

Project 1

Αριθμητική Γραμμική Άλγεβρα

Εαρινό εξάμηνο 2019-2020

Άσκηση 1 (25 μονάδες): Φτιάξτε ένα πρόγραμμα σε Octave που να δέχεται έναν 2×2 συμμετρικό πίνακα ως δεδομένα και να υπολογίζει το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του πίνακα. Κάντε το να βρίσκει τις ιδιοτιμές του πίνακα λύνοντας το χαρακτηριστικό πολυώνυμο και μετά, για κάθε ιδιοτιμή να βρίσκει ένα μοναδιαίο ιδιοδιάνυσμα λύνοντας μία από τις εξισώσεις που δίνουν το ιδιοδιάνυσμα. Επαληθεύστε τα αποτελέσματα του προγράμματός σας χρησιμοποιώντας την έτοιμη εντολή διαγωνοποίησης «eig» που έχει το octave. Δώστε τα αποτελέσματα του προγράμματός σας στον πίνακα $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ και $A = \begin{pmatrix} 1 & \mu \\ \mu & 1 \end{pmatrix}$. Εδώ μ είναι το τελευταίο ψηφίο του αριθμού μητρώου σας.

Άσκηση 2(25 μονάδες): Σκοπός της άσκησης είναι να δούμε την δράση ενός συμμετρικού πίνακα A πάνω στα διανύσματα θέσης (σημεία) του επιπέδου. Φτιάξτε ένα πρόγραμμα που θα δέχεται ένα διάνυσμα $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ στο επίπεδο και θα το μετασχηματίζει στο διάνυσμα $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Για την γραφική απεικόνιση των δύο διανυσμάτων, ζωγραφίστε μία μπλέ γραμμή από την αρχή των αξόνων στο σημείο $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, και μία κόκκινη γραμμή από την αρχή των αξόνων στο σημείο $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Δώστε τα αποτελέσματα σας για $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ και για $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, καθώς και για $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Ποιά είναι η σχέση των μετασχηματισμένων διανυσμάτων με τον πίνακα A ;

Άσκηση 3(25 μονάδες): Σκοπός της άσκησης είναι να δούμε πως δρα ένας συμμετρικός πίνακας A σε μία καμπύλη στο επίπεδο. Για αυτό τον σκοπό θα ζωγραφίσετε (με octave) ένα μοναδιαίο κύκλο στο επίπεδο με μπλέ χρώμα. Για να επιτευχθεί εύκολα αυτό χρησιμοποιήστε την παραμετρική μορφή του μοναδιαίου κύκλου, $x = \cos(t)$, $y = \sin(t)$.

Μετά θα μετασχηματίσετε τον κύκλο σύμφωνα με τον πίνακα A , μετασχηματίζοντας όλα τα σημεία του με τον πίνακα A . Εν γένη, από αυτό τον μετασχηματισμό προκύπτει μία έλλειψη. Αυτή την έλλειψη θα την ζωγραφίσετε με κόκκινο χρώμα στο ίδιο σύστημα αξόνων με τον κύκλο. Δώστε τα αποτελέσματα σας για $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ και $A = \begin{pmatrix} 1 & \mu \\ \mu & 1 \end{pmatrix}$.

Άσκηση 4(25 μονάδες): Σκοπός της άσκησης είναι να διαβάσουμε τα ιδιοδιανύσματα από την δράση ενός συμμετρικού πίνακα A στο επίπεδο. Πάνω στο γράφημα με τον κύκλο και την έλλειψη της άσκησης 3, ζωγραφίστε και τα ιδιοδιανύσματα του πίνακα A ως ευθύγραμμα τμήματα που ξεκινούν από την αρχή των αξόνων. Το μήκος κάθε ιδιοδιανύσματος πάρτε το να είναι ίσο με την ιδιοτιμή που αντιστοιχεί με αυτό, κατ' απόλυτη τιμή. Τι παρατηρείτε; Δώστε τα αποτελέσματα σας για $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ και $A = \begin{pmatrix} 1 & \mu \\ \mu & 1 \end{pmatrix}$.

Σε όλες τις παραπάνω ασκήσεις τα προγράμματα θα πρέπει να λειτουργούν για όλους τους συμμετρικούς πίνακες που έχουν δύο διαφορετικές ιδιοτιμές. Τα όρια των αξόνων θα πρέπει να επιλεγούν κατάλληλα έτσι ώστε να φαίνονται οι μετασχηματισμοί.

Η εργασία σας θα πρέπει να περιέχει μία αναφορά των αποτελεσμάτων σε word, μία εκτύπωση του κώδικα των προγραμμάτων και μία εκτύπωση των αποτελεσμάτων του προγράμματος. Μην ξεχάσετε όνομα και αριθμό μητρώου! Χειρόγραφες αναφορές δεν θα γίνουν δεκτές.