Ηλεκτρονικοί Υπολογίστες ΙΙ — Αριθμητική Αναλύση

Θέματα Εξέτασης Θεωρίας - Σεπτέμβριος 2020

1. Βρείτε τον αντίστροφο του πίνακα

6/10

$$\left(\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{array}\right) \ .$$

2. Τα πρώτα πολυώνυμα Laguerre είναι τα

4/10

$$L_0(x) = 1$$

$$L_1(x) = -x + 1$$

$$L_2(x) = (x^2 - 4x + 2)/2$$

$$L_3(x) = (-x^3 + 9x^2 - 18x + 6)/6$$

$$L_4(x) = (x^4 - 16x^3 + 72x^2 - 96x + 24)/24$$

$$L_5(x) = (-x^5 + 25x^4 - 200x^3 + 600x^2 - 600x + 120)/120$$

Οι ρίζες του $L_4(x)$ προσεγγιστικά είναι: 0.322548, 1.74576, 4.53662, 9.39507. Χρησιμοποιήστε αυτές τις πληροφορίες για να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα

$$\int_0^\infty e^{-x} (x^6 - 3\sqrt{x} + 2) \, \mathrm{d}x \ .$$

Διάρκεια: 40 λεπτά Καλή επιτυχία!

Ηλεκτρονικοί Υπολογίστες ΙΙ — Αριθμητική Αναλύση

Θέματα Εξέτασης Εργαστηρίου - Σεπτέμβριος 2020

1. Η συνά
ρτηση Bessel πρώτου είδους, ακέραιας τάξης $n,\ J_n(x)$, μπο
ρεί να οριστεί ως εξής

$$J_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(nt - x\sin t) dt.$$

Βρείτε το σημείο τομής των $J_2(x)$, $J_4(x)$ στο διάστημα [3,5] με τέσσερα σημαντικά ψηφία.

2. Η συνάρτηση

$$f(x,y,z) = \frac{7}{2}x^2 + 2y^2 + z^2 + yx - 2zx - 4yz - \frac{9}{2}x + \frac{2}{3}y - 3z + \frac{3}{2}$$

παρουσιάζει ακρότατο στο σημείο

$$(x, y, z) = (0.482758620689655, -1.69540229885057, -1.40804597701149)$$
.

Το ακρότατο αυτό είναι μέγιστο, ελάχιστο ή σημείο καμπής (σαγματικό σημείο) ανάλογα με τις ιδιοτιμές του πίνακα

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \end{vmatrix} .$$

Αν οι ιδιοτιμές αυτού του πίνακα είναι όλες αρνητικές στο συγκεκριμένο σημείο (x,y,z), η f παρουσιάζει μέγιστο. Αν είναι όλες θετικές, η f παρουσιάζει ελάχιστο. Αν είναι και θετικές και αρνητικές, η f παρουσιάζει σάγμα.

Βρείτε τις ιδιοτιμές αυτού του πίνακα και χαρακτηρίστε το ακρότατο (ως μέγιστο, ελάχιστο ή σαγματικό σημείο).

Να στείλετε τους κώδικες που θα γράψετε συνημμένους σε email στο ety213@materials.uoc.gr.

Διάρκεια: 80 λεπτά Καλή επιτυχία!