

## BÀI TẬP XÁC SUẤT THỐNG KÊ

# CHƯƠNG II. BIẾN NGẪU NHIÊN RỜI RẠC

### I. Bảng phân phối xác suất và hàm khối xác suất

**Bài 1.1.** Gieo đồng thời hai đồng xu. Hãy lập bảng phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên mô tả số mặt sấp xuất hiện sau khi gieo.

**Bài 1.2.** Một công ty có 3 máy tính hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để trong một ngày làm việc các máy tính đó gặp sự cố lần lượt là 0.02, 0.015 và 0.01. Gọi  $X$  là biến ngẫu nhiên chỉ số máy tính hoạt động tốt trong một ngày. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$ .

**Bài 1.3.** Một doanh nhân có một chuỗi gồm 3 cửa hàng điện thoại hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để mỗi cửa hàng có doanh thu trong một ngày trên 70 triệu đồng là 0,4; 0,7 và 0,8. Gọi  $X$  là đại lượng ngẫu nhiên chỉ số cửa hàng của ông ta trong 1 ngày (nào đấy) có doanh thu trên 70 triệu đồng. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$ .

**Bài 1.4.** Cho biến ngẫu nhiên rời rạc  $X$  có bảng phân phối xác suất

$X$	-1	0	1	2	3
$\mathbb{P}$	$a$	$2a$	0,3	0,1	0,3

Tính giá trị của  $a$  và  $\mathbb{P}(X^2 \geq 2X)$ .

**Bài 1.5.** Cho biến ngẫu nhiên rời rạc  $X$  có bảng phân phối xác suất

$X$	21	22	23	24	25
$\mathbb{P}$	0,2	$a$	$3a$	0,2	0,2

Tính giá trị của  $a$  và  $\mathbb{P}(X^2 \leq 22X + 23)$ .

**Bài 1.6.** Tại một gian hàng của siêu thị người ta đặt vào đó 20 chai nước ép hoa quả trong đó có 3 chai mà hạn sử dụng chỉ còn không quá một tháng. Một khách hàng muốn lấy một chai mà hạn sử dụng còn trên một tháng để bỏ vào giỏ hàng của mình. Người đó chọn ngẫu nhiên từng chai để kiểm tra hạn sử dụng. Nếu chai được chọn là chai mà hạn sử dụng chỉ còn không quá một tháng thì loại ra và chọn tiếp chai khác. Gọi  $X$  là số chai mà người đó phải kiểm tra. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$ .

**Bài 1.7.** Một sản phẩm công nghệ được đưa đến giới thiệu ở 4 hội chợ quốc tế. Xác suất sản phẩm nhận được đơn đặt hàng tại mỗi hội chợ tương ứng là 0,8; 0,7; 0,4; 0,2. Gọi  $X$  là biến ngẫu nhiên chỉ số lần tham gia hội chợ mà ở đó sản phẩm nhận được đơn đặt hàng. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$ .

**Bài 1.8.** Một xạ thủ có 4 viên đạn và anh ta bắn từng viên vào một bia cho đến khi bia trúng đạn hoặc hết đạn thì dừng lại. Xác suất để xạ thủ bắn trúng đích ở mỗi lần là 0,6. Gọi  $X$  là số đạn được xạ thủ bắn ra. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$ .

**Bài 1.9.** Một kỹ sư công nghệ thông tin có dự định nhờ 1 trong 4 người bạn thân đánh giá chất lượng một phần mềm do mình viết. Anh ta lần lượt đề nghị từng người (theo thứ tự chuyên sâu về vấn đề) cho đến khi có người chấp nhận đề nghị. Xác suất nhận lời của từng người bạn tương ứng là 0,2; 0,7; 0,4; 0,5. Gọi  $X$  là biến ngẫu nhiên chỉ số lần đề nghị của kỹ sư không được chấp nhận. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$ .

**Bài 1.10.** Một sinh viên có hai vé tham dự một buổi trình diễn nghệ thuật tại Nhà hát lớn vào tối chủ nhật. Anh ta dự định mời 1 trong 4 cô gái cùng tham dự. Anh ta lần lượt đề nghị từng người (theo thứ tự thân thiết) cho đến khi có người chấp nhận đề nghị. Xác suất nhận lời của từng cô gái tương ứng là 0,3; 0,8; 0,5; 0,7. Gọi  $X$  là biến ngẫu nhiên chỉ số lần đề nghị của sinh viên không được đáp ứng. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$ .

**Bài 1.11.** Một sinh viên ngành cơ điện tử cần phát triển một mẫu robot do mình thiết kế và dự định mời thêm 2 bạn học cộng tác. Anh ta lọc được một danh sách (có thứ tự ưu tiên) gồm 5 sinh viên học cùng lớp với mình phù hợp với việc tham gia phát triển mẫu robot này. Anh ta dự định đề nghị từng người bạn cho đến khi có đủ hai người nhận lời thì thôi. Xác suất để mỗi sinh viên trong danh sách chấp nhận lời đề nghị của sinh viên này là 0,4. Gọi  $X$  là biến ngẫu nhiên chỉ số lượng sinh viên trong danh sách đã từ chối cộng tác khi nhận được lời mời. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$ .

**Bài 1.12.** Một sinh viên công nghệ thông tin cần phát triển một phần mềm do mình viết và dự định mời thêm 3 bạn học cộng tác. Anh ta lọc được một danh sách (có thứ tự ưu tiên) gồm 6 sinh viên học cùng lớp với mình phù hợp với việc tham gia phát triển phần mềm này. Anh ta dự định đề nghị từng người bạn cho đến khi có đủ ba người nhận lời thì thôi. Xác suất để mỗi sinh viên trong danh sách chấp nhận lời đề nghị của sinh viên này là 0,7.

- a) Gọi  $X$  là biến ngẫu nhiên chỉ số lượng sinh viên trong danh sách đồng ý tham gia phát triển phần mềm. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$ .
- b) Gọi  $Y$  là biến ngẫu nhiên chỉ số lượng sinh viên trong danh sách nhận được lời mời của sinh viên ban đầu. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $Y$ .

**Bài 1.13.** Có hai hệ thống tên lửa phòng không và mỗi hệ thống có 3 tên lửa. Trong một cuộc tập trận, hệ thống thứ nhất lần lượt phóng các tên lửa của mình vào một mục tiêu giả định cho đến khi mục tiêu bị hạ thì dừng lại. Nếu hệ thống thứ nhất không hạ được mục tiêu thì hệ thống thứ hai tiếp tục như vậy. Cho biết xác suất hạ mục tiêu trong mỗi lần phóng của hệ thống thứ nhất là 0,8 và xác suất hạ mục tiêu trong mỗi lần phóng của hệ thống thứ hai là 0,6. Gọi  $X$  là tổng số tên lửa mà hai hệ thống sử dụng để hạ mục tiêu. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$ .

**Bài 1.14.** Cho biến ngẫu nhiên  $X$  với tập giá trị  $S_X = \{1, 2, 3, \dots\}$  và có hàm khối xác suất là

$$f(x) = \begin{cases} a & \text{nếu } x = 1 \\ (0,5)^{x-2} \cdot 0,2 & \text{nếu } x \geq 2 \end{cases}$$

Hãy tính giá trị của  $a$  và tính  $\mathbb{P}(X \leq 3)$ .

**Bài 1.15.** Cho biến ngẫu nhiên  $X$  với tập giá trị  $S_X = \{1, 2, 3, \dots\}$  và có hàm khối xác suất là

$$f(x) = \begin{cases} 0,7 & \text{nếu } x = 1 \\ (0,5)^{x-2} \cdot p & \text{nếu } x \geq 2 \end{cases}$$

Hãy tính giá trị của  $p$  và tính  $\mathbb{P}(X \geq 4)$ .

**Bài 1.16.** Trong một game hành động, người chơi cần tiêu diệt một công sự kiên cố của đối phương. Đầu tiên người chơi phải công kích công sự này bằng cách cho đội bom. Xác suất để công sự bị phá hủy ở mỗi lần đội bom là 0,5. Nếu đội bom hai lần mà công sự chưa bị phá hủy thì phải chuyển sang công kích bằng pháo. Xác suất để công sự bị phá hủy trong mỗi lần công kích bằng pháo là 0,1 và không giới hạn số lần công kích bằng pháo. Gọi  $X$  là biến ngẫu nhiên chỉ số lần công kích của người chơi cho đến khi công sự bị phá hủy. Hãy xác định hàm khối xác suất của  $X$  và lập bảng phân phối xác suất của  $X$ .

**Bài 1.17.** Một công nghệ gia cần tuyển 1 phụ tá để trợ giúp ông phát triển một công nghệ mới. Trong công ty của ông ta có 3 kỹ sư có hiểu biết chuyên sâu phù hợp. Ông ta mời lần lượt từng người đến phỏng vấn cho đến khi có 1 người đáp ứng được điều kiện thì dừng lại. Nếu không chọn được ai thì sẽ tuyển trợ tá từ bên ngoài công ty. Xác suất để một kỹ sư trong công ty trúng tuyển là 0,6. Xác suất để một ứng viên từ bên ngoài trúng tuyển là 0,4. Gọi  $X$  là số lượng cuộc phỏng vấn không thành công mà công nghệ gia đã thực hiện cho đến khi ông chọn được 1 trợ tá. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$ .

**Bài 1.18.** Một nhà khoa học của Đại học Giao thông cần tuyển 1 phụ tá để trợ giúp ông phát triển một loại vật liệu mới. Trong trung tâm nghiên cứu của ông ta có 4 nghiên cứu viên có hiểu biết chuyên sâu phù hợp. Ông ta mời lần lượt từng người đến phỏng vấn cho đến khi có 1 người đáp ứng được điều kiện thì dừng lại. Nếu không chọn được ai thì sẽ tuyển trợ tá từ bên ngoài trung tâm. Xác suất để một nghiên cứu viên trong trung tâm trúng tuyển là 0,4. Xác suất để một ứng viên từ bên ngoài trúng tuyển là 0,3. Gọi  $X$  là số lượng ứng viên từ ngoài trung tâm mà nhà khoa học đã mời đến phỏng vấn cho đến khi ông chọn được 1 trợ tá. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$ .

**Bài 1.19.** Một hacker liên tục xâm nhập máy chủ của một công ty công nghệ để đánh cắp dữ liệu. Công ty này có hai nhân viên an ninh thay phiên nhau trực từng ngày để đảm bảo an toàn cho hệ thống. Xác suất phát hiện được dấu hiệu xâm nhập của nhân viên thứ nhất là 0,5. Xác suất phát hiện được dấu hiệu xâm nhập của nhân viên thứ hai là 0,3. Hai nhân viên sẽ báo cáo lên lãnh đạo công ty việc máy chủ bị xâm nhập

sau ngay sau khi phát hiện được sự xâm nhập của hacker. Gọi  $X$  là số lần người thứ nhất thực hiện công việc đảm bảo an toàn hệ thống, tính từ ngày hacker bắt đầu xâm nhập cho đến khi lãnh đạo công ty nhận được báo cáo. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$ .

**Bài 1.20.** Một modem truyền một tín hiệu có điện áp +2 Vol đến một kênh thông tin. Kênh thông tin cộng thêm vào tín hiệu này một nhiễu có giá trị điện áp thuộc tập  $\{0, -1, -2, -3\}$  và với xác suất tương ứng là  $\{0, 4; 0, 3; 0, 2; 0, 1\}$ . Gọi  $Y$  là biến ngẫu nhiên chỉ giá trị điện áp truyền ra của kênh thông tin.

- Tìm bảng phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên  $Y$ .
- Tính giá trị trung bình và phương sai của biến ngẫu nhiên  $Y$ .
- Tìm hàm phân phối xác suất  $F(y)$  của biến ngẫu nhiên  $Y$  và vẽ đồ thị của hàm  $F(y)$ .

## II. Hàm phân phối tích lũy của biến ngẫu nhiên rời rạc

**Bài 2.1.** Các lỗi của một kênh thông tin thường được tạo trong quá trình truyền tin và được phát hiện bởi bộ phận phát hiện xung bị mất. Số các lỗi khi truyền 8 bit là một biến ngẫu nhiên có hàm phân phối xác suất là

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x \leq 1 \\ 0.7 & \text{nếu } 1 \leq x < 4 \\ 0.9 & \text{nếu } 4 \leq x < 7 \\ 1 & \text{nếu } x > 7. \end{cases}$$

Hãy tính các xác suất sau

- $\mathbb{P}(X \leq 4), \mathbb{P}(X > 4)$ .
- $\mathbb{P}(3 \leq X \leq 6)$ .

**Bài 2.2.** Cho biến ngẫu nhiên rời rạc  $X$  có bảng phân phối xác suất

$X$	-1	1	2	4
$\mathbb{P}$	0, 1	0, 3	0, 2	0, 4

Hãy xác định hàm phân phối tích lũy của  $F(x)$  của biến ngẫu nhiên  $X$  và vẽ đồ thị của  $F(x)$ .

**Bài 2.3.** Gọi  $X$  là biến ngẫu nhiên chỉ số nhân khẩu không có thu nhập trong một hộ gia đình (trẻ em, người nội trợ, v.v.). Bảng phân phối xác suất của  $X$  là

$X$	0	1	2	3	4
$\mathbb{P}$	0, 1	0, 3	0, 4	0, 15	0, 05

Hãy xác định hàm phân phối tích lũy của  $F(x)$  của biến ngẫu nhiên  $X$  và vẽ đồ thị của  $F(x)$ .

**Bài 2.4.** Cho biến ngẫu nhiên  $X$  có hàm khối xác suất là

$$f(x) = \begin{cases} 0,25 & \text{nếu } x \in \{2, 5\} \\ 0,5 & \text{nếu } x = 4 \end{cases}$$

Hãy xác định hàm phân phối tích lũy của  $F(x)$  của biến ngẫu nhiên  $X$ . Vẽ đồ thị của hàm  $F(x)$ .

**Bài 2.5.** Cho biến ngẫu nhiên  $X$  có hàm khối xác suất là

$$f(x) = \begin{cases} 0,4^x \cdot 0,5 & \text{nếu } x \in \{1, 2, 3, 4\} \\ 0,6752 & \text{nếu } x = 6 \end{cases}$$

Hãy xác định hàm phân phối tích lũy của  $F(x)$  của biến ngẫu nhiên  $X$ .

**Bài 2.6.** Cho biến ngẫu nhiên  $X$  có hàm khối xác suất là

$$f(x) = \begin{cases} 0,6^{x-1} \cdot 0,4 & \text{nếu } x \in \{1, 2, 3, 4\} \\ 0,1296 & \text{nếu } x = 5 \end{cases}$$

Hãy xác định hàm phân phối tích lũy của  $F(x)$  của biến ngẫu nhiên  $X$ .

**Bài 2.7.** Cho biến ngẫu nhiên  $X$  có hàm khối xác suất là

$$f(x) = \begin{cases} 0,8^{x-2} \cdot 0,25 & \text{nếu } x \in \{3, 4, 5, 6\} \\ 0,4096 & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$$

Hãy xác định hàm phân phối tích lũy của  $F(x)$  của biến ngẫu nhiên  $X$ .

**Bài 2.8.** Cho biến ngẫu nhiên  $X$  có hàm khối xác suất là

$$f(x) = \begin{cases} 0,6^{x-2} \cdot 0,25 & \text{nếu } x \in \{2, 3, 5, 6\} \\ 0,5136 & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$$

Hãy xác định hàm phân phối tích lũy của  $F(x)$  của biến ngẫu nhiên  $X$ .

**Bài 2.9.** Cho biến ngẫu nhiên  $X$  có hàm khối xác suất là

$$f(x) = k(|x| + 2), \quad x \in \{-2, -1, 1, 2\}.$$

Hãy xác định giá trị  $k$  và xác định hàm phân phối xác suất của  $X$ .

**Bài 2.10.** Cho biến ngẫu nhiên  $X$  có hàm khối xác suất là

$$f(x) = k(x^2 + |x|), \quad x \in \{-3, -2, -1, 2\}.$$

Hãy xác định giá trị  $k$  và xác định hàm phân phối xác suất của  $X$ .

### III. Kỳ vọng và phương sai của biến ngẫu nhiên rời rạc

**Bài 3.1.** Cho biến ngẫu nhiên rời rạc  $X$  có bảng phân phối xác suất

$X$	13	14	15	16	17
$\mathbb{P}$	0,1	0,2	0,3	0,2	0,2

- a) Tính  $\mathbb{E}(X)$  và  $\mathbb{V}(X)$ .  
b) Tính  $\mathbb{E}(X^2 + 2X)$ .

**Bài 3.2.** Cho biến ngẫu nhiên rời rạc  $X$  có bảng phân phối xác suất

$X$	14	15	16	17	18
$\mathbb{P}$	0,2	0,2	0,3	0,1	0,2

- a) Tính  $\mathbb{E}(X)$  và  $\mathbb{V}(X)$ .  
b) Tính  $\mathbb{E}(3X^2 + X)$ .

**Bài 3.3.** Cho biến ngẫu nhiên rời rạc  $X$  có bảng phân phối xác suất

$X$	10	12	14	16	18
$\mathbb{P}$	0,3	0,2	0,1	0,2	0,2

- a) Tính  $\mathbb{E}(X)$  và  $\mathbb{V}(X)$ .  
b) Tính  $\mathbb{E}(X^2 + 4X)$ .

**Bài 3.4.** Cho biến ngẫu nhiên rời rạc  $X$  có bảng phân phối xác suất

$X$	32	36	40	44	48
$\mathbb{P}$	0,1	0,2	0,3	0,2	0,2

- a) Tính  $\mathbb{E}(X)$  và  $\mathbb{V}(X)$ .  
b) Tính  $\mathbb{E}(5X^2 - 3X)$ .

**Bài 3.5.** Cho biến ngẫu nhiên rời rạc  $X$  có bảng phân phối xác suất

$X$	1	2	3	6	8
$\mathbb{P}$	0,2	0,2	0,4	0,1	0,1

Tính kỳ vọng và phương sai của biến ngẫu nhiên  $Y$  với  $Y = X^3 - 2X^2 + 1$ .

**Bài 3.6.** Một nhân viên bất động sản nhận được thù lao (tính theo triệu đồng) cho mỗi giao dịch thuê mượn bất động sản được môi giới thành công là một trong các mức 8, 10 hoặc 15. Tỷ lệ giao dịch thành công có thù lao 8 triệu là 25%. Tỷ lệ giao dịch thành công có thù lao 10 triệu là 40%. Tính thù lao trung bình cho mỗi lần môi giới thành công của nhân viên này.

**Bài 3.7.** Thống kê về tai nạn giao thông cho thấy tỉ lệ tai nạn xe máy (vụ/tổng số xe/năm) chia theo mức độ nhẹ và nặng tương ứng là 0,001 và 0,005. Một công ty bán bảo hiểm xe máy với mức thu phí hàng năm là 50000 đồng và số tiền bảo hiểm trung bình 1 vụ là 1 triệu đồng đối với trường hợp nhẹ và 3 triệu đồng đối với trường hợp nặng. Hỏi lợi nhuận trung bình hàng năm mà công ty thu được đối với mỗi hợp đồng bảo hiểm là bao nhiêu, biết rằng thuế doanh thu phải nộp là 10% và tổng tất cả các chi phí khác chiếm 15% doanh thu.

**Bài 3.8.** Một nhà nghiên cứu được cấp kinh phí để tiến hành thí nghiệm không quá 3 lần. Các thí nghiệm được tiến hành độc lập với xác suất thành công lần lượt là 0,3; 0,4; 0,5. Các thí nghiệm tiến hành đến khi thành công hoặc hết số lần thí nghiệm thì dừng.

- Tính xác suất nhà nghiên cứu phải tiến hành thí nghiệm ở lần thứ 3.
- Tính số tiền tiền trung bình để tiến hành công việc trên. Biết mỗi lần tiến hành thí nghiệm hết 20 triệu đồng.

**Bài 3.9.** Tại một tổng kho lớn người ta dùng một cần trục sử dụng nam châm điện để bốc dỡ hàng. Mỗi tháng một lần người ta kiểm tra các tiêu chuẩn an toàn của cần trục. Cụ thể nhân viên kỹ thuật lần lượt kiểm tra hệ thống ốc quy dự phòng, hệ thống điều khiển, hệ thống nâng và hệ thống chuyển động. Nếu xuất hiện hệ thống nào không đạt tiêu chuẩn thì không kiểm tra nữa và thông báo cho đội sửa chữa, bảo dưỡng. Xác suất để các hệ thống trên đảm bảo được các tiêu chuẩn an toàn lần lượt là 0,9; 0,93; 0,84; 0,75. Gọi  $X$  là đại lượng ngẫu nhiên chỉ số lượng hệ thống đạt tiêu chuẩn trong mỗi kỳ kiểm tra. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$  và tính  $\mathbb{E}X, \mathbb{V}X$ .

**Bài 3.10.** Cho biến ngẫu nhiên  $X$  có hàm khối xác suất là

$$f(x) = \begin{cases} 0,6^{x-2} \cdot 0,25 & \text{nếu } x \in \{2, 3, 5, 6\} \\ 0,5136 & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$$

Hãy xác định kỳ vọng và phương sai của biến ngẫu nhiên  $X$ .

**Bài 3.11.** Cho biến ngẫu nhiên  $X$  có hàm khối xác suất là

$$f(x) = \begin{cases} 1,25^{x-2} \cdot 0,1024 & \text{nếu } x \in \{3, 4, 5, 6\} \\ 0,262 & \text{nếu } x = 2 \end{cases}$$

Hãy xác định kỳ vọng và phương sai của biến ngẫu nhiên  $X$ .

**Bài 3.12.** Cho biến ngẫu nhiên  $X$  có hàm khối xác suất là

$$f(x) = k(x^2 + x), \quad x \in \{1, 2, 3, 4, 5\}.$$

Hãy xác định giá trị  $k$  và tính kỳ vọng, phương sai của biến ngẫu nhiên  $X$ .

**Bài 3.13.** Cho biến ngẫu nhiên  $X$  có hàm khối xác suất là

$$f(x) = k(x^2 - x), \quad x \in \{2, 3, 4, 5, 6\}.$$

Hãy xác định giá trị  $k$  và tính kỳ vọng, phương sai của biến ngẫu nhiên  $X$ .

**Bài 3.14.** Cho biến ngẫu nhiên  $X$  có hàm khối xác suất là

$$f(x) = kx^2, \quad x \in \{-1, 1, 2, 3, 4\}.$$

Hãy xác định giá trị  $k$  và tính kỳ vọng, phương sai của biến ngẫu nhiên  $X$ .

**Bài 3.15.** Cho biến ngẫu nhiên  $X$  có hàm khối xác suất là

$$f(x) = \frac{k}{x^2 + x}, \quad x \in \{2, 3, 4, 5, 6\}.$$

Hãy xác định giá trị  $k$  và tính kỳ vọng, phương sai của biến ngẫu nhiên  $X$ .

**Bài 3.16.** Cho biến ngẫu nhiên  $X$  có hàm khối xác suất là

$$f(x) = \begin{cases} 0, 8^x \cdot 0,25 & \text{nếu } x \in \{2, 3, 4, 5, \dots\} \\ 0, 2 & \text{nếu } x = -1 \end{cases}$$

Hãy tính kỳ vọng, phương sai của biến ngẫu nhiên  $X$ .

**Bài 3.17.** Cho biến ngẫu nhiên  $X$  có hàm khối xác suất là

$$f(x) = \begin{cases} 0, 36^{x-1} \cdot 0,8 & \text{nếu } x \in \{2, 3, 4, 5, \dots\} \\ 0, 55 & \text{nếu } x = 0 \end{cases}$$

Hãy tính kỳ vọng, phương sai của biến ngẫu nhiên  $X$ .

**Bài 3.18.** Cho biến ngẫu nhiên  $X$  có hàm khối xác suất là

$$f(x) = \begin{cases} 0, 68^{x-2} \cdot 0,6 & \text{nếu } x \in \{4, 5, 6, 7, \dots\} \\ 0, 133 & \text{nếu } x = 2 \end{cases}$$

Hãy tính kỳ vọng, phương sai của biến ngẫu nhiên  $X$ .

**Bài 3.19.** Một khách sạn nhỏ sử dụng 4 xe máy để cho du khách thuê theo ngày với mức giá 100 nghìn/1 ngày. Nếu  $k \in \{1, 2, 3, 4\}$  thì xác suất để trong một ngày có  $k$  xe được thuê là  $\frac{1}{4k-2}$ . Tính giá trị trung bình của số tiền mà khách sạn thu được mỗi ngày từ việc cho khách thuê xe máy.



**Bài 3.20.** Một khách sạn nhỏ sử dụng 4 xe máy để cho du khách thuê theo ngày với mức giá 120 nghìn/1 ngày. Số lượng xe  $X$  được khách thuê trong một ngày là biến ngẫu nhiên có hàm khối là

$$f(x) = k(x + 2|x - 2|), \quad x \in \{0, 1, 2, 3, 4\}.$$

Tính giá trị của  $k$  và giá trị trung bình của số tiền mà khách sạn thu được mỗi ngày từ việc cho khách thuê xe máy.

## IV. Các luật phân phối rời rạc thường gặp

**Bài 4.1.** Một xưởng cơ khí có 6 kỹ sư và 14 công nhân kỹ thuật. Ủy ban an toàn chọn ngẫu nhiên 4 người trong số họ để kiểm tra kiến thức về an toàn lao động và phòng cháy chữa cháy. Gọi  $X$  là biến ngẫu nhiên chỉ số lượng kỹ sư trong số 4 người tham gia kiểm tra. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$  và tính kỳ vọng, phương sai của  $X$ .

**Bài 4.2.** Một công ty lựa chọn được 20 nhân viên gồm 11 nam và 9 nữ đủ tiêu chuẩn đi học nâng cao trình độ ở nước ngoài. Người ta cho 20 nhân viên này rút thăm để chọn bốn người đi học đợt đầu tiên. Gọi  $X$  là đại lượng ngẫu nhiên chỉ số nhân viên nam có mặt trong 4 người được chọn. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$  và tính giá trị trung bình của  $X$ .

**Bài 4.3.** Tại một gian hàng của siêu thị người ta đặt vào đó 16 lon bia trong đó có 3 lon sắp hết hạn sử dụng. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 5 lon bia từ 16 lon của gian hàng đó để bỏ vào giỏ hàng của mình. Gọi  $X$  là số lon bia sắp hết hạn sử dụng được khách hàng đó lựa chọn. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$  và tính giá trị trung bình của  $X$ .

**Bài 4.4.** Một công ty quảng cáo lắp đặt một dãy 14 biển quảng cáo tấm lớn trên một tuyến đường cao tốc. Công ty phải chi cho mỗi biển quảng cáo số tiền là 32 triệu đồng/năm và thu của khách hàng thuê biển số tiền 130 triệu đồng/năm. Xác suất để mỗi tấm biển được thuê trong mỗi năm là 0,65. Gọi  $X$  là đại lượng ngẫu nhiên chỉ số tiền lãi của công ty thu được từ 14 biển quảng cáo đó. Hãy tính kỳ vọng và phương sai của  $X$ .

**Bài 4.5.** Hệ thống điện ở một nhà máy đông lạnh được thiết kế có 5 động cơ để phòng khi mất điện. Các động cơ này hoạt động độc lập với xác suất hỏng bằng nhau và bằng 0,3. Nhà máy khi mất điện thì hệ thống tự động kích hoạt các động cơ.

- Lập bảng phân phối xác suất chỉ số động cơ hoạt động khi nhà máy bị mất điện.
- Tính xác suất để nhà máy còn duy trì sản xuất. Biết nhà máy còn tiếp tục sản xuất nếu ít nhất 4 động cơ hoạt động.

**Bài 4.6.** Một công ty bảo hiểm bán bảo hiểm cho 180.000 học sinh trong một năm với mức bán 220.000 đồng một học sinh. Nếu học sinh có bảo hiểm bị tai nạn ở mức được chi trả bảo hiểm thì công ty sẽ chi tiền số tiền bảo hiểm là 15 triệu đồng. Cho biết xác suất gặp tai nạn ở mức được chi trả bảo hiểm của mỗi học sinh trong một năm là 0,0055. Hãy tính số tiền lãi trung bình của công ty khi bán bảo hiểm cho 180.000 học sinh đó.

**Bài 4.7.** Trong một lần thử nghiệm một mẫu vắc xin mới, có 30 tình nguyện viên gồm 16 nam và 14 tham gia được kiểm tra điều kiện y tế trước khi tiêm. Xác suất để một tình nguyện viên nam đáp ứng được yêu cầu y tế là 0,8. Xác suất để một tình nguyện viên nữ đáp ứng được điều kiện y tế là 0,6. Gọi  $X$  là biến ngẫu nhiên chỉ số lượng người thỏa mãn điều kiện y tế trong 30 tình nguyện viên đó. Hãy xác định kỳ vọng của  $X$ .

**Bài 4.8.** Xác suất để một điện thoại di động bị hỏng trong thời gian bảo hành là 0,002. Một đại lý bán ra 1500 chiếc điện thoại đó. Gọi  $X$  là số điện thoại bị hỏng trong thời gian bảo hành của 1500 chiếc được bán ra.

- a) Hãy tính giá trị trung bình của  $X$ .
- b) Nếu số điện thoại bị hỏng trung bình trong thời gian bảo hành là 50 thì số điện thoại bán ra tương ứng là bao nhiêu?

**Bài 4.9.** Các đồng hồ tính cước điện tử trên các xe taxi phải được kiểm tra tính chính xác theo định kỳ 6 tháng một lần. Lệ phí kiểm tra định kỳ là 180.000 đồng đối với các xe có đồng hồ đạt tiêu chuẩn. Các xe có đồng hồ không đảm bảo tính chính xác thì phải sửa chữa hoặc thay thế và kiểm tra lại nên có lệ phí kiểm tra là 250.000 đồng. Cho biết xác suất để đồng hồ tính cước của mỗi xe bị xuống cấp và mất tính chính xác sau một định kỳ kiểm tra là 0,2. Gọi  $X$  là tổng lệ phí kiểm tra của một đội xe có 18 chiếc.

- a) Tính xác suất để xảy ra sự kiện  $X$  nhận giá trị không ít hơn 3,4 triệu đồng.
- b) Tính chi phí trung bình cho một kỳ kiểm tra.

**Bài 4.10.** Một chi nhánh của một tập đoàn viễn thông phụ trách 12 cột thu phát tín hiệu di động. Các cột thu phát tín hiệu này được kiểm tra bảo dưỡng định kỳ 6 tháng một lần. Chi phí kiểm tra bảo dưỡng là đại lượng ngẫu nhiên  $X$  (tính theo triệu đồng) được tính bằng công thức  $X = 20 + 2Y$  với  $Y$  là đại lượng ngẫu nhiên chỉ số cột thu phát tín hiệu có linh kiện xuống cấp cần thay thế. Xác suất để trong mỗi kỳ kiểm tra một cột thu phát tín hiệu có linh kiện xuống cấp cần thay thế là 0,24.

- a) Tính xác suất để số tiền chi phí cho một kỳ kiểm tra không quá 24 triệu đồng.
- b) Tính chi phí trung bình cho một kỳ kiểm tra.

**Bài 4.11.** Đại học Giao thông Vận tải có tất cả 6500 sinh viên có vé tháng xe buýt. Với mỗi sinh viên có vé tháng, xác suất để trong một ngày sinh viên này đi học bằng xe buýt là 0,85; xác suất để sinh viên này đến trường bằng phương tiện khác hoặc nghỉ học là 0,15. Gọi  $X$  là biến ngẫu nhiên chỉ số lượng sinh viên DHGTVT có vé tháng và sử dụng xe buýt đi học trong một ngày.

- a) Hãy mô tả hàm khối xác suất của biến ngẫu nhiên  $X$ .
- b) Tính  $\mathbb{P}(5520 < X < 5550)$

**Bài 4.12.** Siêu thị Lotte cấp 7500 thẻ thành viên cho các khách hàng. Đối với một khách hàng có thẻ thành viên, xác suất để trong một tuần người đó đến mua sắm (ít nhất một lần) tại siêu thị Lotte là 0,45. Gọi  $X$  là biến ngẫu nhiên chỉ số lượng khách hàng có thẻ thành viên đến mua sắm tại siêu thị trong một tuần.

- a) Hãy mô tả hàm khối xác suất của biến ngẫu nhiên  $X$ .
- b) Tính  $\mathbb{P}(3350 < X < 3400)$ .

**Bài 4.13.** Kết nối giữa máy tính và mạng internet ở trạng thái không có tín hiệu liên kết được duy trì trong thời gian 10 phút. Để tăng thời gian duy trì đường mạng một máy tính chạy thủ tục refresh bằng cách truyền các tín hiệu tới máy chủ của nhà cung cấp dịch vụ. Xác suất để một tín hiệu được truyền thành công là 0,74, thời gian để truyền thành công là 15 giây. Các tín hiệu được truyền 15 giây một lần cho đến khi thành công.

- a) Cho biết thời điểm máy tính bắt đầu truyền tín hiệu lần thứ nhất là 8 phút 45 giây (tính từ thời điểm không có tín hiệu liên kết). Tính xác suất để thủ tục refresh của máy tính thực hiện thành công việc duy trì đường mạng.
- b) Gọi  $X$  là đại lượng chỉ số tín hiệu được truyền khi thực hiện thủ tục refresh. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$ .

**Bài 4.14.** Tại một siêu thị lớn, chương trình xử lý ảnh có thể đọc được chính xác số biển kiểm soát từ ảnh chụp biển số xe của khách hàng khi xe được đưa vào bãi xe với xác suất 0,845. Đối với các biển số xe mà chương trình không đọc được chính xác từ ảnh chụp, người trông xe phải nhập biển số vào hệ thống theo cách làm thủ công. Gọi  $X$  là đại lượng ngẫu nhiên chỉ số lượng biển kiểm soát được đọc chính xác từ ảnh chụp giữa hai lần phải nhập thủ công. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$  và tính trung bình của  $X$ .

**Bài 4.15.** Một robot công nghiệp có nhiệm vụ sắp xếp một số linh kiện lên các bảng mạch trong quá trình chế tạo các bảng mạch điện tử. Xác suất để các linh kiện đó được sắp xếp chính xác trên mỗi bảng là 0,9955. Nếu xuất hiện một bảng có linh kiện lắp sai vị trí thì sẽ tiến hành kiểm tra kỹ thuật đối với robot đó. Gọi  $X$  là số bảng mạch có các linh kiện được sắp xếp chính xác giữa hai lần kiểm tra. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$  và tính trung bình của  $X$ .

**Bài 4.16.** Một công ty dịch vụ tài chính sử dụng hệ kháng lỗi (Fault-Tolerant System) với 3 máy tính để kết nối dịch vụ với khách hàng. Nếu một máy tính đang hoạt động gặp sự cố thì một trong hai máy tính còn lại sẽ được bật để kết nối dịch vụ ngay lập tức và nếu máy tính thứ hai cũng bị hỏng thì máy tính thứ ba sẽ được bật để kết nối dịch vụ. Giả sử xác suất để một máy tính gặp sự cố trong một ca làm việc là  $10^{-3}$ , và việc máy gặp sự cố trong các ca làm việc là độc lập với nhau.

- a) Tính xác suất để trong một ca làm việc cả ba máy đều gặp sự cố.
- b) Hỏi trung bình sau bao nhiêu ca làm việc thì cả ba máy tính mới lại cùng gặp sự cố.

**Bài 4.17.** Mỗi sinh viên phải đăng ký học và thi một học phần bắt buộc có 3 tín chỉ cho đến khi thi đạt yêu cầu để được tính là đã hoàn thành học phần. Học phí cho mỗi lần đăng ký học và thi của học phần này là 420 nghìn đồng. Xác suất để các sinh

viên thi đạt yêu cầu trong mỗi lần học và thi học phần này là 0,83. Giả sử rằng các lần học và thi là độc lập với nhau. Chọn ngẫu nhiên một sinh viên đã hoàn thành học phần này.

- a) Tính xác suất của sự kiện sinh viên được chọn là sinh viên đã đăng ký học và thi học phần này ít nhất 3 lần.
- b) Gọi  $X$  là đại lượng ngẫu nhiên chỉ tổng số học phí sinh viên đó đã phải nộp của học phần này cho đến khi hoàn thành nó. Tính giá trị trung bình của  $X$ .

**Bài 4.18.** Tại quầy thanh toán của siêu thị, đầu đọc mã vạch có khả năng đọc chính xác mã vạch trên sản phẩm với xác suất 88%. Nếu đầu đọc không đọc được mã vạch trên sản phẩm nào đấy thì nhân viên thu ngân phải nhập mã số của sản phẩm đó vào máy tính theo cách làm thủ công. Gọi  $X$  là đại lượng ngẫu nhiên chỉ số lượng sản phẩm mà đầu đọc đọc được mã vạch trên đó giữa hai lần thu ngân nhập mã số theo kiểu thủ công.

- a) Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$ .
- b) Tính xác suất của sự kiện đầu đọc đọc được mã vạch không quá bốn lần liên tiếp.

**Bài 4.19.** Một nhà đầu tư muốn bán đi một lượng cổ phiếu và ông đặt lệnh bán toàn bộ số cổ phiếu này mỗi ngày một lần và liên tiếp từng ngày cho đến khi lệnh bán được thực hiện thành công. Cho biết rằng xác suất để lệnh bán được thực hiện thành công trong mỗi ngày là 0,45. Gọi  $X$  là số ngày nhà đầu tư đưa ra lệnh bán số cổ phiếu đó.

- a) Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$ .
- b) Tính giá trị trung bình của  $X$ .

**Bài 4.20.** Những chi tiết máy được thí nghiệm bằng cách cho sử dụng quá tải. Xác suất để mỗi một chi tiết chịu được thí nghiệm bằng 0,8 và độc lập nhau. Tiến hành thí nghiệm từng chi tiết một và việc thí nghiệm sẽ kết thúc sau khi có chi tiết đầu tiên không chịu được thí nghiệm.

- a) Lập bảng phân phối xác suất của số lần thí nghiệm.
- b) Tính số lần thí nghiệm trung bình.

**Bài 4.21.** Cho biết số ca cấp cứu tại một bệnh viện trong một ngày là một biến ngẫu nhiên  $X$  có phân phối Poisson với trung bình là 23.

- a) Hãy mô tả hàm khối xác suất của biến ngẫu nhiên  $X$ .
- b) Tính  $\mathbb{P}(18 < X < 25)$ .

**Bài 4.22.** Cho biết lượng khách truy cập vào một website trong 1 phút là một biến ngẫu nhiên  $X$  có phân phối Poisson với trung bình là 28.

- a) Hãy mô tả hàm khối xác suất của biến ngẫu nhiên  $X$ .
- b) Tính  $\mathbb{P}(25 < X < 32)$ .

**Bài 4.23.** Một tuyến xe bus có 14 điểm dừng đón khách. Giả sử tại mỗi điểm dừng số khách lên xe tuân theo luật phân phối Poisson với tham số  $\lambda = 8$ . Biết mỗi khách đi xe phải trả 7000 đồng.

- a) Tính xác suất của sự kiện trong 14 điểm dừng có 10 điểm có không ít hơn 3 hành khách lên xe.
- b) Tính số tiền trung bình thu được khi chạy một chuyến xe bus trên.

**Bài 4.24.** Số lượng khách hàng truy cập đến một trang Web của một máy chủ là một biến ngẫu nhiên Poisson với trung bình là 30 yêu cầu trong một phút.

- Tính xác suất để trong khoảng thời gian 100 giây không có lượt khách nào truy cập đến trang Web đó.
- Tính xác suất để trong khoảng thời gian 100 giây có từ 45 đến 55 lượt khách truy cập đến trang Web đó.

**Bài 4.25.** Cho biết lượng bạn đọc truy cập trang báo điện tử trong một ngày là một đại lượng ngẫu nhiên  $X$  có phân phối Poisson với trung bình là 10.000 lượt. Một banner quảng cáo được đặt vào trang báo điện tử đó với chi phí quảng cáo là đại lượng ngẫu nhiên  $Y$  xác định bởi công thức  $Y = 20.000 + 7X$  (tính theo VNĐ).

- Tính chi phí quảng cáo trung bình trong một ngày của banner quảng cáo. Tính phương sai của chi phí quảng cáo đó.
- Ký hiệu  $p$  là xác suất để chi phí quảng cáo trong một ngày vượt mức 88.500 VNĐ. Hãy lập công thức biểu diễn  $p$  và tính theo  $p$  xác suất để trong một tuần có đúng hai ngày có chi phí quảng cáo vượt mức 88.500 VNĐ.

**Bài 4.26.** Lưu lượng giao thông thường được mô hình hóa bởi phân phối Poisson. Dựa vào băng ghi hình ở một điểm giao cắt trên một tuyến phố người ta đếm được trung bình trong 1 phút có 6 ô tô đi qua điểm giao cắt đó. Để cài đặt thời gian hợp lý cho đèn tín hiệu giao thông, các kỹ sư cần tính các xác suất sau

- Tính xác suất để không có xe ô tô nào đi qua điểm giao cắt đó trong thời gian 30 giây.
- Tính xác suất để có ít nhất 3 xe ô tô đi qua điểm giao cắt đó trong thời gian 40 giây.

**Bài 4.27.** Một công ty dịch vụ có 4 máy chiếu để cho thuê với giá 550.000 đồng/1 ngày. Cho biết chi phí cho mỗi máy (gồm khấu hao tài sản và chi phí quản lý) là 120.000 đồng/1 ngày. Số nhu cầu gọi đến công ty để thuê máy mỗi ngày là một đại lượng ngẫu nhiên  $X$  có phân phối Poisson với tham số là  $\lambda = 3,6$ .

- Tính xác suất để cả 4 máy chiếu của công ty được thuê trong một ngày.
- Gọi  $Y$  là số tiền lãi nhận được từ việc cho thuê các máy chiếu trong một ngày. Hãy tính giá trị trung bình của  $Y$ .

**Bài 4.28.** Một cửa hàng bán đồ điện tử gồm hai mặt hàng là: tivi và tủ lạnh. Số tivi và tủ lạnh bán trong một ngày đều có phân phối Poisson và chúng độc lập với nhau. Trung bình mỗi ngày bán được 3 chiếc tivi và 2 chiếc tủ lạnh. Tìm xác suất để một ngày cửa hàng bán được ít nhất 6 chiếc (tivi và tủ lạnh).

**Bài 4.29.** Xác suất làm thất thoát một gói thông tin của một đường truyền mạng là 1%, việc bị thất thoát của các gói thông tin là độc lập với nhau và gói thông tin nào bị thất thoát sẽ được truyền lại. Giả sử có một thư điện tử chứa 100 gói thông tin được truyền qua mạng.

- Tính xác suất để có ít nhất hai gói thông tin bị truyền lại.
- Hãy tính trung bình và độ lệch chuẩn của số gói thông tin bị truyền lại.
- Một thư điện tử bị coi là lỗi nếu có quá 3% số gói thông tin bị thất lạc. Nếu truyền 10 thư điện tử, mỗi thư có 100 gói thông tin, hãy tính xác suất để có 2 thư bị lỗi.

**Bài 4.30.** Đường dây điện thoại ở một quầy tư vấn khách hàng ở một sân bay có thời gian bận chiếm 40% tổng số thời gian. Có 5 cuộc gọi điện đến đường dây đó ở các thời điểm khác nhau. Gọi  $X$  là số cuộc gọi kết nối thành công.

- a) Lập bảng phân phối xác suất của đại lượng ngẫu nhiên  $X$ .
- b) Tính xác suất để có ít nhất 3 cuộc gọi kết nối được.

**Bài 4.31.** Một trung tâm lưu trữ có 10000 đĩa CD để lưu trữ số liệu. Giả sử xác suất 1 đĩa CD bị hỏng trong một ngày trung tâm hoạt động là  $p = 0.001$ .

- a) Tính xác suất để trong một ngày trung tâm hoạt động không có đĩa nào bị hỏng.
- b) Tính xác suất để trong 2 ngày hoạt của trung tâm số đĩa bị hỏng ít hơn 5.

**Bài 4.32.** Một tổng đài điện thoại có 1000 đường dây, xác suất để trong một giờ mỗi đường dây có tín hiệu là 0,001. Tính xác suất để trong một giờ:

- a) Có 4 đường dây có tín hiệu.
- b) Có không ít hơn 3 đường dây có tín hiệu.

## V. Các bài toán mở

**Bài 5.1.** Một nhóm từ thiện tổ chức phát cơm cho những người đang tham gia khám chữa bệnh, chăm sóc người bệnh ở một bệnh viện lớn có hoàn cảnh khó khăn. Trong một thùng đựng đồ ăn của tổ chức này ban đầu người ta chuẩn bị 4 hộp cơm là suất ăn có thịt và 2 hộp cơm là suất ăn có cá. Những hộp cơm được lấy ngẫu nhiên ra khỏi thùng để phát cho người sử dụng. Gọi  $X$  là biến ngẫu nhiên chỉ số hộp cơm được lấy ra khỏi thùng cho đến khi không còn hộp cơm nào có cá. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$  và tính  $\mathbb{E}(X)$ ,  $\mathbb{V}(X)$ .

**Bài 5.2.** Một nhóm từ thiện tổ chức phát cơm cho những người đang tham gia khám chữa bệnh, chăm sóc người bệnh ở một bệnh viện lớn có hoàn cảnh khó khăn. Trong một thùng đựng đồ ăn của tổ chức này ban đầu người ta chuẩn bị 5 hộp cơm là suất ăn có thịt và 5 hộp cơm là suất ăn có cá. Những hộp cơm được lấy ngẫu nhiên ra khỏi thùng để phát cho người sử dụng. Gọi  $X$  là biến ngẫu nhiên chỉ số hộp cơm được lấy ra khỏi thùng cho đến khi trong thùng còn đúng 3 hộp cơm có cá. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$  và tính  $\mathbb{E}(X)$ ,  $\mathbb{V}(X)$ .

**Bài 5.3.** Số lượng sản phẩm  $X$  được mua trong mỗi hóa đơn của một cửa hàng trà sữa là một biến ngẫu nhiên có phân phối hình học với trung bình là 2,78. Giá bán mỗi sản phẩm là 42 (nghìn đồng). Cửa hàng giảm 20% giá của sản phẩm thứ hai nếu hóa đơn mua hai sản phẩm. Cửa hàng giảm 20% tổng đơn hàng nếu hóa đơn mua từ 3 sản phẩm trở lên. Ký hiệu  $Y$  là biến ngẫu nhiên chỉ số tiền phải trả của khách hàng cho một hóa đơn.

- a) Tính các giá trị  $\mathbb{P}(Y - 33, 6X = 8, 4)$  và  $\mathbb{P}(Y - 33, 6X = 0)$ .
- b) Tính giá trị trung bình của số tiền thanh toán cho một hóa đơn.

**Bài 5.4.** Một công ty xây dựng cầu đường có 3 đội thi công, mỗi đội thi công có 10 xe ô tô tải hoạt động độc lập với nhau. Xác suất trong một ngày mỗi ô tô bị hỏng là như nhau và bằng 0,15.



- a) Tìm luật phân phối xác suất của số ô tô tải bị hỏng trong một ngày của một đội thi công.
- b) Trung bình trong một ngày, công ty này có bao nhiêu xe ô tô tải bị hỏng?
- c) Nếu mỗi thợ có thể sửa chữa tối đa 2 xe ô tô bị hỏng trong một ngày trực, thì công ty cần bố trí bao nhiêu thợ trực sửa chữa mỗi ngày là hợp lý nhất?

**Bài 5.5.** Một trạm cho thuê xe có 3 xe taxi. Hàng ngày phải nộp thuế 8\$/1xe dù xe có được thuê hay không. Mỗi chiếc xe taxi được thuê với giá 20\$/1 ngày. Giả sử yêu cầu thuê xe của trạm là  $X$  có phân phối Poisson với tham số  $\lambda = 2,8$ .

- a) Tính số tiền lãi trung bình của trạm thu được trong một ngày.
- b) Giải bài toán trong trường hợp trạm có 4 xe. Từ đây đưa ra kết luận trạm nên có 3 hay 4 xe?

**Bài 5.6.** Một công ty cho thuê xe tự lái thu của các khách thuê một xe (để sử dụng trong một ngày) là 800.000 đồng/ngày. Công ty có tất cả 4 xe để phục vụ cho dịch vụ này. Các chi phí về vận hành và khấu hao tài sản mỗi ngày là 350.000 đồng/xe. Số lượng cuộc gọi  $X$  trong một ngày đến công ty để đặt thuê xe là một biến ngẫu nhiên có phân phối Poisson với trung bình là 3,08. Nếu số cuộc gọi lớn hơn 4 thì công ty sẽ sử dụng thêm xe của các công ty khác (theo sự hợp tác) và thu về 100.000 đồng (phí dịch vụ đối với công ty có xe). Tính tiền lãi trung bình của công ty trong một ngày từ dịch vụ này.

**Bài 5.7.** Một công ty vận tải đánh giá rằng mức giá phù hợp để cho thuê một xe tự lái là 800.000 đồng/1 ngày. Nếu sử dụng xe tự mua sắm thì cần phải tính khấu hao tài sản và chi phí quản lý, bảo dưỡng là 320.000 đồng/ 1 ngày. Nếu huy động xe của một công ty khác (theo sự hợp tác) để khách thuê thì sẽ nhận được 90.000 đồng (phí dịch vụ). Giả thiết rằng số nhu cầu thuê xe của một ngày là một biến ngẫu nhiên  $X$  có phân phối Poisson với tham số  $\lambda = 4,32$ . Hãy xác định số lượng xe tự mua sắm phù hợp nhất mà công ty cần có để dùng cho hoạt động này.

**Bài 5.8.** Một công ty vận tải đánh giá rằng mức giá phù hợp để cho thuê một xe tự lái là 900.000 đồng/1 ngày. Nếu sử dụng xe tự mua sắm thì cần phải tính khấu hao tài sản và chi phí quản lý, bảo dưỡng là 380.000 đồng/ 1 ngày. Nếu huy động xe của một công ty khác (theo sự hợp tác) để khách thuê thì sẽ nhận được 120.000 đồng (phí dịch vụ). Giả thiết rằng số nhu cầu thuê xe của một ngày là một biến ngẫu nhiên  $X$  có phân phối Poisson với tham số  $\lambda = 3,78$ . Hãy xác định số lượng xe tự mua sắm phù hợp nhất mà công ty cần có để dùng cho hoạt động này.

**Bài 5.9.** Hai vận động viên luân phiên nhau ném bóng vào rổ cho đến khi bóng trúng rổ thì dừng lại. Cho biết xác suất ném trúng đích của vận động viên thứ nhất và vận động viên thứ hai ở từng lần ném tương ứng là 0,5 và 0,6. Gọi  $X$  là số lần ném bóng của vận động viên thứ hai. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$  và tính  $\mathbb{E}(X)$ .

**Bài 5.10.** Hai vận động viên luân phiên nhau ném bóng vào rổ cho đến khi bóng trúng rổ thì dừng lại. Cho biết xác suất ném trúng đích của vận động viên thứ nhất và vận động viên thứ hai ở từng lần ném tương ứng là 0,4 và 0,5. Gọi  $X$  là tổng số lần ném bóng của hai vận động viên đó. Hãy xác định hàm khối xác suất của  $X$  và tính  $\mathbb{E}(X)$ .

**Bài 5.11.** Tổ chức công đoàn của một cơ quan có 1200 công đoàn viên quy định rằng một năm sẽ xét hỗ trợ 2 lần, mỗi lần trong một định kỳ 6 tháng đối với các công đoàn viên gặp phải hoàn cảnh ốm đau và đã phải nhập viện điều trị. Cho biết một suất hỗ trợ là 500.000 đồng/lần và xác suất một công đoàn viên mắc bệnh cần nhập viện điều trị là 0,007.

- Gọi  $X$  là biến ngẫu nhiên chỉ số tiền chi hỗ trợ ốm đau của công đoàn trong một định kỳ. Hãy xác định  $\mathbb{E}(X)$  và  $\mathbb{V}(X)$ .
- Gọi  $Y$  là tổng số tiền chi hỗ trợ ốm đau của công đoàn trong một năm. Gọi  $a$  là giá trị nhỏ nhất để

$$\mathbb{P}(Y \leq a) \geq 0,98.$$

Hãy chỉ ra rằng số tiền  $a$  ở trên chính là 13 triệu đồng.

**Bài 5.12.** Một hacker liên tục xâm nhập máy chủ của một công ty công nghệ để đánh cắp dữ liệu. Công ty này luôn có hai nhân viên an ninh thay phiên nhau trực từng ngày để đảm bảo an toàn cho hệ thống. Xác suất phát hiện được dấu hiệu xâm nhập của nhân viên thứ nhất là 0,5. Xác suất phát hiện được dấu hiệu xâm nhập của nhân viên thứ hai là 0,4.

- Cho biết nhân viên thứ nhất là người phát hiện ra sự xâm nhập của hacker. Tính xác suất để sự phát hiện này xảy ra khi hacker đã xâm nhập được máy chủ đến ngày thứ 5.
- Nếu nhân viên thứ nhất là người phát hiện ra sự xâm nhập của hacker, hãy xác định giá trị trung bình của số ngày mà hacker đã xâm nhập được vào máy chủ.

**Bài 5.13.** Một hacker liên tục xâm nhập máy chủ của một công ty công nghệ để đánh cắp dữ liệu. Công ty này luôn có hai nhân viên an ninh thay phiên nhau trực từng ngày để đảm bảo an toàn cho hệ thống. Xác suất phát hiện được dấu hiệu xâm nhập của nhân viên thứ nhất là 0,5. Xác suất phát hiện được dấu hiệu xâm nhập của nhân viên thứ hai là 0,4.

- Cho biết nhân viên thứ hai là người phát hiện ra sự xâm nhập của hacker. Tính xác suất để sự phát hiện này xảy ra khi hacker đã xâm nhập được máy chủ đến ngày thứ 4.
- Nếu nhân viên thứ hai là người phát hiện ra sự xâm nhập của hacker, hãy xác định giá trị trung bình của số ngày mà hacker đã xâm nhập được vào máy chủ.

**Bài 5.14.** Một hacker liên tục xâm nhập máy chủ của một công ty công nghệ để đánh cắp dữ liệu. Công ty này có hai nhân viên an ninh thay phiên nhau trực từng ngày để đảm bảo an toàn cho hệ thống. Xác suất phát hiện được dấu hiệu xâm nhập của nhân viên thứ nhất là 0,4. Xác suất phát hiện được dấu hiệu xâm nhập của nhân viên thứ hai là 0,25. Hai nhân viên sẽ báo cáo lên lãnh đạo công ty việc máy chủ bị xâm nhập sau 2 lần phát hiện được sự xâm nhập của hacker. Gọi  $X$  là số ngày dữ liệu của máy chủ bị đánh cắp, tính từ lúc khởi đầu cho đến khi lãnh đạo công ty nhận được báo cáo. Hãy xác định hàm khối xác suất của  $X$  và tính  $\mathbb{E}(X)$ .



**Bài 5.15.** Một hacker chiếm dụng được một tài khoản mạng xã hội của một người dùng mà người dùng này có tương tác thường xuyên với 50 tài khoản khác. Sau khi nghiên cứu để đóng giả cách giao tiếp, trò chuyện, hacker lần lượt tìm cách lừa các chủ tài khoản có tương tác thường xuyên với tài khoản gốc cài một mã độc. Xác suất để một người bạn tin lời hacker và cài nhầm mã độc là 0,2. Xác suất để một người bạn có hoài nghi hoặc do dự nên không cài nhầm mã độc là 0,5. Xác suất để một người bạn phát hiện ra sự lừa đảo và quyết định thông báo việc tài khoản gốc đã bị chiếm dụng là 0,3.

- a) Gọi  $X$  là biến ngẫu nhiên chỉ số tài khoản đã cài nhầm mã độc cho đến khi có thông báo đầu tiên về sự lừa đảo. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$  và tính  $\mathbb{E}(X)$ .
- b) Gọi  $Y$  là biến ngẫu nhiên chỉ số tài khoản đã không cài nhầm mã độc cho đến khi có thông báo đầu tiên về sự lừa đảo. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $Y$  và tính  $\mathbb{E}(Y)$ .

**Bài 5.16.** Có hai hệ thống tên lửa phòng không và mỗi hệ thống có 3 tên lửa. Trong một cuộc tập trận người ta lần lượt đưa 5 mục tiêu giả định xâm nhập phần không gian mà hai hệ thống này có trách nhiệm bảo vệ. Theo nhiệm vụ, hệ thống thứ nhất lần lượt phóng các tên lửa của mình vào mục tiêu giả định đang xâm nhập cho đến khi mục tiêu bị hạ. Nếu hệ thống thứ nhất đã bắn hết thì hệ thống thứ hai tiếp tục nhiệm vụ như vậy. Cho biết xác suất hạ mục tiêu trong mỗi lần phóng của hệ thống thứ nhất là 0,8 và xác suất hạ mục tiêu trong mỗi lần phóng của hệ thống thứ hai là 0,7. Gọi  $X$  là số lượng mục tiêu mà hai hệ thống này hạ được. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$ .

**Bài 5.17.** Có hai hệ thống tên lửa phòng không và mỗi hệ thống có 3 tên lửa. Trong một cuộc tập trận người ta lần lượt đưa 5 mục tiêu giả định xâm nhập phần không gian mà hai hệ thống này có trách nhiệm bảo vệ. Theo nhiệm vụ, hệ thống thứ nhất lần lượt phóng các tên lửa của mình vào mục tiêu giả định đang xâm nhập cho đến khi mục tiêu bị hạ. Nếu hệ thống thứ nhất đã bắn hết thì hệ thống thứ hai tiếp tục nhiệm vụ như vậy. Cho biết xác suất hạ mục tiêu trong mỗi lần phóng của hệ thống thứ nhất là 0,6 và xác suất hạ mục tiêu trong mỗi lần phóng của hệ thống thứ hai là 0,8. Gọi  $X$  là tổng số lượng tên lửa của hai hệ thống này được phóng ra nhưng không hạ được mục tiêu. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$ .

**Bài 5.18.** Có hai hệ thống tên lửa phòng không và mỗi hệ thống có 3 tên lửa. Trong một cuộc tập trận người ta lần lượt đưa 4 mục tiêu giả định xâm nhập phần không gian mà hai hệ thống này có trách nhiệm bảo vệ. Theo nhiệm vụ, hệ thống thứ nhất lần lượt phóng các tên lửa của mình vào mục tiêu giả định đang xâm nhập cho đến khi mục tiêu bị hạ. Nếu hệ thống thứ nhất đã bắn hết thì hệ thống thứ hai tiếp tục nhiệm vụ như vậy. Cho biết xác suất hạ mục tiêu trong mỗi lần phóng của hệ thống thứ nhất là 0,7 và xác suất hạ mục tiêu trong mỗi lần phóng của hệ thống thứ hai là 0,5. Gọi  $X$  là số lượng tên lửa của hệ thống thứ 2 được phóng ra nhưng không hạ được mục tiêu. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$ .

**Bài 5.19.** Một công nghệ gia cần tuyển 2 phụ tá để trợ giúp ông phát triển một công nghệ mới. Trong công ty của ông ta có 5 kỹ sư có hiểu biết chuyên sâu phù hợp. Ông ta mời lần lượt từng người đến phỏng vấn cho đến khi có đủ người đáp ứng được điều kiện thì dừng lại. Nếu không chọn được ai thì sẽ tuyển trợ tá từ bên ngoài công ty. Xác suất để một kỹ sư trong công ty trúng tuyển là 0,7. Xác suất để một ứng viên từ bên ngoài trúng tuyển là 0,5. Gọi  $X$  là số lượng cuộc phỏng vấn mà công nghệ gia đã thực hiện cho đến khi ông chọn được đủ trợ tá. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$ .

**Bài 5.20.** Một công nghệ gia cần tuyển 3 phụ tá để trợ giúp ông phát triển một công nghệ mới. Trong công ty của ông ta có 5 kỹ sư có hiểu biết chuyên sâu phù hợp. Ông ta mời lần lượt từng người đến phỏng vấn cho đến khi có đủ người đáp ứng được điều kiện thì dừng lại. Nếu không chọn được ai thì sẽ tuyển trợ tá từ bên ngoài công ty. Xác suất để một kỹ sư trong công ty trúng tuyển là 0,6. Xác suất để một ứng viên từ bên ngoài trúng tuyển là 0,4. Gọi  $X$  là số lượng ứng viên ngoài công ty được công nghệ gia mời đến phỏng vấn cho đến khi ông chọn được đủ trợ tá. Hãy lập bảng phân phối xác suất của  $X$ .

\*\*\* HẾT \*\*\*