

Αριθμητική Γραμμική Άλγεβρα Project 2

Μιχαήλ Ανάργυρος Ζαμάγιας
TP5000

25 Μαΐου 2020

Περιεχόμενα

1	Άσκηση 1	2
1.1	Εκφώνηση	2
1.2	Απάντηση	3
2	Άσκηση 2	6
2.1	Εκφώνηση	6
2.2	Απάντηση	7
3	Άσκηση 3	8
3.1	Εκφώνηση	8
3.2	Απάντηση	9
4	Άσκηση 4	10
4.1	Εκφώνηση	10
4.2	Απάντηση	11

Άσκηση 1

1.1 Εκφώνηση

Δίνεται το σύστημα (1.1). Γράψτε αυτό το σύστημα στην μορφή $A\bar{x} = \bar{b}$ για κατάλληλα διανύσματα \bar{x} και \bar{b} . Εδώ μ είναι το τελευταίο ψηφίο του αριθμού μητρώου σας. Φτιάξτε ένα πρόγραμμα που να δέχεται ως δεδομένα έναν 3×3 πίνακα A και ένα 3×1 διάνυσμα \bar{b} και να είναι σε θέση να μας πει αν το σύστημα είναι αόριστο ή αδύνατο ή έχει μοναδική λύση. Αν το σύστημα έχει μοναδική λύση πρέπει να δίνει αυτή την λύση υπολογισμένη με την μέθοδο του επαυξημένου πίνακα (απαλοιφή Gauss). Δώστε τα αποτελέσματα του προγράμματός σας στο σύστημα εξισώσεων (1.1) καθώς και στο σύστημα (1.2).

$$\begin{aligned} 3x + 4y + 2z &= 3 \\ x - 2y &= 3 \\ \mu x + 3y + z &= 2 \end{aligned} \tag{1.1}$$

$$\begin{aligned} \mu x + y + z &= 3 \\ x + 2y &= \mu \\ (\mu - 1) + 3y + z &= 2 \end{aligned} \tag{1.2}$$

1.2 Απάντηση

Το (1.1) γράφεται ως (1.3) στην μορφή $A\bar{x} = \bar{b}$. Ομοίως, το (1.2) γράφεται ως (1.4), με $\mu = 0$ για αριθμό μητρώου 5000.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}}_A \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}}_{\bar{x}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}}_{\bar{b}} \quad (1.3)$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}}_A \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}}_{\bar{x}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}}_{\bar{b}} \quad (1.4)$$

Η έξοδος του προγράμματός μου:

```
A =
    3     4     2
    1    -2     0
    0     3     1
b =
    3
    3
    2
```

```
The system has a unique non-trivial solution:
x = -2.0000
y = -2.5000
z =  9.5000
```

```
A =
    0     1     1
    1     2     0
   -1     3     1
b =
    3
    0
    2
```

```
The system has a unique non-trivial solution:
x =  0.50000
y = -0.25000
z =  3.2500
```

Το κύριο πρόγραμμα:

```
1 clc;
2 clear all;
3 close all;
4
5 A = [3, 4, 2; 1, -2, 0; 0, 3, 1];
6 b = [3; 3; 2];
7 disp("A =");
8 disp(A);
9 disp("b =");
10 disp(b);
11 function_task1(A, b)
12
13 disp("\n")
14
15 A = [0, 1, 1; 1, 2, 0; -1, 3, 1];
16 b = [3; 0; 2];
17 disp("A =");
18 disp(A);
19 disp("b =");
20 disp(b);
21 function_task1(A, b)
```

Η function_task1 συνάρτηση:

```
1 function function_task1(A, b)
2     det_A = det(A);
3     disp("");
4     if (det_A != 0)
5         disp("The system has a unique non-trivial solution:")
6         Axb_roots = A\b;
7         x = Axb_roots(1)
8         y = Axb_roots(2)
9         z = Axb_roots(3)
10    else
11        n = size(b)(1);
12        x_up = A;
13        y_up = A;
14        z_up = A;
15        for i = 1 : n
16            x_up(i, 1) = b(i);
17        end
18        det_x = det(x_up)/det_A;
19        for i = 1 : n
20            y_up(i, 2) = b(i);
21        end
22        det_y = det(y_up)/det_A;
23        for i = 1 : n
24            z_up(i, 3) = b(i);
25        end
26        det_z = det(z_up)/det_A;
27        if (det_x == 0 && det_y == 0 && det_z == 0)
28            disp("The system has infinite solutions.")
29        else
30            disp("The system has no non-trivial solutions.")
31        endif
32    endif
33 end
```

Άσκηση 2

2.1 Εκφώνηση

Φτιάξτε ένα πρόγραμμα για την αντιστροφή ενός πίνακα A με την μέθοδο Gauss, προσαρτώντας δηλαδή τον ταυτοτικό πίνακα A και ακολουθώντας τον αλγόριθμο της απαλοιφής Gauss. Εξηγήστε γιατί με αυτόν τον τρόπο παίρνετε τον αντίστροφο πίνακα. Το πρόγραμμά σας πρέπει να είναι σε θέση να βρίσκει αν ο πίνακας A είναι αντιστρέψιμος. Εφαρμόστε το πρόγραμμά σας στον πίνακα (2.1).

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & \mu \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

2.2 Απάντηση

Άσκηση 3

3.1 Εκφώνηση

Θεωρήστε τα διανύσματα του (3.1), όπου μ είναι το τελευταίο ψηφίο του αριθμού μητρώου σας. Ελέγξτε με το χέρι αν τα παραπάνω διανύσματα είναι γραμμικά ανεξάρτητα ή όχι χωρίς την χρήση του κριτηρίου της ορίζουσας. Αποτελούν αυτά τα διανύσματα βάση του R^3 ; Κατόπιν φτιάξτε ένα πρόγραμμα που να αποφασίζει αν μία οποιαδήποτε τριάδα διανυσμάτων στο R^3 αποτελεί βάση του R^3 κάνοντας χρήση του κριτηρίου της ορίζουσας.

$$\begin{aligned}u &= 3i - 4j + 5k \\v &= 2i - 3j + k \\w &= i - j + \mu\end{aligned}\tag{3.1}$$

3.2 Απάντηση

Άσκηση 4

4.1 Εκφώνηση

Θεωρήστε τα διανύσματα του (4.1). Δείξτε ότι αυτά τα διανύσματα αποτελούν βάση του R^3 . Εφαρμόστε με το χέρι τον αλγόριθμο Gram-Smith για την ορθοκανονικοποίηση της βάσης. Φτιάξτε ένα πρόγραμμα που θα δέχεται σαν είσοδο τρία διανύσματα σαν στήλες ενός 3×3 πίνακα, θα ελέγχει αν αυτά τα διανύσματα αποτελούν βάση του R^3 , και κατόπιν θα εφαρμόζει τον αλγόριθμο Gram-Smith και θα δίνει σαν έξοδο μία ορθοκανονική βάση.

$$\begin{aligned}u &= i - 2j + 3k \\v &= 2i - j + 2k \\w &= i - 2j + k\end{aligned}\tag{4.1}$$

4.2 Απάντηση