αυτοί οι ελεγκτές είναι αναλογικά κυκλώματα και εξακολουθούν να έχουν μια αποτελεσματική συχνότητα λειτουργίας που προκύπτει από αντιδραστικά στοιχεία που προκαλούν χρονική υστέρηση μεταξύ της εξόδου και της εισόδου.

Η ταλάντωση λόγω ενός υψηλού ολοκληρωτικού κέρδους μπορεί να μειωθεί είτε μειώνοντας το ολοκληρωτικό κέρδος (προφανής λύση) είτε αυξάνοντας το αναλογικό κέρδος (όχι άμεσα προφανές). Η αναλογική δράση θα επιβραδύνει τις ταλαντώσεις που προκαλούνται από την ολοκληρωτική δράση. Αυτό το παράδειγμα παρουσιάζει τη δυσκολία συντονισμού του PID ελεγκτή. Ο χρήστης πρέπει να αποφασίσει ποια χαρακτηριστικά των αποκρίσεων του ελεγκτή είναι απαραίτητα, ποια είναι επιθυμητά και ποια είναι μη αποδεκτά. Κάθε όρος έχει υπέρ και κατά και πρέπει να καθοριστεί η προτεραιότητα των χαρακτηριστικών του ελεγκτή πριν από την προσπάθεια ρύθμισης του συστήματος.

### 3.3.4 Χρόνος Ανύψωσης και Υπερακόντιση

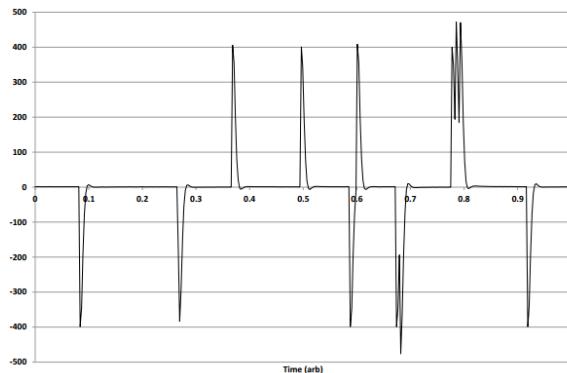
Ο χρόνος ανύψωσης τυπικά ορίζεται ως ο χρόνος για την αύξηση της ελεγχόμενης μεταβλητής από το 10% της τελικής τιμής στο 90% της τελικής τιμής. Ένας γρήγορος χρόνος ανύψωσης είναι επιθυμητός για προφανείς λόγους, αλλά ένας πολύ μικρός χρόνος ανύψωσης θα προκαλέσει υπερακόντιση της ελεγχόμενης μεταβλητής από το επιθυμητό σημείο. Η υπερακόντιση μπορεί στη συνέχεια να μετατραπεί σε αποσβενούμενες ταλαντώσεις για όσο χρονικό διάστημα η ελεγχόμενη μεταβλητή προσπαθεί να ισορροπήσει στο επιθυμητό σημείο. Για κάποιες εφαρμογές, μια μικρή υπερακόντιση είναι αποδεκτή παραχώρηση έτσι ώστε να επιτευχθεί ένας μικρός χρόνος ανύψωσης. Για άλλες διεργασίες, καμία υπερακόντιση δεν είναι ανεκτή και η προσεκτική επιλογή των κερδών του PID ελεγκτή πρέπει να έχει ως αποτέλεσμα τον ταχύτερο χρόνο ανύψωσης χωρίς υπερακόντιση.

Ο χρόνος ανύψωσης επηρεάζεται κυρίως από το αναλογικό και το διαφορικό κέρδος. Η δράση του διαφορικού όρου αντιδρά έντονα σε μία απότομη αλλαγή αλλά επιβραδύνει την προσέγγιση στο επιθυμητό σημείο. Η ολοκληρωτική συνιστώσα δεν επηρεάζει αισθητά τον χρόνο ανύψωσης λόγω της φύσης της που αφορά τη συσσώρευση σφάλματος, αλλά μπορεί να προκαλέσει υπερακόντιση.

### 3.3.5 Ανοχή σε Διαταραχές

Μια διαταραχή εμφανίζεται όταν οι ανωμαλίες σε οποιαδήποτε από τις μεταβλητές της διεργασίας προκαλούν μια απότομη ή ασυνήθιστη αλλαγή στην ελεγχόμενη μεταβλητή. Τέτοια διαταραχή μπορεί για παράδειγμα να είναι μια έκρηξη σωλήνα σε μια πρώτη ύλη η οποία προκαλεί μια δραματική πτώση της πίεσης του δοχείου (η ελεγχόμενη μεταβλητή). Μια άλλη μορφή διαταραχής είναι μια δυσλειτουργία στη διαδικασία προθέρμανσης ενός συστήματος, η οποία προκαλεί τη θερμοκρασία του συστήματος να πέσει σε χαμηλότερη τιμή από την κανονική λειτουργία. Η ανοχή σε διαταραχές (*disturbance robustness*) είναι τότε μια ιδιότητα ενός PID ελεγκτή για να χειριστεί αποτελεσματικά αυτές τις αλλαγές.

Οι διαταραχές μπορούν, ή όχι, να ληφθούν υπόψη στη σχεδίαση ενός συστήματος ελέγχου. Αυτό σημαίνει ότι ένας ελεγκτής που προσπαθεί να ελέγξει μια διαδικασία χωρίς βρόχο ανατροφοδότησης, ασφαλώς δεν θα αντιληφθεί μια διαταραχή επειδή είναι δύσκολο να εξεταστεί κάθε πιθανή πηγή δημιουργίας μιας διαταραχής. Ένα από τα μεγαλύτερα πλεονεκτήματα ενός ελεγκτή PID είναι ότι μπορεί να ρυθμιστεί για να απορρίψει τις διαταραχές, ακόμα και αν προέρχονται από κάτι που δεν φαίνεται να σχετίζεται με τη διαδικασία.



Σχήμα 3.3: Κάθε κορυφή είναι αποτέλεσμα είτε διαταραχής είτε αλλαγής του επιθυμητού σημείου. Είναι αδύνατον να υπάρξει διαχωρισμός μεταξύ των δύο.

Μια απότομη μεταβολή της ελεγχόμενης μεταβλητής μπορεί να θεωρηθεί ως λειτουργικά ισοδύναμη με μια αλλαγή του επιθυμητού σημείου (Σχήμα 3.3). Επομένως, η ρύθμιση του ελεγκτή που εκτελείται για να εξασφαλιστεί η καλύτερη απόκριση σε μια βαθμιαία μεταβολή του καθορισμένου σημείου θα κάνει το ίδιο και για την απόρριψη της διαταραχής. Όμως, αυτό δε συμβαίνει αν η διαταραχή επηρεάζει την ικανότητα του ελεγκτή PID να ελέγχει την ελεγχόμενη μεταβλητή, είτε επειδή ο ενεργοποιητής τίθεται σε κίνδυνο είτε επειδή η διαταραχή φέρνει την ελεγχόμενη μεταβλητή κοντά ή εκτός των ορίων δράσης του ενεργοποιητή. Η έκρηξη στο σωλήνα που αναφέρθηκε προηγουμένως θα ήταν ένα παρά-

δειγμα εκτεθειμένου ενεργοποιητή διότι ο έλεγχος της πίεσης μέσα σε ένα παραμορφωμένο σωλήνα σίγουρα θα επιβαρύνει υπερβολικά την αντλία.

### 3.3.6 Θόρυβος

Ένα πρόβλημα των PID ελεγκτών, που σχετίζεται κυρίως με τον διαφορικό όρο, είναι ο θόρυβος. Μικρές, γρήγορες αλλαγές στη ελεγχόμενη μεταβλητή μπορεί να μεγεθύνονται σε μεγάλες αποκρίσεις του ελεγκτή ως αποτέλεσμα της διαφορικής δράσης. Το πρόβλημα είναι ότι το διαφορικό κέρδος πρέπει να είναι σχετικά μεγάλο για να έχει επιρροή στην απόδοση του συστήματος, αλλά όσο μεγαλύτερο είναι τόσο περισσότερο ενισχύει τον θόρυβο. Η πιο εύκολη λύση σε αυτό είναι να συμπεριληφθεί στη σχεδίαση του ελεγκτή μια νεκρή ζώνη (*dead-band*) για την αλλαγή του σφάλματος. Όταν η μεταβολή του σφάλματος θα είναι μέσα στα όρια της νεκρής ζώνης η έξοδος του διαφορικού όρου θα είναι μηδενική.

### 3.3.7 Συχνότητα

Η συχνότητα του βρόχου ελέγχου θεωρείται ότι είναι ο ρυθμός με τον οποίο αυτός λειτουργεί. Το αντίστροφο είναι η περίοδος,  $T$ , και αντιστοιχεί στον χρόνο μεταξύ δύο διαδοχικών επαναλήψεων του βρόχου. Η συχνότητα είναι μια σημαντική παράμετρος, επειδή καθορίζει το είδος των συστημάτων που μπορεί να ελέγχει επαρκώς ο PID ελεγκτής. Θεωρούμε ότι κάθε φυσικό σύστημα έχει μια χρονική σταθερά που επηρεάζει την ελεγχόμενη μεταβλητή. Με άλλα λόγια, πόσο γρήγορα αλλάζει η ελεγχόμενη μεταβλητή με μια αντίστοιχη αλλαγή στον ενεργοποιητή.

Αυτό είναι σημαντικό επειδή, αν η περίοδος του βρόχου PID είναι πολύ μεγαλύτερη από τη χρονική σταθερά της ελεγχόμενης μεταβλητής, τότε η ελεγχόμενη μεταβλητή δεν θα μπορέσει να φθάσει στο επιθυμητό σημείο σε μια τάξη χρόνου γρηγορότερα από  $T$  (ίσως να μην φτάσει και καθόλου). Για παράδειγμα, εάν η έξοδος καθορίζεται για να αυξήσει την ελεγχόμενη μεταβλητή για τα επόμενα  $T$  δευτερόλεπτα, τότε η ελεγχόμενη μεταβλητή θα αυξηθεί με κάποιο ρυθμό που σχετίζεται με τη χρονική σταθερά του συστήματος. Η ελεγχόμενη μεταβλητή μπορεί να υπερβεί το επιθυμητό σημείο σε αυτό τον χρόνο, ενδεχομένως κατά πολύ. Η έξοδος δεν θα ενημερωθεί μέχρι την επόμενη επανάληψη, η οποία στη συνέχεια θα ανταποκριθεί στη μείωση της ελεγχόμενης μεταβλητής για τα επόμενα  $T$  δευτερόλεπτα. Το τελικό αποτέλεσμα είναι μια ταλάντωση και ο μόνος τρόπος να μειωθεί, αλλά όχι να εξαλειφθεί, αυτή η ταλάντωση είναι ο ελεγκτής να αποκρίνεται ασθενώς (χαμηλοί συντελεστές κέρδους) στο σφάλμα. Στην πραγματικότητα, αυτό αυξάνει τη χρονική σταθερά του φυσικού συστήματος στην περίοδο του βρόχου ελέγχου και χάνεται η πιθανότητα για γρήγορο έλεγχο.

Εάν η περίοδος του ελεγκτή είναι πολύ μικρότερη από τη χρονική σταθερά του φυσικού συστήματος, τότε ο ελεγκτής έχει σχεδιαστεί

υπερβολικά για την εφαρμογή. Αυτό δεν έχει μειονέκτημα στον έλεγχο του συστήματος, αλλά ο ίδιος ο ελεγκτής μπορεί να είναι ακριβότερος ή πιο δύσκολο να κατασκευάσει, να διατηρηθεί, και να λειτουργήσει λόγω της απαίτησης για εξειδικευμένα κομμάτια, ταχύτερα ρολόγια κλπ.

Η περίοδος ενός βρόχου ελέγχου μπορεί να καθοριστεί από την υλοποίησή του. Με μια πρώτη προσέγγιση, η περίοδος είναι ίση με το βραδύτερο τμήμα λειτουργίας ολόκληρου του συστήματος, είτε πρόκειται για μετρητή, τροφοδοτικό, ενεργοποιητή κλπ. Για παράδειγμα, εάν η τροφοδοσία διαρκεί 100 ms για να αποκριθεί σε εντολές από έναν κεντρικό υπολογιστή που εκτελεί το λογισμικό που υλοποιεί τον PID ελεγκτή, τότε η περίοδος είναι 100 ms, υποθέτοντας ότι ο μετρητής και ο ίδιος ο βρόχος PID μπορούν να ανταποκριθούν ταχύτερα. Το λογισμικό μπορεί σίγουρα να τρέξει γρηγορότερα, αλλά η τροφοδοσία δεν θα αλλάξει περισσότερες από μία φορά κάθε 100 ms.

### 3.3.8 Συμπεράσματα

Στις παραπάνω παραγράφους έγινε μια προσπάθεια να περιγραφούν τα κυριότερα προβλήματα που σχετίζονται με τους PID ελεγκτές. Από αυτήν την ανάλυση καθίσταται σαφές ότι η καλή ρύθμιση των PID ελεγκτών είναι δύσκολη, αφού για να υπάρξει βελτίωση της απόδοσης σε κάποιον τομέα, θα πρέπει να θυσιαστεί η απόδοση σε κάποιον άλλον τομέα. Ο καλύτερος τρόπος για να ρυθμιστεί ένας ελεγκτής PID είναι πρώτα να αποφασιστεί ποιο είδος απόκρισης είναι επιθυμητό. Απαιτείται ένας γρήγορος χρόνος ανύψωσης; Επιτρέπεται να υπάρχει κάποια ταλάντωση; Είναι η διεργασία υπό έλεγχο πολύ γρήγορη για τον διαθέσιμο εξοπλισμό; Η πιο διαδεδομένη μέθοδος είναι να ξεκινάει η ρύθμιση με τη χρήση μόνο του αναλογικού στοιχείου και στη συνέχεια να προστίθενται οι άλλοι δύο όροι, καθώς εμφανίζονται οι αδυναμίες του αναλογικού όρου. Ένας καλά ρυθμισμένος PID ελεγκτής είναι μια αποτελεσματική και απλή λύση για πολλά προβλήματα ελέγχου.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ

### 4

# Ο ΑΥΤΟ-ΡΥΘΜΙΖΟΜΕΝΟΣ PID ΕΛΕΓΚΤΗΣ

## 4.1 Εισαγωγή

**Σ**ΤΑ προηγούμενα κεφάλαια έγινε ανάλυση των κλασικών μεθόδων ρύθμισης ενός PID ελεγκτή και παρουσιάστηκαν οι τρόποι με τους οποίους ο κάθε όρος του ελεγκτή επηρεάζει την απόκριση του τελικού συστήματος. Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται ο αυτο-ρυθμιζόμενος PID ελεγκτής που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της διπλωματικής μου εργασίας. Αρχικά, γίνεται αναφορά στη θεωρία που αφορά την αυτόματη ρύθμιση του ελεγκτή. Στη συνέχεια, παραθέτονται λεπτομέρειες και επεξηγήσεις για τη δομή του προγράμματος που φτιάχτηκε σε LabVIEW έτσι ώστε ο αναγνώστης να καταλάβει τη λογική λειτουργίας του ελεγκτή και τη δομή του προγράμματος.

## 4.2 Θεωρία

**Μ**Ε τον όρο “αυτο-ρυθμιζόμενος” PID ελεγκτής ή αυτόματη ρύθμιση του PID ελεγκτή εννοούμε μία μέθοδο στην οποία τα κέρδη του ελεγκτή ρυθμίζονται αυτόματα μετά από απαίτηση του χρήστη. Συνήθως, ο χρήστης θα πατήσει ένα κουμπί ή θα στείλει μια εντολή στον ελεγκτή. Μια αυτόματη ρύθμιση του ελεγκτή περιλαμβάνει τα εξής τρία βήματα:

- Δημιουργία μιας διαταραχής του συστήματος.

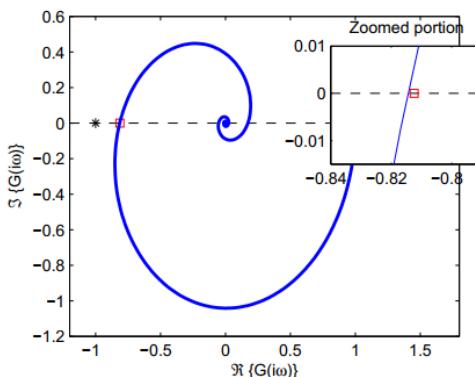
- Εκτίμηση της απόκρισης που προκαλεί η διαταραχή.
- Υπολογισμός των παραμέτρων του ελεγκτή.

Αυτά αποτελούν και τα βήματα που εκτελεί και ένας έμπειρος ελεγκτής όταν κάνει χειροκίνητη ρύθμιση του ελεγκτή. Το σύστημα πρέπει να διαταραχθεί με κάποιον τρόπο έτσι ώστε να εκτιμηθούν οι δυναμικές που το διέπουν. Αυτό μπορεί να γίνει με πολλούς τρόπους όπως, για παράδειγμα, εισάγοντας ημιτονοειδή σήματα, παλμούς ή βηματικές αλλαγές στην είσοδο του συστήματος.

#### 4.2.1 Relay Method

Η μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε σε αυτή την εργασία είναι αυτή που στη βιβλιογραφία αναφέρεται ως “*Relay Method*” (δεν υπάρχει ακριβής μετάφραση στα ελληνικά). Η μέθοδος αυτή βασίζεται, όπως και οι μέθοδοι *Ziegler – Nichols* και *Tyreus – Luyben*, στην απόκριση συχνότητας του συστήματος.

Στην πραγματικότητα, η μέθοδος *Ziegler – Nichols*, όπου το κέρδος που φέρνει το σύστημα στην οριακή ευστάθεια βρίσκεται πειραματικά, είναι μια μορφή αναγνώρισης μοντέλου. Στην ουσία, όλη η διαδικασία ρύθμισης χρησιμοποιώντας τη μέθοδο *Ziegler – Nichols* γίνεται για να βρεθεί το κέρδος στο οποίο το σύστημα έχει μισό κύκλο καθυστέρηση όταν λειτουργεί σε ανατροφοδότηση. Αυτό είναι που αναφέρθηκε στην Ενότητα 3.2.2 ως απόλυτο κέρδος  $K_u$  και σχετίζεται με το σημείο όπου η καμπύλη Nyquist του συστήματος κόβει πρώτα τον πραγματικό άξονα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.1.



Σχήμα 4.1: Διάγραμμα Nyquist ενός ανοιχτού σταθερού συστήματος με κάποια καθυστέρηση (deadtime)

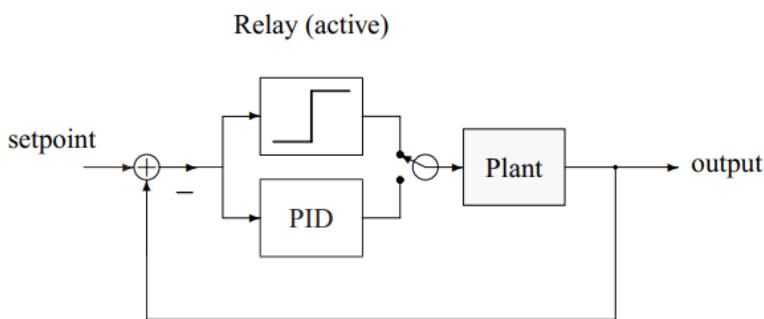
Το πρόβλημα με τη μέθοδο αυτή είναι ότι για να βρεθεί το απόλυτο κέρδος, το σύστημα θα πρέπει να φτάσει στα όρια του, με ό,τι αρνητικές συνέπειες μπορεί να επιφέρει αυτό, τόσο στη λειτουργία του όσο και στην κατασκευή του. Η μέθοδος “*Relay*” που περιγράφεται εδώ καταφέρνει να βρίσκει πειραματικά τόσο το απόλυτο κέρδος όσο και την

απόλυτη συχνότητα του συστήματος χωρίς να το ταλαιπωρεί. Τα βήματα που ακολουθούνται για την εφαρμογή της μεθόδου είναι τα ακόλουθα:

1. Προσωρινά, ο ελεγκτής δίνει τη θέση του σε μία μη γραμμική συνάρτηση (στην ουσία είναι on – off έλεγχος) (Σχήμα 4.2) η οποία εναλλάσσει την είσοδο του συστήματος μεταξύ δύο διακριτών τιμών. Κάθε φορά που η τιμή του σφάλματος  $e(t)$  (δηλαδή setpoint – output) είναι μεγαλύτερη από το μηδέν η έξοδος του relay στοιχείου είναι  $d$ . Κάθε φορά που η τιμή του σφάλματος  $e(t)$  είναι μικρότερη από το μηδέν η έξοδος του relay στοιχείου είναι  $-d$ .
2. Αποφέυγοντας την εις βάθος μαθηματική ανάλυση, η αντικατάσταση του ελεγκτή με ένα relay στοιχείο, εξαναγκάζει το σύστημα να εκτελεί ταλαντώσεις σταθερού πλάτους και συχνότητας (Σχήμα 4.3). Η συχνότητα αυτή είναι σχεδόν ίδια με την απόλυτη συχνότητα του συστήματος, ενώ το απόλυτο κέρδος είναι αντιστρόφως ανάλογο του πλάτους της παρατηρούμενης ταλάντωσης.
3. Περιμένουμε η απόκριση του συστήματος να σταθεροποιηθεί σε αμείωτες ταλαντώσεις σταθερής συχνότητας και καταγράφουμε το πλάτος  $\alpha$  και την περίοδο  $T$ .
4. Η παρατηρούμενη περίοδος είναι η απόλυτη περίοδος, δηλαδή  $T_u = T$ , ενώ το απόλυτο κέρδος συνδέεται με το πλάτος  $\alpha$  με τη σχέση,

$$K_u = \frac{4d}{\pi\alpha} \quad (4.1)$$

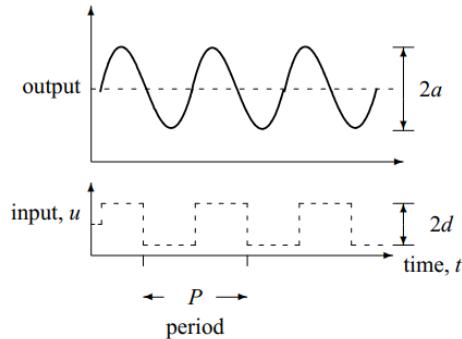
5. Έχοντας υπολογίσει το απόλυτο κέρδος και την απόλυτη περίοδο, μπορούν να οριστούν τα κέρδη του PID ελεγκτή με βάση τους Πίνακες 3.2 και 3.3 των μεθόδων Ziegler – Nichols και Tyreus – Luyben αντίστοιχα.



Σχήμα 4.2: Δομικό διάγραμμα συστήματος με relay στοιχείο

Η διαδικασία της αντικατάστασης του PID ελεγκτή με το relay στοιχείο, η μέτρηση του πλάτους και της περιόδου των ταλαντώσεων και ο υπολογισμός των κερδών του ελεγκτή μπορεί να αυτοματοποιηθεί αξιόπιστα. Αυτή η μέθοδος χρησιμοποιείται και σε εμπορικά διαθέσιμους PID

ελεγκτές. Σημαντικό πλεονέκτημα της μεθόδου αυτής σε σχέση με τη μέθοδο Ziegler – Nichols είναι ότι το σύστημα δεν χρειάζεται να διεγείρεται στα όρια του. Επειδή το πλάτος των ταλαντώσεων  $\alpha$  είναι ανάλογο του πλάτους  $d$  του relay, μπορούμε να ορίσουμε το πλάτος  $d$  έτσι ώστε οι ταλαντώσεις να μην είναι υπερβολικά μεγάλες και, κατά συνέπεια, επικίνδυνες για το σύστημα ή τον εξοπλισμό.



Σχήμα 4.3: Ταλαντώσεις ενός συστήματος υπό συνθήκες ανατροφοδότησης μέσω relay στοιχείου αντί για ελεγκτή.

### 4.3 Το Πρόγραμμα

**Σ**ΤΗΝ ενότητα αυτή θα παρουσιαστεί το πρόγραμμα σε LabVIEW που υλοποιεί τον αυτο-ρυθμιζόμενο PID ελεγκτή. Για την καλύτερη οργάνωση του προγράμματος, το κυρίως VI αποτελείται από επί μέρους subVIs που το καθένα επιτελεί διαφορετική λειτουργία. Σε κάθε υποενότητα θα παρουσιάζεται ένα από αυτά τα subVIs και θα αναλύεται η δομή του καθώς και η λειτουργία που επιτελεί.

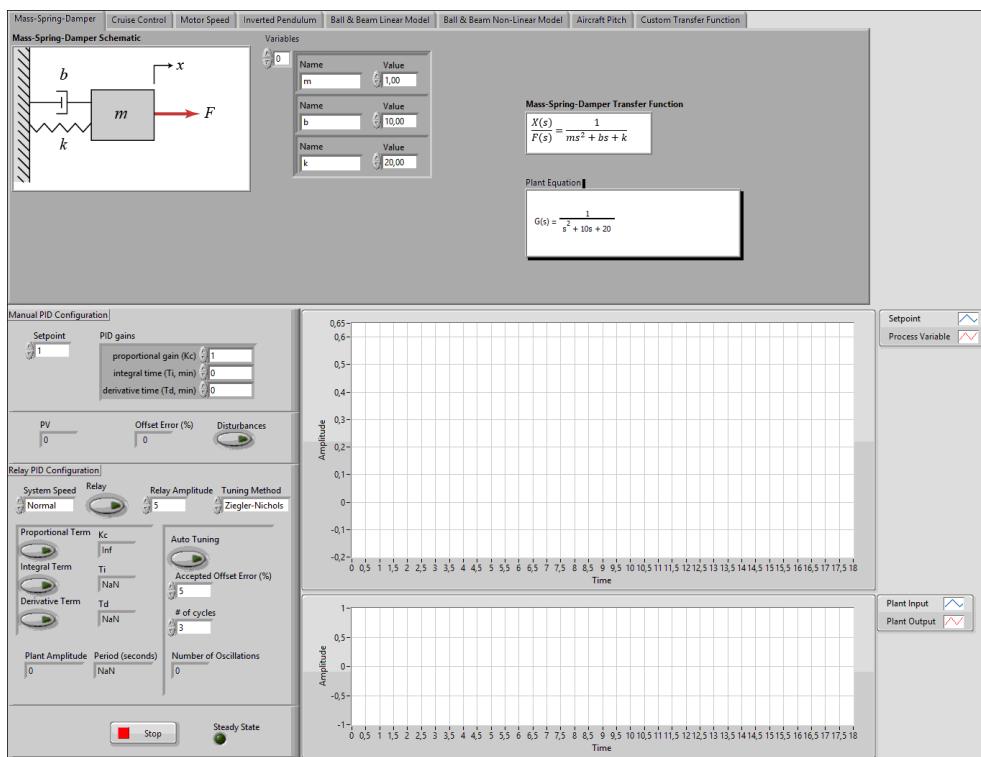
#### 4.3.1 Το Front Panel και το Block Diagram

##### Front Panel

Στο Σχήμα 4.4 φαίνεται το front panel του προγράμματος LabVIEW, το οποίο αποτελεί το γραφικό περιβάλλον του αυτο-ρυθμιζόμενου PID ελεγκτή και περιλαμβάνονται όλες οι επιλογές για τη ρύθμισή του.

Στην κορυφή του front panel φαίνονται τα διαφορετικά φυσικά συστήματα που έχουν αναλυθεί και μοντελοποιηθεί προκειμένου να φανεί κατά πόσο ο αυτο-ρυθμιζόμενος PID ελεγκτής είναι ικανός να ελέγξει αποδοτικά το καθένα από αυτά.

Πιο κάτω, στα αριστερά, βρίσκονται τα κουμπιά ελέγχου του ελεγκτή καθώς και οι δείκτες που δείχνουν την τρέχουσα τιμή της εξόδου του συστήματος αλλά και το ποσοστό του σφάλματος που υπάρχει μεταξύ



Σχήμα 4.4: Το Front Panel του αυτο-ρυθμιζόμενου PID Ελεγκτή

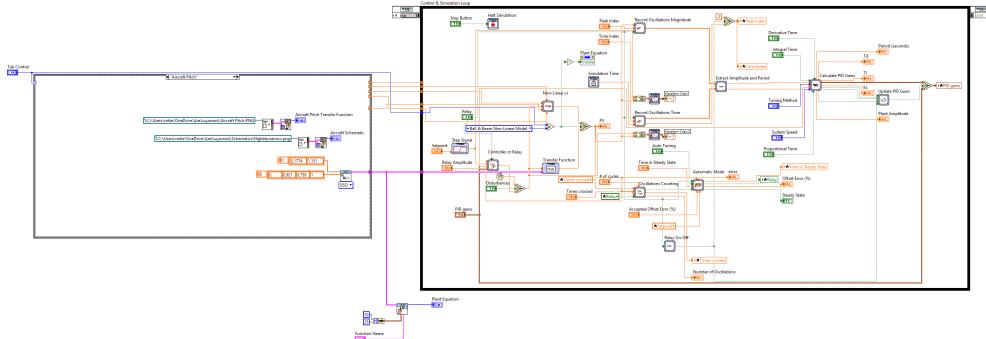
αυτής και της επιθυμητής τιμής της. Υπάρχουν επιλογές τόσο για χειροκίνητη ρύθμιση των κερδών του ελεγκτή από κάποιον χειριστή, όσο και επιλογές για την αυτόματη ρύθμιση αυτών, με βάση τη μέθοδο relay που περιγράφηκε προηγουμένως.

Στα δεξιά βρίσκονται τα διαγράμματα που θα παρουσιάσουν με γραφικό τρόπο την απόκριση του συστήματος. Το πάνω γράφημα δείχνει ταυτόχρονα τη βηματική απόκριση του αλειστού συστήματος και την επιθυμητή τιμή που θέλουμε να έχει η έξοδος του συστήματος. Το κάτω γράφημα δείχνει ταυτόχρονα την είσοδο και την έξοδο του συστήματος. Αυτό σημαίνει ότι στην περίπτωση που στο σύστημα είναι συνδεδεμένος ο ελεγκτής, το γράφημα αυτό θα μας δείχνει το σήμα ελέγχου και την απόκριση του συστήματος, ενώ αν είναι συνδεδεμένο το relay στοιχείο θα μας δείχνει τον τετράγωνο παλμό που θα παράγει σε σχέση με τις ταλαντώσεις του συστήματος.

### Block Diagram

Στο Σχήμα 4.5 φαίνεται ολόκληρο το block diagram. Αυτός είναι ουσιαστικά “ο κώδικας” του προγράμματος. Όπως έχει αναφερθεί και σε προηγούμενο κεφάλαιο, το LabVIEW είναι περιβάλλον γραφικής γλώσσας προγραμματισμού οπότε οι διάφορες συναρτήσεις του συνδέονται μεταξύ

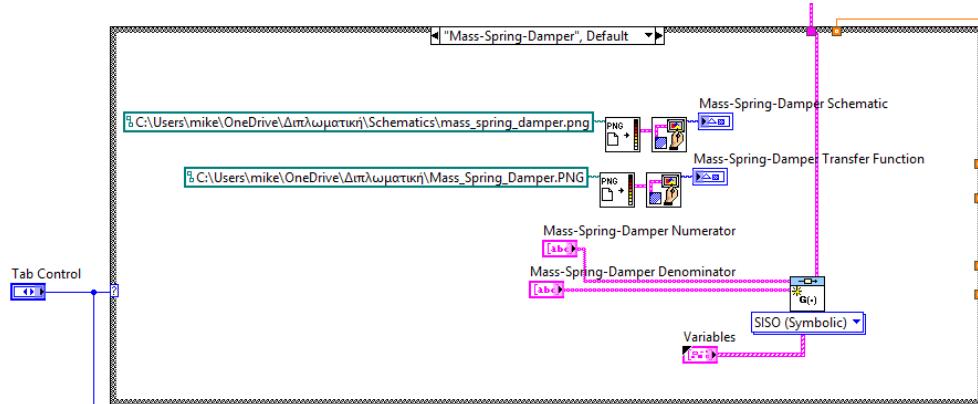
τους με καλώδια μέσω των οποίων περνάνε τα δεδομένα από τη μία συνάρτηση στην επόμενη.



Σχήμα 4.5: Το Block Diagram του αυτο-ρυθμιζόμενου PID Ελεγκτή

Στη συνέχεια κρίνεται σκόπιμο να αναλυθούν τα επιμέρους κομμάτια του block diagram, το καθένα ξεχωριστά, έτσι ώστε να γίνει κατανοητός ο τρόπος υλοποίησης των διαφόρων λειτουργιών του προγράμματος, καθώς και η δομή αυτού.

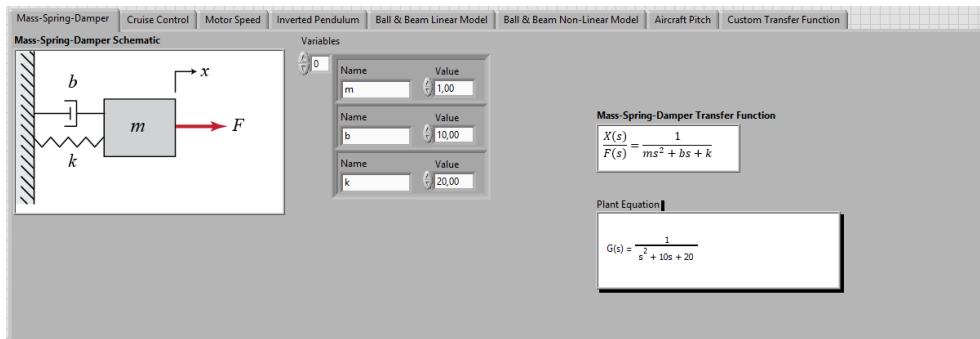
#### 4.3.2 Tab Control



Σχήμα 4.6: Block diagram του Tab Control

Στο Σχήμα 4.6 φαίνεται ο κώδικας που χρησιμοποιείται για την επιλογή του συστήματος που πρόκειται να ελεγχθεί. Ο χρήστης επιλέγει ποιο σύστημα από τα διαθέσιμα θέλει να ελέγξει χρησιμοποιώντας τις καρτέλες front panel (Σχήμα 4.7). Ανάλογα με την επιλογή του, αλλάζει η τιμή της μεταβλητής "Tab Control" του block diagram και επιλέγεται η κατάλληλη περίπτωση της δομής "Case Structure". Κάθε case της δομής έχει παρόμοια διάταξη με αυτό που εμφανίζεται εδώ για το σύστημα "Mass – Spring – Damper". Όλα περιλαμβάνουν ένα VI που υλοποιεί την εκάστοτε συνάρτηση μεταφοράς και δέχεται ως εισόδους τις τιμές παραμέτρων,

καθώς και δύο VIs που παράγουν το ένα την εικόνα του φυσικού συστήματος και το άλλο την εικόνα του τύπου της συνάρτησης μεταφοράς. Στην συνέχεια, το μοντέλο της συνάρτησης μεταφοράς μαζί με τις τιμές των παραμέτρων, τροφοδοτούνται σε ένα VI που αναλαμβάνει να δείξει στο χρήστη την τελική μορφή της συνάρτησης μεταφοράς έχοντας αντικαταστήσει αριθμητικές τιμές στις μεταβλητές του συστήματος. Αυτή η ένδειξη είναι το “Plant Equation” που φαίνεται στο Σχήμα 4.7.



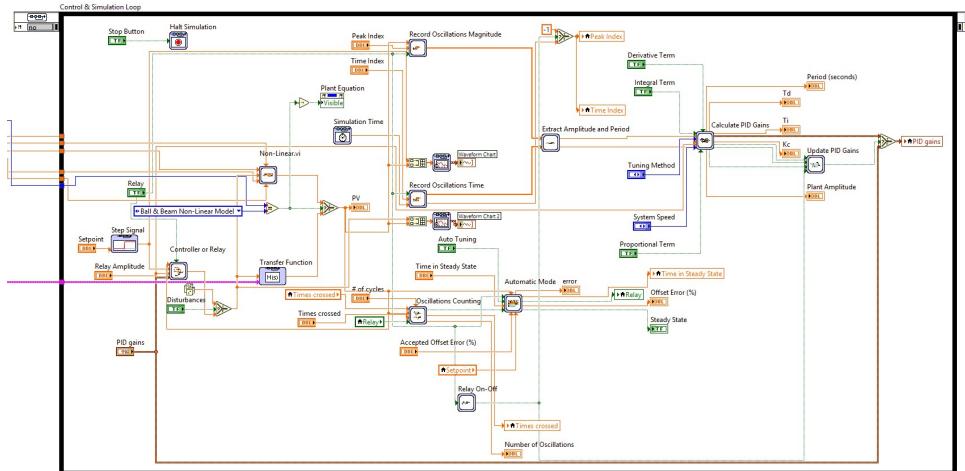
Σχήμα 4.7: Front panel του Tab Control

### 4.3.3 Simulation Loop

Ο κύριος αλγόριθμος υλοποιείται μέσα στο μαύρο πλαίσιο του Σχήματος 4.8 και το οποίο ονομάζεται “Simulation Loop”. Η δομή αυτή παρέχεται από το “Control and Simulation Toolkit” του LabVIEW. Στην ουσία αποτελεί μία επαναληπτική δομή η οποία έχει ενσωματωμένους αλγορίθμους για την επίλυση διαφορικών εξισώσεων. Το “Simulation Loop” έχει πολλές επιλογές που ο χρήστης μπορεί να ρυθμίσει ανάλογα με τι θέλει να πετύχει. Για τις απαιτήσεις της εργασίας αυτής επιλέχθηκε οι διαφορικές εξισώσεις να επιλύονται με τον αλγόριθμο “Runge – Kutta 4” με σταθερό χρονικό βήμα step size = 0.01 seconds. Άρα κάθε 10 milliseconds το πρόγραμμα μετατρέπει τη συνάρτηση μεταφοράς σε διαφορική εξίσωση και χρησιμοποιεί τη μέθοδο επίλυσης “Runge Kutta 4” για να υπολογίσει την απόκριση του συστήματος  $y(t)$ . Είναι προφανές, ότι πιο προχωρημένες μέθοδοι επίλυσης (π.χ. “Runge Kutta 45”) θα οδηγήσουν σε μία, ενδεχομένως, πιο ακριβή τιμή της απόκρισης του συστήματος. Μετά από δοκιμές, η μέθοδος που επιλέχθηκε προσεγγίζει αρκετά ικανοποιητικά την απόκριση των συστημάτων, με τις διαφορές της σε σχέση με πιο προηγμένες μεθόδους να είναι ανεπαίσθητες.

Αφού ο χρήστης επιλέξει το σύστημα που θέλει να ελέγξει, πατάει το “Run” και το πρόγραμμα αρχίζει την εκτέλεσή του. Αρχικά, εκτιμάται η συνάρτηση μεταφοράς με βάση τις αριθμητικές τιμές των παραμέτρων του συστήματος που έχει δώσει ο χρήστης. Στη συνέχεια αυτό το μοντέλο τροφοδοτείται στο “Transfer Function.vi” που βρίσκεται μέσα στο simulation

loop. Σε κάθε επανάληψη του simulation loop, το VI αυτό έχει σαν έξοδο την εκτίμηση της εξόδου που θα είχε το πραγματικό σύστημα.



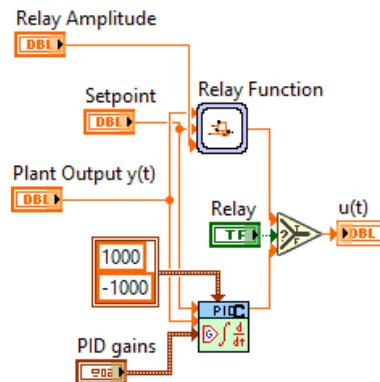
Σχήμα 4.8: To Simulation Loop

#### 4.3.4 Controller or Relay subVI

Στο Σχήμα 4.9 παρουσιάζεται το block diagram του subVI που αναλαμβάνει να αντικαταστήσει τον PID ελεγκτή με το relay στοιχείο έτσι ώστε να ξεκινήσει η διαδικασία ρύθμισης. Το subVI αυτό δέχεται ως εισόδους την αριθμητική τιμή της εξόδου του συστήματος, την επιθυμητή τιμή (*setpoint*) που θέλουμε να έχει το σύστημα, το πλάτος του τετραγωνικού πολυμού relay, τα κέρδη του PID ελεγκτή (*PID gains*) καθώς και ένα λογικό (boolean) σήμα με το όνομα “Relay”. Το λογικό αυτό σήμα ενεργοποιείται είτε μετά από εντολή του χρήστη πατώντας το αντίστοιχο κουμπί στο front panel, είτε αυτόματα όταν ικανοποιηθούν κάποιες προϋποθέσεις που έχει θέσει ο χρήστης. Το λογικό αυτό σήμα τροφοδοτείται στη δομή “Select”. Αν η τιμή της λογικής μεταβλητής είναι Αληθής τότε η δομή επιλέγει το πάνω σήμα που τροφοδοτείται σε αυτή, ενώ αν είναι Ψευδής επιλέγει το κάτω. Έτσι λοιπόν καθορίζεται το σήμα ελέγχου  $u(t)$  που έπειτα τροφοδοτείται στο σύστημα. Αν δηλαδή το κουμπί “Relay” είναι πατημένο ο διακόπτης στο Σχήμα 4.2 βρίσκεται στην πάνω θέση, ενώ αν δεν είναι πατημένο ο διακόπτης βρίσκεται στην κάτω θέση.

#### PID Controller

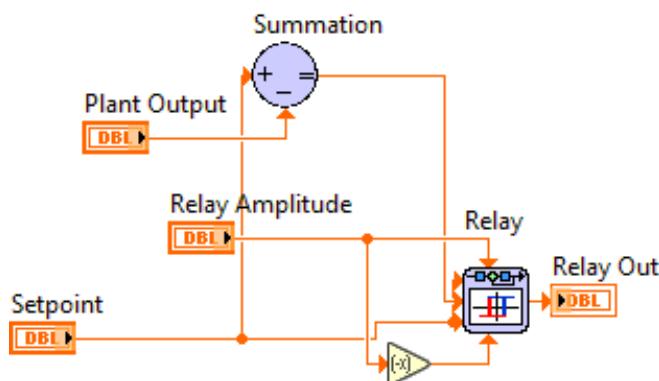
Ως PID ελεγκτής στα πλαίσια αυτής της εργασίας χρησιμοποιήθηκε το έτοιμο subVI που υπάρχει διαθέσιμο στις λειτουργίες του LabVIEW. Η επιλογή αυτή βασίστηκε στο γεγονός ότι αυτό το subVI έχει ήδη ενσωματωμένες τις κατάλληλες τροποποιήσεις του βασικού PID αλγορίθμου που αναφέρθηκαν στην υποενότητα 2.2.6.



Σχήμα 4.9: Controller or Relay block diagram

### Relay Function

Όπως φαίνεται από το Σχήμα 4.9, μέσα στο “Controller or Relay” subVI υπάρχει ένα ακόμα subVI με όνομα “Relay Function”. Το block diagram αυτού παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.10. Η συνάρτηση αυτή δέχεται ως εισόδους το setpoint, την έξοδο του συστήματος και το πλάτος του relay. Στη συνέχεια αφαιρεί την έξοδο του συστήματος από το setpoint υπολογίζοντας το σφάλμα. Αν το σφάλμα είναι μεγαλύτερο από το setpoint τότε η έξοδος του relay (*Relay Out*) είναι *+Relay Amplitude* ενώ αν είναι μικρότερο από το setpoint η έξοδος είναι *-Relay Amplitude*.

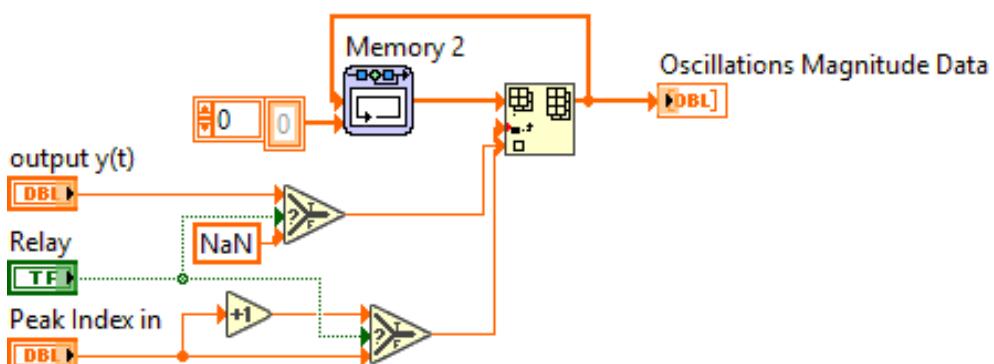


Σχήμα 4.10: Relay Function block diagram

#### 4.3.5 Record Oscillations Magnitude subVI

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, προκειμένου να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος για την αυτόματη ρύθμιση του PID ελεγχτή, θα πρέπει να μετρηθεί το πλάτος και η περίοδος των ταλαντώσεων του συστήματος όταν είναι συνδεδεμένο το relay στοιχείο στην είσοδο του. Προκειμένου να γίνεται καλύτερη διαχείριση μνήμης του προγράμματος και να μην πέφτει η από-

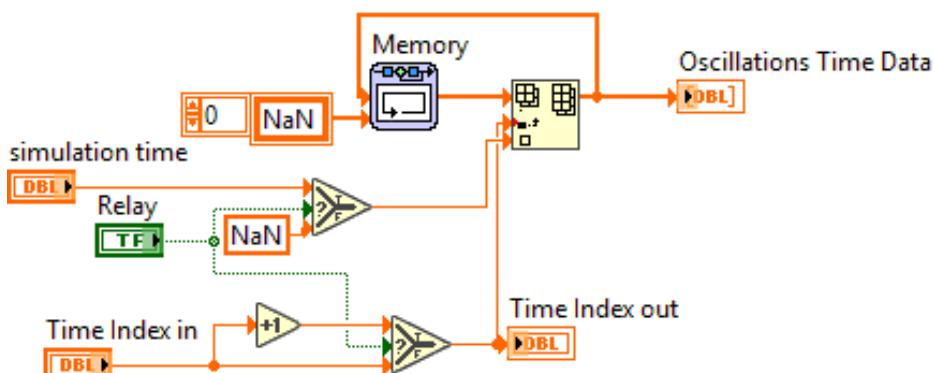
δοσή του, τα δεδομένα της απόκρισης καταγράφονται μόνο όσο το λογικό σήμα “Relay” έχει την τιμή Αληθής. Το subVI αυτό είναι που αναλαμβάνει τη συγκεκριμένη λειτουργία. Όσο λοιπόν το λογικό σήμα είναι αληθές, το subVI εισχωρεί, με χρονολογική σειρά, την αριθμητική τιμή της εξόδου του συστήματος  $y(t)$  σε ένα πίνακα. Αυτός ο πίνακας, με όνομα “Oscillations Magnitude Data”, είναι η έξοδος του subVI. Όσο το λογικό σήμα είναι ψευδές, βάζει την τιμή NaN (Not a Number). Τα δεδομένα αυτού του τύπου αγνοούνται από το LabVIEW και συνεπώς δεν έχουν επίδραση στη συνολική απόδοση του συστήματος.



Σχήμα 4.11: Record Oscillations Magnitude block diagram

#### 4.3.6 Record Oscillations Time subVI

Το subVI αυτό λειτουργεί σε πλήρη αντιστοιχία με το προηγούμενο, με τη μόνη διαφορά ότι αυτό αντί να καταγράφει τις τιμές της απόκρισης του συστήματος, καταγράφει τις χρονικές στιγμές και τις βάζει στον πίνακα “Oscillations Time Data”. Όπως και πριν, αν το σήμα “Relay” είναι ψευδές τότε στον πίνακα περνάει δεδομένα του τύπου NaN.

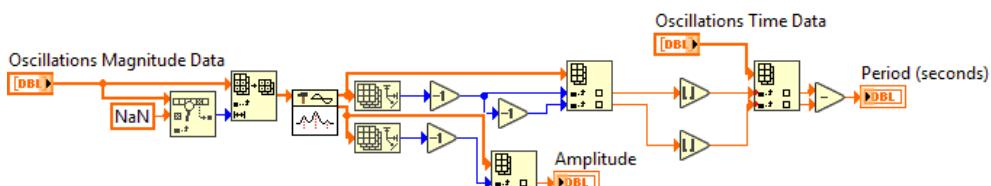


Σχήμα 4.12: Record Oscillations Time block diagram

#### 4.3.7 Extract Amplitude and Period subVI

Το συγκεκριμένο subVI είναι υπεύθυνο για τον υπολογισμό του πλάτους και της περιόδου των ταλαντώσεων. Ως εισόδους δέχεται τους πίνακες “Oscillations Magnitude Data” και “Oscillations Time Data” από τις δύο προηγούμενες συναρτήσεις. Αν, κατά την εκτέλεση του προγράμματος, το κουμπί “Relay” πατηθεί πολλές φορές, το σύστημα θα εκτελέσει πολλά σετ ταλαντώσεων, ένα για κάθε ενεργοποίηση του “Relay”. Θα πρέπει λοιπόν το πρόγραμμα να είναι σε θέση να ξεχωρίσει το ένα σετ ταλαντώσεων από το άλλο. Για να γίνει αυτό φάχνει στον πίνακα “Oscillations Magnitude Data” για την τιμή NaN. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, όταν η τιμή του “Relay” είναι Ψευδής, στους πίνακες μπαίνει η τιμή αυτή. Οπότε παίζει το ρόλο του διαχωριστικού μεταξύ των ταλαντώσεων που οφείλονται σε ξεχωριστό πάτημα του κουμπιού “Relay”.

Αφού βρεθούν, τα δεδομένα που αντιπροσωπεύουν την ίδια ταλάντωση, αυτά εισάγονται στο “Peak Detector.vi” του LabVIEW το οποίο βρίσκει τα ακρότατα των δεδομένων καθώς και τις θέσεις του πίνακα που βρίσκονται αυτά τα ακρότατα. Σύμφωνα με τη θεωρία, το σύστημα εκτελεί ταλαντώσεις αμείωτου πλάτους, οπότε για να βρούμε το πλάτος, αρκεί να κρατήσουμε μία, οποιαδήποτε, από τις τιμές που μας δίνει ως ακρότατο το “Peak Detector.vi”. Επίσης, τα δεδομένα στους πίνακες “Oscillations Magnitude Data” και “Oscillations Time Data” είναι εντελώς συμμετρικά. Δηλαδή, στη θέση του πίνακα που υπάρχει η τιμή του πλάτους της ταλάντωσης, στην ακριβώς ίδια θέση του πίνακα που περιέχει τις χρονικές στιγμές, θα υπάρχει η χρονική στιγμή κατά την οποία το σύστημα είχε το συγκεκριμένο πλάτος. Συνεπώς, για να βρούμε την περίοδο των ταλαντώσεων, το μόνο που χρειάζεται είναι να αφαιρεθούν οι χρονικές στιγμές δύο διαδοχικών μέγιστων ακρότατων.



Σχήμα 4.13: Extract Amplitude and Period block diagram

#### 4.3.8 Calculate PID Gains subVI

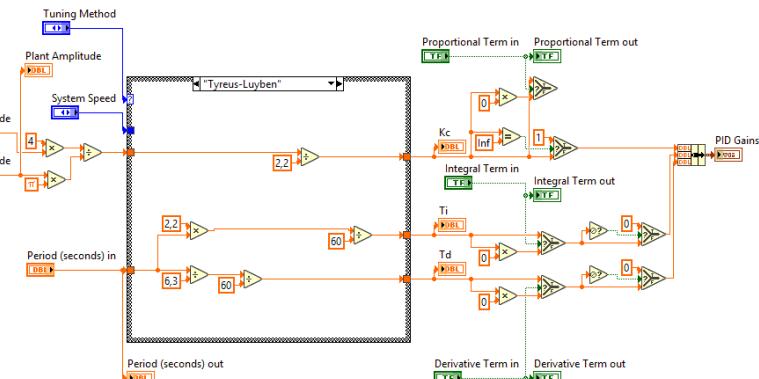
Αφού έχουν βρεθεί τα χαρακτηριστικά των ταλαντώσεων, συγκεκριμένα το πλάτος και η περίοδος, το μόνο που απομένει είναι ο αριθμητικός υπολογισμός των παραμέτρων. Αυτό αναλαμβάνει να κάνει το συγκεκριμένο subVI. Το υποσύστημα δέχεται ως εισόδους το πλάτος του τετραγωνικού παλμού, το πλάτος των ταλαντώσεων, την περίοδο των ταλαντώσεων, τη μέθοδο ρύθμισης (Ziegler – Nichols ή Tyreus – Luyben) και

την επιθυμητή ταχύτητα απόκρισης που θέλουμε να έχει το σύστημα μετά τον έλεγχο (ισχύει μόνο για τη μέθοδο Ziegler – Nichols). Στο Σχήμα 4.14 έως και το Σχήμα 4.17, φαίνεται ο κώδικας κάθε περίπτωσης και πώς υπολογίζονται τα κέρδη. Αρχικά υπολογίζεται το απόλυτο κέρδος σύμφωνα με τον τύπο 4.1 και μετά ανάλογα με την τιμή που έχει το “Tuning Method” υπολογίζονται οι τιμές των  $K_p$ ,  $T_i$ ,  $T_d$ . Οι τύποι για τον υπολογισμό των παραμέτρων συνοψίζονται στον Πίνακα 4.1. Μια μικρή λεπτομέρεια που αξίζει να αναφερθεί για αποφυγή σύγχυσης είναι ότι στον κώδικα, οι χρονικές παράμετροι  $T_i$  και  $T_d$  διαιρούνται με το 60. Αυτό γίνεται επειδή το “PID.vi” του LabVIEW που έχει χρησιμοποιηθεί στην εργασία δέχεται τις παραμέτρους σε λεπτά και όχι σε δευτερόλεπτα όπως έχουν υπολογιστεί αρχικά.

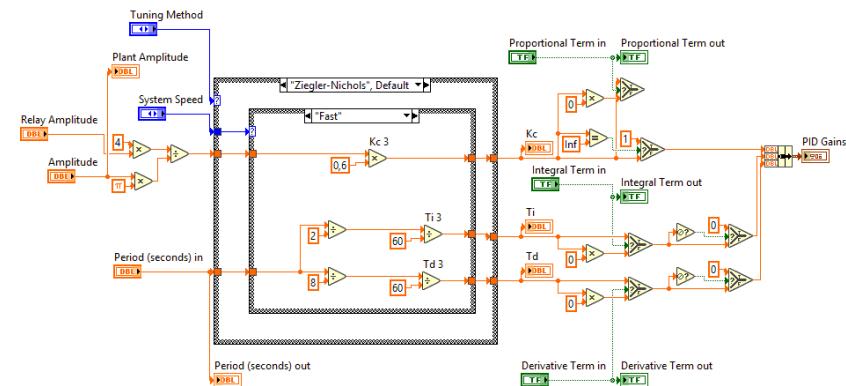
Μέθοδος ελέγχου	Ταχύτητα	$K_p$	$T_i$	$T_d$
Tyreus – Luyben	–	$K_u/2.2$	$2.2T_u$	$T_u/6.3$
Ziegler – Nichols	Fast	$0.6K_u$	$T_u/2$	$T_u/8$
Ziegler – Nichols	Normal	$0.33K_u$	$T_u/2$	$T_u/3$
Ziegler – Nichols	Slow	$0.2K_u$	$T_u/0.1$	$T_u/0.8$

Πίνακας 4.1: Τύποι για την αυτόματη ρύθμιση του ελεγκτή

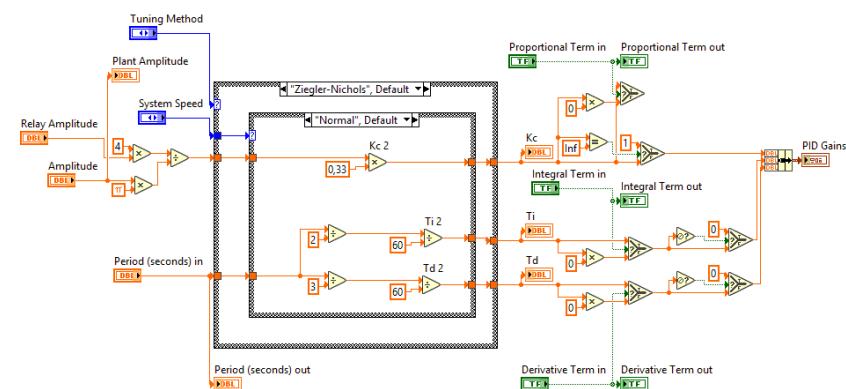
Μετά τον υπολογισμό τους, τα κέρδη εισάγονται στη δομή “PID Gains” που αποτελεί και την έξοδο του συστήματος. Προκειμένου να υπάρχει ομαλή εκτέλεση του προγράμματος, πριν ανανεωθούν τα κέρδη περνάνε από κάποιους υπολογισμούς. Έτσι, αρχικά, αν τα κουμπιά για την ενεργοποίηση του κάθε όρου είναι απενεργοποιημένα τότε το κέρδος αυτού του όρου θα είναι μηδέν. Εξαίρεση αποτελεί ο αναλογικός όρος ο οποίος όταν είναι απενεργοποιημένο το κουμπί του το κέρδος του είναι μοναδιαίο, δηλαδή έχει ελάχιστη έως μηδαμινή επίδραση στην απόκριση του συστήματος. Αν ήταν μηδέν, τότε στην έξοδο του συστήματος δε θα βλέπαμε τίποτα καθώς όλα τα κέρδη θα ήταν μηδέν.



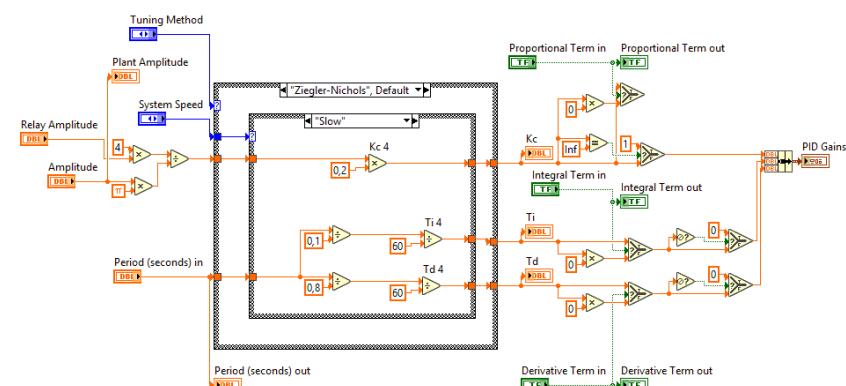
Σχήμα 4.14: Calculate PID Gains block diagram για την περίπτωση χρησιμοποίησης Tyreus – Luyben μεθόδου



Σχήμα 4.15: Calculate PID Gains block diagram για την περίπτωση χρησιμοποίησης Ziegler – Nichols μεθόδου, γρήγορης ταχύτητας απόκρισης



Σχήμα 4.16: Calculate PID Gains block diagram για την περίπτωση χρησιμοποίησης Ziegler – Nichols μεθόδου, μεσαίας ταχύτητας απόκρισης



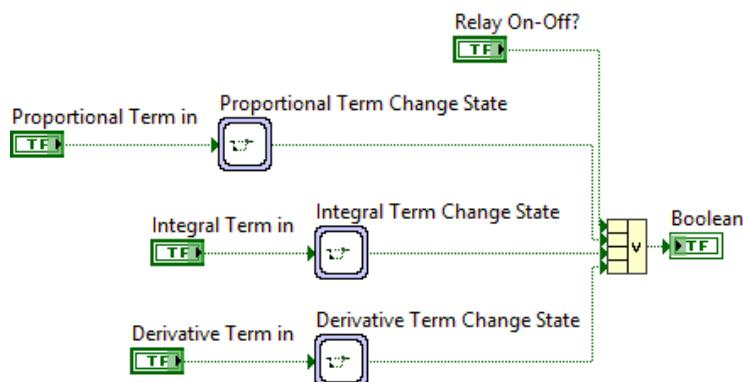
Σχήμα 4.17: Calculate PID Gains block diagram για την περίπτωση χρησιμοποίησης Ziegler – Nichols μεθόδου, αργής ταχύτητας απόκρισης

Επίσης, σε κάθε επανάληψη του προγράμματος γίνεται έλεγχος για την τιμή που έχουν τα κέρδη. Αν οι τιμές τους δεν είναι κάποιος πραγ-

ματικός αριθμός αλλά κάποιου άλλου είδους δεδομένα, τότε η προσομοίωση του συστήματος θα αποτύχει και η απόκριση του συστήματος δε θα έχει σχέση με την πραγματική. Λόγω του τρόπου με τον οποίο έχει φτιαχτεί το πρόγραμμα, η προεπιλεγμένη τιμή για το αναλογικό κέρδος είναι άπειρο ( $Inf$ ) ενώ για τα άλλα δύο είναι το NaN. Ένας πραγματικός PID ελεγκτής όμως θα είχε ως αρχικά κέρδη τα  $K_p = 1$ ,  $T_i = 0$ ,  $T_d = 0$ . Συνεπώς, το πρόγραμμα ελέγχει το αναλογικό κέρδος αν έχει την τιμή  $Inf$ . Αν αυτό ισχύει, τότε η τιμή του γίνεται μονάδα, αλλιώς ο αλγόριθμος κρατάει αυτή που έχει. Ομοίως, για τα άλλα δύο κέρδη, ελέγχει αν έχουν την τιμή NaN. Αν αυτό ισχύει τότε οι τιμές τους γίνονται μηδενικές ενώ σε αντίθετη περίπτωση διατηρούν αυτές που είχαν.

#### 4.3.9 Update PID Gains subVI

Στο Σχήμα 4.18 φαίνεται το δομικό διάγραμμα του συγκεκριμένου υποσυστήματος. Αυτό το subVI δέχεται ως εισόδους τα λογικά σήματα που παράγονται από το πάτημα των κουμπιών “Proportional Term”, “Integral Term”, “Derivative Term” και “Relay”. Τα σήματα αυτά περνάνε από κάποια άλλα επιμέρους subVIs τα οποία επιστρέφουν τιμή Αληθής αν το λογικό σήμα έχει αλλάξει κατάσταση, δηλαδή εάν από Αληθής η κατάστασή του έγινε Ψευδής ή το αντίθετο και επιστρέφουν τιμή Ψευδής αν το λογικό σήμα δεν έχει αλλάξει κατάσταση. Στο τέλος, οι έξοδοι από τα υποσυστήματα αυτά περνάνε από μία πύλη που υλοποιεί τη λογική πράξη “OR” και αποδίδουν μια τιμή στην έξοδο. Αν αυτή η τιμή είναι Αληθής τότε τα κέρδη του ελεγκτή θα ανανεωθούν στις καινούριες τιμές, ενώ αν είναι Ψευδής θα παραμείνουν ως έχουν. Εν συντομία, κάθε φορά που πατιέται είτε το κουμπί “Relay” είτε κάποιο από τα κουμπιά των όρων του ελεγκτή, τα κέρδη ενημερώνονται έτσι ώστε η αλλαγή στην απόκριση να είναι άμεση χωρίς ο χρήστης να χρειάζεται να πατήσει κάποιο γενικό κουμπί ανανέωσης των κερδών.

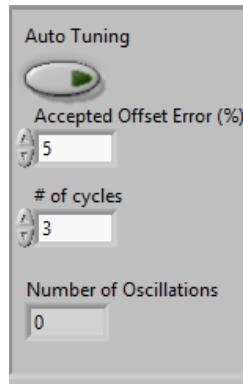


Σχήμα 4.18: Update PID Gains block diagram

#### 4.3.10 Automatic Mode subVI

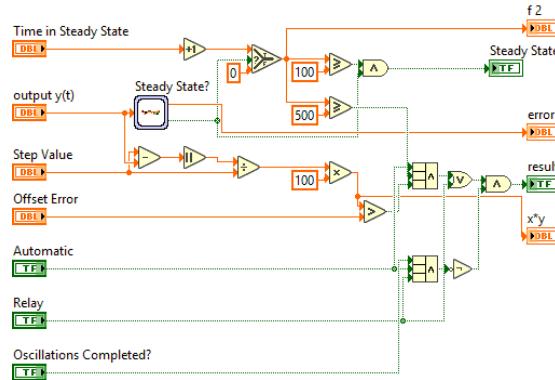
Τα controls που φαίνονται στο Σχήμα 4.19 αφορούν την αυτόματη λειτουργία του ελεγκτή. Το block diagram αυτής φαίνεται στο Σχήμα 4.20. Όταν το κουμπί “Auto Tuning” είναι ενεργοποιημένο, τότε ο ελεγκτής ελέγχει αν το σύστημα βρίσκεται σε μόνιμη κατάσταση. Αν αυτό ισχύει, και το σφάλμα του συστήματος είναι μεγαλύτερο από αυτό που ο χρήστης έχει ορίσει ως επιτρεπτό σφάλμα μόνιμης κατάστασης (Accepted Offset Error %), το κουμπί “Relay” ενεργοποιείται αυτόματα. Ο ελεγκτής επανέρχεται σε λειτουργία όταν το σύστημα εκτελέσει τόσες ταλαντώσεις όσες έχει ορίσει ο χρήστης στο πεδίο “# of cycles”. Προφανώς όσες περισσότερες ταλαντώσεις κάνει το σύστημα, τόσο πιο πιθανόν είναι αυτές να έχουν ξεπεράσει τα μεταβατικά φαινόμενα και να έχουν σταθερό πλάτος και περίοδο.

Με την πάροδο του χρόνου, τα χαρακτηριστικά μιας διεργασίας μπορεί να αλλοιωθούν και να αλλάξουν ελαφρώς. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, ο έλεγχος που στο παρελθόν ήταν ικανοποιητικός πλέον να κρίνεται ανεπαρκής. Η λειτουργία “Auto Tuning” αποσκοπεί στο να λύσει αυτό το πρόβλημα. Αν λοιπόν, για παράδειγμα, μια διεργασία στην οποία ο έλεγχος επέβαλλε μηδενικό σφάλμα μόνιμης κατάστασης αλλάζει και το σφάλμα πλέον έχει μια τιμή μεγαλύτερη από την αποδεκτή, ο ελεγκτής θα το αντιληφθεί και θα προσαρμοστεί αυτόματα στα καινούρια δεδομένα χωρίς την παρέμβαση του χρήστη.



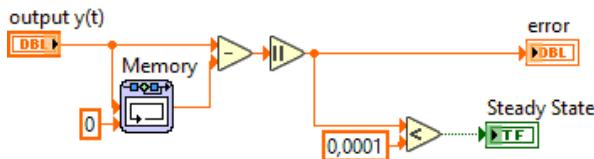
Σχήμα 4.19: Automatic Mode front panel

Προκειμένου το σύστημα να μην ανταποκρίνεται σε θόρυβο αλλά μόνο στο σφάλμα του συστήματος, αυτή η λειτουργία ενεργοποιείται μόνο όμα το σύστημα βρίσκεται σε μόνιμη κατάσταση για περισσότερο από πέντε δευτερόλεπτα. Προκειμένου να καταλαβαίνει ο ελεγκτής ότι η απόκριση του συστήματος έχει σταθεροποιηθεί, έχει υλοποιηθεί το υποσύστημα “Steady State” που φαίνεται στο Σχήμα 4.21. Η λογική του είναι αρκετά απλή. Ουσιαστικά ελέγχει αν η τρέχουσα αριθμητική τιμή της εξόδου του συστήματος διαφέρει κατά 0.0001 από την προηγούμενη. Αν αυτό συμβαίνει τότε είναι ασφαλές να θεωρήσουμε ότι το σύστημα βρίσκεται σε



Σχήμα 4.20: Automatic Mode block diagram

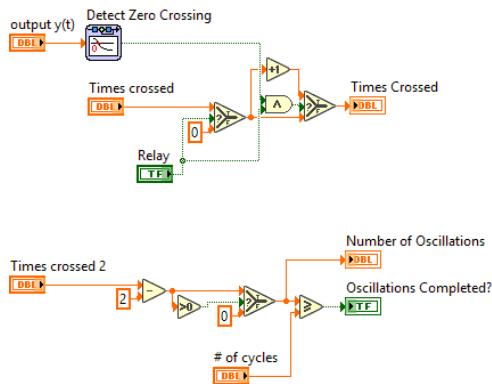
μόνιμη κατάσταση και η έξοδος του subVI παίρνει την τιμή *Αληθής*.



Σχήμα 4.21: Steady State block diagram

#### 4.3.11 Oscillations Counting subVI

Προκειμένου να ξέρει το πρόγραμμα πότε να σταματήσει τις ταλαντώσεις όταν η αυτόματη επιλογή είναι ενεργοποιημένη, θα πρέπει να είναι σε θέση να μετράει τις ταλαντώσεις που έχει εκτελέσει. Ο κώδικας που το κάνει αυτό φαίνεται στο Σχήμα 4.22. Οι ταλαντώσεις που εκτελεί το σύστημα κατά τη διάρκεια του πειράματος είναι συμμετρικές γύρω από το μηδέν. Συνεπώς, σε κάθε επανάληψη του προγράμματος και εφόσον το κουμπί “Relay” είναι πατημένο, το subVI ελέγχει αν η έξοδος του συστήματος πέρασε την τιμή μηδέν πηγαίνοντας από τα αρνητικά στα θετικά. Κάθε φορά που αυτό συμβαίνει, αυξάνει την τιμή της μεταβλητής “Times Crossed” κατά ένα. Αυτή η τιμή ισούται με την τιμή των ταλαντώσεων που έχει εκτελέσει το σύστημα. Επειδή οι πρώτες ταλαντώσεις δεν είναι σταθερές, με την έννοια ότι δεν έχουν σταθερό πλάτος, ο αλγόριθμος ξεκινάει το μέτρημα μετά από τις πρώτες δύο. Τέλος, όταν η λειτουργία “Relay” απενεργοποιηθεί, είτε αυτόματα είτε από τον χρήστη, ο μετρητής επιστρέφει στο μηδέν.



Σχήμα 4.22: Oscillation Counting block diagram

#### 4.4 Σύνοψη

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάστηκε η θεωρία του αυτο-ρυθμιζόμενου PID ελεγκτή καθώς και η δομή του προγράμματος. Η λογική του κάθε υποσυστήματος αναλύθηκε εκτενώς και συμπεριλήφθηκαν εικόνες για την καλύτερη κατανόηση του κώδικα. Μετά από αυτό το κεφάλαιο, ο αναγνώστης θα πρέπει να έχει μια καλή ιδέα των αλγορίθμων του κάθε subVI καθώς και τον τρόπο που συνδυάζονται όλα μαζί προκειμένου να “χτίστεί” το κυρίως πρόγραμμα. Στο επόμενο κεφάλαιο θα παρουσιαστούν οι προσομοιώσεις που έγιναν και τα συμπεράσματα σχετικά με την αποτελεσματικότητα του αυτο-ρυθμιζόμενου PID ελεγκτή.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ

# 5

## ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

### 5.1 Εισαγωγή

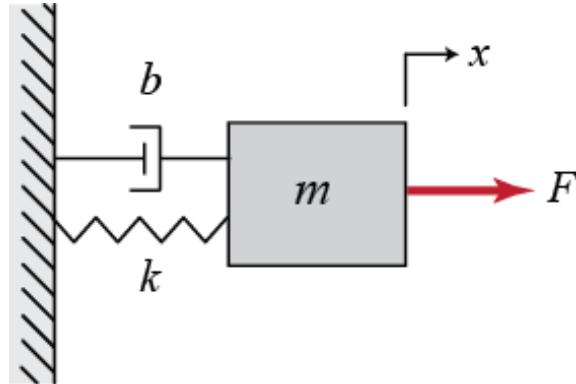
**Σ**ε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιαστούν οι προσομοιώσεις που έγιναν, έτσι ώστε να υπάρχει εφαρμογή της θεωρίας στην πράξη όσων έχουν αναφερθεί στα προηγούμενα κεφάλαια. Με αυτόν τον τρόπο μελετάται και κατά πόσο ο ελεγκτής που σχεδιάστηκε είναι ικανός να ελέγξει ικανοποιητικά συστήματα ελέγχου με διαφορετικές ανάγκες και ιδιαιτερότητες. Σε κάθε ενότητα θα παρουσιάζεται ένα από τα διαθέσιμα συστήματα, το μαθηματικό μοντέλο του<sup>1</sup> και τα αποτελέσματα του ελέγχου που παρέχει ο αυτο-ρυθμιζόμενος PID ελεγκτής. Τέλος, η κάθε ενότητα κλείνει με το σχολιασμό των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης.

### 5.2 Σύστημα Mass – Spring – Damper

#### 5.2.1 Εισαγωγή

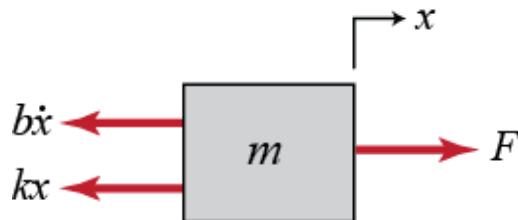
Το πρώτο σύστημα που θα αναλυθεί είναι το σύστημα Μάζα – Ελατήριο – Αποσβεστήρας (Σχήμα 5.1) που αποτελεί ένα από τα πιο κλασικά συστήματα ελέγχου καθώς οι δυναμικές σχέσεις που το διέπουν δεν είναι περίπλοκες και είναι εύκολη η κατανόηση τους.

<sup>1</sup>Η μοντελοποίηση του κάθε συστήματος βασίζεται στις αναλύσεις που βρίσκονται στο <http://ctms.engin.umich.edu/CTMS/index.php?aux=Home>



Σχήμα 5.1: Μοντέλο συστήματος Μάζας – Ελατηρίου – Αποσβεστήρα

### 5.2.2 Μαθηματικό Μοντέλο



Σχήμα 5.2: Διάγραμμα ελευθέρου σώματος για το σύστημα Μάζα – Ελατήριο – Αποσβεστήρας

Το διάγραμμα ελευθέρου σώματος για αυτό το σύστημα φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Η διαφορική εξίσωση που χαρακτηρίζει το σύστημα αυτό είναι

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F \quad (5.1)$$

όπου  $m$  είναι η μάζα,  $x$  είναι η μετατόπιση της μάζας από το σημείο ισορροπίας,  $b$  είναι η απόσβεση που παρέχει ο αποσβεστήρας,  $k$  είναι η σταθερά του ελατηρίου και  $F$  είναι η δύναμη που ασκείται στο σύστημα. Παίρνοντας το μετασχηματισμό Laplace της παραπάνω εξίσωσης έχουμε

$$ms^2X(s) + bsX(s) + kX(s) = F(s) \quad (5.2)$$

Συνεπώς η συνάρτηση μεταφοράς (*Transfer Function*) μεταξύ της εισόδου, που είναι η δύναμη  $F(s)$ , και της εξόδου, που είναι η μετατόπιση της μάζας  $X(s)$ , είναι

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + bs + k} \left[ \frac{m}{N} \right] \quad (5.3)$$

### 5.2.3 Προσομοίωση

Έστω ότι

- m** μάζα του σώματος  $1 \text{ kg}$   
**b** σταθερά απόσβεσης  $10 \text{ N} \frac{\text{s}}{\text{m}}$   
**k** σταθερά ελατηρίου  $20 \frac{\text{N}}{\text{m}}$

Αντικαθιστώντας αυτές τις τιμές στην εξίσωση 5.2 έχουμε

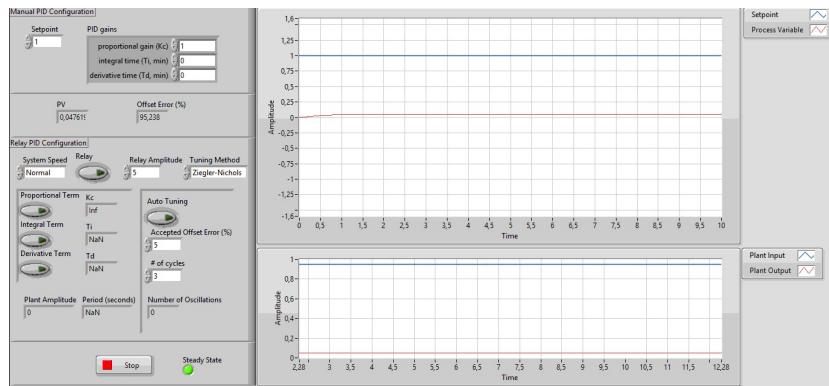
$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{s^2 + 10s + 20} \quad (5.4)$$

Τώρα θέλουμε να δούμε πώς αποκρίνεται το σύστημα σε μια βηματική είσοδο πλάτους  $F = 1 \text{ Newton}$ . Αρχικά, θα ελέγξουμε τη βηματική του απόκριση (*step response*) όταν δεν εφαρμόζεται έλεγχος.

Σημείωση: Στα πλαίσια αυτής της εργασίας θεωρείται ότι το σύστημα δρα χωρίς έλεγχο όταν  $K_p = 1, T_i = 0$  και  $T_d = 0$ .

### Απόκριση Χωρίς Έλεγχο

Στο Σχήμα 5.3 φαίνεται η βηματική απόκριση του συστήματος όταν δεν υπάρχει έλεγχος. Καθίσταται εμφανές ότι από μόνο του το σύστημα έχει μη ικανοποιητική απόκριση καθώς η τελική τιμή της εξόδου του είναι  $y(t) = 0,047619$  και έχει ποσοστό σφάλματος offset error = 95.238%. Συνεπώς κρίνεται απαραίτητη η χρήση ελεγκτή. Τα κέρδη του ελεγκτή θα υπολογιστούν χρησιμοποιώντας τη μέθοδο αυτόματης ρύθμισης που έχει περιγραφεί.



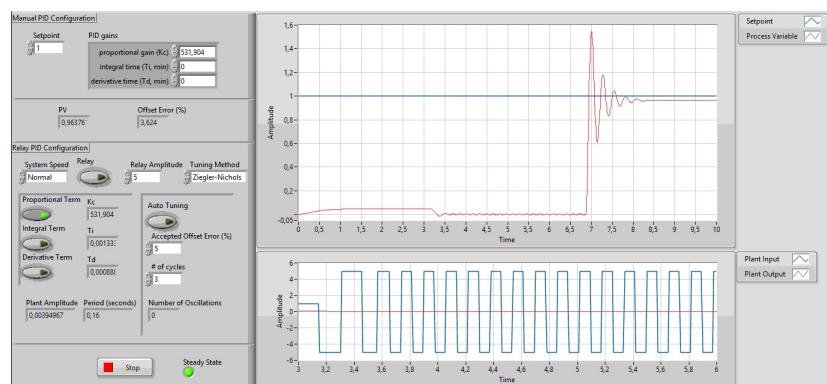
Σχήμα 5.3: Βηματική απόκριση του συστήματος Μάζα – Ελατήριο – Απόσβεστήρας χωρίς έλεγχο

### Αναλογικός Έλεγχος

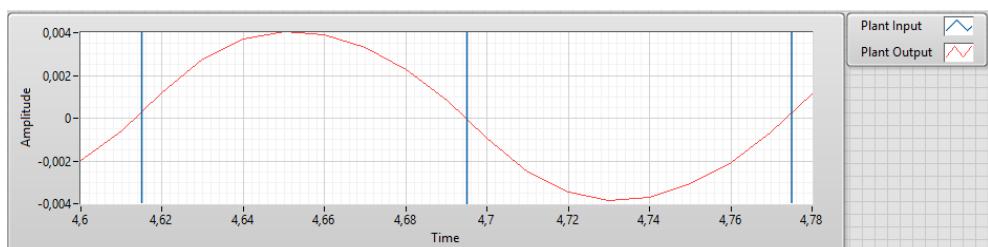
Στο Σχήμα 5.4 φαίνεται η βηματική απόκριση του συστήματος όταν σε αυτό εφαρμόζεται αναλογικός έλεγχος. Το κέρδος  $K_c$  του αναλογικού όρου υπολογίστηκε αυτόματα, χρησιμοποιώντας τους τύπους από τη μέθοδο Ziegler – Nichols. Βλέπουμε ότι με τη χρήση του αναλογικού ελέγχου το σφάλμα βελτιώθηκε στο βαθμό η τελική τιμή του συστήματος

να έχει πλέον μόνο 3,624% απόκλιση από την επιθυμητή τιμή, αλλά, όπως είχε αναφερθεί και στην ενότητα 2.2.2, δεν μπορεί να το μηδενίσει. Επίσης, ο έλεγχος εισήγαγε ταλαντώσεις και υπερακόντιση κατά ένα ποσοστό περίπου 50%. Αυτό, ανάλογα με τις απαιτήσεις ελέγχου, μπορεί να μην είναι αποδεκτό.

Στο ίδιο σχήμα φαίνεται η αριθμητική τιμή του πλάτους και της περιόδου των ταλαντώσεων που υπολόγισε ο αλγόριθμος. Το Σχήμα 5.5 αποτελεί μεγέθυνση του 5.4 και αποδεικνύει ότι ο αλγόριθμος είναι πολύ ακριβής στην εύρεση των χαρακτηριστικών των ταλαντώσεων.



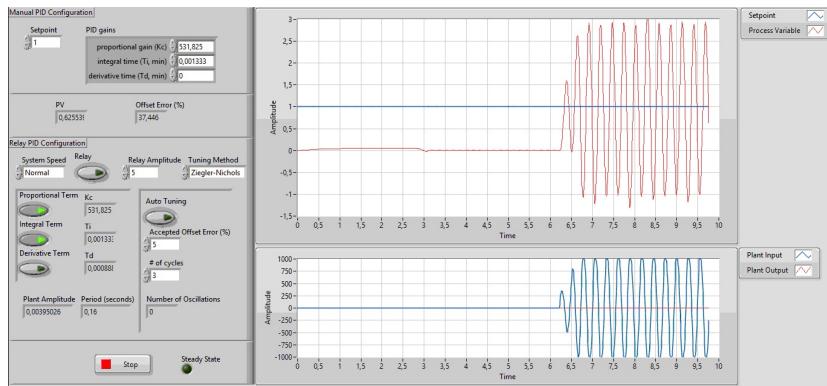
Σχήμα 5.4: Βηματική απόκριση του συστήματος Μάζα – Ελατήριο – Αποβεστήρας με εφαρμογή αναλογικού ελέγχου



Σχήμα 5.5: Μεγέθυνση των ταλαντώσεων του συστήματος κατά τη διάρκεια του πειράματος relay

### Αναλογικός – Ολοκληρωτικός Έλεγχος

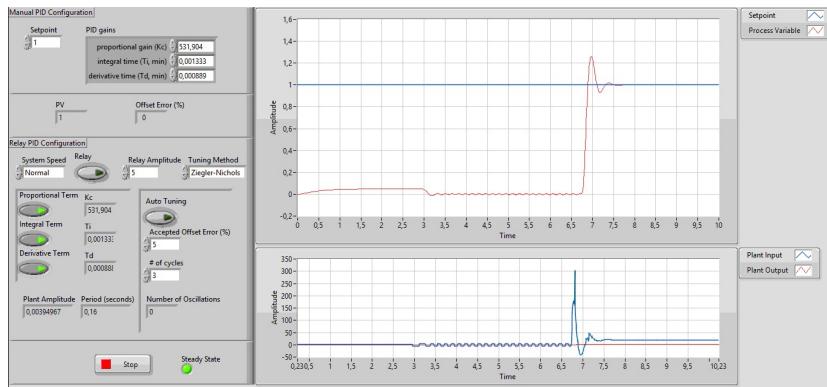
Το πείραμα επαναλαμβάνεται αλλά αυτή τη φορά χρησιμοποιείται και ο ολοκληρωτικός όρος προκειμένου να εξαλειφθεί το σφάλμα μόνιμης κατάστασης. Όπως φαίνεται από το Σχήμα 5.6, η προσθήκη του ολοκληρωτικού όρου, όχι μόνο δεν μηδενίζει το σφάλμα μόνιμης κατάστασης αλλά χειροτερεύει την απόκριση του συστήματος σε σημείο να το οδηγεί να εκτελεί ταλαντώσεις γύρω από το επιθυμητό σημείο. Αυτό χωρίς αμφιβολία, είναι μία μη αποδεκτή κατάσταση.



Σχήμα 5.6: Βηματική απόκριση του συστήματος Μάζα – Ελατήριο – Αποσβεστήρας με εφαρμογή αναλογικού – ολοκληρωτικού ελέγχου

### Αναλογικός – Ολοκληρωτικός – Διαφορικός Έλεγχος

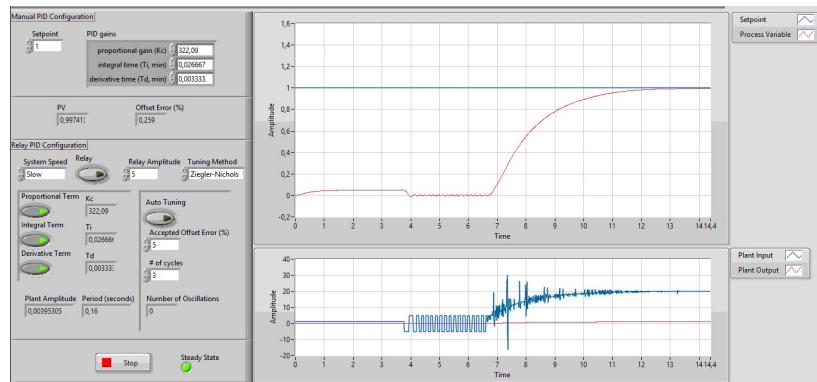
Προκειμένου να βελτιωθεί η ευστάθεια του συστήματος εισάγεται και ο διαφορικός όρος. Ενώ ο ολοκληρωτικός όρος εισάγει έναν πόλο στο σύστημα, ο διαφορικός όρος εισάγει ένα μηδενικό βελτιώνοντας έτσι την ευστάθεια. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.7 η απόκριση βελτιώθηκε αισθητά. Ο έλεγχος που παρέχουν και οι τρεις όροι, όχι μόνο μηδένισε το σφάλμα μόνιμης κατάστασης όπως ήταν αναμενόμενο λόγω του ολοκληρωτικού όρου, αλλά βελτίωσε και τη μεταβατική κατάσταση του συστήματος. Η υπερακόντιση, που πριν είχε ποσοστό σχεδόν 50% τώρα έχει ποσοστό περίπου 20%. Επίσης έχει χρόνο ανύψωσης λιγότερο από ένα δευτερόλεπτο. Πλέον η απόκριση του συστήματος κρίνεται ικανοποιητική.



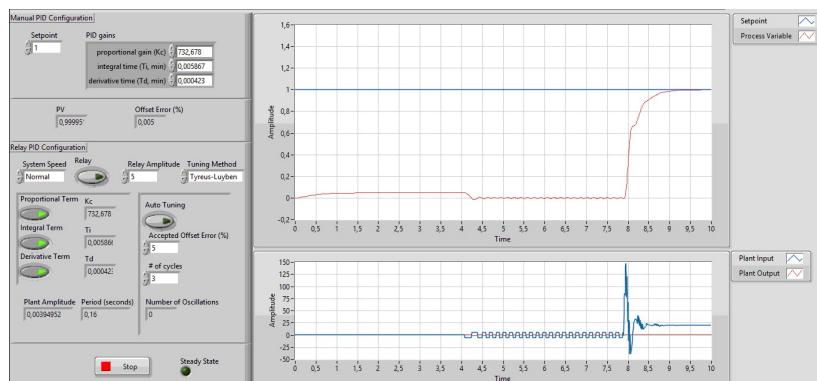
Σχήμα 5.7: Βηματική απόκριση του συστήματος Μάζα – Ελατήριο – Αποσβεστήρας με εφαρμογή αναλογικού – ολοκληρωτικού – διαφορικού ελέγχου

Όπως έχει αναφερθεί κάθε διεργασία μπορεί να έχει διαφορετικές απαιτήσεις ελέγχου. Μπορεί για μία συγκεκριμένη εφαρμογή, η υπερακόντιση που παρουσιάζει ο έλεγχος με αυτά τα κέρδη να μην είναι αποδε-

κτός. Έχει ενδιαφέρον λοιπόν να δούμε πώς ανταποκρίνεται το σύστημα σε διαφορετικές τιμές των κερδών. Ορίζοντας την επιθυμητή ταχύτητα του κλειστού συστήματος σε “Slow” αντί για “Normal” έχουμε την παρακάτω απόκριση. Από το διάγραμμα βλέπουμε ότι πλέον το σύστημα δεν παρουσιάζει υπερακόντιση αλλά ως αντάλλαγμα αργεί αισθητά περισσότερο να φτάσει στην επιθυμητή τιμή.



Σχήμα 5.8: Βηματική απόκριση του συστήματος Μάζα – Ελατήριο – Αποσβεστήρας με εφαρμογή αναλογικού – ολοκληρωτικού – διαφορικού ελέγχου στη λειτουργία “Slow”

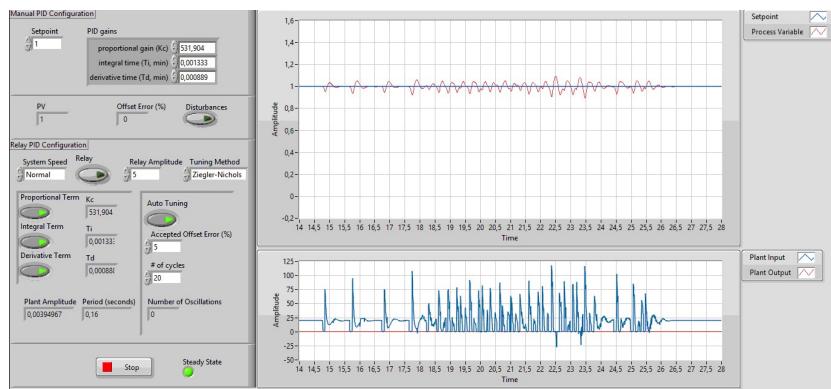


Σχήμα 5.9: Βηματική απόκριση του συστήματος Μάζα – Ελατήριο – Αποσβεστήρας με εφαρμογή αναλογικού – ολοκληρωτικού – διαφορικού ελέγχου του οποίου τα κέρδη έχουν υπολογιστεί με τους τύπους Tyreus – Luyben

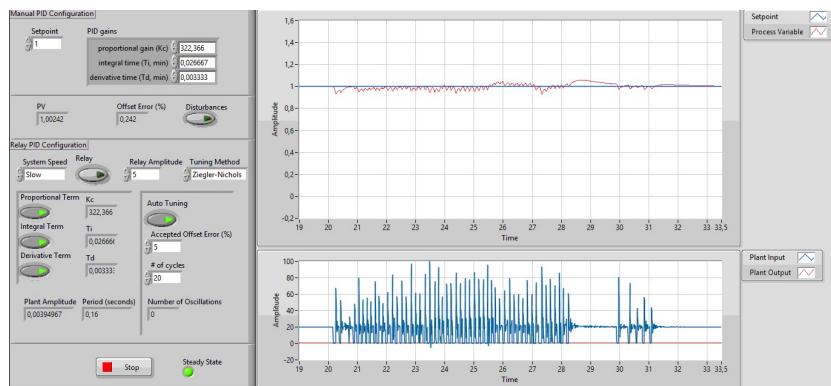
Ακόμα, στο Σχήμα 5.9 φαίνεται η βηματική απόκριση του κλειστού συστήματος όταν τα κέρδη του ελεγκτή έχουν υπολογιστεί με τους τύπους Tyreus – Luyben. Η απόκριση μοιάζει σαν μια μίξη των δύο προηγούμενων αποκρίσεων. Η έξοδος του συστήματος δεν παρουσιάζει υπερακόντιση, αλλά φτάνει και στην επιθυμητή τιμή μέσα σε περίπου ένα δευτερόλεπτο.

### Αντιμετώπιση Διαταραχών

Στο Σχήμα 5.10 φαίνεται πώς το σύστημα αντιδράει στην ύπαρξη διαταραχών. Βλέπουμε ότι το σύστημα αποκρίνεται σχετικά καλά στην ύπαρξη διαταραχών, αφού κρατάει την ελεγχόμενη μεταβλητή κοντά στο επιθυμητό σημείο και την επαναφέρει γρήγορα σε αυτό μετά το πέρας των διαταραχών.



Σχήμα 5.10: Αντιμετώπιση διαταραχών του αυτο-ρυθμιζόμενου PID ελεγκτή του οποίου τα κέρδη έχουν υπολογιστεί με τους τύπους Ziegler – Nichols

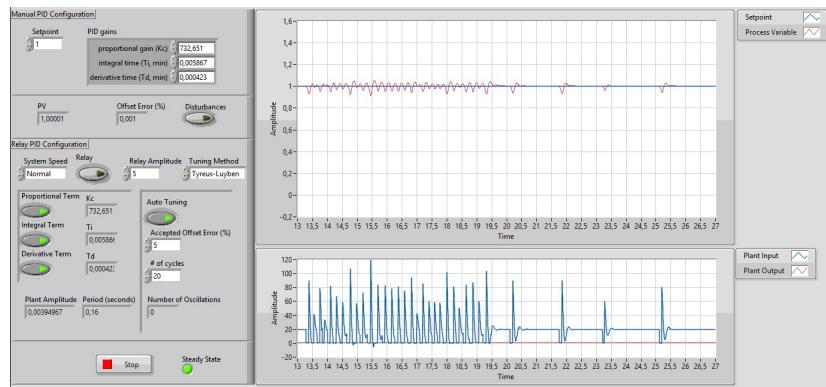


Σχήμα 5.11: Αντιμετώπιση διαταραχών του αυτο-ρυθμιζόμενου PID ελεγκτή του οποίου τα κέρδη έχουν υπολογιστεί με τους τύπους Ziegler – Nichols στη λειτουργία "Slow"

Όπως και πριν, έχει ενδιαφέρον να δούμε πώς διαχειρίζεται τις διαταραχές το σύστημα όταν τα κέρδη του ελεγκτή έχουν υπολογιστεί χρησιμοποιώντας διαφορετικούς τύπους. Έτσι, στο Σχήμα 5.11 φαίνεται η προσπάθεια του ελεγκτή να ελέγξει το σύστημα σε διαταραχή, όταν τα κέρδη έχουν υπολογιστεί με τη μέθοδο Ziegler – Nichols και οι τύποι έχουν προσαρμοστεί για να δίνουν μια πιο αργή απόκριση.

Τέλος, στο Σχήμα 5.12 φαίνεται η αντιμετώπιση των διαταρα-

χών όταν τα κέρδη έχουν υπολογιστεί με τους τύπους Tyreus – Luyben. Βλέπουμε ότι οι αντιμετώπιση διαταραχών είναι παρόμοια και στις τρεις περιπτώσεις που εξετάστηκαν.



Σχήμα 5.12: Αντιμετώπιση διαταραχών του αυτο-ρυθμιζόμενου PID ελεγκτή του οποίου τα κέρδη έχουν υπολογιστεί με τους τύπους Tyreus – Luyben

#### 5.2.4 Συμπεράσματα

Στην ενότητα αυτή έγινε προσπάθεια να ελεγχθεί το κλασικό σύστημα ελέγχου που αποτελείται από μία μάζα, ένα ελατήριο και έναν αποσβεστήρα. Ως είσοδος του συστήματος θεωρήθηκε η δύναμη  $F$  που ασκείται στη μάζα, ενώ ως έξοδος του συστήματος θεωρήθηκε η μεταποίηση  $x$  που έχει η μάζα από το σημείο ισορροπίας της.

Αρχικά, είδαμε ότι χωρίς έλεγχο το σύστημα δεν ανταποκρίνεται καλά καθώς έχει μεγάλο χρόνο ανύψωσης και μεγάλο σφάλμα μόνιμης κατάστασης. Έτσι στην αρχή χρησιμοποιήθηκε αναλογικός έλεγχος για τη μείωση του σφάλματος και τη βελτίωση του χρόνου ανύψωσης ο οποίος οδήγησε σε μία αξιοπρεπή απόκριση αλλά δεν κατάφερε να μηδενίσει το σφάλμα, παρά μόνο να το μειώσει σε ένα μικρό ποσοστό.

Στη συνέχεια, χρησιμοποιήθηκε και ο ολοκληρωτικός όρος προκειμένου να μηδενίστει το σφάλμα μόνιμης κατάστασης. Η τιμή του κέρδους όμως που υπολογίστηκε για τον ολοκληρωτικό όρο είχε σαν αποτέλεσμα να οδηγήσει το σύστημα σε μία μορφή αστάθειας. Αυτό οφείλεται στο ότι τόσο ο αναλογικός όσο και ο ολοκληρωτικός όρος μειώνουν το χρόνο ανύψωσης και ενισχύουν την υπερακόντιση του συστήματος οπότε προσθετικά οδηγούν την έξοδο του συστήματος σε ταλάντωση. Κανονικά, αν θα θέλαμε να έχουμε μόνο αναλογικό – ολοκληρωτικό έλεγχο θα έπρεπε, πριν την εφαρμογή του ολοκληρωτικού όρου, να μειώσουμε το αναλογικό κέρδος  $K_c$ . Όμως, στόχος μας στην παρούσα εργασία είναι να δούμε πόσο αποτελεσματικός είναι ο έλεγχος που παρέχει ο αυτο-ρυθμιζόμενος PID ελεγκτής που υλοποιήθηκε, χωρίς να επέμβουμε χειροκίνητα στα κέρδη

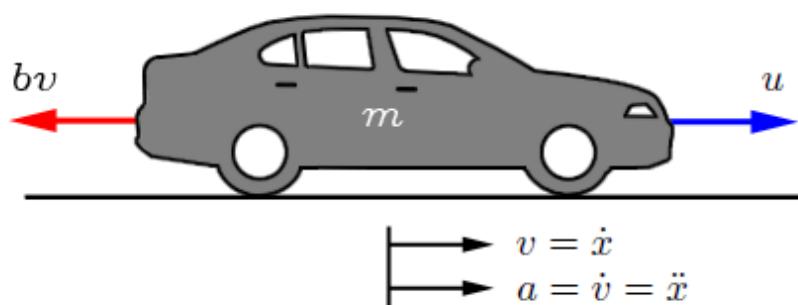
που υπολογίζει.

Συνεπώς, για να βελτιώσουμε την απόκριση, προστέθηκε και ο διαφορικός όρος του ελεγκτή. Πλέον, ο έλεγχος που περιελάμβανε και τους τρεις όρους οδήγησε το σύστημα στο να έχει γρήγορο χρόνο ανύψωσης, μικρό ποσοστό υπερακόντισης και μηδενικό σφάλμα μόνιμης κατάστασης. Επίσης, αλλάζοντας την ταχύτητα που θέλουμε να έχει το κλειστό σύστημα ελέγχου ή επιλέγοντας τους τύπους Tyreus – Luyben αντί για τους Ziegler – Nichols, πετυχαίνουμε μια λιγότερο “επιθετική” απόκριση. Παρόλο που είναι δύσκολο να πούμε ότι κάποιος έλεγχος είναι ξεκάθαρα καλύτερος από κάποιον άλλο αφού αυτό εξαρτάται από τις απαιτήσεις της κάθε διεργασίας, είναι ασφαλές να δηλώσουμε ότι τα κέρδη που υπολογίζονται με τους τύπους Tyreus – Luyben συνδυάζουν, ως ένα βαθμό, τις προηγούμενες αποκρίσεις, προσφέροντας έτσι τον πιο “σφαιρικό” έλεγχο.

## 5.3 Σύστημα Cruise Control

### 5.3.1 Εισαγωγή

Το δεύτερο σύστημα που θα αναλυθεί είναι ένα πολύ καλό παράδειγμα ελέγχου ανάδρασης. Ο αυτόματος έλεγχος ταχύτητας ή *cruise control* όπως είναι γνωστό στη διεθνή βιβλιογραφία, είναι ένα χαρακτηριστικό που βρίσκεται σε πολλά σύγχρονα αυτοκίνητα. Στόχος του είναι να κρατάει σταθερή την ταχύτητα του οχήματος, ανεξαρτήτως των διαταραχών που μπορεί να δέχεται από το περιβάλλον του, όπως η αντίσταση του ανέμου ή η κλίση του δρόμου. Αυτό το επιτυγχάνει μετρώντας την τρέχουσα ταχύτητα του οχήματος, συγκρίνοντας την με την επιθυμητή ταχύτητα και αυτόματα προσαρμόζοντας το γκάζι.



Σχήμα 5.13: Μοντέλο συστήματος Αυτόματου Ελέγχου Ταχύτητας

### 5.3.2 Μαθηματικό Μοντέλο

Για την εύρεση των εξισώσεων του συστήματος, θεωρούμε ότι απλό μοντέλο της δυναμικής του οχήματος που φαίνεται στο παραπάνω διάγραμμα ελευθέρου σώματος. Το όχημα, μάζας  $m$ , ελέγχεται από μια δύναμη ελέγχου  $u$ . Η δύναμη αυτή αντιπροσωπεύει τη δύναμη που παράγεται στη διεπαφή δρόμου – ελαστικού. Για αυτό το απλοποιημένο μοντέλο, θα υποθέσουμε ότι μπορούμε να ελέγξουμε άμεσα αυτή τη δύναμη και θα παραμελήσουμε τη δυναμική του κινητήρα, των ελαστικών καθώς και των απωλειών που πηγαίνουν στη δημιουργία της δύναμης. Οι δυνάμεις αντίστασης, που οφείλονται στις τριβές των ελαστικών με το δρόμο και την αντίσταση του ανέμου, θεωρούμε ότι μεταβάλλονται γραμμικά με την ταχύτητα του οχήματος,  $v$ , και ενεργούν προς την αντίθετη κατεύθυνση από αυτή που κινείται το όχημα.

Με αυτές τις υποθέσεις, οδηγούμαστε σε ένα απλό σύστημα πρώτης τάξης. Αθροίζοντας τις δυνάμεις στον άξονα  $x$  και εφαρμόζοντας τον 2<sup>o</sup> Νόμο του Νεύτωνα, καταλήγουμε στην παρακάτω εξίσωση

$$m\dot{v} + bv = u \quad (5.5)$$

όπου  $u$  είναι η δύναμη που εφαρμόζεται στο όχημα και αποτελεί την είσοδο του συστήματος και  $v$  είναι η ταχύτητα του οχήματος και αποτελεί την έξοδό του.

Παίρνοντας λοιπόν το μετασχηματισμό Laplace και στα δύο μέλη της εξίσωσης 5.5 και θεωρώντας μηδενικές αρχικές συνθήκες, καταλήγουμε στη συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος

$$P(s) = \frac{V(s)}{U(s)} = \frac{1}{ms + b} \left[ \frac{m/s}{N} \right] \quad (5.6)$$

### 5.3.3 Προσομοίωση

Θεωρούμε ότι οι τιμές των παραμέτρων είναι

**m** μάζα του συστήματος  $1000 \text{ kg}$

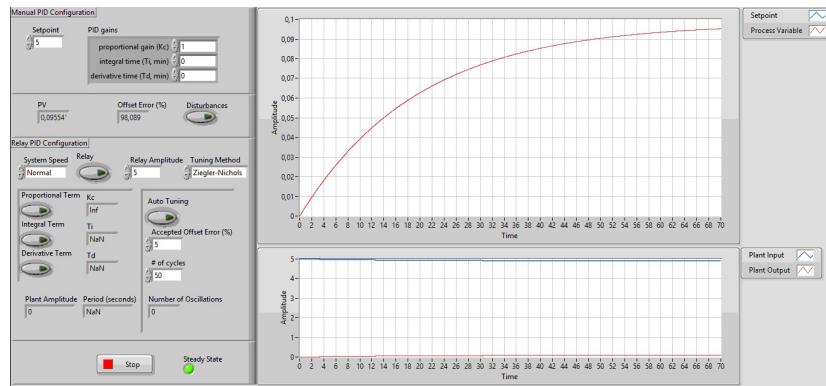
**b** σταθερά απόσβεσης  $50 \frac{\text{Ns}}{\text{m}}$

Με αντικατάσταση των τιμών στη συνάρτηση μεταφοράς έχουμε

$$\frac{V(s)}{U(s)} = \frac{1}{1000s + 50} \quad (5.7)$$

### Απόκριση Χωρίς Έλεγχο

Αρχικά, ελέγχουμε να δούμε κατά πόσο το σύστημα χρειάζεται έλεγχο για να έχει ικανοποιητική απόδοση. Η απόκριση του συστήματος όταν ως επιθυμητή ταχύτητα θέτουμε τα  $5 \text{ m/s}$  φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

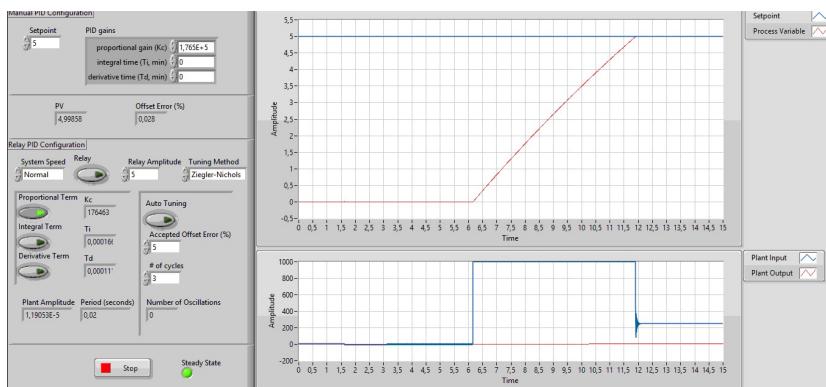


Σχήμα 5.14: Βηματική απόκριση του συστήματος Αυτόματου Ελέγχου Ταχύτητας χωρίς την εφαρμογή ελέγχου

Από την γραφική παράσταση βλέπουμε ότι η απόκριση του συστήματος χωρίς έλεγχο είναι πολύ αργή και έχει πολύ μεγάλο σφάλμα μόνιμης κατάστασης.

### Αναλογικός Έλεγχος

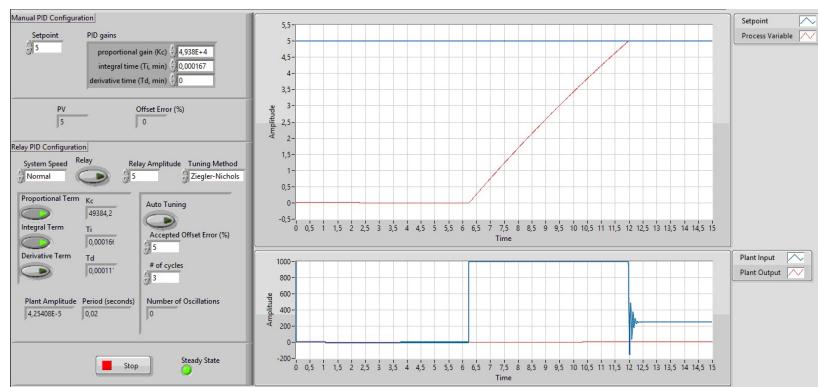
Στο Σχήμα 5.15 φαίνεται η απόκριση του συστήματος όταν ο PID ελεγκτής χρησιμοποιεί μόνο τον αναλογικό του όρο. Βλέπουμε ότι για το κέρδος του αναλογικού όρου έχει υπολογιστεί μια υπερβολικά μεγάλη τιμή, συγκεκριμένα  $K_c = 176463$ . Πέρα από αυτό, η απόκριση του συστήματος πλέον έχει βελτιωθεί καθώς φτάνει στο επιθυμητό σημείο σε περίπου έξι δευτερόλεπτα και το σφάλμα μόνιμης κατάστασης έχει πλέον τιμή 0.028%.



Σχήμα 5.15: Βηματική απόκριση του συστήματος Αυτομάτου Ελέγχου Ταχύτητας με χρήση μόνο του αναλογικού όρου

### Αναλογικός – Ολοκληρωτικός Έλεγχος

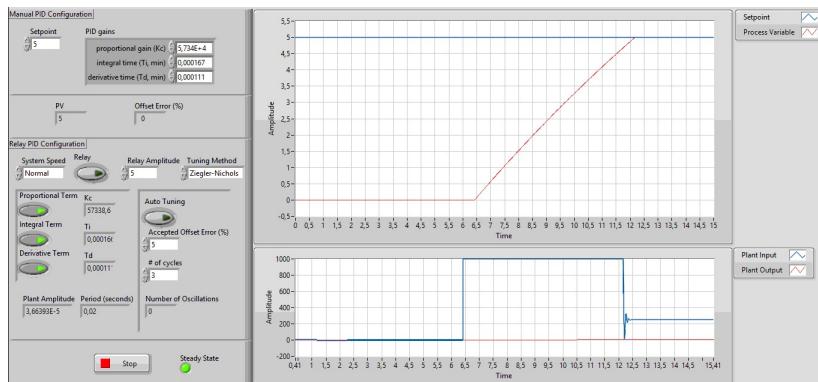
Στο Σχήμα 5.16 φαίνεται η βηματική απόκριση του συστήματος όταν στον έλεγχο προστεθεί και ο ολοκληρωτικός όρος. Τόσο αυτή η απόκριση όσο και η προηγούμενη παρουσιάζουν πολλές ομοιότητες. Ο χρόνος ανύψωσης είναι σχεδόν ίδιος και η έξοδος του συστήματος έχει γραφική μεταβολή συναρτήσει του χρόνου. Το μόνο που διαφέρει σε σχέση με πριν είναι ότι πλέον, λόγω του ολοκληρωτικού όρου, το σφάλμα μόνιμης κατάστασης είναι εντελώς μηδέν.



Σχήμα 5.16: Βηματική απόκριση του συστήματος Αυτομάτου Ελέγχου Ταχύτητας με χρήση του αναλογικού και του ολοκληρωτικού όρου

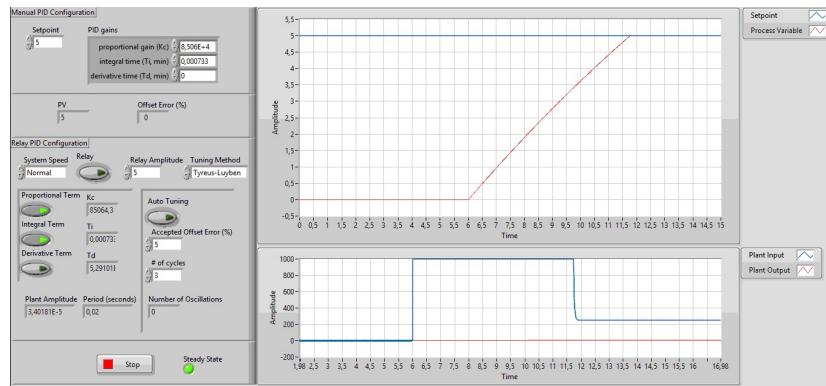
### Αναλογικός – Ολοκληρωτικός – Διαφορικός Έλεγχος

Στο Σχήμα 5.17 φαίνεται η απόκριση του συστήματος όταν ο ελεγκτής χρησιμοποιεί και τους τρεις όρους του. Από τη γραφική παράσταση εύκολα βγαίνει το συμπέρασμα ότι η απόκριση δεν άλλαξε καθόλου με την προσθήκη του διαφορικού όρου.



Σχήμα 5.17: Βηματική απόκριση του συστήματος Αυτομάτου Ελέγχου Ταχύτητας με χρήση και των τριών όρων του PID ελεγκτή

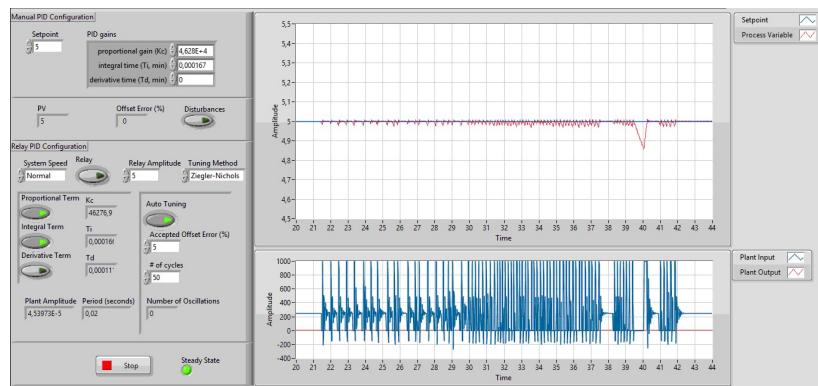
Τέλος, στο Σχήμα 5.18 φαίνεται η απόκριση του συστήματος όταν για τον αυτόματο υπολογισμό των κερδών του αναλογικού και του ολοκληρωτικού όρου έχουν χρησιμοποιηθεί οι τύποι Tyreus – Luyben. Όπως ήταν αναμενόμενο, ούτε σε αυτή την περίπτωση η απόκριση του συστήματος παρουσιάζει αλλαγές σε σχέση με τις προηγούμενες γραφικές παραστάσεις.



Σχήμα 5.18: Βηματική απόκριση του συστήματος Αυτομάτου Ελέγχου Ταχύτητας με χρήση και των τριών όρων του PID ελεγκτή όπου τα κέρδη έχουν υπολογιστεί χρησιμοποιώντας τους τύπους Tyreus – Luyben

### Αντιμετώπιση Διαταραχών

Αφού από τα διαδοχικά πειράματα καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι οι αποκρίσεις δεν έχουν αλλαγές μεταξύ τους, ο πιο ικανοποιητικός έλεγχος θα μπορούσαμε να πούμε ότι είναι αυτός που δεν περιλαμβάνει το διαφορικό όρο, καθώς δεν προσφέρει κάτι παραπάνω.



Σχήμα 5.19: Αντιμετώπιση διαταραχών του αυτο-ρυθμιζόμενου PID ελεγκτή του οποίου τα κέρδη έχουν υπολογιστεί με τους τύπους Ziegler – Nichols

Στο Σχήμα 5.19 φαίνεται πώς το κλειστό σύστημα αποκρίνεται στις ξαφνι-

κές διαταραχές που εισέρχονται στο βρόχο ελέγχου. Εύκολα γίνεται αντιληπτό ότι οι διαταραχές αντιμετωπίζονται ικανοποιητικά αφού ο ελεγκτής δεν αφήνει την ελεγχόμενη μεταβλητή να αποκλίνει από την επιθυμητή τιμή της και το σύστημα επιστρέφει στην επιθυμητή τιμή όταν οι διαταραχές σταματάνε.

### 5.3.4 Συμπεράσματα

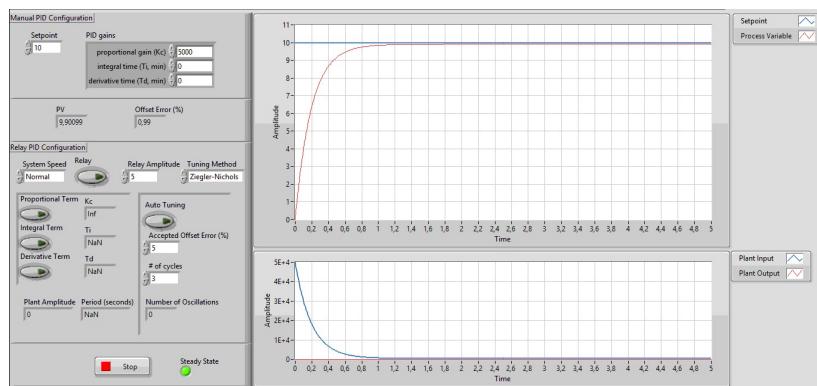
Σε αυτή την ενότητα έγινε προσπάθεια να ελεγχθεί ένα σύστημα που συναντάται σε καθημερινή βάση σε όλα τα σύγχρονα οχήματα. Αρχικά, με μία απλή προσομοίωση κατέστη εμφανές ότι το σύστημα χρήζει ελέγχου, αφού χωρίς ελεγκτή η απόκριση ήταν πολύ αργή και η έξοδος του συστήματος είχε τιμή περίπου  $y(t) = 0.1$  αντί για  $y(t) = 5$  που ήταν το επιθυμητό. Αυτό είναι λογικό, αφού η συνάρτηση μεταφοράς (Εξίσωση 5.6) για τις δοθείσες τιμές των παραμέτρων έχει κέρδος ανοιχτού βρόχου  $\frac{1}{50} = 0.02$ .

Προχωρώντας λοιπόν στον έλεγχο του συστήματος παρατηρήθηκε κάτι αρκετά ενδιαφέρον. Ασχέτως με τον τύπο ελέγχου που χρησιμοποιήθηκε ή τη μέθοδο με την οποία υπολογίστηκαν τα κέρδη, η απόκριση του κλειστού συστήματος φαίνεται να μένει ανεπηρέαστη. Αυτό οφείλεται τόσο στην ίδια τη φύση του εν λόγω συστήματος όσο και στον τρόπο που έχει μοντελοποιηθεί. Το συγκεκριμένο σύστημα είναι ένα αμάξι που πρέπει να διατηρεί σταθερή ταχύτητα. Όπως είναι φυσικό, η μάζα του οχήματος έχει μεγάλη τιμή,  $m = 1000 \text{ kg}$  για το συγκεκριμένο παράδειγμα. Αυτό συνεπάγεται ότι ο έλεγχος θα πρέπει να έχει πολύ μεγάλη τιμή προκειμένου να προκαλέσει τις επιθυμητές αλλαγές στην ταχύτητα του αμαξιού.

Σε μια πραγματική εφαρμογή, στην οποία υπάρχουν περιορισμοί λόγω των φυσικών ορίων των συσκευών που χρησιμοποιούνται, η τιμή του ελέγχου θα πρέπει να περιορίζεται έτσι ώστε να αποφεύγεται η ταλαιπωρία και ενδεχομένως και η καταστροφή του εξοπλισμού. Στην εργασία αυτή, για την προσομοίωση ενός πραγματικού συστήματος ελέγχου, η έξοδος του ελεγκτή δεν μπορεί να ξεπερνάει τις τιμές 1000 και -1000. Συνεπώς, στο συγκεκριμένο σύστημα ελέγχου, λόγω της μεγάλης μάζας του οχήματος, η έξοδος του ελεγκτή έρχεται σε κορεσμό, οποιοδήποτε είδος ελέγχου και να χρησιμοποιείται. Αυτό φαίνεται στα σχήματα 5.15, 5.16, 5.17 και 5.18 στη κάτω γραφική παράσταση που δείχνει την είσοδο του συστήματος (έξοδος του ελεγκτή) σε σχέση με την έξοδο του συστήματος. Έτσι λοιπόν εξηγείται γιατί το σύστημα έχει παρόμοια απόκριση ανεξαρτήτως του ελέγχου που χρησιμοποιείται.

Ενδεικτικά, στο Σχήμα 5.20 φαίνεται η θεωρητική απόκριση που θα είχε το σύστημα αν δεν υπήρχαν τα προαναφερθέντα όρια στην έξοδο του ελεγκτή και για αναλογικό κέρδος  $K_c = 5000$ . Εύκολα παρατηρούμε ότι η απόκριση είναι πολύ διαφορετική από αυτές που είδαμε προηγουμένως. Το σύστημα χρειάζεται μόνο μισό δευτερόλεπτο για να φτάσει

στο 90% της τελικής τιμής του σε αντίθεση με τα περίπου έξι δευτερόλεπτα που χρειαζόταν όταν το σήμα ελέγχου περιορίζόταν. Αυτό βέβαια για να επιτευχθεί χρειάζεται μια τεράστια τιμή του σήματος ελέγχου, συγκεκριμένα η τιμή αυτή για τη δοθείσα τιμή του αναλογικού κέρδους είναι  $controller\ output = 50000$ . Όπως εξηγήθηκε, μια τέτοια τιμή σε ένα πραγματικό σύστημα θα μπορούσε να έχει ολέθριες συνέπειες για τον εξοπλισμό, συνεπώς μια τέτοια απόκριση παραμένει πραγματοποιήσιμη μόνο σε θεωρητικό επίπεδο.



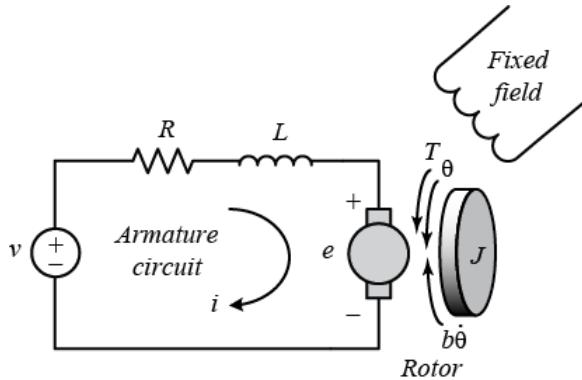
Σχήμα 5.20: Βηματική απόκριση του συστήματος Αυτόματου Ελέγχου Ταχύτητας χωρίς όριο για την έξοδο του ελεγκτή

Επειδή το σύστημα είναι πρώτης τάξης, οι ταλαντώσεις που εκτελεί κατά τη διαδικασία ρύθμισης έχουν πολύ μικρό πλάτος και περίοδο με αποτέλεσμα τα κέρδη που υπολογίζονται να είναι πολύ υψηλά. Αυτό ούμως εν τέλει δεν επηρεάζει την απόκριση του συστήματος καθώς η έξοδος του ελεγκτή λειτουργεί μέσα σε συγκεκριμένες τιμές. Συνοψίζοντας, δεδομένου των περιορισμών που αναφέρθηκαν, ο αυτο-ρυθμιζόμενος PID ελεγκτής προσφέρει μια αρκετά ικανοποιητική μορφή ελέγχου.

## 5.4 Σύστημα Motor Speed

### 5.4.1 Εισαγωγή

Ένας κοινός ενεργοποιητής στα συστήματα ελέγχου είναι ο DC κινητήρας (κινητήρας συνεχούς ρεύματος). Αυτός παρέχει άμεσα περιστροφική κίνηση και σε συνδυασμό με με τροχούς και άλλα μέσα μπορεί να προσφέρει και μεταφορική κίνηση. Το ηλεκτρικό ισοδύναμο ενός DC κινητήρα και το διάγραμμα ελευθέρου σώματος φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 5.21: Μοντέλο συστήματος ενός DC κινητήρα

### 5.4.2 Μαθηματικό Μοντέλο

Για αυτό το παράδειγμα, θα θεωρήσουμε ότι η είσοδος του συστήματος είναι η τάση  $V$  που εφαρμόζεται στο κύκλωμα και η έξοδος είναι η γωνιακή ταχύτητα  $\dot{\theta}$  του άξονα. Ο ρότορας και ο άξονας υποτίθεται ότι είναι άκαμπτοι. Επίσης υποθέτουμε ότι η ροπή τριβής είναι ανάλογη της γωνιακής ταχύτητας του άξονα.

Γενικά, η ροπή που παράγεται από έναν κινητήρα συνεχούς ρεύματος είναι ανάλογη προς το ρεύμα οπλισμού και τη δύναμη του μαγνητικού πεδίου. Σε αυτό το παράδειγμα, θα υποθέτουμε ότι το μαγνητικό πεδίο είναι σταθερό και, συνεπώς, ότι η ροπή του κινητήρα είναι ανάλογη μόνο προς το ρεύμα  $i$  του οπλισμού κατά ένα σταθερό παράγοντα  $K_t$  όπως φαίνεται στην παρακάτω εξίσωση. Αυτό αναφέρεται ως κινητήρας ελεγχόμενος από οπλισμό.

$$T = K_t i \quad (5.8)$$

Η πίσω ηλεκτροκινητική δύναμη (back emf),  $e$ , είναι ανάλογη της γωνιακής ταχύτητας του άξονα με σταθερό παράγοντα  $K_e$ .

$$e = K_e \dot{\theta} \quad (5.9)$$

Σε μονάδες SI, οι σταθερές του κινητήρα και της πίσω ηλεκτροκινητικής δύναμης είναι ίσες, δηλαδή,  $K_t = K_e$ . Ως εκ τούτου, θα χρησιμοποιήσουμε τη σταθερά  $K$  για να αντιπροσωπεύσουμε τόσο τη σταθερά της ροπής του κινητήρα όσο και την σταθερά της πίσω ηλεκτροκινητικής δύναμης. Από το Σχήμα 5.21, μπορούμε να βρούμε τις ακόλουθες εξισώσεις που βασίζονται στον 2<sup>o</sup> νόμο του Νεύτωνα και στον νόμο περί τάσης του Kirchhoff.

$$J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} = K_i \quad (5.10)$$

$$L\frac{di}{dt} + Ri = V - K\dot{\theta} \quad (5.11)$$

Εφαρμόζοντας το μετασχηματισμό Laplace, οι παραπάνω εξισώσεις μοντελοποίησης μπορούν να εκφραστούν με τη μεταβλητή Laplace  $s$ .

$$s(Js + b)\Theta(s) = KI(s) \quad (5.12)$$

$$(Ls + R)I(s) = V(s) - Ks\Theta(s) \quad (5.13)$$

Εξαλείφοντας τον όρο  $I(s)$  από τις δύο παραπάνω εξισώσεις καταλήγουμε στην ακόλουθη συνάρτηση μεταφοράς ανοιχτού συστήματος, όπου η γωνιακή ταχύτητα θεωρείται η έξοδος και η τάση θεωρείται η είσοδος

$$P(s) = \frac{\dot{\Theta}}{V(s)} = \frac{K}{(JL)s^2 + (RJ + bL)s + (bR + K^2)} \left[ \frac{\text{rad/sec}}{V} \right] \quad (5.14)$$

### 5.4.3 Προσομοίωση

Για το παράδειγμα αυτό θεωρούμε ότι οι τιμές των παραμέτρων είναι ως εξής

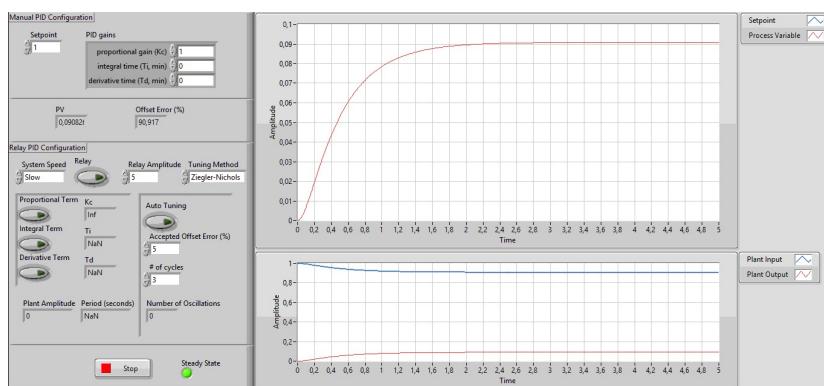
<b>J</b>	ροπή αδράνειας του ρότορα	0.01 $\text{kgm}^2$
<b>b</b>	σταθερά τριβής	0.1 $\text{Nms}$
<b>K<sub>e</sub></b>	σταθερά ηλεκτροκινητικής δύναμης	0.01 $\frac{\text{V}}{\text{rad/sec}}$
<b>K<sub>t</sub></b>	σταθερά ροπής του κινητήρα	0.01 $\frac{\text{Nm}}{\text{Ampere}}$
<b>R</b>	ηλεκτρική αντίσταση	1 $\text{Ohm}$
<b>L</b>	ηλεκτρική επαγωγή	0.5 $\text{H}$

Αντικαθιστώντας τις τιμές αυτές στη σχέση 5.14 έχουμε την παρακάτω εξίσωση

$$P_{motor} = \frac{0.01}{0.005s^2 + 0.06s + 0.1001} \quad (5.15)$$

### Απόκριση Χωρίς Έλεγχο

Όπως και για τα προηγούμενα συστήματα, πρώτα δοκιμάζουμε την απόκριση του συστήματος όταν αυτό δουλεύει χωρίς έλεγχο. Από το



Σχήμα 5.22: Βηματική απόκριση του συστήματος ενός DC κινητήρα

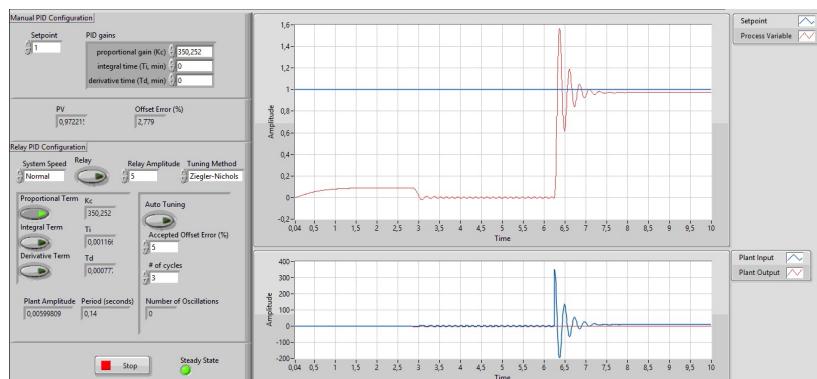
παραπάνω σχήμα γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι όταν το σύστημα λειτουργεί χωρίς έλεγχο η απόκριση του είναι κακή. Πιο συγκεκριμένα, βλέπουμε ότι για τάση εισόδου 1 Volt, ο ρότορας στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα

0.1 rad/sec δηλαδή έχει δέκα φορές μικρότερη ταχύτητα από την επιθυμητή. Επίσης έχει χρόνο ανύψωσης περίπου δύο δευτερόλεπτα.

Επειδή το κυρίως ζητούμενο από ένα τέτοιο σύστημα είναι να περιστρέφεται στην επιθυμητή ταχύτητα, ο έλεγχος που θα εφαρμοστεί θέλουμε να έχει μικρό σφάλμα, μικρότερο από 1%. Άλλη απαίτηση ελέγχου είναι να έχει μικρό χρόνο ανύψωσης, έτσι ώστε να φτάνει σε σύντομο χρονικό διάστημα το επιθυμητό σημείο. Τέλος, λόγω του ότι η λειτουργία του κινητήρα σε ταχύτητα μεγαλύτερη της επιθυμητής μπορεί να δημιουργήσει προβλήματα στον εξοπλισμό, θέλουμε να έχει μικρό ποσοστό υπερακόντισης.

### Αναλογικός Έλεγχος

Στο Σχήμα 5.23 φαίνεται πώς συμπεριφέρεται το σύστημα όταν σε αυτό εφαρμόζεται μόνο αναλογικός έλεγχος, το κέρδος του οποίου έχει υπολογιστεί με τους τύπους Ziegler – Nichols και η ταχύτητα απόκρισης του συστήματος έχει οριστεί στο “Normal”. Αμέσως γίνεται εμφανές ότι το σύστημα ενώ έχει ικανοποιητικό χρόνο ανύψωσης, παρουσιάζει μεγάλο ποσοστό υπερακόντισης και εκτεταμένες ταλαντώσεις μέχρι να βρεθεί σε κατάσταση ισορροπίας.

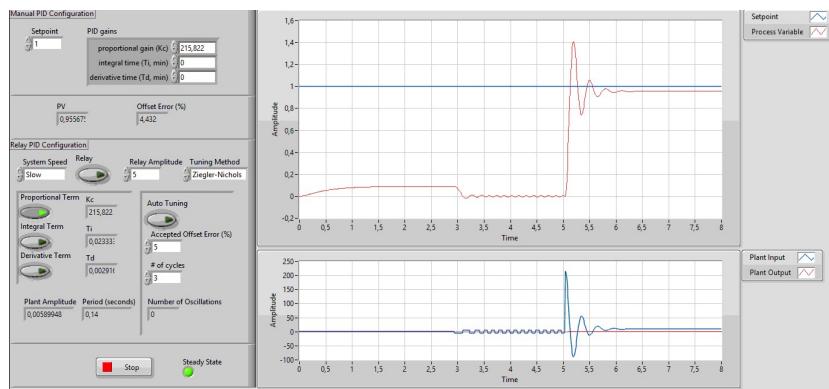


Σχήμα 5.23: Βηματική απόκριση του συστήματος ενός DC κινητήρα με εφαρμογή αναλογικού ελέγχου

Στο Σχήμα 5.24 φαίνεται ότι όταν η επιθυμητή ταχύτητα απόκρισης οριστεί στο “Slow” τόσο οι ταλαντώσεις όσο και η υπερακόντιση μειώνονται. Συνεπώς για τη συνέχεια του πειράματος αυτή θα είναι η λειτουργία που θα χρησιμοποιηθεί.

### Αναλογικός – Διαφορικός Έλεγχος

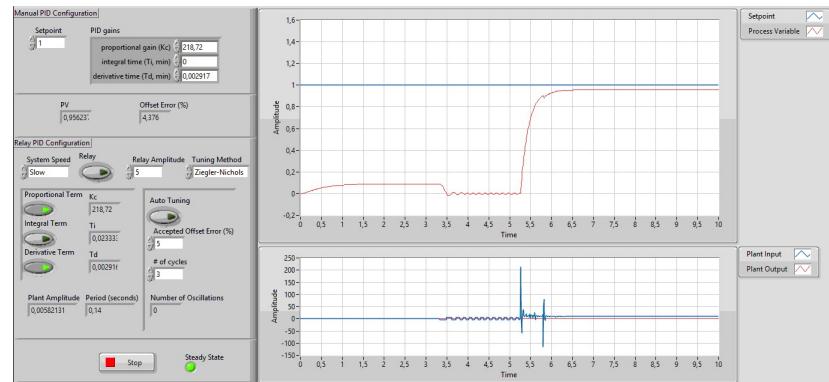
Συνεχίζοντας την προσπάθεια ελέγχου του συστήματος, προσθέτουμε και τον διαφορικό όρο. Το μεγαλύτερο πρόβλημα της προηγούμενης απόκρισης ήταν η μεταβατική κατάσταση του κινητήρα η οποία παρουσί-



Σχήμα 5.24: Βηματική απόκριση του συστήματος ενός DC κινητήρα με εφαρμογή αναλογικού ελέγχου και επιθυμητή ταχύτητα απόκρισης "Slow"

αζε υψηλή υπερακόντιση και ταλαντώσεις. Για την αντιμετώπιση αυτών των φαινόμενων εισάγεται και ο διαφορικός έλεγχος. Η απόκριση του συστήματος παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.25.

Είναι εμφανές ότι ο διαφορικός όρος εξομάλυνε τη συμπεριφορά του συστήματος αλλά, όπως αναμενόταν, δεν μείωσε το σφάλμα μόνιμης κατάστασης το οποίο παραμένει στα ίδια επίπεδα με πριν.

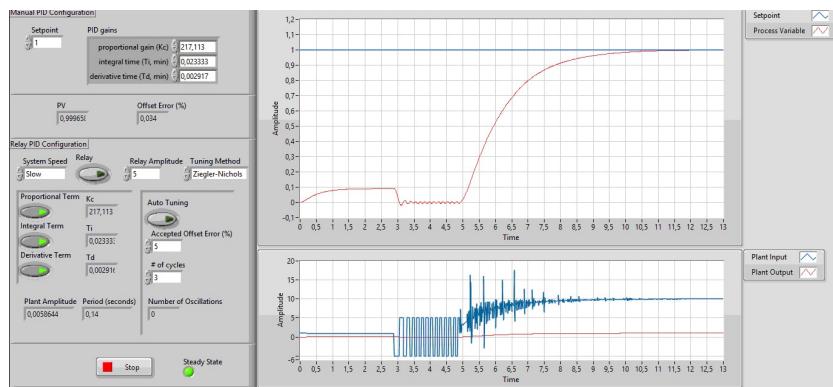


Σχήμα 5.25: Βηματική απόκριση του συστήματος ενός DC κινητήρα με εφαρμογή αναλογικού – διαφορικού ελέγχου και επιθυμητή ταχύτητα απόκρισης "Slow"

### Αναλογικός – Ολοκληρωτικός – Διαφορικός Έλεγχος

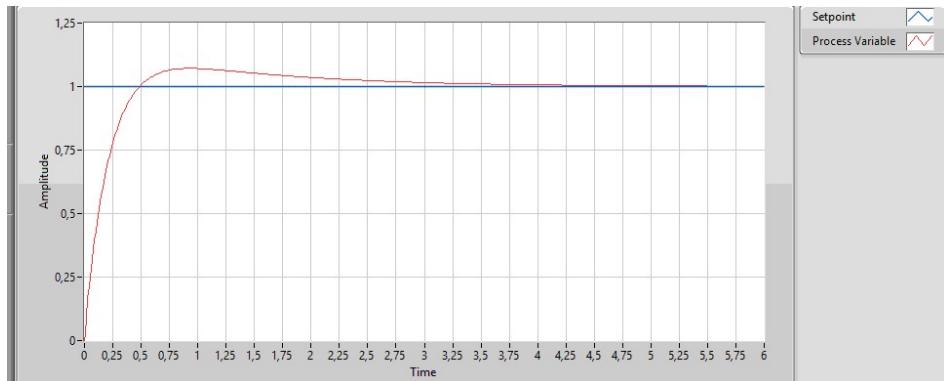
Από τη γραφική παράσταση που φαίνεται στο Σχήμα 5.26 βλέπουμε ότι πλέον έχουν εξουμαλυνθεί τα αρνητικά χαρακτηριστικά της μεταβατικής κατάστασης και το μόνιμο σφάλμα είναι μηδενικό.

Επίσης, η απόκριση του κινητήρα όταν αυτός ξεκινάει από την ηρεμία φαίνεται στο Σχήμα 5.27. Βλέπουμε ότι αυτή η απόκριση διαφέρει λίγο από την απόκριση που έχει ο κινητήρας όταν τη θέση του relay



Σχήμα 5.26: Βηματική απόκριση του συστήματος ενός DC κινητήρα με εφαρμογή αναλογικού – ολοκληρωτικού – διαφορικού ελέγχου και επιθυμητή ταχύτητα απόκρισης “Slow”

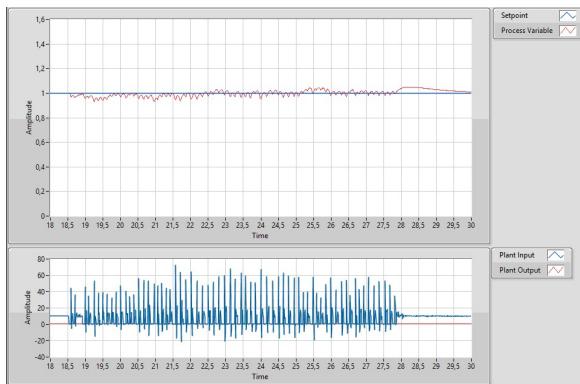
στοιχείου παίρνει ο ελεγκτής. Αυτό οφείλεται στις διαφορετικές αρχικές συνθήκες που υπάρχουν στο σύστημα. Όταν αυτό ξεκινάει από την ηρεμία οι αρχικές του συνθήκες είναι μηδενικές, ενώ όταν υπόκειται στο πείραμα για τον υπολογισμό των κερδών του αυτό φυσικά δεν ισχύει.



Σχήμα 5.27: Βηματική απόκριση του συστήματος DC κινητήρα όταν αυτός ξεκινάει από την ηρεμία και ελέγχεται με τη χρήση του αυτο-ρυθμιζόμενου PID ελεγκτή

### Αντιμετώπιση Διαταραχών

Στο Σχήμα 5.28 φαίνεται πώς το κλειστό σύστημα ελέγχου διαχειρίζεται τις διαταραχές στην είσοδό της συνάρτησης μεταφοράς. Ο ελεγκτής κάνει καλή δουλειά στην αντιμετώπιση του θορύβου που μπορεί να υπεισέρχεται στο σύστημα του DC κινητήρα, κρατώντας την ταχύτητά του κοντά στα επιθυμητά πλαίσια και επαναφέροντάς την γρήγορα όταν οι διαταραχές σταματήσουν.



Σχήμα 5.28: Αντιμετώπιση διαταραχών του αυτο-ρυθμιζόμενου PID ελεγκτή του οποίου τα κέρδη έχουν υπολογιστεί με τους τύπους Ziegler – Nichols

#### 5.4.4 Συμπεράσματα

Σε αυτή την ενότητα χρησιμοποιώντας τον αυτο-ρυθμιζόμενο PID ελεγκτή επιχειρήσαμε να ελέγξουμε την ταχύτητα ενός ηλεκτρικού κινητήρα συνεχούς ρεύματος.

Αρχικά διαπιστώσαμε ότι χωρίς έλεγχο ο κινητήρας έχει πολύ χαμηλή απόδοση, με τελική γωνιακή ταχύτητα ίση με το ένα δέκατο της επιθυμητής. Στη συνέχεια, προστέθηκε ο αναλογικός όρος του ελεγκτή προκειμένου να δούμε αν αυτός αρκεί για να ελέγξει το σύστημα. Παρόλο που με αυτή την προσθήκη η τελική τιμή της ταχύτητας του ρότορα ήταν πολύ πιο κοντά στην επιθυμητή, παρουσιάζοντας σφάλμα 4.432%, οι ταλαντώσεις και η υπερακόντιση που παρουσίασε το σύστημα κατά τη μεταβατική του κατάσταση είναι μη αποδεκτά φαινόμενα, οπότε η χρήση μόνο αναλογικού ελεγκτή απορρίφθηκε σαν λύση ικανοποιητικού ελέγχου.

Φυσικό επακόλουθο ήταν να χρησιμοποιηθεί και ο διαφορικός όρος του ελεγκτή ο οποίος βελτιώνει την ευστάθεια του συστήματος και εξομαλύνει τα αρνητικά φαινόμενα που αναφέρθηκαν. Πράγματι, το διαφορικό κέρδος που υπολόγισε ο αυτο-ρυθμιζόμενος ελεγκτής ήταν ικανό να οδηγήσει σε μια ομαλή πορεία της εξόδου του συστήματος προς το επιθυμητό σημείο. Όμως, δεν είχε καμιά επιρροή στο σφάλμα μόνιμης κατάστασης το οποίο παρέμεινε στην ίδια τιμή.

Σε μια εφαρμογή σαν αυτή, το να πιάσει το σύστημα την είσοδο αναφοράς είναι ίσως το πιο σημαντικό κριτήριο ελέγχου, συνεπώς το σφάλμα μόνιμης κατάστασης έπρεπε να εξαλειφθεί. Οπότε, εισάγαμε στον έλεγχο και τον ολοκληρωτικό όρο του ελεγκτή έτσι ώστε να μηδενίστει αυτό το σφάλμα. Με τη χρήση και των τριών όρων του, ο αυτο-ρυθμιζόμενος PID ελεγκτής κατάφερε επιτυχώς να καλύψει όλες τις απατήσεις ελέγχου. Το σύστημα δεν παρουσιάζει ταλαντώσεις ή υπερακόντιση, έχει μικρό χρόνο ανύψωσης, αντιμετωπίζει ικανοποιητικά τις διαταραχές

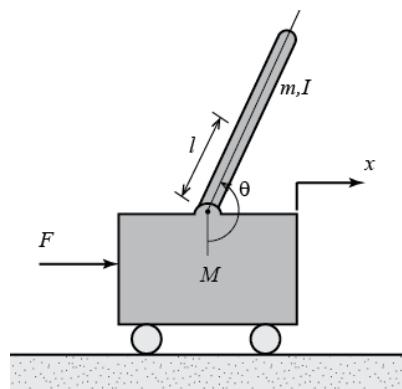
και έχει μηδενικό σφάλμα μόνιμης κατάστασης.

## 5.5 Σύστημα Inverted Pendulum

### 5.5.1 Εισαγωγή

Το σύστημα σε αυτό το παράδειγμα αποτελείται από ένα ανεστραμμένο εκκρεμές τοποθετημένο σε ένα μηχανούνητο καροτσάκι.. Το σύστημα ανεστραμμένου εκκρεμούς συνήθως συναντάται σε πολλά βιβλία των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου καθώς και στην ερευνητική βιβλιογραφία. Η δημοτικότητά του απορρέει εν μέρει από το γεγονός ότι είναι ασταθές χωρίς έλεγχο, δηλαδή το εκκρεμές απλά θα πέσει αν το καλάθι δεν μετακινηθεί για να το ισορροπήσει. Επιπλέον, η δυναμική του συστήματος είναι μη γραμμική. Ο στόχος του συστήματος ελέγχου είναι να ισορροπήσει το ανεστραμμένο εκκρεμές εφαρμόζοντας μια δύναμη στο καλάθι με το εκκρεμές. Ένα παράδειγμα πραγματικού κόσμου που σχετίζεται άμεσα με αυτό το σύστημα ανεστραμμένου εκκρεμούς είναι ο έλεγχος θέσης ενός πυραύλου εκτόξευσης κατά την απογείωση.

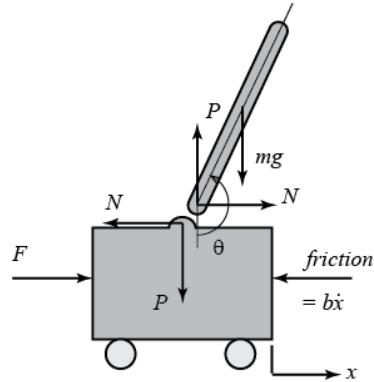
Σε αυτή την περίπτωση, θα εξετάσουμε ένα δισδιάστατο πρόβλημα όπου το εκκρεμές είναι περιορισμένο να μετακινείται στο κατακόρυφο επίπεδο που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Υπό κανονικές συνθήκες, το σύστημα του ανεστραμμένου εκκρεμούς αποτελεί ένα σύστημα μίας εισόδου, δύο εξόδων. Όμως ο PID ελεγκτής μπορεί να ελέγξει συστήματα μίας εισόδου, μίας εξόδου (*Single Input – Single Output* ή *SISO*). Συνεπώς, για το σύστημα αυτό, η είσοδος ελέγχου είναι η δύναμη που κινεί το καλάθι με οριζόντιο τρόπο και η έξοδός του είναι η γωνιακή θέση του εκκρεμούς.



Σχήμα 5.29: Μοντέλο του συστήματος Ανεστραμμένου Εκκρεμούς

### 5.5.2 Μαθηματικό Μοντέλο

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το διάγραμμα ελευθέρου σώματος για το σύστημα ανεστραμμένου εκκρεμούς.



Σχήμα 5.30: Διάγραμμα ελευθέρου σώματος για το σύστημα ανεστραμμένου εκκρεμούς

Συγκεντρώνοντας τις δυνάμεις στο διάγραμμα ελεύθερου σώματος του καροτσιού στην οριζόντια κατεύθυνση, έχουμε την ακόλουθη εξίσωση κίνησης

$$M\ddot{x} + b\dot{x} + N = F \quad (5.16)$$

Συγκεντρώνοντας τις δυνάμεις στο διάγραμμα ελεύθερου σώματος του εκκρεμούς στην οριζόντια κατεύθυνση, λαμβάνουμε την ακόλουθη έκφραση για τη δύναμη αντίδρασης  $N$

$$N = m\ddot{x} + ml\ddot{\theta} \cos \theta - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta \quad (5.17)$$

Αν αντικαταστήσουμε αυτή την εξίσωση στην πρώτη εξίσωση, παίρνουμε μια από τις δύο εξισώσεις που ισχύουν για αυτό το σύστημα

$$(M+m)\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta} \cos \theta - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta = F \quad (5.18)$$

Για να πάρουμε τη δεύτερη εξίσωση κίνησης για αυτό το σύστημα, αθροίζουμε τις δυνάμεις κάθετες στο εκκρεμές. Η εξίσωση που προκύπτει είναι η ακόλουθη

$$P \sin \theta + N \cos \theta - mg \sin \theta = ml\ddot{\theta} + m\ddot{x} \cos \theta \quad (5.19)$$

Για να απολλαγούμε από τους όρους της παραπάνω εξίσωσης, αθροίζουμε τις ροπές του εκκρεμούς για να πάρουμε την ακόλουθη εξίσωση

$$-Pl \sin \theta - Nl \cos \theta = I\ddot{\theta} \quad (5.20)$$

Συνδυάζοντας αυτές τις δύο τελευταίες εκφράσεις, παίρνουμε τη δεύτερη εξίσωση κίνησης

$$(I + ml^2) \ddot{\theta} + mgl \sin \theta = -ml\ddot{x} \cos \theta \quad (5.21)$$

Δεδομένου ότι οι τεχνικές ανάλυσης και σχεδιασμού ελέγχου που θα χρησιμοποιήσουμε σε αυτό το παράδειγμα ισχύουν μόνο για γραμμικά συστήματα, αυτό το σύνολο εξισώσεων πρέπει να γραμμικοποιηθεί. Συγκεκριμένα, θα γραμμικοποιήσουμε τις εξισώσεις σχετικά με την κατακόρυφη πάνω θέση  $\theta = \pi$ , και θα υποθέσουμε ότι το σύστημα παραμένει μέσα σε μια μικρή γειτονιά αυτής της ισορροπίας. Αυτή η παραδοχή θα πρέπει να είναι λογικά έγκυρη αφού υπό τον έλεγχο θέλουμε το εκκρεμές να μην αποκλίνει πολύ από την κάθετα προς τα άνω θέση. Έστω ότι  $\phi$  είναι η απόκλιση της θέσης του εκκρεμούς από την ισορροπία, δηλαδή,  $\theta = \pi + \phi$ . Συνεπώς, υποθέτωντας μια μικρή απόκλιση,  $\phi$ , από την ισορροπία, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις παρακάτω προσεγγίσεις μικρών γωνιών των μη γραμμικών συναρτήσεων στις εξισώσεις του συστήματός μας

$$\cos \theta = \cos(\pi + \phi) \approx -1 \quad (5.22)$$

$$\sin \theta = \sin(\pi + \phi) \approx -\phi \quad (5.23)$$

$$\dot{\theta}^2 = \dot{\phi}^2 \approx 0 \quad (5.24)$$

Αφού αντικαταστήσουμε τις παραπάνω προσεγγίσεις στις μη γραμμικές εξισώσεις μας, φτάνουμε στις δύο γραμμικές εξισώσεις κίνησης. Το σύμβολο της εισόδου  $F$  αντικαταστάθηκε από το σύμβολο  $u$ .

$$(I + ml^2) \ddot{\phi} - mgl\phi = ml\ddot{x} \quad (5.25)$$

$$(M + m) \ddot{x} + b\dot{x} - ml\ddot{\phi} = u \quad (5.26)$$

Για να λάβουμε τις συναρτήσεις μεταφοράς των εξισώσεων του γραμμικού συστήματος, πρέπει πρώτα να πάρουμε το μετασχηματισμό Laplace των εξισώσεων αυτών, υποθέτοντας μηδενικές αρχικές συνθήκες. Οι μετασχηματισμοί Laplace που προκύπτουν παρουσιάζονται παρακάτω.

$$(I + ml^2) \Phi(s)s^2 - mgl\Phi(s) = mlX(s)s^2 \quad (5.27)$$

$$(M + m) X(s)s^2 + bX(s)s - ml\Phi(s)s^2 = U(s) \quad (5.28)$$

Όπως είναι γνωστό, μια συνάρτηση μεταφοράς αντιπροσωπεύει τη σχέση μεταξύ μιας μόνο εισόδου και μιας μόνο εξόδου κάθε φορά. Για να βρούμε τη συνάρτηση μεταφοράς για την έξοδο  $\Phi(s)$  και της εισόδου  $U(s)$  πρέπει να εξαλείψουμε το  $X(s)$  από τις παραπάνω εξισώσεις. Λύνοντας την πρώτη εξισωση ως προς το  $X(s)$  έχουμε

$$X(s) = \left[ \frac{I + ml^2}{ml} - \frac{g}{s^2} \right] \Phi(s) \quad (5.29)$$

Αντικαθιστώντας αυτή την εξισωση στην εξισωση 5.28 έχουμε

$$(M + m) \left[ \frac{I + ml^2}{ml} \frac{g}{s^2} \right] \Phi(s)s^2 + b \left[ \frac{I + ml^2}{ml} \frac{g}{s^2} \right] \Phi(s)s - ml\Phi(s)s^2 = U(s) \quad (5.30)$$

Αναδιατάσσοντας την εξίσωση αυτή παίρνουμε τη συνάρτηση μεταφοράς

$$\frac{\Phi(s)}{U(s)} = \frac{\frac{ml}{q}s}{s^3 + \frac{b(I+ml^2)}{q}s^2 - \frac{(M+m)mgl}{q}s - \frac{bmg}{q}} \left[ \frac{rad}{N} \right] \quad (5.31)$$

όπου,

$$q = (M + m)(I + ml^2) - (ml)^2 \quad (5.32)$$

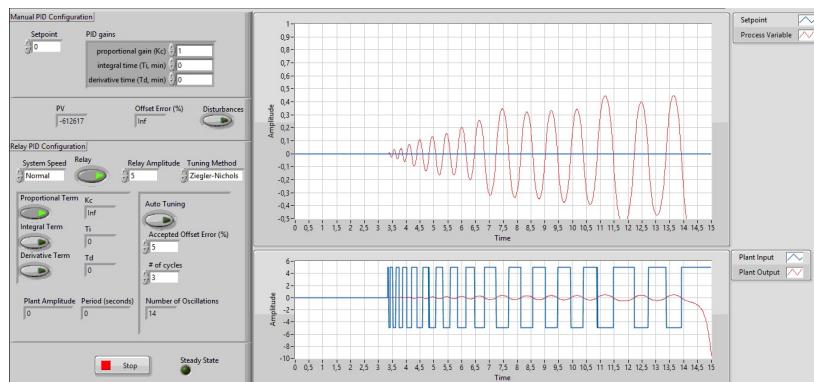
### 5.5.3 Προσομοίωση

Υποθέτουμε ότι για αυτό το παράδειγμα οι παράμετροι του συστήματος είναι ως εξής

<b>M</b>	μάζα του καροτσιού	0.5 kg
<b>m</b>	μάζα του εκκρεμούς	0.2 kg
<b>b</b>	σταθερά τριβής για το καρότσι	0.1 $\frac{N}{m/s}$
<b>I</b>	απόσταση του κέντρου μάζας του εκκρεμούς	0.3 m
<b>I</b>	ροπή αδράνειας του εκκρεμούς	0.006 $kgm^2$

Το πείραμα αυτή τη φορά είναι λίγο διαφορετικό από τα προηγούμενα. Όπως αναφέρθηκε, το συγκεκριμένο σύστημα κανονικά έχει μία είσοδο και δύο εξόδους. Για να προσαρμοστεί όμως στον PID έλεγχο αγνοήσαμε τη μία έξοδο που αποτελούσε τη θέση του καροτσιού. Ως αποτέλεσμα και η πειραματική διαδικασία θα πρέπει να υπόκειται σε κάποιους περιορισμούς.

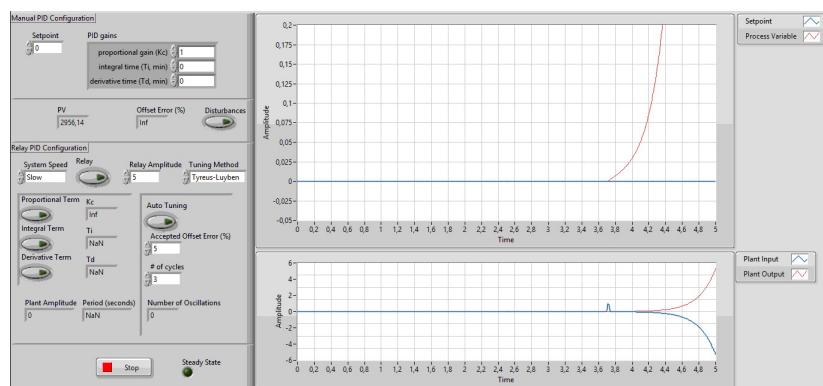
Πιο συγκεκριμένα, θα θεωρήσουμε ότι το εκκρεμές είναι ήδη ακίνητο στην κατακόρυφη θέση  $\theta = \pi$ . Αυτό σημαίνει ότι η επιθυμητή τιμή είναι setpoint = 0. Για τον έλεγχο του συστήματος θα σπρώχνουμε στιγμιαία το καρότσι, δηλαδή θα εισάγουμε μια κρουστική με τη μορφή διαταραχής στο σύστημα. Στόχος του ελέγχου θα είναι ο αυτο-ρυθμιζόμενος PID ελεγκτής να υπολογίσει τα κέρδη έτσι ώστε το εκκρεμές να επανέρχεται στην κατακόρυφη θέση χωρίς να απομακρύνεται πολύ από αυτήν.



Σχήμα 5.31: Απόκριση του συστήματος κατά τη διάρκεια του relay πειράματος

Επίσης, προκειμένου να υπολογίσει ο αλγόριθμος το κατάλληλο αναλογικό κέρδος το σύστημα θα πρέπει να υποστεί τη διαδικασία των ταλαντώσεων λόγω του relay στοιχείου. Επειδή το σύστημα είναι από μόνο του ασταθές, οι ταλαντώσεις αυτές δε θα έχουν σταθερό πλάτος οδηγώντας μετά από λίγο το σύστημα στην αστάθεια (βλέπε Σχήμα 5.31). Προκειμένου λοιπόν να βρει ο αλγόριθμος κάποιες τιμές για τα κέρδη το πείραμα θα διακόπτεται πριν η απόκριση του συστήματος τείνει στο άπειρο.

### Απόκριση Χωρίς Έλεγχο



Σχήμα 5.32: Απόκριση του συστήματος Ανεστραμμένου Εκκρεμούς χωρίς έλεγχο

Από το παραπάνω σχήμα γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι το σύστημα όταν λειτουργεί χωρίς έλεγχο είναι ασταθές. Μια μικρή διαταραχή έχει ως αποτέλεσμα η γωνία απόκλισης του εκκρεμούς να τείνει στο άπειρο.

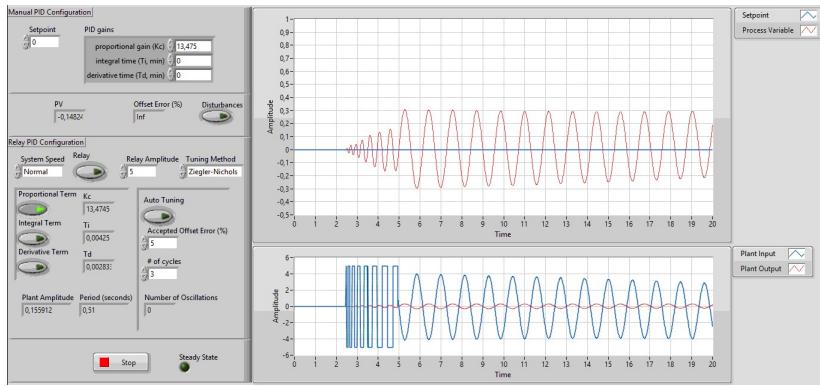
### Αναλογικός Έλεγχος

Τώρα θα γίνει προσπάθεια να ελεγχθεί το σύστημα χρησιμοποιώντας μόνο τον αναλογικό όρο. Η προσπάθεια αυτή αναπαρίσταται στο Σχήμα 5.33.

Μετά το πέμπτο δευτερόλεπτο διακόπτουμε το πείραμα relay. Το αναλογικό κέρδος που έχει υπολογιστεί είναι  $K_c = 13.475$ . Αυτό το κέρδος δεν είναι ικανό να επαναφέρει το εκκρεμές στην αρχική του θέση, αλλά ούτε το ωθεί στην αστάθεια αφού εκτελεί αμείωτες ταλαντώσεις.

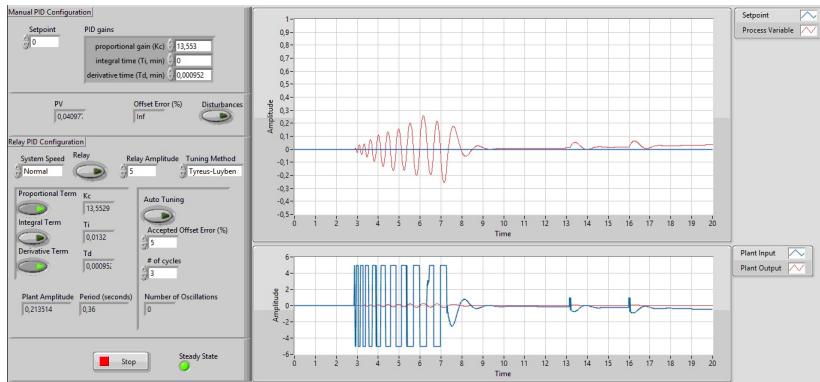
### Αναλογικός – Διαφορικός Έλεγχος

Στη συνέχεια προστίθεται και ο διαφορικός όρος προκειμένου να βελτιωθεί η ευστάθεια του συστήματος και να μετριαστούν οι ταλαντώσεις. Επίσης, οι τύποι για τον υπολογισμό των κερδών για τη συνέχεια του



Σχήμα 5.33: Απόκριση του συστήματος ανεστραμμένου εκκρεμούς με εφαρμογή αναλογικού ελέγχου

πειράματος θα είναι αυτοί που βασίζονται στη μέθοδο Tyreus – Luyben επειδή προσφέρουν μια λιγότερο “επιθετική” προσέγγιση στον έλεγχο του συστήματος. Η απόκριση του συστήματος φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

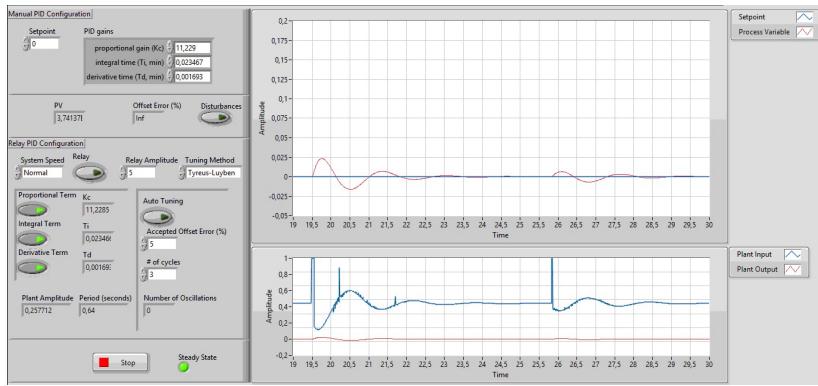


Σχήμα 5.34: Απόκριση του συστήματος ανεστραμμένου εκκρεμούς με εφαρμογή αναλογικού – διαφορικού ελέγχου

Η βελτίωση στην απόκριση του συστήματος είναι εμφανής. Οι τιμές των όρων του ελεγκτή που υπολογίστηκαν από το πείραμα relay ( $K_c = 13.553$ ,  $T_d = 0.000952$ ) είναι ικανές να φέρουν το σύστημα πολύ κοντά στην αρχική του θέση. Επίσης οι κρουστικές διαταραχές δεν το απομακρύνουν πολύ από τη θέση ισορροπίας του. Όμως με μια προσεκτική ματιά παρατηρούμε ότι η γωνία του εκκρεμούς ολοένα και αυξάνεται, αργά αλλά σταθερά. Συνεπώς ούτε τώρα το σύστημα είναι απολύτως ευσταθές, απλά αργεί πολύ περισσότερο να οδηγηθεί στην αστάθεια.

### Αναλογικός – Ολοκληρωτικός – Διαφορικός Έλεγχος

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η απόκριση του συστήματος όταν εφαρμόζεται PID έλεγχος. Πλέον ο ελεγκτής είναι ικανός να επαναφέρει



Σχήμα 5.35: Απόκριση του συστήματος ανεστραμμένου εκκρεμούς με εφαρμογή αναλογικού – ολοκληρωτικού – διαφορικού ελέγχου

το σύστημα στην αρχική του θέση. Επίσης, όταν εφαρμόζονται ακρουστικές διαταραχές ο έλεγχος δεν αφήνει το εκκρεμές να απομακρυνθεί πολύ από τη θέση ισορροπίας και η επαναφορά του σε αυτή γίνεται σε μικρό χρονικό διάστημα.

#### 5.5.4 Συμπεράσματα

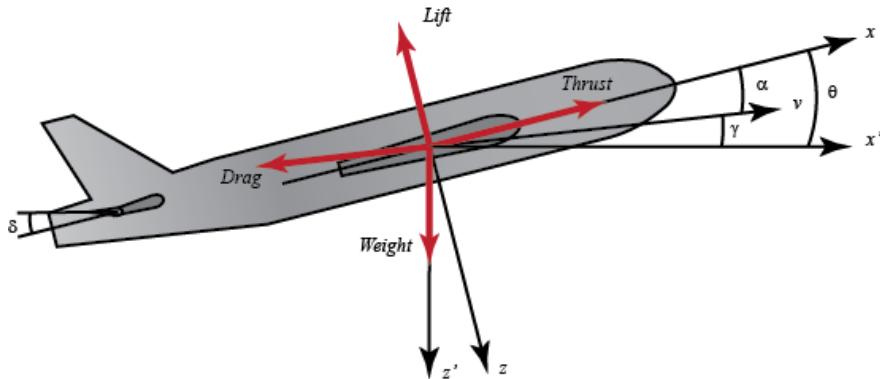
Σε αυτή την ενότητα ο αυτο-ρυθμιζόμενος PID ελεγκτής επιχείρησε να ελέγχει ένα αρκετά απαιτητικό σύστημα. Το ανεστραμμένο εκκρεμές είναι ένα εν γένει μη γραμμικό, ασταθές σύστημα, μίας εισόδου – δύο εξόδων. Αυτό οδήγησε σε αρκετούς συμβιβασμούς στον έλεγχο.

Αρχικά το σύστημα έπρεπε να γραμμικοποιηθεί γύρω από την κατακόρυφη θέση ισορροπίας του  $\theta = \pi$ . Ως αποτέλεσμα αυτού, η συνάρτηση μεταφοράς του ισχύει μόνο για μικρές αποκλίσεις της γωνίας του εκκρεμούς από την αρχική του θέση. Επίσης, επειδή ο PID έλεγχος χρησιμοποιείται για έλεγχο συστημάτων μίας εισόδου – μίας εξόδου, αγνοήσαμε εντελώς τη θέση του καροτσιού και λάβαμε υπόψιν μας μόνο τη γωνία του εκκρεμούς. Τέλος, λόγω της εκ φύσεως αστάθειας του συστήματος, το πείραμα relay μέσω του οποίου ο αλγόριθμος εκτιμά τις τιμές των όρων του ελεγκτή δεν οδηγούσε σε σταθερές αμείωτες ταλαντώσεις οπότε έπρεπε να διακόπτεται πριν το σύστημα οδηγηθεί στην αστάθεια.

Όμως, παρόλες τις δυσκολίες ελέγχου, ο αυτο-ρυθμιζόμενος PID ελεγκτής πρόσφερε μια ικανοποιητική λύση για το συγκεκριμένο πρόβλημα. Παρότι τα κέρδη υπολογίζονται χρησιμοποιώντας ταλαντώσεις μη σταθερού πλάτους, οι τιμές που τους αποδίδονται αρίνονται επαρκής για τις απαιτήσεις ελέγχου ενός τέτοιου συστήματος. Με τη χρήση και των τριών όρων του δεν αφήνει το εκκρεμές να αποκλίνει πολύ από τη θέση ισορροπίας του όταν υπεισέρχονται διαταραχές στο σύστημα. Επίσης το επαναφέρει στην αρχική του θέση σε λιγότερο από πέντε δευτερόλεπτα και εμφανίζει μηδενικό σφάλμα μόνιμης κατάστασης. Με λίγα λόγια το

σύστημα πλέον είναι ευσταθές, με ανοχή σε στιγμιαίες διαταραχές και συνεπώς η αυτόματη ρύθμιση του PID ελεγκτή κρίνεται επιτυχής.

## 5.6 Σύστημα Aircraft Pitch



Σχήμα 5.36: Μοντέλο του συστήματος Αεροσκάφους

### 5.6.1 Εισαγωγή

Σε αυτή την ενότητα θα γίνει προσπάθεια να σχεδιασθεί ένας αυτόματος πιλότος που θα ελέγχει το γωνιακό βήμα ενός αεροσκάφους (*aircraft pitch*).

### 5.6.2 Μαθηματικό Μοντέλο

Οι βασικοί άξονες και οι δυνάμεις των συντεταγμένων που δρουν σε ένα αεροσκάφος παρουσιάζονται στο Σχήμα 5.36. Οι εξισώσεις που διέπουν την κίνηση ενός αεροσκάφους είναι ένα πολύ περίπλοκο σύνολο έξι μη γραμμικών συζευγμένων διαφορικών εξισώσεων. Ωστόσο, με ορισμένες υποθέσεις, μπορούν να αποσυνδεθούν και να γραμμικοποιηθούν σε διαμήκεις και πλευρικές εξισώσεις. Σύμφωνα με αυτές τις υποθέσεις, οι διαμήκεις εξισώσεις κίνησης του αεροσκάφους μπορούν να γραφτούν ως εξής

$$\dot{\alpha} = \mu\Omega\sigma \left[ -(C_L + C_D)\alpha + \frac{1}{\mu - C_L}q - (C_W \sin \gamma)\theta + C_L \right] \quad (5.33)$$

$$\dot{q} = \frac{\mu\Omega}{2i_{yy}} [[C_M - \eta(C_L + C_D)]\alpha + [C_M + \sigma C_M(1 - \mu C_L)]q + (\eta C_W \sin \gamma)\delta] \quad (5.34)$$

$$\dot{\theta} = \Omega q \quad (5.35)$$

Το πώς προκύπτουν αυτές οι εξισώσεις μπορεί να βρεθεί σε οποιοδήποτε διδακτικό βιβλίο σχετικά με αεροσκάφη. Για το σύστημα αυτό, η είσοδος

θα είναι η γωνία κλίσης δ και η έξοδος θα είναι η γωνία βήματος θ του αεροσκάφους.

Πριν από την εύρεση της συνάρτησης μεταφοράς, ας αντικαταστήσουμε μερικές αριθμητικές τιμές στις παραμέτρους του συστήματος για να απλοποιήσουμε τις παραπόνω εξισώσεις μοντελοποίησης:

$$\dot{\alpha} = -0.313\alpha + 56.7q + 0.232\delta \quad (5.36)$$

$$\dot{q} = -0.0139\alpha - 0.426q + 0.0203\delta \quad (5.37)$$

$$\dot{\theta} = 56.7q \quad (5.38)$$

Αυτές οι τιμές λαμβάνονται από τα δεδομένα ενός εμπορικού αεροσκάφους της Boeing.

Για να βρούμε τη συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος, πρέπει να πάρουμε το μετασχηματισμό Laplace των παραπόνω εξισώσεων μοντελοποίησης. Για την εύρεση της συνάρτησης μεταφοράς θεωρούμε μηδενικές αρχικές συνθήκες. Ο μετασχηματισμός Laplace των παραπόνω εξισώσεων παρουσιάζεται παρακάτω

$$sA(s) = -0.313A(s) + 56.7Q(s) + 0.232\Delta(s) \quad (5.39)$$

$$sQ(s) = -0.0139A(s) - 0.426Q(s) + 0.0203\Delta(s) \quad (5.40)$$

$$s\Theta(s) = 56.7Q(s) \quad (5.41)$$

Μετά από μερικές απλές αλγεβρικές πράξεις καταλήγουμε στην ακόλουθη συνάρτηση μεταφοράς

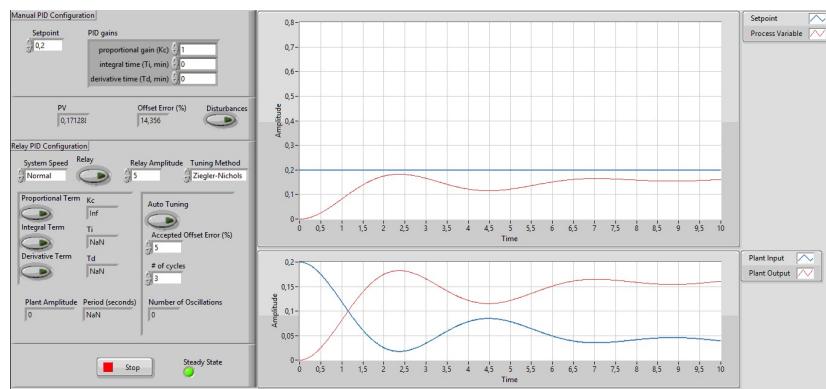
$$P(s) = \frac{\Theta(s)}{\Delta(s)} = \frac{1.151s + 0.1774}{s^3 + 0.739s^2 + 0.921s} \quad (5.42)$$

### 5.6.3 Προσομοίωση

Σε αυτό το παράδειγμα θέλουμε να δούμε αν ο αυτο-ρυθμιζόμενος PID ελεγκτής είναι σε θέση να ελέγξει ικανοποιητικά τη γωνία κλίσης του αεροσκάφους. Συγκεκριμένα, θέλουμε για βηματική είσοδο αναφοράς να μην παρουσιάζει μεγάλη υπερακόντιση, να μην έχει υπερβολικά μεγάλο χρόνο ανύψωσης και να παρουσιάζει πολύ μικρό σφάλμα μόνιμης κατάστασης. Στο πείραμα η είσοδος θα έχει τιμή  $\delta = 0.2$  rad (περίπου 11 μοίρες).

#### Απόκριση Χωρίς Έλεγχο

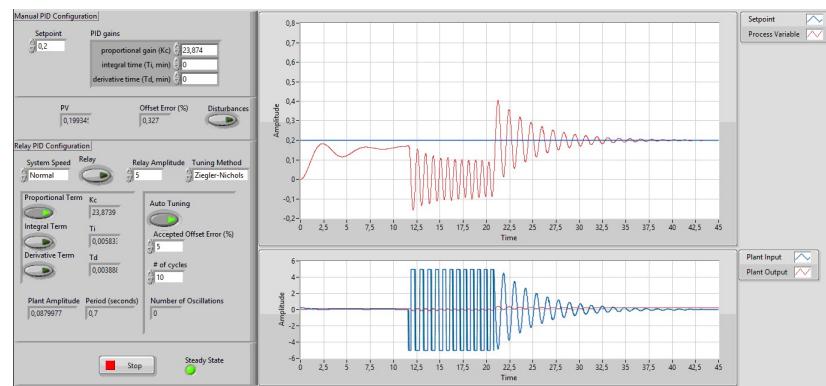
Όπως φαίνεται και από το παρακάτω σχήμα, το σύστημα όταν δρα χωρίς ελεγκτή δεν είναι ικανό να καλύψει τις απαιτήσεις ελέγχου. Ενώ η απόκριση του δεν παρουσιάζει υπερακόντιση, είναι σχετικά αργή και έχει ποσοστό σφάλματος μόνιμης κατάστασης περίπου 14%.



Σχήμα 5.37: Απόκριση του αεροσκάφους σε είσοδο  $\delta = 0.2$  rad χωρίς τη χρήση ελέγχου

### Αναλογικός Έλεγχος

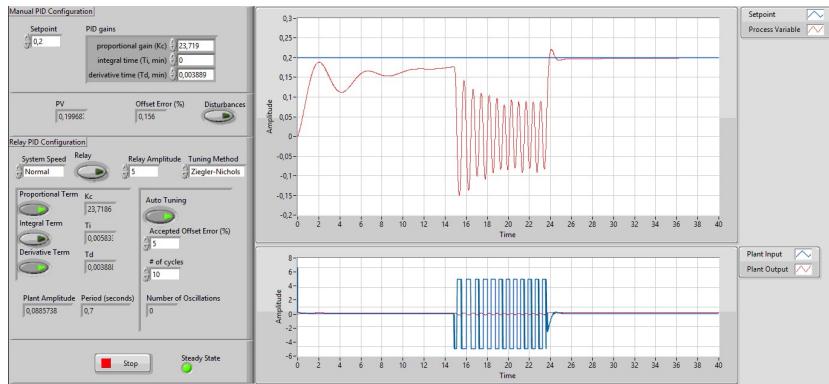
Στο Σχήμα 5.38 φαίνεται η απόκριση του συστήματος όταν σε αυτό εφαρμόζεται μόνο ο αναλογικός έλεγχος του PID ελεγκτή. Ο PID ελεγκτής έχει ρυθμιστεί στη λειτουργία "Auto Tuning", συνεπώς μόλις ανιχνεύσει μόνιμο σφάλμα πάνω από 5% για περισσότερο από πέντε δευτερόλεπτα εκτελεί αυτόματα το πείραμα relay. Δέκα ταλαντώσεις μετά, και ενώ το πλάτος τους είναι περίπου σταθερό, ο αλγόριθμος διακόπτει το πείραμα και θέτει σε λειτουργία πάλι τον ελεγκτή χρησιμοποιώντας μόνο τον αναλογικό του όρο. Από τη γραφική παράσταση βλέπουμε ότι το μόνιμο σφάλμα είναι μικρότερο από 1% αλλά η απόκριση παρουσιάζει υπερβολική υπερακόντιση και ταλαντώσεις.



Σχήμα 5.38: Απόκριση του αεροσκάφους σε είσοδο  $\delta = 0.2$  rad με τη χρήση αναλογικού ελέγχου

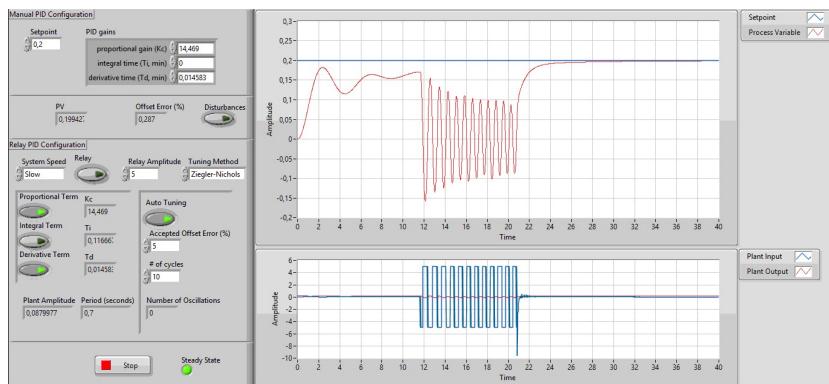
### Αναλογικός – Διαφορικός Έλεγχος

Αφού το μόνιμο σφάλμα βρίσκεται σε ικανοποιητικά επίπεδα, η χρήση του ολοκληρωτικού όρου κρίνεται περιττή για το συγκεκριμένο σύστημα. Για τη βελτίωση της μεταβατικής κατάστασης εισάγουμε τον διαφορικό όρο. Η προσθήκη αυτή έχει εμφανή αποτελέσματα στην απόκριση του συστήματος όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 5.39: Απόκριση του αεροσκάφους σε είσοδο  $\delta = 0.2 \text{ rad}$  με τη χρήση αναλογικού – διαφορικού ελέγχου

### Άλλες Αποκρίσεις

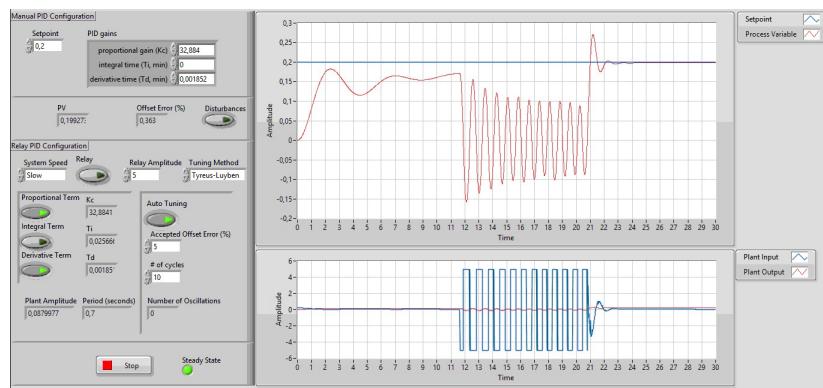


Σχήμα 5.40: Απόκριση του αεροσκάφους σε είσοδο  $\delta = 0.2 \text{ rad}$  με τη χρήση αναλογικού – διαφορικού ελέγχου και επιθυμητή ταχύτητα απόκρισης “Slow”

Εδώ φαίνονται οι αποκρίσεις του συστήματος για διαφορετικές ρυθμίσεις του προγράμματος. Συγκεκριμένα, στο Σχήμα 5.40 φαίνεται η απόκριση του συστήματος όταν τα κέρδη έχουν υπολογιστεί με τους τύπους Ziegler – Nichols και η επιθυμητή ταχύτητα απόκρισης φαίνεται στο “Slow”, ενώ στο Σχήμα 5.41 φαίνεται η απόκριση όταν τα κέρδη έχουν υπολογιστεί

με τους τύπους Tyreus – Luyben.

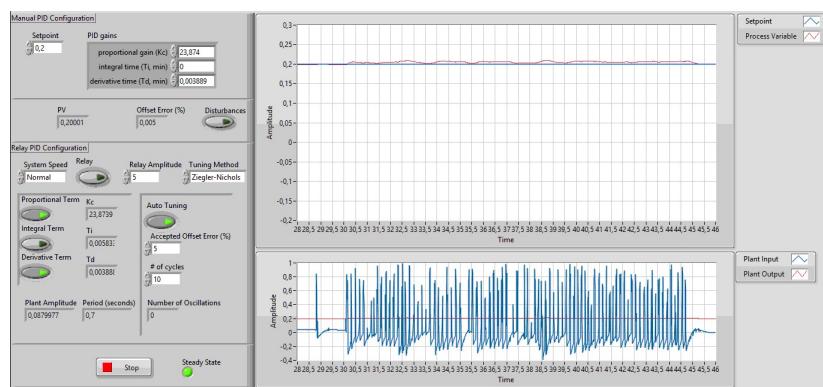
Στην πρώτη περίπτωση το σύστημα δεν παρουσιάζει καθόλου υπερακόντιση κάτι που είναι θετικό αλλά όχι αναγκαίο. Στη δεύτερη περίπτωση η υπερακόντιση του συστήματος είναι μεγαλύτερη από αυτή στις προηγούμενες περιπτώσεις χωρίς ιδιαίτερη διαφορά στο χρόνο ανύψωσης.



Σχήμα 5.41: Απόκριση του αεροσκάφους σε είσοδο  $\delta = 0.2$  rad με τη χρήση αναλογικού – διαφορικού ελέγχου που τα κέρδη έχουν υπολογιστεί με τους τύπους Tyreus – Luyben

### Αντιμετώπιση Διαταραχών

Στο Σχήμα 5.42 φαίνεται η απόκριση του συστήματος υπό την παρουσία στιγμιαίων διαταραχών. Εύκολα γίνεται αντιληπτό ότι ο ελεγκτής παρουσιάζει πολύ καλή συμπειριφορά κάτω από συνθήκες διαταραχών αφού δεν αφήνει την έξοδο του συστήματος να αποκλίνει σχεδόν καθόλου από το επιθυμητό σημείο.



Σχήμα 5.42: Απόκριση του συστήματος στην παρουσία διαταραχών με χρήση αναλογικού – διαφορικού ελέγχου

#### 5.6.4 Συμπεράσματα

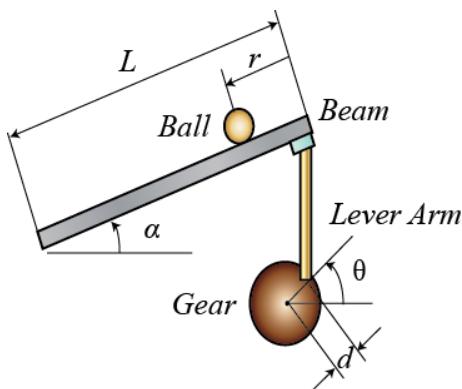
Σε αυτή την ενότητα το σύστημα που ήταν υπό έλεγχο ήταν αυτό ενός αεροσκάφους. Επειδή οι εξισώσεις που διέπουν τη δυναμική και την κίνηση ενός αεροσκάφους είναι περίπλοκες έγιναν κάποιοι συμβιβασμοί. Έτσι, καταλήξαμε σε μια γραμμική εκτίμηση του συστήματος που μας έδωσε τη συνάρτηση μεταφοράς που φαίνεται στην εξίσωση 5.42. Ως στόχοι του ελέγχου τέθηκαν η μικρή υπερακόντιση, ο γρήγορος χρόνος ανύψωσης και το μικρό σφάλμα μόνιμης κατάστασης.

Το πρώτο πράγμα που ελέγχθηκε ήταν η απόκριση του συστήματος χωρίς τη χρήση ελεγκτή. Αυτή γρήγορα κρίθηκε μη ικανοποιητική καθώς δεν πληρούσε κανένα από τα κριτήρια ελέγχου. Στη συνέχεια, χρησιμοποιήθηκε ο αναλογικός όρος του ελεγκτή. Παρόλο που αυτός βελτίωσε αισθητά το σφάλμα μόνιμης κατάστασης, χειροτέρευσε τα μεταβατικά φαινόμενα του συστήματος και οδήγησε σε υψηλό ποσοστό υπερακόντισης και σε εκτεταμένες ταλαντώσεις. Επειδή το σύστημα έχει από μόνο του έναν πόλο στο μηδέν, το σφάλμα μόνιμης κατάστασης θα τείνει να μηδενιστεί χωρίς τη χρήση ολοκληρωτικού όρου. Συνεπώς, προστέθηκε ο διαφορικός όρος στον ελεγκτή για τη βελτίωση της ευστάθειας του αεροσκάφους. Με τη χρήση αναλογικού – διαφορικού ελέγχου οι ταλαντώσεις εξαφανίστηκαν, η υπερακόντιση έγινε πολύ μικρή και το σφάλμα συγκλίνει πιο γρήγορα στο μηδέν ενώ και οι χρόνοι ανύψωσης και ηρεμίας μειώθηκαν αισθητά. Τέλος, ο έλεγχος παρουσιάζει πολύ καλή συμπεριφορά υπό τη συνθήκη διαταραχών. Συνοψίζοντας, ο αυτο-ρυθμιζόμενος PID ελεγκτής κατάφερε να ελέγξει πολύ ικανοποιητικά το σύστημα του αεροσκάφους.

## 5.7 Σύστημα Beam & Ball

### 5.7.1 Εισαγωγή

Το τελευταίο σύστημα που θα προσπαθήσουμε να ελέγξουμε είναι το σύστημα Δοκός – Σφαίρα όπως αυτό φαίνεται στο Σχήμα 5.43. Μία μπάλα τοποθετείται σε μία δοκό όπου επιτρέπεται να κυλήσει με ένα βαθμό ελευθερίας κατά μήκος της δοκού. Ένας μοχλοβραχίονας είναι στερεωμένος στο ένα άκρο της δοκού και ένα σερβό γρανάζι στο άλλο. Καθώς ο σερβομηχανισμός γυρίζει σε γωνία  $\theta$ , ο μοχλός αλλάζει τη γωνία της δέσμης κατά  $\alpha$ . Όταν αλλάζει η γωνία από την οριζόντια θέση, η βαρύτητα προκαλεί την κύλιση της σφαίρας κατά μήκος της δέσμης. Ένας ελεγκτής θα σχεδιαστεί για αυτό το σύστημα έτσι ώστε να μπορεί να χειραγωγηθεί η θέση της μπάλας.



Σχήμα 5.43: Μοντέλο συστήματος Δοκός – Σφαίρα

### 5.7.2 Μαθηματικό Μοντέλο

Η δεύτερη παράγωγος της γωνίας εισόδου  $\alpha$  επηρεάζει στην πραγματικότητα τη δεύτερο παράγωγο του  $r$ . Ωστόσο, θα αγνοήσουμε αυτή τη συμβολή. Η Lagrangian εξίσωση κίνησης για την μπάλα δίνεται από την ακόλουθη εξίσωση

$$0 = \left( \frac{J}{R^2} + m \right) \ddot{r} + mg \sin \alpha - mr\dot{\alpha}^2 \quad (5.43)$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι μη γραμμική. Σε αυτή την ενότητα θα επιχειρήσουμε να ελέγξουμε, πέρα από τη γραμμική προσέγγιση του συστήματος αυτού, και το μη γραμμικό σύστημα. Αρχικά, θα συνεχίσουμε με τη γραμμική προσέγγιση. Μετά την προσπάθεια ελέγχου του γραμμικού συστήματος θα ασχοληθούμε και με το μη γραμμικό μοντέλο του.

### 5.7.3 Γραμμικό Μοντέλο

Γραμμικοποίηση αυτής της εξίσωσης γύρω από τη γωνία της ράβδου,  $\alpha = 0$ , μας δίνει την ακόλουθη γραμμική προσέγγιση του συστήματος:

$$\left( \frac{J}{R^2} + m \right) \ddot{r} = -mg\alpha \quad (5.44)$$

Η εξίσωση που συνδέει τη γωνία της ράβδου με τη γωνία του γραναζιού μπορεί να προσεγγιστεί ως γραμμική από την παρακάτω εξίσωση:

$$\alpha = \frac{d}{L}\theta \quad (5.45)$$

Αντικαθιστώντας αυτό στην προηγούμενη εξίσωση, παίρνουμε:

$$\left( \frac{J}{R^2} + m \right) \ddot{r} = -mg \frac{d}{L} \theta \quad (5.46)$$

Λαμβάνοντας το μετασχηματισμό Laplace της παραπάνω εξίσωσης, βρίσκουμε την ακόλουθη εξίσωση:

$$\left( \frac{J}{R^2} + m \right) R(s)s^2 = -mg \frac{d}{L} \Theta(s) \quad (5.47)$$

Αναδιατάσσοντας την εξίσωση αυτή βρίσκουμε τη συνάρτηση μεταφοράς από τη γωνία του γραναζιού  $\Theta(s)$  στη θέση της μπάλας  $R(s)$ .

$$P(s) = \frac{R(s)}{\Theta(s)} = -\frac{mgd}{L \left( \frac{J}{R^2} + m \right) s^2} \left[ \frac{m}{rad} \right] \quad (5.48)$$

Όπως φαίνεται από τη συνάρτηση μεταφοράς, το παραπάνω μοντέλο έχει διπλό πόλο στο μηδέν οπότε παρουσιάζει αρκετή δυσκολία στον έλεγχό του.

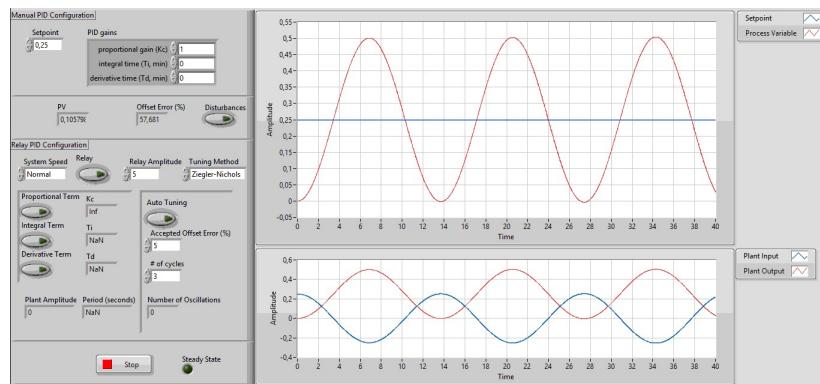
#### Προσομοίωση

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα κάνουμε τις παραδοχές ότι η μπάλα εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση κατά μήκος της ράβδου και επίσης ότι η τριβή μεταξύ της μπάλας και της δοκού είναι αμελητέα. Οι παράμετροι του συστήματος δίνονται ως εξής:

<b>m</b>	μάζα της μπάλας	0.11 kg
<b>R</b>	ακτίνα της μπάλας	0.015 m
<b>d</b>	απόσταση του μοχλοβραχίονα από το κέντρο του γραναζιού	0.03 m
<b>g</b>	επιτάχυνση της βαρύτητας	9,8 $\frac{m}{s^2}$
<b>L</b>	μήκος της δοκού	1 m
<b>J</b>	ροπή αδράνειας της μπάλας	$9.99 * 10^{-6} \text{ kgm}^2$

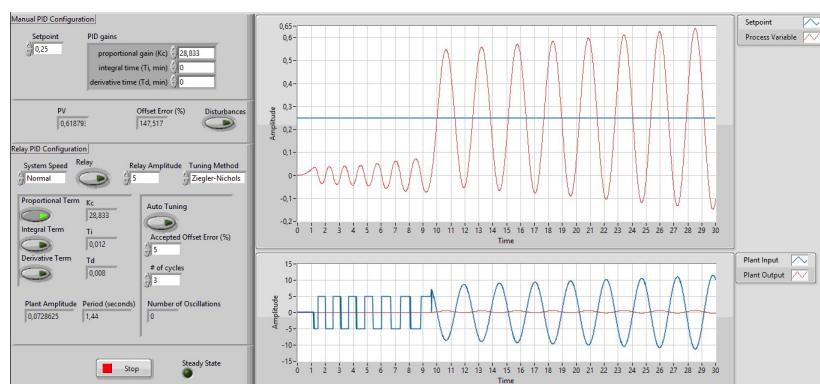
### Απόκριση Χωρίς Έλεγχο

Αρχικά βλέπουμε πώς το σύστημα αποκρίνεται όταν σε αυτό δεν εφαρμόζεται έλεγχος και εισάγουμε μια βηματική είσοδο με πλάτος setpoint = 0.25 m. Αυτό σημαίνει ότι θέλουμε η μπάλα να σταθεροποιηθεί 25 εκατοστά μακριά από την άκρη της δοκού ή αλλιώς στο 1/4 του μήκους της. Από το Σχήμα 5.44 εύκολα συμπεραίνουμε ότι το σύστημα είναι οριακά ευσταθές και ότι απαιτείται έλεγχος.



Σχήμα 5.44: Βηματική απόκριση του συστήματος δοκού – σφαιράριση χωρίς έλεγχο

### Αναλογικός Έλεγχος



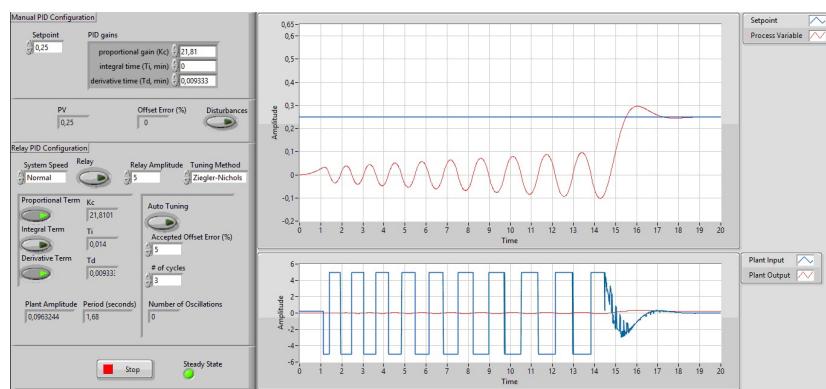
Σχήμα 5.45: Βηματική απόκριση του συστήματος δοκού – μπάλας με χρήση αναλογικού ελέγχου

Το Σχήμα 5.45 δείχνει την απόκριση του συστήματος με τη χρήση του αναλογικού όρου του οποίου το κέρδος έχει υπολογιστεί αυτόματα. Βλέπουμε ότι ο αναλογικός όρος όχι απλά δε βελτίωσε την απόκριση αλλά οδηγεί το σύστημα να εκτελεί ταλαντώσεις ολοένα και αυξανόμενου πλάτους. Επίσης, κατά τη διάρκεια του πειράματος relay το σύστημα δεν εισέρχεται σε κύκλο αμείωτων ταλαντώσεων. Αντιθέτως, οι ταλαντώσεις του

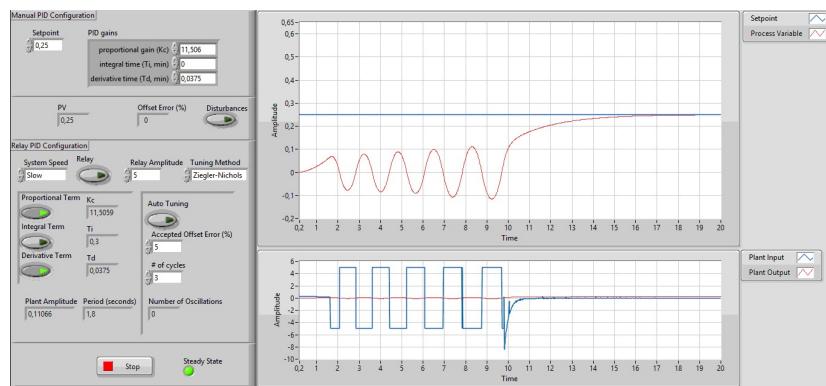
έχουν πλάτος που αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου. Έχει ενδιαφέρον να δούμε την απόδοση του αυτο-ρυθμιζόμενου PID ελεγκτή υπό αυτές τις συνθήκες για ένα απαιτητικό σύστημα σαν αυτό.

### Αναλογικός – Διαφορικός Έλεγχος

Για τη βελτίωση της συμπεριφοράς του συστήματος εισάγουμε και το διαφορικό όρο στον ελεγκτή. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.46 το σύστημα με την προσθήκη αυτή έγινε πλέον ευσταθές. Επίσης παρουσιάζει μικρό ποσοστό υπερακόντισης και τείνει γρήγορα στο μηδέν.



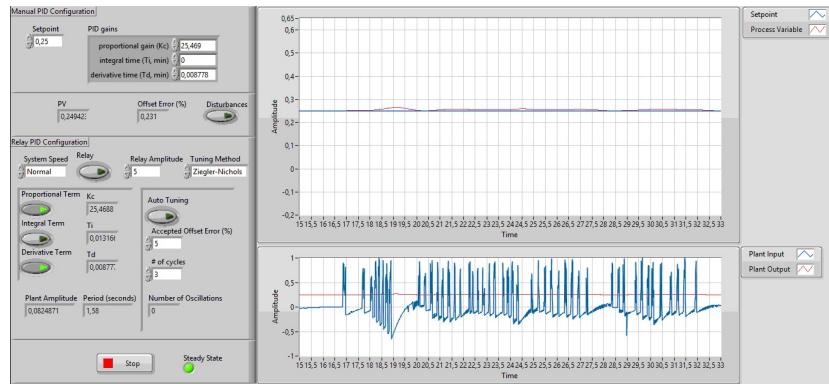
Σχήμα 5.46: Βηματική απόκριση του συστήματος δοκού – μπάλας με χρήση αναλογικού – διαφορικού ελέγχου



Σχήμα 5.47: Βηματική απόκριση του συστήματος δοκού – μπάλας με χρήση αναλογικού – διαφορικού ελέγχου και επιθυμητή ταχύτητα απόκρισης “Slow”

Επίσης στο Σχήμα 5.47 φαίνεται πώς το σύστημα αποκρίνεται στην ίδια είσοδο αν η ταχύτητά του έχει οριστεί σε “Slow”. Οι χρόνοι ανύψωσης και ηρεμίας έχουν αυξηθεί αισθητά αλλά το σύστημα πλέον παρουσιάζει μηδενική υπερακόντιση.

### Αντιμετώπιση Διαταραχών



Σχήμα 5.48: Απόκριση του συστήματος στην παρουσία διαταραχών με χρήση αναλογικού – διαφορικού ελέγχου

Στο Σχήμα 5.48 βλέπουμε πώς συμπεριφέρεται το σύστημα δοκός – μπάλα υπό την παρουσία διαταραχών. Εύκολα γίνεται αντιληπτό ότι ο ελεγκτής παρουσιάζει πολύ καλή συμπεριφορά, αφού δεν αφήνει τη μπάλα να κυλίσει μακριά από το επιθυμητό σημείο και επίσης την επιστρέφει σχεδόν αμέσως στη θέση ισορροπίας της.

#### 5.7.4 Μη Γραμμικό Μοντέλο

Όπως είδαμε στην υποενότητα 5.7.2, η εξίσωση κίνησης της σφαίρας πάνω στη δοκό δίνεται από τη μη γραμμική διαφορική εξίσωση:

$$0 = \left( \frac{J}{R^2} + m \right) \ddot{r} + mg \sin \alpha - mr\dot{\alpha}^2$$

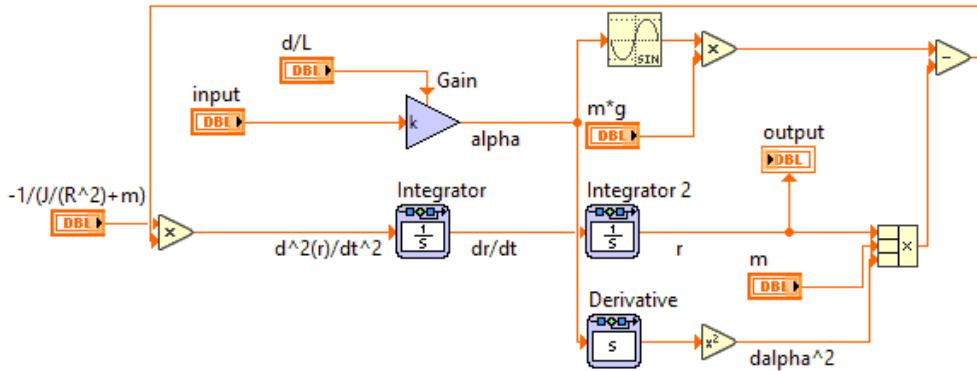
Επίσης, έχουμε ότι η γωνία  $\alpha$  της δοκού συνδέεται με τη γωνία  $\theta$  του γραναζιού μέσω του τύπου 5.45:

$$\alpha = \frac{d}{L} \theta$$

Είναι γνωστό ότι οι συναρτήσεις μεταφοράς χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν γραμμικά, χρονικώς αμετάβλητα συστήματα (*LTI Systems*). Συνεπώς, για την περιγραφή του μη γραμμικού μοντέλου αυτού του συστήματος δεν είναι δυνατή η χρήση συνάρτησης μεταφοράς όπως έγινε στα προηγούμενα παραδείγματα.

Το “Simulation Loop” του LabVIEW επιτρέπει την απευθείας μοντέλοποίηση της μη γραμμικής διαφορικής εξίσωσης (5.43). Αυτό το μοντέλο φαίνεται στο Σχήμα 5.49.

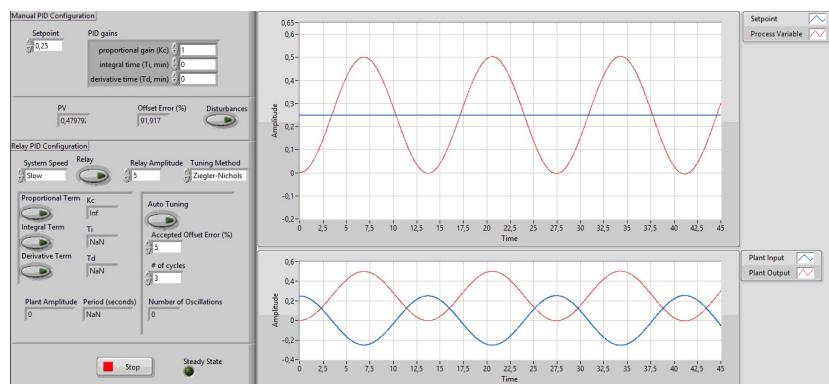
Το μοντέλο δέχεται ως είσοδο “input” τη γωνία  $\theta$  και ως έξοδο “output” αποδίδει την απόσταση  $r$  της σφαίρας από την αρχή της δοκού. Επίσης, θεωρούμε ότι οι παράμετροι του συστήματος έχουν τις ίδιες



Σχήμα 5.49: Δομικό διάγραμμα του μη γραμμικού μοντέλου του συστήματος δοκός – μπάλα

τιμές με πριν. Στόχος μας είναι να δούμε κατά πόσο είναι εφικτό ο αυτο-ρυθμιζόμενος PID ελεγκτής να υπολογίσει κέρδη που θα καταφέρουν να ελέγξουν αποδοτικά το μη γραμμικό μοντέλο του συστήματος αυτού. Ως επιθυμητή θέση της μπάλας (setpoint) είναι, όπως και πριν, τα 25 εκατοστά από το άκρο της δοκού.

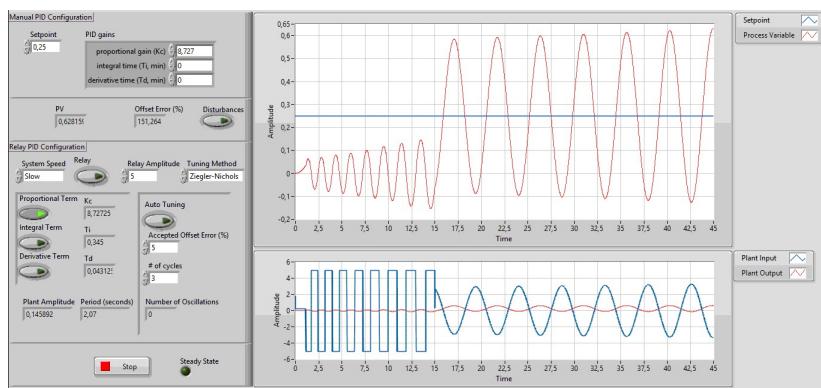
### Απόκριση Χωρίς Έλεγχο



Σχήμα 5.50: Βηματική απόκριση του μη γραμμικού μοντέλου του συστήματος δοκός – μπάλα χωρίς την εφαρμογή ελέγχου

Όπως κάθε πείραμα, έτσι και αυτό ξεκινάει με τη βηματική απόκριση του συστήματος όταν δεν εφαρμόζεται έλεγχος. Από το παραπάνω σχήμα φαίνεται ότι η απόκρισή του μη γραμμικού μοντέλου είναι παρόμοια με την απόκριση της γραμμικής προσέγγισης του που εξετάσαμε στην προηγούμενη υποενότητα. Συγκεκριμένα, το σύστημα είναι οριακά ευσταθές αφού εκτελεί αμείωτες ταλαντώσεις.

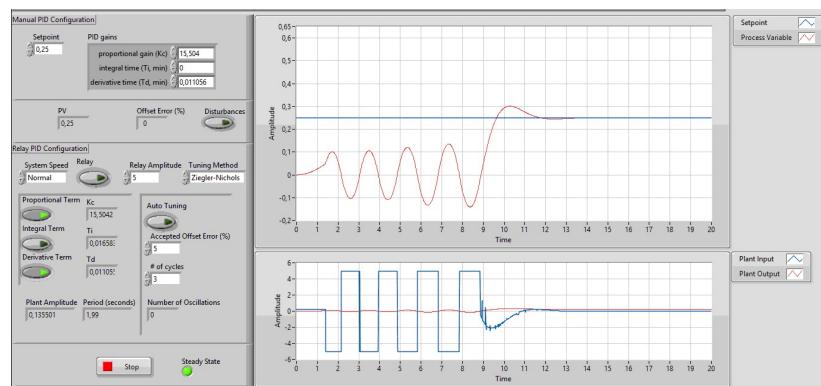
### Αναλογικός Έλεγχος



Σχήμα 5.51: Βηματική απόκριση του μη γραμμικού μοντέλου του συστήματος δοκός – μπάλα με την εφαρμογή αναλογικού ελέγχου

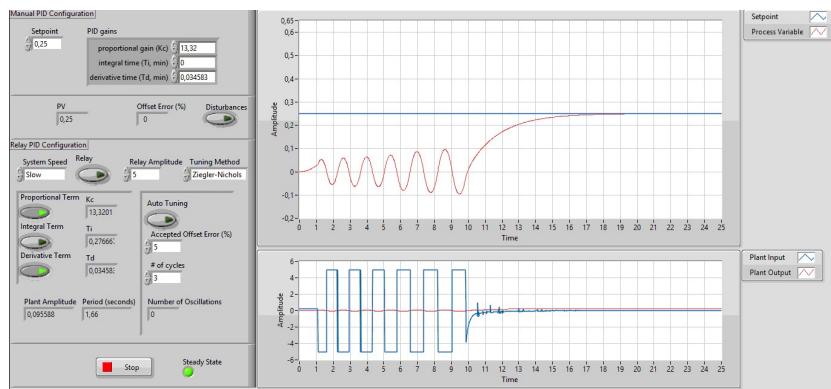
Από το Σχήμα 5.51 φαίνεται ότι η εφαρμογή αναλογικού ελέγχου στο μη γραμμικό σύστημα έχει την ίδια επίδραση με αυτή που είχε ο αναλογικός έλεγχος στη γραμμική προσέγγιση. Το σύστημα συνεχίζει να εκτελεί ταλαντώσεις αλλά αυτή τη φορά θα μπορούσαμε να πούμε ότι είναι ασταθές αφού το πλάτος των ταλαντώσεων αυξάνεται αργά αλλά σταθερά με την πάροδο του χρόνου.

### Αναλογικός – Διαφορικός Έλεγχος



Σχήμα 5.52: Βηματική απόκριση του μη γραμμικού μοντέλου του συστήματος δοκός – μπάλα με την εφαρμογή αναλογικού – διαφορικού ελέγχου

Στα σχήματα 5.52 και 5.53 φαίνονται οι αποκρίσεις του συστήματος όταν σε αυτό εφαρμόζεται αναλογικός – διαφορικός έλεγχος για ταχύτητα απόκρισης “Normal” και “Slow” αντίστοιχα. Από τις γραφικές παραστάσεις φαίνεται ότι ο αυτο-ρυθμιζόμενος PID ελεγκτής κάνει αρκετά καλή δουλειά στον έλεγχο του συστήματος. Η απόκριση παρουσιάζει μηδενικό σφάλμα μόνιμης κατάστασης και μικρό ποσοστό υπερακόντισης.



**Σχήμα 5.53:** Βηματική απόκριση του μη γραμμικού μοντέλου του συστήματος δοκός – μπάλα με την εφαρμογή αναλογικού – διαφορικού ελέγχου και επιθυμητή ταχύτητα απόκρισης “Slow”

Στη λειτουργία “Slow” ο έλεγχος ανταλλάζει τον μικρό χρόνο ανύψωσης για να πετύχει μηδενικό ποσοστό υπερακόντισης.

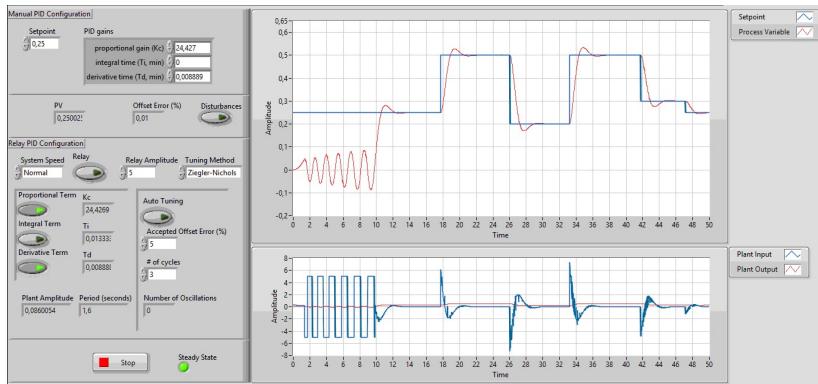
### 5.7.5 Γραμμικό και Μη Γραμμικό Μοντέλο – Ομοιότητες και Διαφορές

Εκ πρώτης όψεως, τα αποτελέσματα των προηγούμενων παραγράφων υποδεικνύουν ότι ο αυτο-ρυθμιζόμενος PID ελεγκτής είναι ικανός να ελέγξει το ίδιο αποδοτικά τόσο το γραμμικό μοντέλο όσο και το μη γραμμικό. Όμως, με μία πιο προσεκτική ματιά γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι ο έλεγχος στη μη γραμμική περίπτωση δεν είναι ικανοποιητικός.

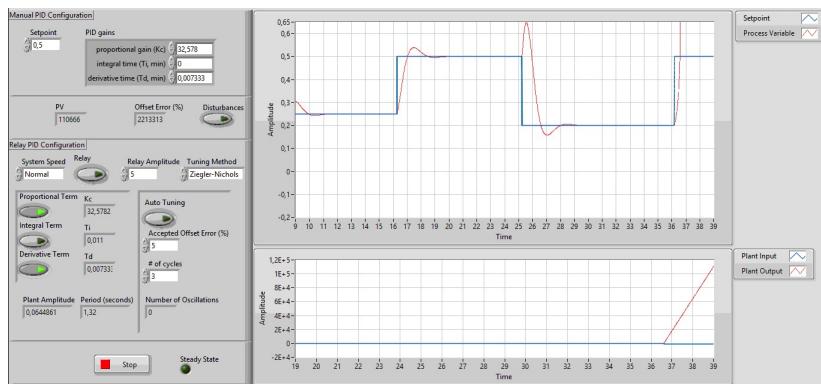
Αρχικά, κατά τη διάρκεια του πειράματος relay, η αντίδραση του μη γραμμικού μοντέλου είναι πιο επιθετική, οδηγώντας την έξοδο του συστήματος να εκτελεί ταλαντώσεις μεγαλύτερου πλάτους πιο νωρίς, σε σχέση με το γραμμικό μοντέλο.

Η πραγματική διαφορά όμως φαίνεται όταν επιχειρείται να γίνει αλλαγή του επιθυμητού σημείου. Ας πούμε για παράδειγμα ότι η μπάλα έχει ισορροπήσει στα 25 εκατοστά χρησιμοποιώντας αναλογικό – διαφορικό έλεγχο και θέλουμε τώρα να ισορροπήσει στα 50 εκατοστά. Τέτοιες αλλαγές είναι πιθανόν να γίνονται συνέχεια στα πλαίσια λειτουργίας του συστήματος. Στα επόμενα σχήματα φαίνεται πώς αποκρίνεται το γραμμικό (Σχήμα 5.54) και πώς το μη γραμμικό μοντέλο (Σχήμα 5.55).

Από τις δύο γραφικές παραστάσεις είναι εύκολο να αντιληφθούμε τι πάει λάθος με τον έλεγχο του μη γραμμικού μοντέλου. Στη γραμμική περίπτωση, όσες φορές και να αλλάξει το επιθυμητό σημείο, το σύστημα παραμένει ευσταθές και η απόδοση του ελέγχου δεν αλλάζει. Σε κάθε αλλαγή το σύστημα έχει αναμενόμενη συμπεριφορά και παρόμοια μεταβατική και μόνιμη κατάσταση.



Σχήμα 5.54: Απόκριση του γραμμικού μοντέλου σε διάφορες αλλαγές του επιθυμητού σημείου



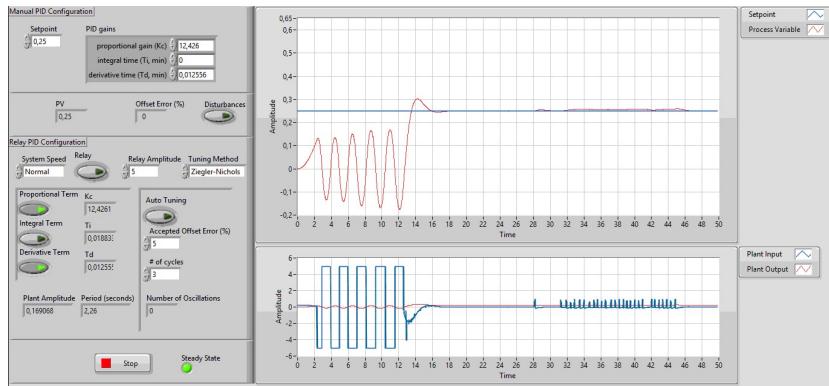
Σχήμα 5.55: Απόκριση του μη γραμμικού μοντέλου σε διάφορες αλλαγές του επιθυμητού σημείου

Αντιθέτως, η απόκριση του μη γραμμικού συστήματος δεν παρουσιάζει παρόμοια συμπεριφορά σε κάθε αλλαγή. Όταν η τιμή του επιθυμητού σημείου μεταβάλλεται από 0.5 σε 0.3 η έξοδος του συστήματος πρώτα αυξάνεται αντί να μειωθεί. Επίσης, όταν επιχειρείται να επιστρέψει στα 50 εκατοστά βλέπουμε ότι το σύστημα γίνεται ασταθές και η έξοδός του γρήγορα τείνει προς το άπειρο.

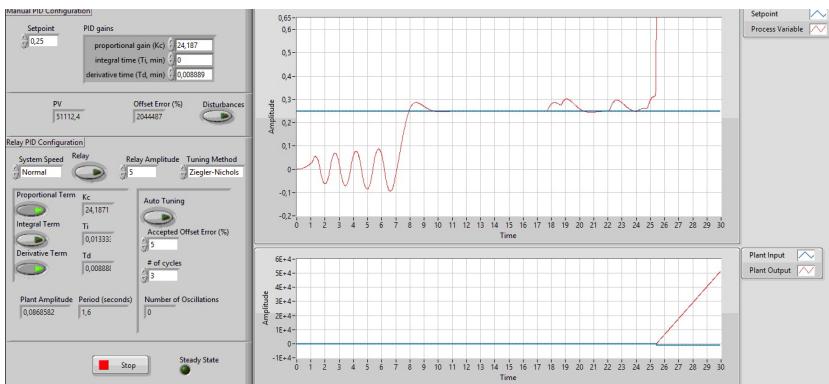
Παρόμοια φαινόμενα παρατηρούνται και όταν στο σύστημα εμφανίζονται διαταραχές. Στο Σχήμα 5.56 φαίνεται πώς ο ελεγκτής αντιμετωπίζει τις διαταραχές στο γραμμικό σύστημα, ενώ στο Σχήμα 5.57 φαίνεται πώς ο ελεγκτής αντιμετωπίζει τις διαταραχές στο μη γραμμικό σύστημα.

Σε πλήρη αντιστοιχία με πριν βλέπουμε ότι το σύστημα που βασίζεται στη γραμμική προσέγγιση έχει αναμενόμενη συμπεριφορά σε κάθε διαταραχή, όπως αυτή περιγράφηκε στο τμήμα 5.7.3. Το ίδιο δεν μπορεί να ειπωθεί και για το μη γραμμικό σύστημα αφού, παρόλο που ο ελεγκτής έχει καταφέρει σε πρώτη φάση να το φέρει στην επιθυμητή τιμή, υπό την παρουσία των διαταραχών η απόκρισή του δεν αργεί να χάσει την

ευστάθειά της και να πάρει τεράστιες τιμές.



Σχήμα 5.56: Απόκριση του γραμμικού συστήματος υπό την παρουσία διαταραχών



Σχήμα 5.57: Απόκριση του μη γραμμικού συστήματος υπό την παρουσία διαταραχών

### 5.7.6 Συμπεράσματα

Το τελευταίο σύστημα που επιχειρήσαμε να ελέγξουμε χρησιμοποιώντας τον αυτο-ρυθμιζόμενο PID ελεγκτή είναι το σύστημα δοκού – μπάλας. Σε αντίθεση με το παράδειγμα του ανεστραμμένου εκκρεμούς ή του αεροσκάφους, στα οποία χρησιμοποιούσαμε μόνο τη γραμμική προσέγγιση τους, σε αυτό το παράδειγμα προσπαθήσαμε να ελέγξουμε τόσο το γραμμικό όσο και το μη γραμμικό μοντέλο του συστήματος.

Αυτό που έγινε γρήγορα αντιληπτό ήταν ότι τόσο το γραμμικό όσο και το μη γραμμικό σύστημα δεν εκτελούσαν σταθερές ταλαντώσεις κατά τη διάρκεια του πειράματος relay. Αν ωστόσο, το πείραμα διακοπτόταν πριν το πλάτος των ταλαντώσεων γίνει πολύ μεγάλο ή το σύστημα γίνει ασταθές, οι τιμές των κερδών που υπολόγιζε ο αλγόριθμος ήταν αρκετές για να παρέχουν έλεγχο.

Όσον αφορά το **γραμμικό μοντέλο**, επειδή η συνάρτηση μεταφοράς περιέχει από μόνη της δύο πόλους στο μηδέν, δεν χρειάζεται ο ολοκληρωτικός όρος για να εξαλείψει το μόνιμο σφάλμα. Συνεπώς, η χρήση του αναλογικού και του διαφορικού όρου αριθμητικής για τον έλεγχο της θέσης της μπάλας. Το κλειστό σύστημα παρουσίαζε μικρή υπερακόντιση και ικανοποιητικούς χρόνους ανύψωσης και ηρεμίας. Επίσης, άμα ο ελεγκτής ρυθμίζόταν στην “αργή” λειτουργία η υπερακόντιση ήταν μηδενική με αντάλλαγμα μια μείωση στην ταχύτητα του συστήματος.

Όσον αφορά το **μη γραμμικό μοντέλο**, ο ελεγκτής όπως ήταν αναμενόμενο δεν κατάφερε να παρέχει ικανοποιητικό έλεγχο. Ενώ φαινομενικά στην αρχή έπιασε τους στόχους ελέγχου, η συμπεριφορά του κατά τη διάρκεια του πειράματος ήταν απρόβλεπτη και μη επιθυμητή. Η παρουσία διαταραχών ή η αλλαγή του επιθυμητού σημείου εύκολα μπορούσαν να οδηγήσουν το σύστημα στην αστάθεια και την έξοδό του να πάρει πολύ μεγάλες τιμές. Ακόμα και κατά τη διάρκεια του πειράματος relay, οι ταλαντώσεις που εκτελούσε το σύστημα αποκτούσαν γρηγορότερα μεγαλύτερο πλάτος. Συνοψίζοντας, ο έλεγχος που παρέχει ο αυτο-ρυθμιζόμενος PID ελεγκτής δεν καταφέρνει να αντιμετωπίσει την απρόβλεπτη συμπεριφορά που επιδεικνύει το μη γραμμικό μοντέλο του συστήματος δοκός – μπάλα και ως αποτέλεσμα κρίνεται ανεπαρκές.

## 5.8 Σύνοψη

Στο κεφάλαιο αυτό έγινε αναλυτική παρουσίαση των προσομοιώσεων του αυτο-ρυθμιζόμενου PID ελεγκτή που αναπτύχθηκε στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής εργασίας. Κάθε πρόβλημα ελέγχου αντιμετωπίστηκε ξεχωριστά. Τα συστήματα που επιλέχθηκαν αποτελούν κλασικά προβλήματα αυτομάτου ελέγχου που περιλαμβάνονται σε πολλά εκπαιδευτικά βιβλία και εγχειρίδια.

Όπως ήταν αναμενόμενο, κάθε σύστημα αντιδράει διαφορετικά στη διαδικασία ρύθμισης του ελεγκτή. Για παράδειγμα, τα συστήματα πρώτης τάξης (Ενότητα 5.3) εκτελούν ταλαντώσεις πολύ μικρού πλάτους και περιόδου ενώ τα συστήματα δεύτερης τάξης (Ενότητα 5.2 και Ενότητα 5.4) εκτελούν ταλαντώσεις περίπου πέντε με έξι φορές μικρότερου πλάτους αλλά περίπου οχτώ φορές μεγαλύτερης περιόδου.

Επίσης, ανάλογα με τις ρυθμίσεις του ελεγκτή, η απόκριση του κλειστού συστήματος ελέγχου για κάθε σύστημα διαφέρει. Από τις προσομοιώσεις φάνηκε ότι αν η επιθυμητή ταχύτητα απόκρισης του συστήματος τεθεί στο “Slow” τότε η μεταβολή της εξόδου του συστήματος είναι πιο ήπια από την άποψη ότι δεν παρουσιάζει υπερακόντιση αλλά χρειάζεται περισσότερο χρόνο να φτάσει στην επιθυμητή τιμή και να ηρεμήσει. Αυτό συνάδει με τη θεωρία που αναφέρθηκε στην Υποενότητα 3.3.4.

Ακόμα, ανάλογα με το ποιοι τύποι χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό των κερδών του ελεγκτή έχουμε διαφορετικά αποτελέσματα. Οι Ziegler – Nichols αποκρίσεις παρουσίαζαν μια σχεδόν ομογενής απόσβεση των ταλαντώσεων της μετρούμενης μεταβλητής, ενώ οι Tyreus – Luyben αποκρίσεις παρουσίαζαν μεγάλη πρώτη υπερακόντιση και σχεδόν καθόλου στη συνέχεια. Οπότε, οι ρυθμίσεις που επιλέγει ο χρήστης εξαρτώνται από τις απαιτήσεις του κάθε ελέγχου. Αν η εφαρμογή μπορεί να αντέξει κάποιο ποσοστό υπερακόντισης, τότε οι τύποι Ziegler – Nichols στη ρύθμιση “Normal” ή “Fast” ή οι τύποι Tyreus – Luyben μπορεί να είναι οι καταλληλότεροι. Αντιθέτως, αν η διεργασία δεν πρέπει να παρουσιάζει καθόλου υπερακόντιση τότε οι τύποι Ziegler – Nichols στη ρύθμιση “Slow” θα προσφέρουν μια πιο ικανοποιητική λύση ελέγχου.

Επιπλέον, κάτι που αξίζει να αναφερθεί είναι ότι ακόμα και σε συστήματα που είναι δύσκολο να ελεγχθούν ή που είναι ιδιαίτερα ευαίσθητα και εύκολο να οδηγηθούν στην αστάθεια, ο αλγόριθμος για τη ρύθμιση των κερδών του ελεγκτή απέδωσε αρκετά καλά αποτελέσματα. Οι τιμές που υπολογίστηκαν για τους όρους του PID ελεγκτή, ακόμα και όταν το σύστημα δεν εκτελούσε σταθερές ταλαντώσεις ή η διαδικασία ρύθμισης διακοπτόταν πρόωρα ήταν αρκετές για να αποδώσουν ικανοποιητικό έλεγχο.

Τέλος, όσον αφορά στο πρόγραμμα που υλοποιήθηκε στα πλαίσια αυτής της εργασίας και στη λειτουργία του αυτο-ρυθμιζόμενου PID ελεγκτή, είναι απαραίτητο να γίνουν δύο παρατηρήσεις. Η πρώτη έχει να

κάνει με το ότι σε κανένα από τα παραδείγματα δεν τροποποιήθηκαν χειροκίνητα τα κέρδη που υπολογίστηκαν. Αυτό σημαίνει ότι οι αποκρίσεις που δείχνονται παραπάνω δεν είναι οι βέλτιστες που μπορεί να αποδώσει ένας ελεγκτής. Σε πραγματικές συνθήκες, οι τιμές αυτές οι οποίες υπολογίζονται αυτόματα, αποτελούν μια καλή αφετηρία για την περαιτέρω ρύθμιση του PID ελεγκτή. Το βασικό πλεονέκτημα του αυτο-ρυθμιζόμενου PID ελεγκτή είναι ότι μειώνει αρκετά τις προσπάθειες για τη ρύθμιση των κερδών του, αφού δίνει μια πρώτη καλή προσέγγιση αυτών χωρίς να ταλαιπωρεί πολύ τον εξοπλισμό. Οι αποκρίσεις λοιπόν που δείχνονται στις παραπάνω ενότητες, έχουν ακόμα χώρο για βελτίωση, με μικρή τροποποίηση των κερδών των όρων του ελεγκτή.

Η δεύτερη παρατήρηση έχει να κάνει με την εφαρμογή του προγράμματος σε πραγματικές εφαρμογές. Σε μία πραγματική εφαρμογή, ο αυτο-ρυθμιζόμενος PID ελεγκτής που έχει υλοποιηθεί σε αυτή την εργασία, μπορεί να μην είναι απευθείας εφαρμόσιμος με τον τρόπο που έχει φτιαχτεί. Για παράδειγμα, στο σύστημα με τη δοκό και τη μπάλα, σαν αρχή μέτρησης της απόστασης της μπάλας έχει θεωρηθεί η δεξιά άκρη της δοκού. Συνεπώς, κατά τη διάρκεια της αυτόματης ρύθμισης των κερδών, στην οποία η έξοδος του συστήματος ταλαντώνεται γύρω από το σημείο μηδέν, η μπάλα θα έπεφτε από τη δοκό όταν η έξοδος του συστήματος θα γινόταν αρνητική. Αυτό όμως δεν αποτρέπει τη χρήση του συγκεκριμένου προγράμματος ως μέσο προσομοίωσης για την αυτόματη εύρεση της αρχικής τιμής των κερδών ενός πραγματικού PID ελεγκτή και στη συνέχεια, την εφαρμογή τους σε πραγματικές συνθήκες.



## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Jeffrey Travis, Jim Kring, “LabVIEW for Everyone: Graphical Programming Made Easy and Fun (3rd ed.)”, Prentice Hall Professional, July 27, 2006, ISBN-13: 978-0-13-185672-1.
- [2] Johnston, W.M., Hanna, J.R.P. and Millar, R.J. “Advances in dataflow programming languages”. ACM Computing Surveys 36 (1): 1–34. 2004. doi: 10.1145/1013208.1013209
- [3] Καλοβρέκτης Κωνσταντίνος. “LabVIEW για Μηχανικούς, Συστήματα Συλλογής Δεδομένων, 3’Έκδοση, Εκδόσεις Τζιόλα, ISBN 978-960-418-448-4.
- [4] Hills, Richard L (1996), “Power From the Wind”, Cambridge University Press.
- [5] Richard E. Bellman (December 8, 2015). “Adaptive Control Processes: A Guided Tour”. Princeton University Press.
- [6] Bennett Stuart (1996) “A brief history of automatic control”, IEEE Control Systems Magazine, IEEE. 16 (3): 17–25. doi:10.1109/37.506394.
- [7] Maxwell, J. C. (1868). “On Governors”. Proceedings of the Royal Society. 100.
- [8] Newpower, Anthony (2006). “Iron Men and Tin Fish: The Race to Build a Better Torpedo during World War II”. Praeger Security International. ISBN 0-275-99032-X. p. citing Gray, Edwyn (1991), “The Devil’s Device: Robert Whitehead and the History of the Torpedo”, Annapolis, MD: U.S. Naval Institute, p. 33.
- [9] Sleeman, C. W. (1880), “Torpedoes and Torpedo Warfare”, Portsmouth: Griffin & Co., pp. 137–138.

- [10] “A Brief Building Automation History”. Retrieved 2011-04-04.
- [11] Minorsky, Nicolas (1922). “Directional stability of automatically steered bodies”. *J. Amer. Soc. Naval Eng.* 34 (2): 280–309. doi:10.1111/j.1559-3584.1922.tb04958.x.
- [12] Bennett 1993, p. 67
- [13] Bennett, Stuart (June 1986). *A history of control engineering, 1800-1930*. IET. pp. 142–148. ISBN 978-0-86341-047-5.
- [14] Neuhaus, Rudolf. “Diode Laser Locking and Linewidth Narrowing”. Retrieved June 8, 2015.
- [15] “Introduction: PID Controller Design”. University of Michigan.
- [16] Tim Wescott (October 2000). “PID without a PhD”. EE Times-India.
- [17] Karl-Johan Åström and Tore Hägglund. “PID Controllers: Theory, Design and Tuning”. Instrument Society of America, 2 edition, 1995.
- [18] Cooper, Douglas. “PI Control of the Heat Exchanger”. Practical Process Control by Control Guru. Retrieved 2014-02-27.
- [19] “Ziegler-Nichols Tuning Rules for PID”, Microstar Laboratories
- [20] Li, Yun; Ang, Kiam Heong; Chong, Gregory C.Y. (February 2006). “Patents, software, and hardware for PID control: An overview and analysis of the current art”. *IEEE Control Systems Magazine*. 26 (1): 42–54. doi:10.1109/MCS.2006.1580153.
- [21] Soltesz, Kristian (January 2012). “On Automation of the PID Tuning Procedure” (Licentiate theis). Lund university. 847ca38e-93e8-4188-b3d5-8ec6c23f2132.
- [22] Li, Y. and Ang, K.H. and Chong, G.C.Y. (2006) “PID control system analysis and design - Problems, remedies, and future directions”. *IEEE Control Systems Magazine*, 26 (1). pp. 32-41. ISSN 0272-1708
- [23] VanDoren, Vance (1 September 2009). “Relay Method Automates PID Loop Tuning”. *Control Engineering*.
- [24] Ogata, Katsuhiko. “Modern Control Engineering”, 5<sup>th</sup> Edition : ISBN 0136156738.
- [25] Mohammad A.K. Alia, Tariq M. Younes, Shebel A. Alsabbah. “A Design of a PID Self-Tuning Controller Using LabVIEW”, *Journal of Software Engineering and Applications*, 2011, 4, 161-171, doi:10.4236/jsea.2011.43018.
- [26] Raymond Rogers. “Building a Benchtop PID Controller”, Keithley Instruments, Inc.

---

Πανεπιστήμιο Πατρών, Πολυτεχνική Σχολή  
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών  
Μιχαήλ-Άγγελος Τριανταφύλλης  
© Ιανουάριος 2018 – Με την επιφύλαξη παντός δικαιώματος.

---