ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
TECHNICAL UNIVERSITY OF CRETE

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος

2η Εργασία

Λογισμικό

Matlab

Θωμάς Χατζής *2018030134*

Κωνσταντίνος Μυλωνάς 2018030151

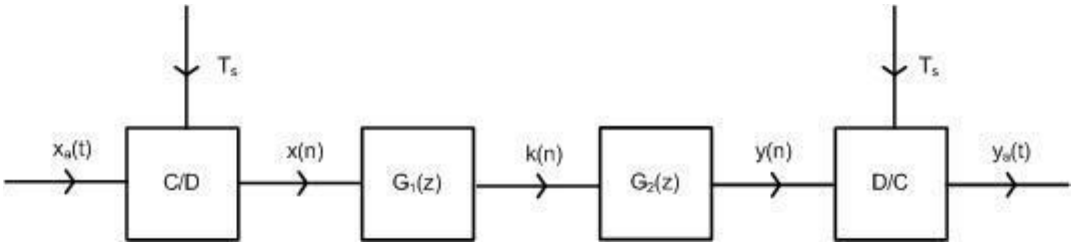
Μιχάλης Κρατημένος 2018030104

Άσκηση 1

α) Για το αιτιατό, γραμμικό και αμετάβλητο κατά την μετατόπιση σύστημα δίνεται ότι:

$$k(n)=0.9k(n-1)+0.2x(n)$$

$$G_2(z)=\frac{1}{z+0.2}$$



Εφαρμόζουμε μετασχηματισμό Z στο $k(n)$

$$Z_n[k(n)] \Leftrightarrow K(z)= 0.9z^{-1}K(z) + 0.2X(z)$$

$$\Leftrightarrow K(z)-0.9z^{-1}K(z)= 0.2X(z)$$

$$\Leftrightarrow K(z)(1-0.9z^{-1})= 0.2X(z)$$

$$\Leftrightarrow K(z)=\frac{0.2X(z)}{1-0.9z^{-1}}$$

Για το $G_1(z)$ έχουμε ότι:

$$G_1(z)=\frac{K(z)}{X(z)}=\frac{\frac{0.2X(z)}{1-0.9z^{-1}}}{X(z)}=\frac{0.2}{1-0.9z^{-1}}=\frac{0.2z}{z-0.9}$$

Για την συνάρτηση μεταφοράς $H(z)$ έχουμε ότι:

$$H(z) = G_1(z)\cdot G_2(z)= \frac{0.2z}{z-0.9}\cdot\frac{1}{z+0.2}=\frac{0.2z}{z^2-0.7z-0.18}$$

Η συνάρτηση μεταφοράς H(z) ισούται με:

$$\mathrm{H(z)}=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{0.2z}{z^2-0.7z-0.18} \quad \mathrm{Y(z)}\cdot \{(z\}\text{^}2-0.7\mathrm{z}-0.18) \ = \ \mathrm{X}(z)\cdot 0.2\mathrm{z}$$

$$\Leftrightarrow \ \mathrm{Y(z)}\cdot z^2 \ - \ \mathrm{Y(z)}\cdot 0.7\mathrm{z} \ - \ \mathrm{Y(z)}\cdot 0.18 \ = \ \mathrm{X}(z)\cdot 0.2\mathrm{z}$$

$$\Leftrightarrow \ \mathrm{Y(z)}\cdot \mathrm{z} \ - \ \mathrm{Y(z)}\cdot 0.7 \ - \ \mathrm{Y(z)}\cdot 0.18 \ z^{-1} = \mathrm{X}(z)\cdot 0.2 \quad (1)$$

Χρησιμοποιώντας την παρακάτω ιδιότητα του αντίστροφου μετασχηματισμού Z η σχέση (1) γίνεται:

$$\mathrm{X(z)}\cdot z^{-n_0} \ \Leftrightarrow \ \mathrm{Z_n[x(n-n_0)]}$$

$$(1)\Longrightarrow \ \mathrm{y(n+1)-0.7y(n)-0.18y(n-1)=0.2x(n)}$$

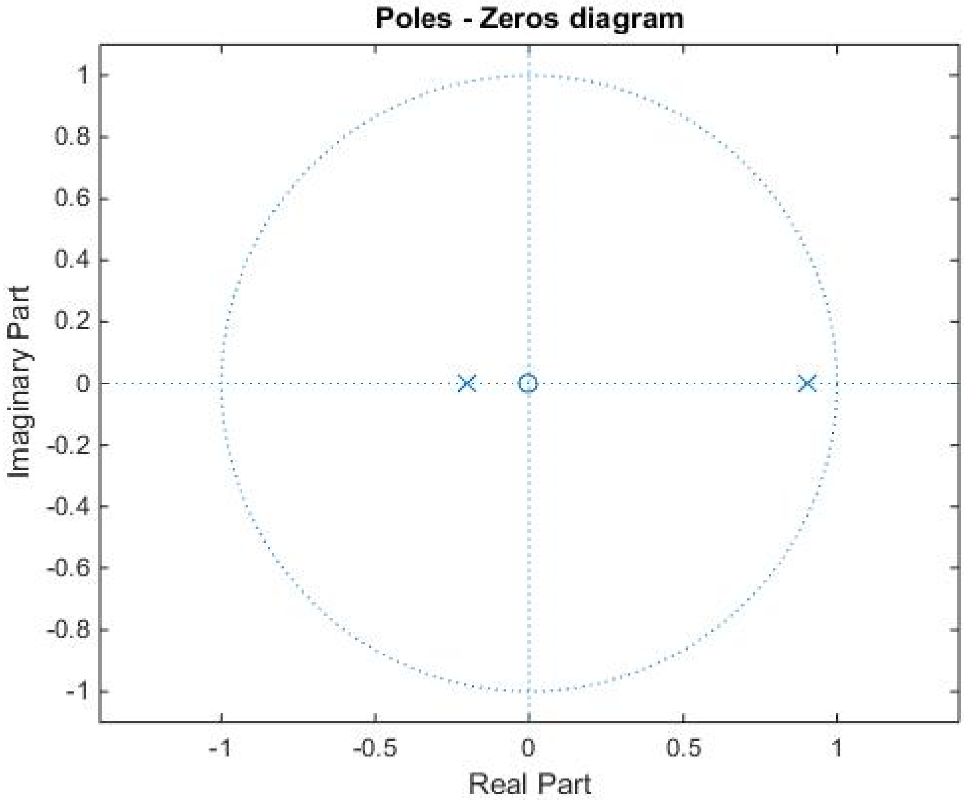
$$\Leftrightarrow \ \mathrm{y(n)}=\frac{\mathrm{y(n+1)-0.2x(n)-0.18y(n-1)}}{0.7}$$

$$\Leftrightarrow \ \mathrm{y(n)}=\frac{10}{7}\,\mathrm{y(n+1)}-\frac{9}{35}\mathrm{y(n-1)}-\frac{2}{7}\mathrm{x}(n)$$

Άρα η γραμμική εξίσωση διαφόρων με σταθερούς συντελεστές που συνδέει την είσοδο με την έξοδο του συστήματος είναι η παρακάτω:

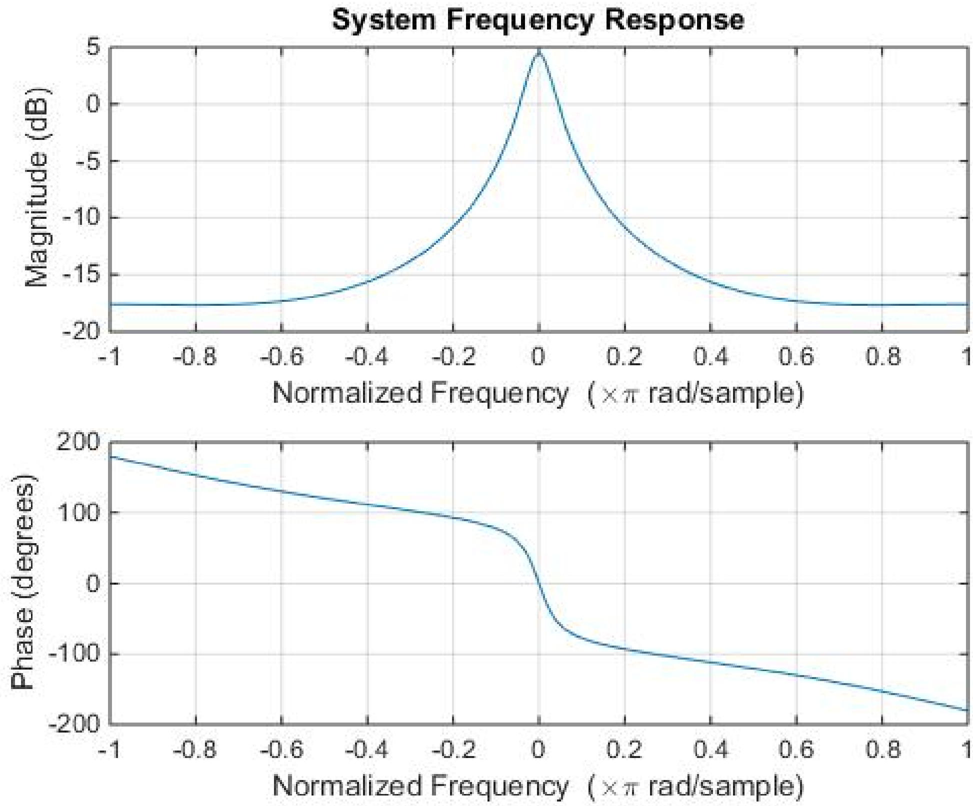
$$\mathrm{y(n)}=\frac{10}{7}\,\mathrm{y(n+1)}-\frac{9}{35}\mathrm{y(n-1)}-\frac{2}{7}\mathrm{x}(n)$$

β)Χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις tf & zplane της Matlab σχεδιάστηκε το διάγραμμα πόλων και μηδενικών. Παρακάτω με το ‘x’ απεικονίζονται οι πόλοι και με ‘o’ τα μηδενικά της συνάρτησης μεταφοράς.

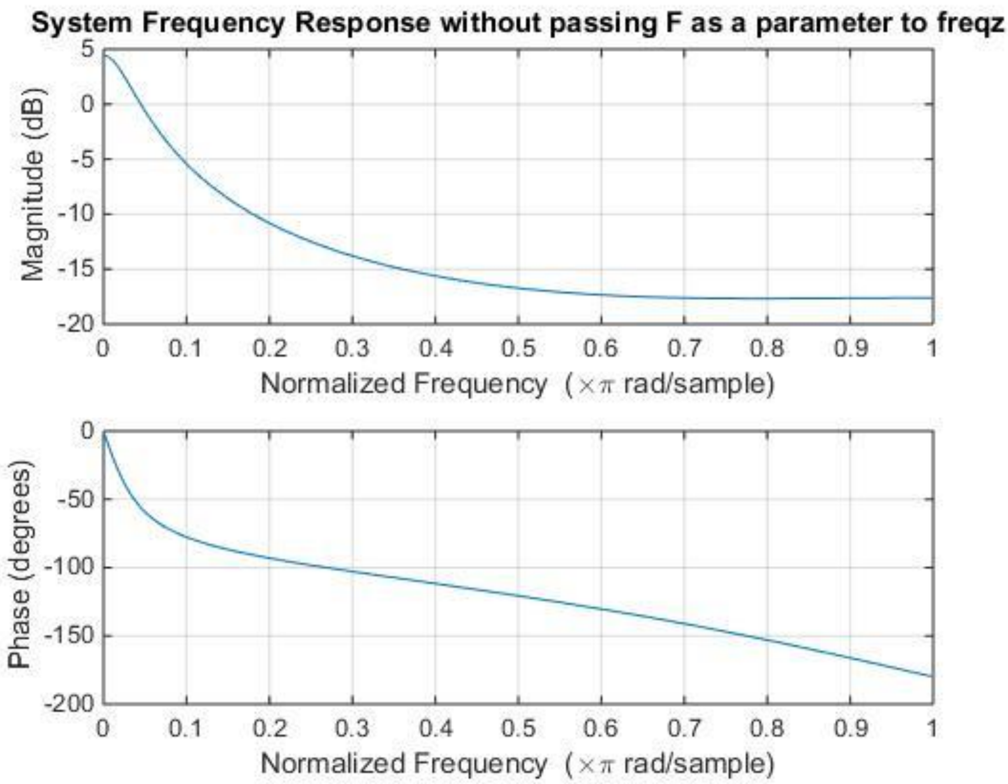


γ)Το σύστημα είναι ευσταθές, καθώς οι πόλοι βρίσκονται στον μοναδιαίο κύκλο.

δ) Απόκριση συχνότητας του συστήματος στο διάστημα [-π, π] με βήμα π/128 με τη χρήση της συνάρτησης freqz:

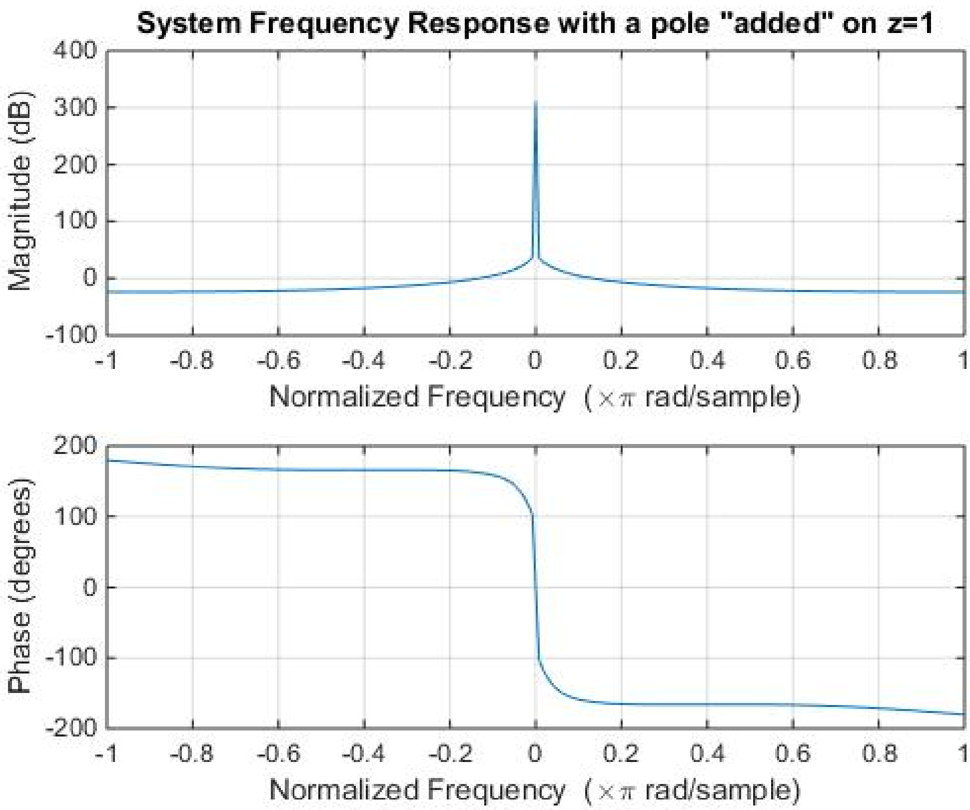


Απόκριση συχνότητας του συστήματος όταν δε δίνεται το διάστημα απεικόνισης ως 3^{o} όρισμα στη συνάρτηση freqz:



Παρατηρείται ότι χωρίς το διάστημα απεικόνισης δεν μπορούν να διακριθούν οι πόλοι και τα μηδενικά του συστήματος.

ε) Απόκριση συχνότητας του συστήματος έχοντας προσθέσει έναν επιπλέον πόλο στο z = 1:



Παρατηρείται ότι η ύπαρξη του καινούργιου πόλου επηρεάζει τα διαγράμματα της απόκρισης συχνότητας βάζοντάς τους μια dirac συνάρτηση γύρω από το 0. Αυτό προκύπτει από το ότι ο πόλος που προστέθηκε είναι πάνω στο μοναδιαίο κύκλο, κάτι το οποίο προκαλεί πραγματική ασυνέχεια.

Άσκηση 2

α) Τα απλά κλάσματα που προκύπτουν απο το script μας σε matlab είναι:

```
    3        1
- ----- - -------
  2        1
  - - 1   --- - 1
  z       2 z


h =

3*2^n + (1/2)^n
```

Εικόνα 2.1 – Απλά κλάσματα και υπολογισμός αντίστροφου μετασχηματισμού Z.

B)

Γνωρίζουμε οτι:

$$x[n] = a^n \cdot u[n] \rightarrow X(z) = \frac{1}{1 - a \cdot z^{-1}} \quad (1)$$

Απο τα απλά κλάσματα:

$$\mathrm{H}(z) = -\frac{3}{-1 + 2z^{-1}} - \frac{1}{-1 + \frac{1}{2}z^{-1}}$$

$$\mathrm{H}(z) = \frac{3}{1 - 2z^{-1}} + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}z^{-1}}$$

Απο τη σχέση (1) και τη γραμμικότητα του μετασχηματισμου Z :

$$\mathrm{h}(n) = 3 \cdot 2^n \cdot u[n] + \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot u[n]$$

Επίσης είναι:

$$\mathrm{H}(z) = \frac{3}{1-2z^{-1}} + \frac{1}{1+\frac{1}{2}z^{-1}} = \frac{3z}{z-2} + \frac{z}{z+\frac{1}{2}} > 0$$

Αρα $h(n) > 0$

Οποτε μπορούμε να αφήσουμε τα u[n] και παίρνουμε:

$$\mathrm{h}(n) = 3 \cdot 2^n + \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

Στο MATLAB επαληθέυεται η παραπάνω σχέση με χρήση της συνάρτησης iztrans όπως φαίνεται και στην Εικόνα 2.1.