

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ ΙΙ — ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Θέματα Εξέτασης Θεωρίας — Ιούνιος 2021

1. Οι κύκλοι

4/10

$$(x - 1.2)^2 + (y + 0.6)^2 = 5$$

και

$$(x + 0.2)^2 + (y + 0.1)^2 = 6$$

τέμνονται σε δύο σημεία. Βρείτε το ένα από αυτά με τρία σημαντικά ψηφία σωστά.

Υπόδειξη: Λύστε τις εξισώσεις ως προς την ίδια μεταβλητή και εξισώστε.

2. Η εξίσωση που περιγράφει τη θέση $x(t)$ μιας σημειακής μάζας m σε μονοδιάστατο δυναμικό $V(x)$ είναι (ως γνωστόν): 6/10

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = - \frac{dV}{dx} .$$

Έστω ότι το δυναμικό είναι το $V(x) = -\sin(2x)$ και η μάζα είναι $m = 1$. Αν η αρχική θέση (δηλαδή για $t = 0$) είναι 0.6 και η αρχική ταχύτητα είναι 0.15, δώστε μια εκτίμηση για τη θέση x και την ταχύτητα $\frac{dx}{dt}$ τη χρονική στιγμή $t = 0.2$ με ακρίβεια τουλάχιστον 10^{-2} .

Διάρκεια: 40 λεπτά

Καλή επιτυχία!

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ ΙΙ — ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Θέματα Εξέτασης Εργαστηρίου — Ιούνιος 2021

1. Η συνάρτηση Bessel πρώτου είδους, ακέραιας τάξης n , $J_n(x)$, μπορεί να οριστεί ως εξής

$$J_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(nt - x \sin t) dt .$$

Υπολογίστε την παράγωγο της $J_3(x)$ και βρείτε πού μηδενίζεται στο διάστημα $[2.5, 6.5]$.

2. Να προσδιορίσετε τα στοιχεία του πίνακα X στην εξίσωση

$$A \cdot X = B ,$$

όπου

$$A = \begin{vmatrix} 1.6 & -7.7 & 8.5 & 9.4 \\ 2.4 & 2.9 & 1.3 & 0.5 \\ 1.9 & 4.7 & 2.6 & 1.9 \\ 2.4 & 4.2 & 3.3 & -2.7 \end{vmatrix}$$

και

$$B = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} .$$

3. Μια implicit μέθοδος επίλυσης της διαφορικής εξίσωσης

$$y' = f(x, y) , \quad \text{με } y(x_0) = y_0 ,$$

υπολογίζει προσεγγιστικά την τιμή y_{i+1} της $y(x)$ στο x_{i+1} , αν γνωρίζουμε την τιμή y_i στο σημείο x_i , με τους τύπους

$$\begin{aligned} k_1 &= hf(x_i, y_i) \\ k_2 &= hf(x_i + h/2, y_i + (5k_1 + 8k_2 - k_3)/24) \\ k_3 &= hf(x_i + h, y_i + (k_1 + 4k_2 + k_3)/6) \\ y_{i+1} &= y_i + (k_1 + 4k_2 + k_3)/6 + \mathcal{O}(h^5) . \end{aligned}$$

Χρησιμοποιήστε την για να βρείτε προσεγγιστικά το $y(3)$ αν η συνάρτηση $y(x)$ ικανοποιεί τη διαφορική εξίσωση

$$y' = \frac{y}{x} \left(1 - \frac{y}{x} \right)$$

με $y(1) = 2$.

**Να στείλετε τους κώδικες που θα γράψετε συνημμένους
σε email στο ety213@materials.uoc.gr.**

Διάρκεια: 90 λεπτά

Καλή επιτυχία!