

BÀI TẬP XÁC SUẤT THỐNG KÊ

CHƯƠNG I. XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

I. Các định nghĩa xác suất

Bài 1.1. Lấy ngẫu nhiên 2 linh kiện điện tử từ một hộp chứa 18 linh kiện tốt và 7 linh kiện xấu. Tính xác suất để trong 2 linh kiện được lấy có đúng một linh kiện tốt.

Bài 1.2. Một tổ sản xuất có 20 công nhân nam và 15 công nhân nữ. Đoàn thanh tra chọn ngẫu nhiên 5 công nhân trong tổ để kiểm tra kiến thức về an toàn lao động và phòng cháy chữa cháy. Tính xác suất để trong 5 công nhân được chọn có 2 công nhân nữ.

Bài 1.3. A có 7 cái kẹo. A cho B một số kẹo và A cũng cho C một số kẹo từ 7 cái kẹo đó. Tính xác suất để số kẹo B nhận được từ A nhiều hơn số kẹo C nhận được từ A.

Bài 1.4. Trong tủ lạnh của căng tin có 12 hộp sữa chua trong đó có ba hộp đã quá hạn sử dụng. Người bán hàng chọn ngẫu nhiên 4 hộp sữa chua từ đó để bán cho một nhóm sinh viên. Tính xác suất của sự kiện:

- a) Trong bốn hộp sữa chua đó có đúng hai hộp đã quá hạn sử dụng;
- b) Trong bốn hộp sữa chua đó có ít nhất một hộp đã quá hạn sử dụng.

Bài 1.5. Một mã OTP là dãy có thứ tự gồm 6 chữ số được sinh ngẫu nhiên và gửi cho khách hàng khi thực hiện một giao dịch trên tài khoản.

- a) Tính xác suất để khách hàng nhận được mã OTP là một dãy đơn điệu (dãy tăng dần hoặc dãy giảm dần).
- b) Tính xác suất để khách hàng nhận được mã OTP là dãy có hai chữ số giống nhau.

Bài 1.6. Có bốn hành khách được sắp xếp ngẫu nhiên lên một đoàn tàu có 6 toa. Tính xác suất để xảy ra sự kiện.

- a) Bốn người lên bốn toa khác nhau;
- b) Có hai người lên cùng một toa và hai người còn lại lên cùng một toa khác.

Bài 1.7. Mỗi ca làm việc buổi sáng tại một phòng giao dịch của ngân hàng là từ 8h đến 12h. Trong mỗi ca, giao dịch viên chỉ tiếp khách hàng từ 8h đến 11h, còn từ 11h đến 12h sẽ không tiếp khách để thực hiện sổ sách và nghiệp vụ. Một khách hàng đã đến phòng giao dịch của ngân hàng vào một thời điểm ngẫu nhiên của ca sáng mà không để ý về thời gian. Hãy tính xác suất để khách hàng này đến phòng giao dịch ngoài thời gian tiếp khách.

Bài 1.8. Một nhân viên chăm sóc khách hàng của một website bán hàng trực tuyến cứ 20 phút một lần kiểm tra hệ thống để xác nhận các đơn hàng do khách đặt. Giả sử ở một lần nào đấy nhân viên xác nhận đơn đặt hàng của hai khách. Tính xác suất để 2 đơn này được đặt ở hai thời điểm cách nhau không quá 6 phút.

Bài 1.9. Một nhân viên chăm sóc khách hàng của một website bán hàng trực tuyến cứ 20 phút một lần kiểm tra hệ thống để xác nhận các đơn hàng do khách đặt. Giả sử ở một lần nào đấy nhân viên xác nhận đơn đặt hàng của khách hàng X . Lần ngay sau đó nhân viên xác nhận đơn đặt hàng của hai khách hàng khác là Y, Z . Tính xác suất của sự kiện "thời gian chờ xác nhận đơn hàng của X đều không nhỏ hơn thời gian chờ xác nhận đơn hàng của Y, Z ".

Bài 1.10. Một trang web dịch vụ trực tuyến của chính quyền được nhân viên công vụ cứ 24 giờ/ 1 lần vào kiểm đếm số lượng đơn của công dân và xác nhận đơn sẽ được xử lý. Giả sử trong một ngày nào đấy nhân viên công vụ tiếp nhận 3 đơn từ hệ thống và xác nhận cơ quan có thẩm quyền sẽ xử lý đơn. Tính xác suất của sự kiện tổng thời gian chờ xác nhận của 3 đơn không nhỏ hơn 48 giờ.

II. Công thức cộng và nhân xác suất

Bài 2.1. Cho A, B là hai biến cố với $\mathbb{P}(A) = 0,6; \mathbb{P}(B) = 0,8; P(AB) = 0,5$.

- a) Tính $\mathbb{P}(A + B)$.
- b) Hai biến cố A, B có xung khắc hay không?
- c) Các biến cố A, B có độc lập hay không?

Bài 2.2. Cho A, B là hai biến cố với $\mathbb{P}(A) = 0,5; \mathbb{P}(B) = 0,7; P(A\bar{B}) = 0,15$.

- a) Tính $\mathbb{P}(AB)$ và $\mathbb{P}(A + B)$.
- b) Hai biến cố A, B có xung khắc hay không?
- c) Các biến cố A, B có độc lập hay không?

Bài 2.3. Cho A, B là hai biến cố với $\mathbb{P}(A) = 0,6; \mathbb{P}(B) = 0,3; P(A + \bar{B}) = 0,7$.

- a) Tính $\mathbb{P}(AB)$ và $\mathbb{P}(A + B)$.
- b) Hai biến cố A, B có xung khắc hay không?
- c) Các biến cố A, B có độc lập hay không?

Bài 2.4. Cho A, B, C là các biến cố độc lập với $\mathbb{P}(A) = 0,5; \mathbb{P}(B) = 0,8; \mathbb{P}(C) = 0,6$. Hãy tính $\mathbb{P}(A + B + C)$.

Bài 2.5. Cho A_1, A_2, A_3, A_4 là các biến cố độc lập và $\mathbb{P}(A_1) = 0,3, \mathbb{P}(A_2) = 0,4, \mathbb{P}(A_3) = 0,7, \mathbb{P}(A_4) = 0,8$.

a) Tính $\mathbb{P}(A_1 + A_4)$.

b) Tính $\mathbb{P}(A_1 A_3 + A_2 \overline{A_4})$.

Bài 2.6. Cho A_1, A_2, A_3, A_4 là các biến cố độc lập và $\mathbb{P}(A_1) = 0,3$, $\mathbb{P}(A_2) = 0,4$, $\mathbb{P}(A_3) = 0,6$, $\mathbb{P}(A_4) = 0,8$.

a) Tính $\mathbb{P}(A_1 + A_3)$.

b) Tính $\mathbb{P}(A_1 A_2 + \overline{A_3} A_4)$.

Bài 2.7. Cho A, B, C là các biến cố độc lập với $P(A) = 0,7$; $P(B) = 0,8$ và $P(A + B + C) = 0,976$. Hãy tính $P(C)$.

Bài 2.8. Cho A, B, C là các biến cố độc lập sao cho $\mathbb{P}(A + B) = 0,8$; $\mathbb{P}(B + C) = 0,88$; $\mathbb{P}(C + A) = 0,85$. Hãy tính $\mathbb{P}(A), \mathbb{P}(B), \mathbb{P}(C)$.

Bài 2.9. Xác suất để một máy tính xách tay có thời gian sử dụng dưới 4 năm là 0,3; từ 4 đến 8 năm là 0,6. Một gia đình sử dụng hai máy tính xách tay. Tính xác suất trong 2 máy tính xách tay đó có một máy có thời gian sử dụng từ 4 đến 8 năm và một máy có thời gian sử dụng trên 8 năm.

Bài 2.10. Một doanh nhân có một chuỗi gồm 3 cửa hàng vật liệu xây dựng hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để mỗi cửa hàng có doanh thu trong một ngày trên 50 triệu đồng là 0,7; 0,8 và 0,6. Hãy tính xác suất để trong một ngày:

a) Cả ba cửa hàng có doanh thu trên 50 triệu đồng;

b) Có ít nhất hai cửa hàng có doanh thu trên 50 triệu đồng.

Bài 2.11. Một sinh viên mới ra trường đồng thời nộp bốn hồ sơ xin việc cho bốn công ty, phỏng vấn trình độ và chờ kết quả. Cho biết xác suất để mỗi công ty nhận sinh viên đó vào thử việc tương ứng là 0,2; 0,35; 0,5 và 0,65. Tính xác suất của sự kiện "có ít nhất một công ty nhận sinh viên đó vào thử việc đồng thời công ty thứ ba không nhận sinh viên đó".

Bài 2.12. Một đội kỹ thuật phụ trách việc bảo dưỡng cho 4 cột thu phát tín hiệu viễn thông. Cho biết rằng trong một định kỳ (6 tháng) xác suất để mỗi cột trên gặp phải sự cố tương ứng là 0,3; 0,25; 0,4; 0,35. Tính xác suất để một định kỳ nào đấy xảy ra sự kiện "Có duy nhất một cột thu phát tín hiệu gặp sự cố".

Bài 2.13. Một sinh viên mới ra trường đồng thời nộp bốn hồ sơ xin việc cho bốn công ty, phỏng vấn trình độ và chờ kết quả. Cho biết xác suất để mỗi công ty nhận sinh viên đó vào thử việc tương ứng là 0,5; 0,6; 0,3 và 0,1. Tính xác suất của sự kiện "có ít nhất hai công ty nhận sinh viên đó vào thử việc đồng thời công ty thứ tư không nhận sinh viên đó".

Bài 2.14. Một nhà đầu tư dự tính trong hai phiên giao dịch liên tiếp sẽ đặt lệnh mua hai mã chứng khoán khác nhau. Mỗi phiên giao dịch ông ta đặt mua 2 lệnh; mỗi lệnh mua một mã chứng khoán. Ở mỗi phiên, xác suất để lệnh mua mã thứ nhất được thực hiện thành công là 0,4; xác suất để lệnh mua mã thứ hai được thực hiện thành công là 0,6. Tính xác suất để xảy ra sự kiện: số lệnh đặt mua được thực hiện thành công ở hai phiên là như nhau.

Bài 2.15. Một nhà đầu tư đặt bốn lệnh mua bốn mã chứng khoán khác nhau trong một phiên giao dịch. Xác suất để mỗi lệnh mua được thực hiện thành công tương ứng là 0,7; 0,75; 0,6; 0,5. Tính xác suất của sự kiện trong bốn lệnh mua của nhà đầu tư có đúng một lệnh được thực hiện thành công.

Bài 2.16. Một sinh viên đi từ nhà đến trường phải đi qua 2 vị trí có đèn tín hiệu giao thông. Hệ thống đèn tín hiệu thứ nhất đặt thời gian 40 giây màu xanh, 5 giây màu vàng, và 60 giây màu đỏ. Hệ thống đèn tín hiệu thứ hai đặt thời gian 45 giây màu xanh, 5 giây màu vàng, và 75 giây màu đỏ. Các hệ thống đèn tín hiệu hoạt động độc lập với nhau. Tính xác suất để sinh viên đó gặp đúng 2 lần đèn có màu khác nhau khi đi đến trường.

Bài 2.17. Lộ trình đi học hàng ngày của một sinh viên đi qua 2 ngã tư có đèn tín hiệu giao thông. Tại ngã tư thứ nhất thời gian của đèn xanh là 45 giây, đèn vàng là 5 giây, đèn đỏ là 65 giây. Tại ngã tư thứ hai thời gian của đèn xanh là 30 giây, đèn vàng là 5 giây, đèn đỏ là 55 giây.

- a) Tính xác suất để khi đi từ nhà tới trường sinh viên gặp các đèn tín hiệu cùng màu ở các ngã tư.
- b) Tính xác suất để sau một ngày sinh viên đến trường để học và trở về nhà sau khi học bằng lộ trình ngược lại thì số lần gặp đèn đỏ ở chiều đi bằng số lần gặp đèn xanh ở chiều về.

Bài 2.18. Tại một gian hàng của siêu thị người ta đặt vào đó 15 gói bánh trong đó có 6 gói bánh mà hạn sử dụng chỉ còn không quá ba ngày. Một khách hàng muốn lấy một gói bánh mà hạn sử dụng còn trên ba ngày để bỏ vào giỏ hàng của mình. Người đó chọn ngẫu nhiên từng gói bánh để kiểm tra hạn sử dụng. Nếu gói bánh được chọn có hạn sử dụng chỉ còn không quá ba ngày thì loại ra và chọn tiếp gói bánh khác. Tính xác suất của sự kiện người đó chọn được gói bánh mình muốn sau khi kiểm tra 4 gói bánh.

Bài 2.19. Hai vận động viên luân phiên nhau ném bóng vào rổ cho đến khi bóng trúng rổ thì dừng lại. Cho biết xác suất ném trúng đích ở mỗi lần của người thứ nhất, người thứ hai tương ứng là 0,4 và 0,7. Tính xác suất để người thứ 2 được ném rổ đúng 1 lần.

Bài 2.20. Một xạ thủ bắn từng viên đạn vào 1 bia cho đến khi bia trúng đạn thì dừng lại. Cho biết xác suất bắn trúng đích của xạ thủ ở mỗi lần là 0,6. Tính xác suất để người xạ thủ phải bắn không quá 3 viên.

III. Công thức xác suất đầy đủ, công thức Bayes

Bài 3.1. Cho A, B là các biến cố với $\mathbb{P}(A) = 0,45$; $\mathbb{P}(B|A) = 0,8$, $\mathbb{P}(B|\bar{A}) = 0,6$. Tính $\mathbb{P}(B)$ và $\mathbb{P}(A|B)$.

Bài 3.2. Cho $\{A_1, A_2, A_3\}$ là một hệ biến cố đầy đủ với $\mathbb{P}(A_1) = 0,5$; $\mathbb{P}(A_2) = 0,3$; $\mathbb{P}(A_3) = 0,2$.

- a) Cho A là một biến cố. Hãy tính $\mathbb{P}(A)$ biết rằng $\mathbb{P}(A|A_1) = 0,25$; $\mathbb{P}(A|A_2) = 0,2$; $\mathbb{P}(A|A_3) = 0,3$.
- b) Cho A là một biến cố. Hãy tính $\mathbb{P}(B)$ biết rằng $\mathbb{P}(B|A_1) = 0,6$; $\mathbb{P}(B|A_2) = 0,9$; $\mathbb{P}(B|A_3) = 0,95$.

Bài 3.3. Cho $\{A_1, A_2, A_3, A_4\}$ là một hệ đầy đủ với $\mathbb{P}(A_1) = 0,2$; $\mathbb{P}(A_2) = 0,25$; $\mathbb{P}(A_3) = 0,3$. Giả sử A là một biến cố với $\mathbb{P}(A|A_1) = 0,6$; $\mathbb{P}(A|A_2) = 0,8$; $\mathbb{P}(A|A_3) = 2\mathbb{P}(A|A_4) = 0,4$. Hãy tính $\mathbb{P}(A)$.

Bài 3.4. Cho B_1, B_2, B_3 là một hệ đầy đủ với $P(B_1) = 2P(B_2) = 3P(B_3)$. Cho A là một biến cố với $P(A) = \frac{29}{55}$, $P(A|B_2) = \frac{1}{2}P(A|B_3)$ và $P(A|B_1) = \frac{1}{2}$. Hãy tính giá trị $P(B_2|A)$.

Bài 3.5. Có 2 hộp, hộp 1 đựng 8 sản phẩm tốt và 2 sản phẩm xấu, hộp 2 đựng 9 sản phẩm tốt và 5 sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ hộp 1 bỏ sang hộp 2, sau đó lấy ngẫu nhiên một sản phẩm từ hộp 2. Tính xác suất để sản phẩm lấy ra từ hộp 2 là sản phẩm tốt.

Bài 3.6. Một nhà máy sản xuất 2 loại đĩa từ, trong đó có 25% là đĩa Backup (dùng để phục vụ các hoạt động ghi) và 75% là đĩa Main storage (dùng để lưu trữ phục vụ các hoạt động đọc dữ liệu). Xác suất để tuổi thọ của đĩa Backup và đĩa Main storage lớn hơn 5 năm lần lượt là 0.95 và 0.995.

- a) Lấy ngẫu nhiên 1 chiếc đĩa từ để kiểm tra, tính xác suất chiếc đĩa đó có tuổi thọ lớn hơn 5 năm.
- b) Lấy ngẫu nhiên 1 chiếc đĩa từ để kiểm tra, biết rằng chiếc đĩa đó có tuổi thọ nhỏ hơn 5 năm. Tính xác suất đó là đĩa Main storage.

Bài 3.7. Cho biết có 14% tổng số công nhân của một xí nghiệp bị mắc các bệnh nghề nghiệp và có 60% công nhân của xí nghiệp phải làm việc trong môi trường độc hại. Tỷ lệ mắc bệnh nghề nghiệp của các công nhân phải làm việc trong môi trường độc hại gấp bốn lần tỷ lệ tương ứng của các công nhân còn lại. Chọn ngẫu nhiên một công nhân phải làm việc trong môi trường độc hại. Tính xác suất để công nhân đó là người mắc bệnh nghề nghiệp.

Bài 3.8. Mọi sản phẩm của một nhà máy đều phải qua khâu kiểm tra chất lượng và có 62,2% tổng sản phẩm đạt yêu cầu. Do khâu kiểm tra chưa thật sự hoàn hảo nên có 93% sản phẩm tốt đạt yêu cầu và cũng có 5% sản phẩm xấu đạt yêu cầu.

- a) Tính tỉ lệ sản phẩm tốt của nhà máy.
- b) Tính tỉ lệ sản phẩm tốt trong số sản phẩm đạt yêu cầu kiểm tra.
- c) Tính tỉ lệ sản phẩm xấu trong số sản phẩm đạt yêu cầu kiểm tra.

Bài 3.9. Một trạm chỉ phát hai loại tín hiệu A và B với xác suất tương ứng là 0,84 và 0,16. Do nhiễu trên đường truyền nên 15% tín hiệu A bị méo và thu được như là tín hiệu B, còn 10% tín hiệu B bị méo và thu được như là tín hiệu A.

- a) Tìm xác suất để thu được tín hiệu A.
- b) Giả sử thu được tín hiệu A, tính xác suất để đó cũng là tín hiệu phát.

Bài 3.10. Một đơn vị bầu cử quốc hội gồm cử tri của 3 huyện. Mỗi huyện chiếm tỷ lệ cử tri tương ứng là 40%; 36%; 24%. Tỷ lệ cử tri của từng huyện dự định bỏ phiếu cho ứng cử viên A tương ứng là 75%; 55%, 27%. Hãy tính tỷ lệ cử tri của đơn vị bầu cử trên dự định bỏ phiếu cho ứng cử viên A.

Bài 3.11. Một nhà máy có ba phân xưởng tương ứng sản xuất 20%, 50%, 30% tổng sản phẩm. Tỷ lệ phế phẩm của từng phân xưởng tương ứng là 1%, 2%, 3%.

- a) Tính tỉ lệ phế phẩm chung của nhà máy.
- b) Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm được sản xuất và nhận được phế phẩm. Tính xác suất để phế phẩm đó do phân xưởng thứ nhất sản xuất.

Bài 3.12. Thị trường truyền hình cáp ở một thành phố lớn có cấu trúc như sau: Các nhà cung cấp A, B, C tương ứng chiếm 30%; 43%; 27% thị phần. Cho biết tỉ lệ thuê bao của các hãng không sử dụng gói kênh HD tương ứng là 70%, 80%, 90%.

- a) Tính tỉ lệ thuê bao không sử dụng gói kênh HD trong toàn bộ thị trường.
- b) Chọn ngẫu nhiên một thuê bao có sử dụng gói kênh HD. Tính xác suất để thuê bao đó thuộc về nhà cung cấp B.

Bài 3.13. Một xí nghiệp chế biến tôm xuất khẩu nhập nguyên liệu từ ba nhà cung cấp và phân loại sản phẩm sau khi sơ chế thành sản phẩm loại 1 và sản phẩm loại 2. Tỷ lệ tôm nguyên liệu được nhập từ các nhà cung cấp tương ứng là 60%, 25%, 15%. Tỷ lệ sản phẩm loại một thu được từ các nguồn nguyên liệu tương ứng với từng nhà cung cấp là 80%, 60%, 50%.

- a) Tính tỷ lệ sản phẩm loại một trong tổng sản phẩm do nhà máy chế biến.
- b) Chọn ngẫu nhiên một gói sản phẩm và nhận được sản phẩm loại 2. Hãy tính xác suất để gói sản phẩm loại hai đó được chế biến từ nguyên liệu của nhà cung cấp thứ ba.

Bài 3.14. Cảnh sát tiến hành lắp đặt 4 hệ thống camera để kiểm soát người vi phạm luật giao thông tại 4 vị trí khác nhau ở một khu vực. Biết rằng thời gian hoạt động của các hệ thống lần lượt là 50%, 60%, 20%, 30% thời gian trong ngày. Một người tham gia giao thông vượt quá tốc độ có xác suất đi qua các vị trí có camera kiểm soát lần lượt là 0, 3; 0, 3; 0, 15; 0, 25.

- a) Tính xác suất để người đi quá tốc độ bị các camera phát hiện.
- b) Chọn ngẫu nhiên một người đi quá tốc độ nhưng không bị camera phát hiện. Tính xác suất để đó là người đi quá tốc độ khi qua vị trí thứ ba.

Bài 3.15. Một lô hàng gồm ba loại thùng: loại I, loại II, loại III. Trong đó thùng loại I là thùng không có linh kiện nào bị lỗi, chiếm 60%. Thùng loại II là thùng có 1 linh kiện bị lỗi, chiếm 30%. Thùng loại III là thùng có 2 linh kiện bị lỗi, chiếm 10%. Biết rằng mỗi một thùng hàng có chứa 20 linh kiện. Lấy một thùng hàng, rồi từ thùng đó chọn ngẫu nhiên 2 linh kiện để kiểm tra.

- a) Tính xác suất để 2 linh kiện lấy ra kiểm tra là linh kiện tốt.
- b) Cho biết 2 linh kiện được lấy ra là linh kiện tốt. Tính xác suất để thùng hàng được kiểm tra là thùng hàng loại I.

Bài 3.16. Một nhà máy có 3 phân xưởng I, II, III cùng sản xuất một loại linh kiện điện tử với số lượng sản xuất tương ứng là 36%, 34%, 30%. Tỷ lệ phế phẩm của 3 phân xưởng đó lần lượt là 0,12; 0,1; 0,08.

- a) Tìm tỷ lệ phế phẩm chung của nhà máy.
- b) Lấy một linh kiện ra kiểm tra thấy đó là sản phẩm tốt. Tính xác suất để linh kiện đó do phân xưởng thứ 2 sản xuất.

Bài 3.17. Một nhà máy lắp ráp TV sử dụng các con chip điện tử do ba nhà máy A, B và C sản xuất với tỷ lệ tương ứng là 50%; 10% và 40%. Xác suất lỗi của các con chip do nhà máy A, B và C sản xuất tương ứng là 0,05; 0,02 và 0,08. Chọn ngẫu nhiên một con chip để kiểm tra.

- a) Tính xác suất để con chip đó bị lỗi.
- b) Biết rằng con chip đó bị lỗi. Tính xác suất để con chip đó do nhà máy B sản xuất.

Bài 3.18. Một công ty dịch vụ chuyển phát nhanh đặt 4 kho hàng trong nội thành thành phố Hà Nội. Mỗi kho hàng phụ trách phục vụ dịch vụ chuyển phát nhanh cho một khu vực. Các khu vực này tương ứng chiếm 20%, 27%, 28%, 25% tổng số dân nội thành. Trong một chu kỳ 2 năm, tỷ lệ dân cư có sử dụng dịch vụ của công ty ở từng khu vực tương ứng là 8%, 6%, 4%, 5%. Hãy tính tỷ lệ dân cư nội thành sử dụng dịch vụ của công ty này.

Bài 3.19. Một nhà máy có ba phân xưởng tương ứng sản xuất 30%, 20%, 50% tổng sản phẩm của nhà máy. Tỷ lệ sản phẩm tốt của 3 phân xưởng tương ứng là 0,5; 0,8; 0,9.

- a) Tính tỷ lệ sản phẩm tốt của nhà máy.
- b) Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm và nhận được sản phẩm tốt. Tính xác suất để sản phẩm đó thuộc phân xưởng thứ 3.

Bài 3.20. Một câu lạc bộ sinh viên tình nguyện có 32 sinh viên nam và 24 sinh viên nữ. Người ta cho bốc thăm để chọn ngẫu nhiên 3 người đi phục vụ một hoạt động xã hội. Sau đó người ta chọn thêm một người làm dự bị. Tính xác suất để sinh viên dự bị là một sinh viên nữ.

IV. Phép thử lặp và công thức Bernoulli

Bài 4.1. Tính các giá trị xác suất sau đây:

- a) $\mathbb{P}_{15}(12; 0, 82)$.
- b) $P_{20}(k \leq 14; 0, 64)$.
- c) $P_{80}(25 \leq k \leq 32; 0, 35)$.

Bài 4.2. Cho biết xác suất để một loại điện thoại di động sử dụng được trên 48 tháng là 0,3. Trong một ngày một cửa hàng bán ra 10 chiếc điện thoại loại đó. Hãy tính xác suất của sự kiện trong 10 chiếc điện thoại được bán ra ngày hôm đó có 2 chiếc sử dụng được trên 48 tháng.

Bài 4.3. Cho biết xác suất để 1 camera dùng được trên 5 năm là 0,4. Một công ty lắp một hệ thống gồm 25 camera. Tính xác suất để trong 25 camera đó có 9 camera dùng được trên 5 năm.

Bài 4.4. Cho biết xác suất để một thiết bị điện tử sử dụng được trên 20.000 giờ là 0,45. Một công ty viễn thông lắp đặt 12 thiết bị loại đó trong hệ thống kỹ thuật của mình. Tính xác suất để trong 12 thiết bị được lắp đặt có 5 thiết bị sử dụng được trên 20.000 giờ.

Bài 4.5. Cho biết xác suất để một loại máy tính xách tay sử dụng được trên 7 năm là 0,7. Một công ty bán ra 18 máy tính loại đó cho khách hàng trong 1 tuần. Tính xác suất để trong 18 máy tính được bán có 12 máy tính sử dụng được trên 7 năm.

Bài 4.6. Ở một siêu thị, xác suất để nhân viên thu ngân hoàn thành thủ tục thanh toán cho 1 khách hàng trong không quá 1 phút là 0,42. Tính xác suất để trong 5 khách hàng liên tiếp có 3 khách hàng làm thủ tục thanh toán không quá 1 phút.

Bài 4.7. Xác suất để một sổ tiết kiệm không kỳ hạn có thời gian gửi thực tế dưới 3 tháng là 0,8. Trong một tuần, một phòng giao dịch lập 16 sổ tiết kiệm không kỳ hạn cho các khách hàng. Tính xác suất để trong 16 sổ này có 2 sổ có thời gian gửi thực tế không dưới 3 tháng.

Bài 4.8. Xác suất để một gói thực phẩm (có hạn sử dụng 7 ngày) bị quá hạn và phải tiêu hủy là 0,8%. Một công ty sản xuất 25.000 gói thực phẩm và cung cấp ra thị trường. Tính xác suất để trong 25.000 gói đó có ít nhất 200 gói bị quá hạn và phải tiêu hủy.

Bài 4.9. Trong các ổ dịch SAR-COVID 2 mới phát sinh ở một thành phố người ta xác định được 126 đối tượng là F1 (tiếp xúc gần với người bệnh). Xác suất một đối tượng F1 đã nhiễm vi rút nhưng chưa có biểu hiện bệnh lý rõ ràng để phát hiện qua các xét nghiệm là 0,015. Có người nói rằng, với khả năng không dưới 99% số lượng người đã nhiễm vi rút trong các F1 không vượt quá con số 6. Ý kiến này đúng hay sai? Hãy giải thích chi tiết.

Bài 4.10. Với một điện thoại đang trong thời gian được bảo hành thì xác suất để trong mỗi tháng có ít nhất 1 lần cần đến sự can thiệp kỹ thuật ở trạm bảo hành là 0,0014. Ở một thành phố, một hãng có 265.000 máy được khách hàng sử dụng và vẫn còn được bảo hành. Nhân viên trạm bảo hành nói rằng, với khả năng không dưới 98% thì số lượng máy cần can thiệp kỹ thuật trong mỗi tháng nằm trong khoảng 330 đến 425 máy. Ý kiến này đúng hay sai? Hãy giải thích chi tiết.

Bài 4.11. Một phần mềm được viết để nhận dạng biển số xe qua hình ảnh của camera theo dõi (camera được lắp đặt trên đường). Xác suất để phần mềm nhận dạng được biển số của một xe từ hình ảnh camera là 0,988. Nhân viên kỹ thuật nói rằng cứ 100 xe đi qua thì phần mềm nhận dạng được không ít hơn 96 biển số với xác suất không dưới 99%. Ý kiến này đúng hay sai? Hãy giải thích chi tiết.

Bài 4.12. Xác suất một mạng máy tính bị tắc nghẽn dẫn đến làm thất thoát một gói thông tin là 0.002. Các gói thông tin được truyền độc lập và nếu gói thông tin nào thất thoát sẽ được truyền lại.

- a) Hãy tính xác suất để mạng máy tính truyền một email có chứa 1000 gói thông tin mà không bị thất thoát một gói nào.
- b) Truyền 5 email, mỗi email có 1000 gói thông tin. Hãy tính xác suất để có 2 email có gói thông tin bị thất thoát.

Bài 4.13. Một kênh thông tin truyền một Block gồm 100 bit với xác suất gặp lỗi ở mỗi bit là 0.01.

- a) Nếu trong một Block có 1 hoặc 0 bit bị lỗi thì bộ thu sóng sẽ tiếp nhận Block đó. Hãy tính xác suất để Block được bộ thu sóng tiếp nhận.
- b) Nếu có nhiều hơn 1 bit bị truyền lỗi thì Block đó phải truyền lại. Hãy tính xác suất để một Block bị truyền lại đúng 3 lần, cho biết các lần truyền là độc lập với nhau.

Bài 4.14. Thư cần chuyển phát ở một bưu điện trong một ngày được chia thành ba loại: 10% là thư "chuyển phát nhanh", 60% là thư "bảo đảm" và 30% là thư "bình thường".

- a) Giả sử trong một ngày bưu điện có 100 thư cần chuyển phát. Tính xác suất trong 100 thư đó có 15 thư "chuyển phát nhanh".
- b) Giả sử trong một ngày bưu điện có 20 thư cần chuyển phát. Tính xác suất để trong 20 thư đó có 4 thư "chuyển phát nhanh", 6 thư "bảo đảm" và 10 thư "bình thường".

Bài 4.15. Cho A là một biến cố của phép thử \mathfrak{E} . Cho biết xác suất để A xuất hiện một lần trong 2 lần thử liên tiếp là 0,32. Hãy tính xác suất để trong 4 lần thử liên tiếp A xuất hiện 2 lần.

Bài 4.16. Một quận có 750.000 dân. Trong chu kỳ 1 năm, xác suất để một người dân phát sinh nhu cầu sử dụng dịch vụ y tế khẩn cấp là $p = 0,00024$. Tính xác suất để trong chu kỳ 1 năm số lượng cư dân của quận này cần đến dịch vụ y tế khẩn cấp là một giá trị trong khoảng từ 150 người đến 200 người.

Bài 4.17. Một hệ thống phòng không có tất cả 4 tên lửa. Xác suất bắn trúng đích ở từng lần phóng là 0,6. Trong một cuộc tập trận người ta lần lượt cho 2 mục tiêu giả định xâm nhập vùng trời do hệ thống này có nhiệm vụ bảo vệ. Hệ thống được vận hành để phóng từng tên lửa vào hai mục tiêu trên cho đến khi hết tên lửa hoặc hạ được 2 mục tiêu thì dừng lại.

- a) Tính xác suất để chỉ có 1 mục tiêu bị hạ.
- b) Tính xác suất để cả 2 mục tiêu đều bị hạ.
- c) Tính xác suất để hệ thống phóng hết 4 tên lửa.

Bài 4.18. Một hệ thống phòng không có tất cả 6 tên lửa. Xác suất bắn trúng đích ở từng lần phóng là 0,6. Trong một cuộc tập trận người ta lần lượt cho 3 mục tiêu giả định xâm nhập vùng trời do hệ thống này có nhiệm vụ bảo vệ. Hệ thống được vận hành để phóng từng tên lửa vào ba mục tiêu trên cho đến khi hết tên lửa hoặc hạ được cả 3 mục tiêu thì dừng lại.

- a) Tính xác suất để chỉ có 1 mục tiêu bị hạ.
- b) Tính xác suất để chỉ có 2 mục tiêu bị hạ.
- c) Tính xác suất để hệ thống phóng hết 6 tên lửa.

Bài 4.19. Một công sự kiên cố chỉ bị phá hủy hoàn toàn sau khi trúng 4 viên đạn pháo. Một khẩu pháo bắn lần lượt từng viên đạn vào công sự này cho đến khi công sự bị phá hủy thì dừng lại. Cho biết xác suất bắn trúng đích ở mỗi lần của khẩu pháo là 0,4. Tính xác suất để khẩu pháo bắn đúng 8 viên đạn thì hạ được mục tiêu.

Bài 4.20. Một nhân viên bán hàng mỗi ngày đi chào hàng ở nhiều nơi với xác suất bán được hàng ở mỗi nơi là 0,07. Hỏi nhân viên này phải chào hàng ở ít nhất bao nhiêu nơi để với xác suất lớn hơn 0,9 có ít nhất 1 nơi bán được hàng.

V. Các bài tập mở

Bài 5.1. Có hai xạ thủ là A, B . Xác suất để xạ thủ A bắn trúng đích là 0,6. Nếu mỗi người bắn 1 viên đạn vào cùng một bia thì xác suất để bia bị trúng đúng một viên đạn là 0,46. Hãy cho biết nếu mỗi xạ thủ bắn 2 viên vào cùng 1 bia thì xác suất để bia bị trúng 3 viên đạn là bao nhiêu.

Bài 5.2. Có hai xạ thủ, mỗi người bắn một viên đạn vào cùng 1 bia. Cho biết xác suất để bia bị trúng ít nhất 1 viên là 0,88; xác suất để bia bị trúng duy nhất 1 viên đạn là 0,46. Nếu mỗi xạ thủ bắn hai viên đạn vào bia thì xác suất để bia bị trúng 3 viên đạn là bao nhiêu.

Bài 5.3. Một xạ thủ bắn liên tiếp từng viên đạn vào bia cho đến khi bia trúng đạn thì dừng lại. Cho biết xác suất để anh ta phải bắn không ít hơn 3 viên đạn là 0,09. Tính xác suất để xạ thủ phải bắn không nhiều hơn 4 viên đạn.

Bài 5.4. Hai vận động viên thay phiên nhau ném bóng vào rổ cho đến khi bóng trúng rổ thì dừng lại. Cho biết xác suất để người thứ nhất được ném rổ đúng 1 lần là 0,8; xác suất để người thứ hai ném rổ đúng 1 lần là 0,32.

- a) Tính xác suất để người thứ nhất, người thứ 2 ném trúng đích ở mỗi lần ném bóng.
- b) Tính xác suất để người thứ nhất được ném rổ đúng 2 lần.

Bài 5.5. Hai vận động viên thay phiên nhau ném bóng vào rổ cho đến khi bóng trúng rổ thì dừng lại. Cho biết xác suất để người thứ nhất phải ném rổ không dưới 2 lần là 0,3; xác suất để người thứ hai phải ném rổ không dưới 2 lần là 0,15.

- a) Tính xác suất để người thứ nhất, người thứ 2 ném trúng đích ở mỗi lần ném bóng.
- b) Tính xác suất để người thứ nhất được ném rổ đúng 2 lần.

Bài 5.6. Trong gian hàng cá đóng hộp người ta bày sẵn 20 hộp sản phẩm trong đó có những sản phẩm sẽ hết hạn sử dụng trước 6 tháng. Một khách hàng muốn lựa chọn một sản phẩm có nhiều hơn 6 tháng hạn sử dụng cho giỏ hàng của mình. Khách hàng này lựa chọn ngẫu nhiên từng hộp sản phẩm để kiểm tra hạn sử dụng và hộp nào sẽ hết hạn trước 6 tháng thì loại ra ngoài. Cho biết xác suất để khách hàng phải lựa chọn không dưới 2 lần là 0,25. Tính xác suất để khách hàng phải lựa chọn đúng 3 lần.

Bài 5.7. Một nhà đầu tư dự định đặt mua 3 mã cổ phiếu A, B, C trong một phiên giao dịch. Cho biết xác suất để mua thành công ít nhất một loại cổ phiếu là 0,94; xác suất chỉ mua được cổ phiếu A là 0,06; xác suất chỉ mua được cổ phiếu B là 0,09. Hãy tính xác suất để nhà đầu tư mua được đúng 2 mã cổ phiếu.

Bài 5.8. Một sinh viên viết một phần mềm nhận dạng biển số xe. Sau khi thử nghiệm thì thấy rằng: nếu cho nhận dạng 4 biển số xe thì xác suất phần mềm nhận dạng đúng 2 biển số là 15,36%; nếu cho nhận dạng 7 biển số xe thì xác suất phần mềm nhận dạng đúng 4 biển số là 11,4688%.

a) Nếu cho phần mềm nhận dạng 1 biển số xe thì xác suất phần mềm nhận dạng đúng là bao nhiêu.

b) Cho phần mềm nhận dạng 1500 biển số xe. Tính xác suất để số lượng biển số mà phần mềm nhận dạng đúng không nhỏ hơn 1180.

Bài 5.9. Cho biết xác suất để một thiết bị điện tử có thời gian sử dụng trên 6 năm là 0,2. Xác suất để thiết bị điện tử đó có thời gian sử dụng dưới 4 năm là 0,3. Người ta lắp đặt một hệ thống kỹ thuật có sử dụng 4 thiết bị điện tử loại này. Tính xác suất xảy ra sự kiện "trong 4 thiết bị điện tử có ít nhất một thiết bị có thời gian sử dụng trên 6 năm đồng thời có ít nhất một thiết bị có thời gian sử dụng dưới 4 năm".

Bài 5.10. Có hai vận động viên bóng rổ. Người thứ nhất ném bóng 2 lần, người thứ hai ném bóng 1 lần. Cho biết trong cả 3 lần ném bóng của hai người, xác suất xảy ra sự kiện "có đúng một lần bóng trúng rổ" là 35%. Kế tiếp, xác suất xảy ra sự kiện "có đúng hai lần bóng trúng rổ" là 40%. Tính xác suất ném bóng trúng rổ của mỗi vận động viên khi thực hiện 1 lần ném bóng.

Bài 5.11. Trong gian hàng cá đóng hộp người ta bày sẵn 20 hộp sản phẩm trong đó có những sản phẩm sẽ hết hạn sử dụng trước 6 tháng. Một khách hàng muốn lựa chọn một sản phẩm có nhiều hơn 6 tháng hạn sử dụng cho giỏ hàng của mình. Khách hàng này lựa chọn ngẫu nhiên từng hộp sản phẩm để kiểm tra hạn sử dụng và hộp nào sẽ hết hạn trước 6 tháng thì loại ra ngoài. Cho biết xác suất để khách hàng phải lựa chọn không dưới 3 lần là $\frac{1}{19}$. Tính xác suất để khách hàng phải lựa chọn không quá 3 lần.

Bài 5.12. Một sinh viên viết một phần mềm nhận dạng biển số xe. Sau khi thử nghiệm thì thấy rằng: nếu cho nhận dạng 4 biển số xe thì xác suất phần mềm nhận dạng đúng 1 trong 4 biển số là 2,56%; nếu cho nhận dạng 6 biển số xe thì xác suất phần mềm nhận dạng đúng 3 trong 6 biển số là 8,192%. Nếu sử dụng phần mềm này, kết nối với camera để nhận dạng biển số các xe đi qua một nút giao thông thì xác suất xảy ra sự kiện "phần mềm nhận dạng đúng biển số của không dưới 10 xe liên tiếp" là bao nhiêu.

Bài 5.13. Một nhà máy có hai phân xưởng. Tỷ lệ phế phẩm của phân xưởng thứ nhất gấp hai lần tỷ lệ phế phẩm của phân xưởng thứ hai. Thông thường tỷ lệ phế phẩm chung của nhà máy là 2,5%. Tuy nhiên, vào thời điểm hiện tại, phân xưởng thứ 2 chỉ sản xuất được với một nửa sản lượng thông thường (một số công nhân tạm ngừng làm việc vì lý do đặc biệt) và tỷ lệ phế phẩm của nhà máy hiện tại là 2,8%. Tính tỷ lệ sản lượng của từng phân xưởng trên tổng sản lượng của nhà máy trong điều kiện sản xuất bình thường. Tính tỷ lệ phế phẩm của từng phân xưởng.

Bài 5.14. Trong gian hàng thực phẩm ban đầu có 18 hộp sữa được siêu thị bày lên và trong đó có 8 hộp sẽ hết hạn sử dụng trong vòng 2 tháng tới. Khách hàng thứ nhất lấy ngẫu nhiên hai hộp sữa bỏ vào giỏ hàng của mình và dời đi. Khách hàng thứ hai cũng lấy tiếp một cách ngẫu nhiên hai hộp sữa bỏ vào giỏ hàng của mình. Tính xác suất để trong 2 hộp sữa của khách hàng thứ 2 có ít nhất một hộp sẽ hết hạn sử dụng trong vòng 2 tháng tới.

Bài 5.15. Hai thợ săn chỉ có 1 khẩu súng săn và 3 viên đạn để sử dụng khi đi săn. Mỗi lần bắn 1 viên đạn vào con mồi bị phát hiện, họ sẽ chọn ngẫu nhiên một trong 2 người để bắn. Cho biết xác suất bắn trúng đích của người thứ nhất là 0,8, xác suất bắn trúng đích của người thứ hai là 0,6. Tính xác suất để trong cuộc đi săn hai thợ săn này có hai lần bắn trúng con mồi.

Bài 5.16. Một nhà máy có hai phân xưởng. Tỷ lệ phế phẩm của phân xưởng thứ nhất gấp hai lần tỷ lệ phế phẩm của phân xưởng thứ hai. Tỷ lệ phế phẩm chung của nhà máy là 8%. Người ta đánh giá được rằng nếu chọn ngẫu nhiên 5 sản phẩm của phân xưởng thứ nhất thì xác suất để có ít nhất một phế phẩm trong đó là 40,951%.

- a) Tính tỷ lệ sản phẩm của từng phân xưởng và tỷ lệ phế phẩm tương ứng.
- b) Giả thiết rằng một số công nhân của phân xưởng thứ nhất phải tạm nghỉ việc (vì lý do đặc biệt) nên phân xưởng thứ nhất chỉ sản xuất được một nửa sản lượng bình thường. Hãy cho biết trong các sản phẩm được nhà máy sản xuất ở thời điểm như vậy, tỷ lệ phế phẩm là bao nhiêu.

Bài 5.17. Người ta cần xét nghiệm để phát hiện các trường hợp dương tính đối với vi rút SARS-COV-2. Bước 1 người ta đưa các mẫu gộp, mỗi mẫu gộp được lấy từ 25 người, vào xét nghiệm. Nếu mẫu gộp dương tính thì tiếp tục bước 2 là xét nghiệm từng mẫu đơn, được lấy theo từng người, để phát hiện trường hợp dương tính. Cho biết xác suất bị lây nhiễm vi rút SARS-COV-2 của mỗi người dân ở khu vực này là 0,24%. Tính xác suất để từ một mẫu gộp dương tính người ta phát hiện được không ít hơn 2 trường hợp bị lây nhiễm.

Bài 5.18. Người ta sắp xếp ngẫu nhiên 10 sinh viên nam và 5 sinh viên nữ thành một hàng dọc. Tính xác suất để xảy ra sự kiện không có hai sinh viên nữ nào đứng cạnh nhau.

Bài 5.19. Một bãi giữ xe có một hàng dọc gồm 30 vị trí liên tiếp để xếp xe ô tô. Ban đầu các vị trí đó đều trống. Sau đó có 20 khách gửi xe được đỗ xe của mình vào hàng này sau khi được chọn 1 trong các vị trí còn trống của hàng. Trong 20 xe đến gửi có 16 xe đen và 4 xe trắng. Tính xác suất để không có 4 vị trí liên tiếp nào của hàng có nhiều hơn 1 xe trắng được khách đưa vào.

Bài 5.20. Trong một phòng có 6 người. Mỗi người được yêu cầu chọn một người khác có mặt trong phòng để viết tên lên một tờ giấy. Tính xác suất để có hai người viết tên của nhau.

*** HẾT ***