

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ ΙΙ — ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Θέματα Εξέτασης Θεωρίας (Σεπτέμβριος 2017)

1. Να προσδιορίσετε μία ιδιοτιμή του πίνακα

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 5 \\ 1 & 7 & 2 \end{bmatrix}.$$

2. Εξηγήστε πώς μπορείτε να βρείτε τις συντεταγμένες (x, y, z) ενός σημείου που απέχει απόσταση 10 από τα σημεία $A(1, 1, 1)$, $B(2, -1, 4)$, $C(-1, 5, 0)$. Γράψτε τις σχετικές εξισώσεις αλλά μην κάνετε αριθμητικούς υπολογισμούς.
3. Προσεγγίστε με πολυώνυμο τρίτης τάξης στο διάστημα $[0, \pi/2]$ τη συνάρτηση

$$\alpha(\theta) = \sin^{-1}(n \sin \theta) + \sin^{-1}(n \sin(\Phi - \theta)) - \Phi,$$

με $n = 1.52$, $\Phi = 15^\circ$. Βρείτε το ελάχιστό της.

Διάρκεια: 90 λεπτά

Καλή επιτυχία!

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ ΙΙ — ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Θέματα Εξέτασης Εργαστηρίου (Σεπτέμβριος 2017)

1. Βρείτε τις συντεταγμένες (x, y, z) ενός σημείου που απέχει απόσταση 10 από τα σημεία $A(1, 1, 1)$, $B(2, -1, 4)$, $C(-1, 5, 0)$.
2. Τα 7 πρώτα πολυώνυμα Chebyschev δεύτερου είδους είναι τα:

$$\begin{aligned}U_0(x) &= 1 \\U_1(x) &= 2x \\U_2(x) &= 4x^2 - 1 \\U_3(x) &= 8x^3 - 4x \\U_4(x) &= 16x^4 - 12x^2 + 1 \\U_5(x) &= 32x^5 - 32x^3 + 6x \\U_6(x) &= 64x^6 - 80x^4 + 24x^2 - 1\end{aligned}$$

Να επαληθεύσετε ότι ικανοποιούν τις σχέσεις

$$\int_{-1}^1 U_n(x)U_m(x)\sqrt{1-x^2} \, dx = \frac{\pi}{2}\delta_{nm} ,$$

όπου $\delta_{nm} = 1$ αν $n = m$ και $\delta_{nm} = 0$ αν $n \neq m$.

Υπόδειξη: Γράψτε σε κώδικα τη συνάρτηση $U(n, x)$ που υπολογίζει το πολυώνυμο τάξης n στο σημείο x . Υπολογίστε με ακρίβεια 10^{-7} τις τιμές των ολοκληρωμάτων για $n = 0, 1, 2, \dots, 6$ και $m = 0, 1, 2, \dots, n$. Τυπώστε τις στην οθόνη μαζί με τα αντίστοιχα n, m και τις ακριβείς τους τιμές.

3. Σε ακρότατο μιας συνάρτησης $f(x)$ μηδενίζεται η πρώτη παράγωγος, $f'(x)$. Βρείτε το ελάχιστο της

$$\alpha(\theta) = \sin^{-1}(n \sin \theta) + \sin^{-1}(n \sin(\Phi - \theta)) - \Phi ,$$

για $n = 1.52$, $\Phi = 15^\circ$, ως εξής: υπολογίστε την παράγωγο αριθμητικά, βρείτε πού μηδενίζεται και υπολογίστε εκεί τη συνάρτηση.

Απάντηση: $\alpha_{\min} = 2 \sin^{-1}(n \sin(\Phi/2)) - \Phi$.

Να στείλετε τους κώδικες που θα γράψετε, ως συνημμένους σε email στο `ety213@materials.uoc.gr`.

Διάρκεια: 90 λεπτά

Καλή επιτυχία!