

# Barre da tagliare

(da “Introduction to algorithms” (3rd edition))

## Esercizio Facoltativo

La ditta Serling Enterprises compra lunghe barre d'acciaio e le taglia in barrette più piccole, che poi rivende. L'operazione di taglio non comporta costi aggiuntivi. La direzione della Serling Enterprises vuole scoprire la maniera migliore per tagliare le barre, in maniera da massimizzare il guadagno.

Detta  $n$  la lunghezza in pollici di una barra da tagliare, supponiamo di conoscere, per  $i = 1, 2, \dots, n$ , il prezzo  $p_i$  in dollari a cui l'azienda vende una barra di lunghezza  $i$  pollici. Le lunghezze delle barre sono sempre uguali ad un numero intero di pollici. Un esempio è dato dalla tabella seguente:

length $i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
price $p_i$	1	5	8	9	10	17	17	20	24	30

Data una barra di lunghezza  $n$  pollici e una tabella dei prezzi  $p_i$  per  $i = 1, 2, \dots, n$ , si vuole determinare una maniera di tagliare la barra in modo da raggiungere il profitto massimo  $r_n$  ottenibile tagliando la barra e vendendone i pezzi. Si noti che se il prezzo  $p_n$  di una barra di lunghezza  $n$  è sufficientemente grande, allora una soluzione ottima potrebbe non richiedere alcun taglio. Si noti inoltre che in generale esistono più soluzioni ottime, tutte ovviamente caratterizzate dallo stesso valore  $r_n$ .

Consideriamo il caso in cui  $n = 4$ . La figura 1 mostra tutti i modi possibili di tagliare una barra di 4 pollici, incluso il caso che non prevede tagli. Facendo riferimento alla tabella dei prezzi precedente, sopra ciascuna immagine sono mostrati i prezzi delle barrette risultanti. Si vede facilmente che tagliare la barra in due barrette lunghe 2 pollici produce il guadagno massimo pari a  $p_2 + p_2 = 5 + 5 = 10$  dollari.

L'input è costituito da:

- una riga contenente la lunghezza  $n$  della barra;
- $n$  righe contenenti i prezzi  $p_i$  delle barrette, per  $i = 1, 2, \dots, n$ : la prima contiene  $p_1$ , la seconda  $p_2$  e così via.

L'output è costituito da due righe:

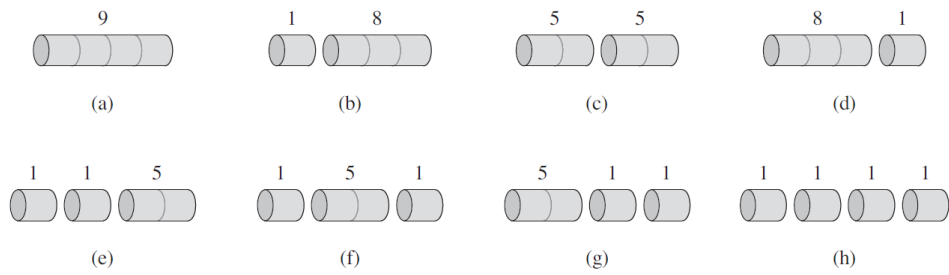


Figura 1: Modi di tagliare una barra di lunghezza 4

- la prima contiene il guadagno massimo  $r_n$ ;
- la seconda contiene una soluzione ottima, sotto forma di una sequenza non decrescente di interi separati da spazi: ogni intero rappresenta la lunghezza di una delle barrette risultanti.

**Nota:** tutti i casi presenti nel test set hanno esattamente una soluzione, quindi l'output è necessariamente univoco.

## Esempi

Input	Output
4 (lunghezza della barra)	10
1	2 2
5	
8	
9	

Input	Output
3    (lunghezza della barra)	8
1	3
5	
8	