# Calcolo Numerico 2024-25
# Homework 1- Algebra lineare numerica

1. **Zeri di funzione** utilizzare il metodo di bisezione, il metodo delle iterazioni di punto fisso e il metodo di Newton per il calcolo dello zero della una funzione $f(x) = e^x - x^2$, la cui soluzione è $x^* = -0.7034674$. Per il metodo delle iterazioni di punto fisso considerare come funzione $g(x)$:

    - $g(x) = x - f(x)e^{x/2}$
    - $g(x) = x - f(x)e^{-x/2}$

    Per analizzare i risultati utilizzare strumenti grafici e tabelle. In particolare:

    - Disegnare il grafico della funzione $f$ nell'intervallo I = [-1,1] e verificare che $x^*$ sia lo zero di f in [-1, 1].
    - Confrontare l'accuratezza delle soluzioni trovate e il numero di iterazioni effettuate dai solutori.
    - graficare per ogni metodo l'errore assoluto $|x_k - x^*|$ ad ogni iterazione k.

2. Risoluzione di sistemi lineari

    Creato un problema test di dimensione variabile $n$ la cui soluzione esatta sia un vettore $x$ generato a piacere e $b$ il termine noto ottenuto moltiplicando la matrice $A$ per la soluzione $x$:

    - calcolare il numero di condizione tramite opportuna funzione Python
    - risolvere il sistema lineare $Ax = b$ con la fattorizzazione LU o Cholesky.
    - Calcolare l' errore relativo rispetto alla soluzione esatta. Variare la dimensione $n$ del sistema e fare un grafico dell'errore al variare di $n$ e uno del numero di condizione al variare di $n$.

    **Problemi test**

    - Una matrice di numeri casuali $A$ generata con la funzione **np.random.randn**.
    - matrice di Hilbert di dimensione n (con n variabile fra 2 e 15) utilizzando la funzione **scipy.linalg.hilb**.

3. **Minimi quadrati.**

   Assegnata una matrice A di numeri casuali(funzione **np.random.normal**) di dimensione $m \times n$, $m > n$ fissati, scegliere un vettore $\alpha$ (per esempio con elementi costanti) come soluzione esatta per creare un problema test e calcolare il termine noto $y = A\alpha + v$, dove $v$ è un vettore di numeri casuali generato con la funzione precedente (utilizzare una varianza in [0.01,0.1]). Quindi risolvere il problema di minimi quadrati :

$$\min_{\alpha} ||A\alpha - y||_2^2$$

   sia utilizzando le equazioni normali che la SVD di A.

- Confrontare le due soluzioni.
- Calcolare la norma due del vettore dei residui in entrambi i casi