



## ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

### Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Η/Υ

#### ΤΗΛ301: ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΟΣ

*Εργαστήριο: Ψηφιακής Επεξεργασίας Σήματος & Εικόνας*

*Καθηγητής: Μιχάλης Ζερβάκης*

#### 3η ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

##### ΣΧΕΔΙΑΣΗ IIR ΦΙΛΤΡΩΝ

---

Ένα χαμηλοπερατό φίλτρο Butterworth είναι ένα φίλτρο όπου το τετράγωνο του πλάτους της απόκρισης συχνότητας του δίνεται από τη σχέση:

$$|H_a(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + (j\Omega / j\Omega_c)^{2N}}$$

Η παράμετρος  $N$  αντιστοιχεί στην τάξη του φίλτρου (είναι ο αριθμός των πόλων της συνάρτησης μεταφοράς) και  $\Omega_c$  είναι η συχνότητα αποκοπής των 3dB. Η απόκριση συχνότητας του φίλτρου Butterworth φθίνει μονότονα καθώς αυξάνεται η συχνότητα  $\Omega$  και, όσο αυξάνεται η τάξη του φίλτρου τόσο πιο στενή γίνεται η ζώνη μετάβασης.

Ένα φίλτρο Chebyshev τύπου I είναι ένα φίλτρο με πλάτος της απόκρισης συχνότητας:

$$|H_a(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 T_N^2(\Omega / \Omega_p)}$$

Η παράμετρος  $N$  αντιστοιχεί στην τάξη του φίλτρου,  $\Omega_p$  είναι η συχνότητα αποκοπής στη ζώνη διέλευσης και  $\varepsilon$  είναι μια παράμετρος η οποία ελέγχει το πλάτος της κυμάτωσης στη ζώνη διέλευσης. Όσο αυξάνεται η τάξη του φίλτρου αυξάνεται και ο αριθμός των ταλαντώσεων στη ζώνη διέλευσης, ενώ το εύρος της ζώνης μετάβασης γίνεται στενότερο.

Για την σχεδίαση ενός IIR φίλτρου σε Matlab η διαδικασία είναι να σχεδιάσουμε πρώτα ένα αναλογικό φίλτρο το οποίο θα ικανοποιεί τα

κριτήρια που εμείς θέλουμε για το φιλτράρισμα και στη συνέχεια να αποτυπώσουμε το αναλογικό φίλτρο σε ένα διακριτού χρόνου ψηφιακό φίλτρο με τη χρήση του διγραμμικού μετασχηματισμού (bilinear).

### ΑΣΚΗΣΗ 1

Να σχεδιάσετε ένα lowpass **Butterworth** φίλτρο με **συχνότητα δειγματοληψίας**  $f_s = 10\text{KHz}$ , **ζώνη passband**: 0-3 KHz (ripple 3db) και **ζώνη stopband**: 4-5KHz (εξασθένιση / attenuation 30 db). Ξεκινήστε βρίσκοντας την τάξη του φίλτρου. Στη συνέχεια, σχεδιάστε αρχικά το κατάλληλο αναλογικό Butterworth φίλτρο και, τέλος, μετατρέψτε το σε ψηφιακό με τη χρήση του διγραμμικού μετασχηματισμού. Οι συναρτήσεις που θα χρησιμοποιήσετε είναι: **buttord, buttap, zp2tf, lp2lp, freqs, freqz, bilinear**.

Δώστε το πλάτος (σε dB) των αποκρίσεων συχνότητας τόσο του αναλογικού όσο και του ψηφιακού φίλτρου που σχεδιάσατε στο ίδιο γράφημα (οι δύο αποκρίσεις να έχουν διαφορετικό τύπο και χρώμα γραμμής). Ο οριζόντιος άξονας του γραφήματος να παρουσιάζει 2048 δείγματα συχνότητας (**σε Hz**) στο εύρος  $[0 \ f_s/2]$ .

Εξηγείστε τις διαφορές των δύο αποκρίσεων συχνότητας.

Τέλος, επαναλάβετε την παραπάνω διαδικασία σχεδιασμού των δύο μορφών του φίλτρου, αλλάζοντας το attenuation της stopband ζώνης σε 50db. **Τι αλλάζει;**

### ΑΣΚΗΣΗ 2

Να σχεδιάσετε ένα **Chebyshev** highpass φίλτρο:

**α)** με τάξη 2

**β)** με τάξη 16

Και στις 2 παραπάνω περιπτώσεις τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά του φίλτρου είναι: αναλογική **cutoff συχνότητα**  $\omega_c = 2\text{rad/sec}$ , **περίοδο δειγματοληψίας**  $T_s = 0.2\text{s}$  και **passband ripple** 3db. Να χρησιμοποιήσετε τη συνάρτηση **cheby1** για το σχεδιασμό των φίλτρων.

Δώστε το πλάτος (σε dB) των αποκρίσεων συχνότητας, 256 δειγμάτων, των δύο φίλτρων που σχεδιάσατε στο ίδιο γράφημα (οι δύο αποκρίσεις να έχουν διαφορετικό τύπο και χρώμα γραμμής). Ο οριζόντιος άξονας του γραφήματος να παρουσιάζει δείγματα της συχνότητας  $\omega$  (σε radians/sample) στο εύρος [0 1] (γιατί;). Εξηγείστε τις διαφορές των δύο αποκρίσεων συχνότητας.

### **ΑΣΚΗΣΗ 3**

**α)** Έχουμε το σήμα  $x(t)=1+\cos(1000t)+\cos(16000t)+\cos(30000t)$ . Κάντε δειγματοληψία 500 δειγμάτων στη συχνότητα δειγματοληψίας της άσκησης 1. Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας τα (ψηφιακά) lowpass φίλτρα που σχεδιάσατε στην άσκηση 1 (ένα με attenuation της stopband ζώνης 30db και το άλλο με attenuation της stopband ζώνης 50db), να **φιλτράρετε το σήμα**. Να χρησιμοποιήσετε τα διανύσματα που υπάρχουν από το φίλτρο αυτό και να γίνουν εισαγωγή στη συνάρτηση **filter**. Παρουσιάζετε το φαινόμενο aliasing με την περίοδο  $T_s = 1/f_s$ ;

Δώστε τις γραφικές παραστάσεις στο σήμα (μετά τη δειγματοληψία) και στο φάσμα του **πριν και μετά την εφαρμογή του lowpass φίλτρου** κι εξηγείστε τα αποτελέσματα (ως προς τις επιπτώσεις του κάθε φίλτρου στις συχνότητες του σήματος).

**β)** Έχουμε το σήμα  $x(t)=1+\cos(1.5t)+\cos(5t)$ . Κάντε δειγματοληψία 500 δειγμάτων στη συχνότητα δειγματοληψίας της άσκησης 2. Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας το 2ο φίλτρο που σχεδιάσατε στην άσκηση 2, να **αφαιρέσετε τις χαμηλές συχνότητες** του σήματος  $x(t)=1+\cos(1.5t)+\cos(5t)$ .

Δώστε τις γραφικές παραστάσεις στο σήμα (μετά τη δειγματοληψία) και στο φάσμα του **πριν και μετά την εφαρμογή του highpass φίλτρου** κι εξηγείστε τα αποτελέσματα (ως προς τις επιπτώσεις του κάθε φίλτρου στις συχνότητες του σήματος).

---

Κατά την υποβολή της παρούσας εργαστηριακής άσκησης παραδίδεται και **αναφορά**, η οποία να περιέχει:

- Σύντομη περιγραφή της υλοποίησης σε κάθε ερώτημα, **αναλυτικά** συμπεράσματα ή παρατηρήσεις όπου προκύπτουν.
- Οι γραφικές που προέκυψαν σε κάθε ερώτημα.
- Να MHN περιέχει κώδικες.
- Η αναφορά μπορεί να παραδοθεί σε ηλεκτρονική μορφή.