ΤΗΛ 301 ΑΣΚΗΣΗ 1

Μιχαήλ Κρατημένος ΑΜ: 2018030104
Ιωάννης Λαμπρινίδης ΑΜ: 2018030075

28 Οκτωβρίου 2020

Χρόνος εργασίας: περίπου 25 ώρες γιατί δεν υπολογίστηκαν

Θεωρία

Επειδή το latex δεν δεχόταν ελληνικούς χαρακτήρες στις εξισώσεις έχουν αντικατασταθεί το φ(t) με $f(t)$ και το τ με u

Θ1

$R_{ff}(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)f(t+u)dt$

- αν $u - \frac{T}{2} > \frac{T}{2} <=> u > T : R_{ff}(u) = 0$
- αν $\frac{-T}{2} > u + \frac{T}{2} <=> u < -T : R_{ff}(u) = 0$
- αν $\frac{-T}{2} <= u + \frac{T}{2} < \frac{T}{2} <=> -T <= u < 0 :$
  $R_{ff}(u) = \int_{\frac{-T}{2}}^{u+\frac{T}{2}} \frac{1}{T}dt = \frac{u+T}{T} = \frac{u}{T} + 1$
- αν $\frac{-T}{2} <= u - \frac{T}{2} <= \frac{T}{2} <=> 0 <= u <= T :$
  $R_{ff}(u) = \int_{u-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \frac{1}{T}dt = \frac{T-u}{T} = 1 - \frac{u}{T}$

$$\begin{aligned} R_{ff}(u) &= \frac{u}{T} + 1 && \text{αν } -T <= u < 0 \\ &= 1 - \frac{u}{T} && \text{αν } 0 <= u <= T \\ &= 0 && \text{αλλιώς} \end{aligned}$$

Θ2

αν $x = t - 10 :$

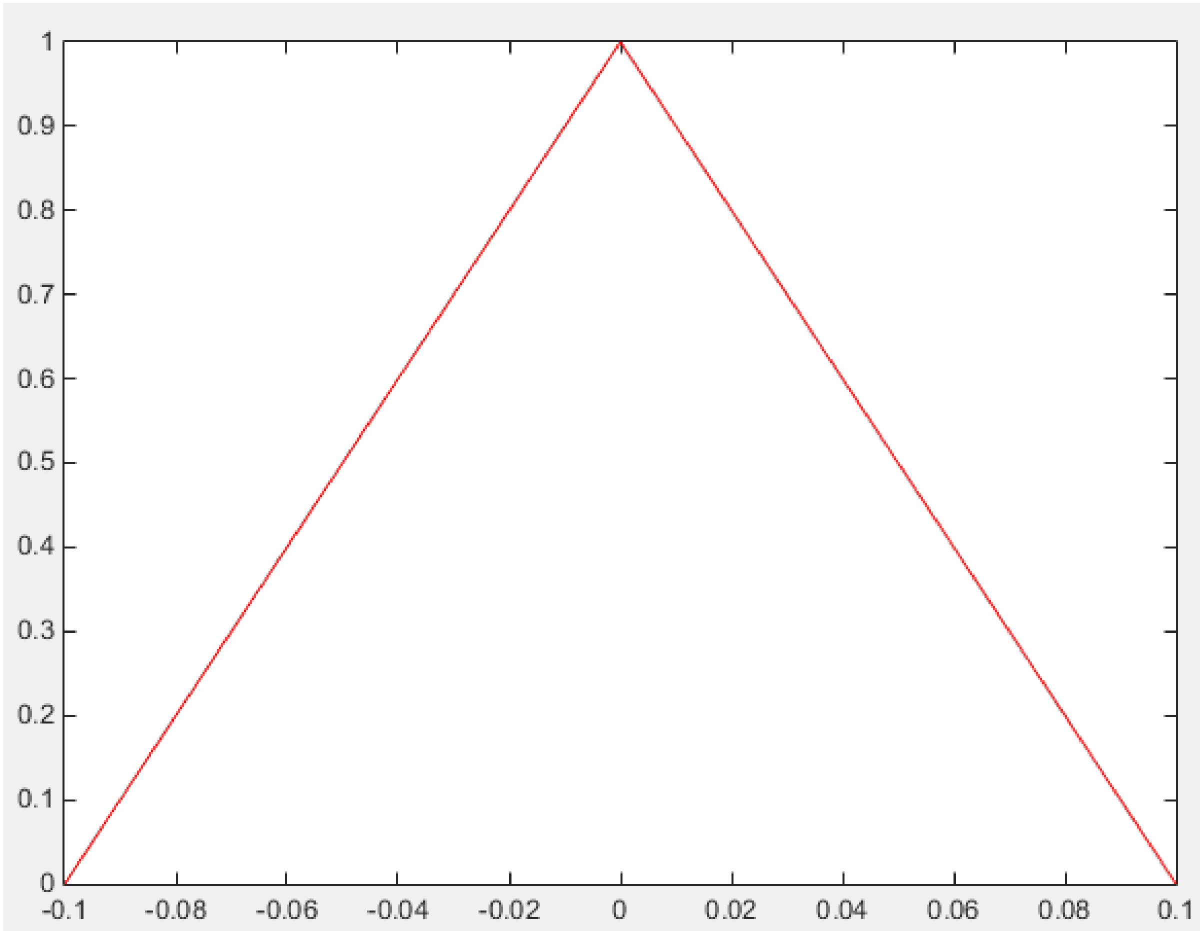
$$\begin{aligned} f(t-10) = f(x) &= \frac{1}{\sqrt{T}} && \text{αν } \frac{-T}{2} - 10 <= x <= \frac{T}{2} - 10 \\ &= 0 && \text{αλλιώς} \end{aligned}$$

$R_{ff}(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)f(x+u)dx$

- αν $u - \frac{T}{2} - 10 > \frac{T}{2} - 10 <=> u > T : R_{ff}(u) = 0$
- αν $\frac{-T}{2} - 10 > u + \frac{T}{2} - 10 <=> u < -T : R_{ff}(u) = 0$
- αν $\frac{-T}{2} - 10 <= u + \frac{T}{2} - 10 < \frac{T}{2} - 10 <=> -T <= u < 0 :$
  $R_{ff}(u) = \int_{\frac{-T}{2}-10}^{u+\frac{T}{2}-10} \frac{1}{T}dt = \frac{u+T}{T} = \frac{u}{T} + 1$
- αν $\frac{-T}{2} - 10 <= u - \frac{T}{2} - 10 <= \frac{T}{2} - 10 <=> 0 <= u <= T :$
  $R_{ff}(u) = \int_{u-\frac{T}{2}-10}^{\frac{T}{2}-10} \frac{1}{T}dt = \frac{T-u}{T} = 1 - \frac{u}{T}$

$$
\begin{aligned}
R_{ff}(u) &= \frac{u}{T} + 1 && \text{αν } -T <= u < 0 \\
&= 1 - \frac{u}{T} && \text{αν } 0 <= u <= T \\
&= 0 && \text{αλλιώς}
\end{aligned}
$$

Γραφική παράσταση $R_{ff}(u)$(ενδεικτική τιμή T=0.1):



Παρατηρώ ότι η συνάρτηση αυτοομοιότητας παρουσιάζει μέγιστο για $u = 0$ και αυτό συμβαίνει γιατί η $f(t)$ συγκρίνεται με τον εαυτό της, δηλαδή η R_{ff} είναι πιο όμοια. Επίσης οι συναρτήσεις αυτοομοιότητας των $f(t)$ και $f(t-10)$ είναι ίδιες διότι δεν εξαρτώνται από μετατοπίσεις.

Θ3

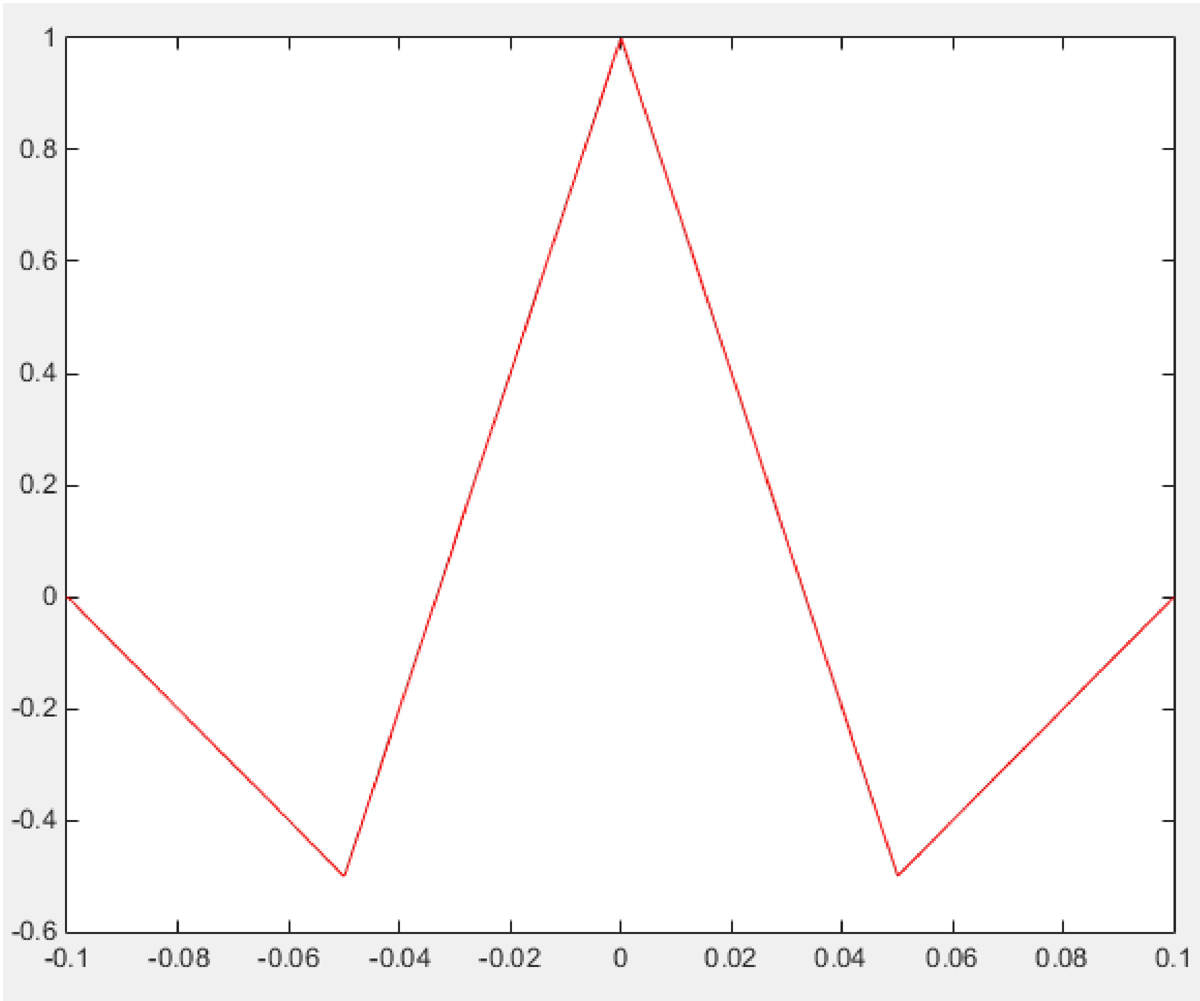
$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{\sqrt{T}} && \text{αν } 0 <= t < \frac{T}{2} \\ &= \frac{-1}{\sqrt{T}} && \text{αν } \frac{T}{2} <= t <= T \\ &= 0 && \text{αλλιώς} \end{aligned}$$

$R_{ff}(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)f(t+u)dt$

- αν $u > T : R_{ff}(u) = 0$
- αν $T + u < 0 <=> u < -T : R_{ff}(u) = 0$
- αν $\frac{T}{2} <= u <= T : R_{ff}(u) = \int_u^T \frac{-1}{\sqrt{T}} \frac{1}{\sqrt{T}} dt = \int_u^T \frac{-1}{T} dt = \frac{u-T}{2T}$
- αν $0 <= u + T < \frac{T}{2} <=> -T <= u < \frac{-T}{2} : R_{ff}(u) = \int_0^{u+T} \frac{-1}{T} dt = \frac{u+T}{T}$
- αν $0 <= u < \frac{T}{2} : R_{ff}(u) = \int_u^{\frac{T}{2}} \frac{1}{T} dt + \int_{\frac{T}{2}}^{u+\frac{T}{2}} \frac{-1}{T} dt + \int_{u+\frac{T}{2}}^{T} \frac{1}{T} dt =$
  $\frac{\frac{T}{2}-u}{T} - \frac{u}{T} + \frac{-u+\frac{T}{2}}{T} = \frac{1}{2} + \frac{\frac{T}{2}-2T}{T} = \frac{T-3u}{T}$
- αν $\frac{T}{2} <= u + T <= T <=> \frac{-T}{2} <= u <= 0 :$
  $R_{ff}(u) = \int_{\frac{T}{2}}^{T+u} \frac{1}{T} dt + \int_{u+\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \frac{-1}{T} + \int_0^{u+\frac{T}{2}} \frac{1}{T} dt = \frac{\frac{T}{2}+u}{T} + \frac{u}{T} + \frac{u+\frac{T}{2}}{T} = \frac{3u+T}{T}$

$$
\begin{aligned}
R_{ff}(u) &= \frac{T-3u}{T} && \text{αν } 0 <= u < \frac{T}{2} \\
&= \frac{T+3u}{T} && \text{αν } \frac{-T}{2} <= u <= 0 \\
&= \frac{-u-T}{T} && \text{αν } -T <= u < \frac{-T}{2} \\
&= \frac{-T+u}{T} && \text{αν } \frac{T}{2} <= u <= T \\
&= 0 && \text{αλλιώς}
\end{aligned}
$$

Γραφική παράσταση $R_{ff}(u)$(ενδεικτική τιμή T=0.1):



A

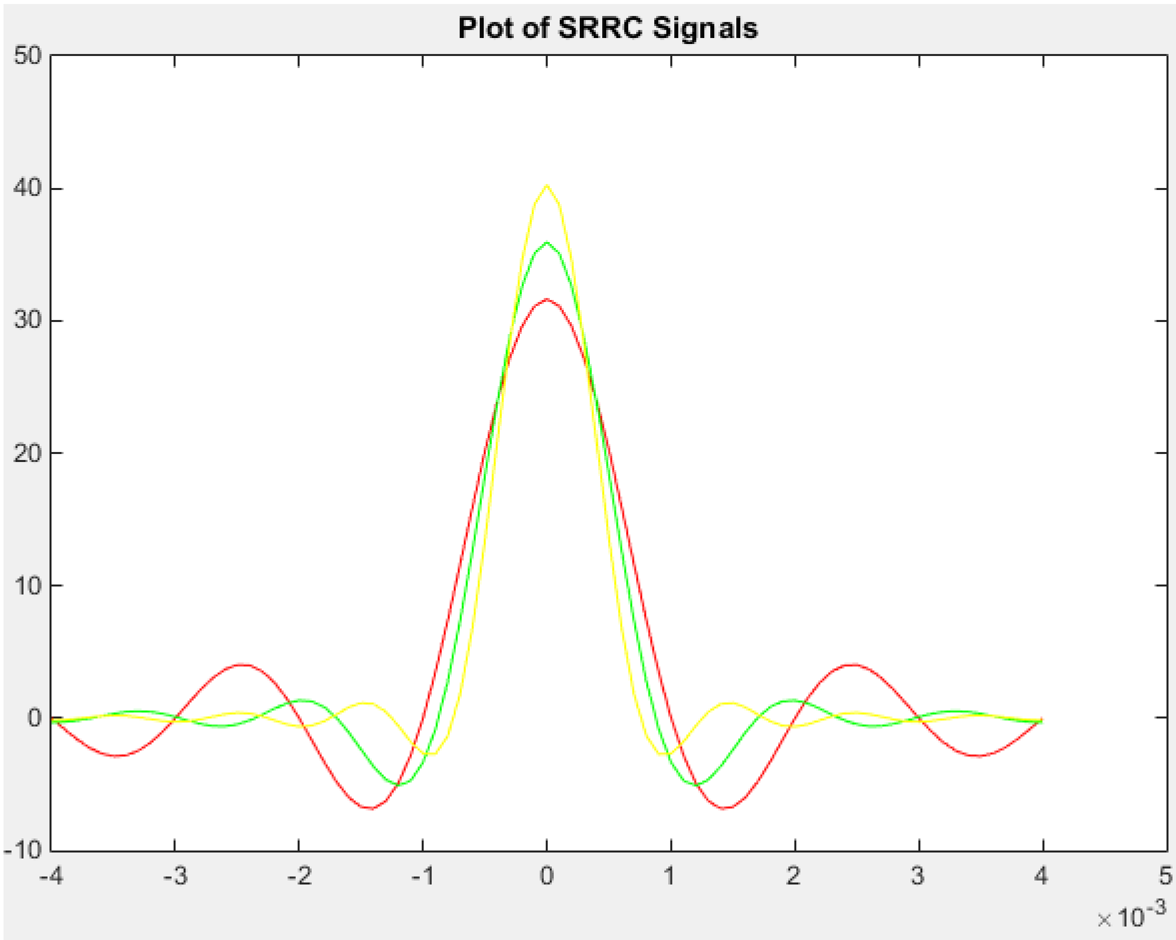
A1

Κλήθηκε η συνάρτηση *srrcpulse* τρεις φορές με σταθερές τις παραμέτρους $T = 1, Ts = 1/over(over = 10), A = 4$, αλλά με διαφορετικές τιμές του συντελεστή $roll - off$ α (0, 0.5 και 1). Παρατίθεται το σχετικό κομμάτι κώδικα:

```
%% A.1

T=1/1000;
over=10;
```

```
Ts=T/over;
Fs=1/Ts;
A=4;
a=[0 0.5 1];
Nf=2048;

%we create 3 SRRC pulses
[f1,t] = srrc_pulse(T,over,A,a(1));
[f2,t] = srrc_pulse(T,over,A,a(2));
[f3,t] = srrc_pulse(T,over,A,a(3));

%we plot them on the same figure
figure()
plot(t,f1,'r')
title('Plot of SRRC Signals')

hold on;
plot(t,f2,'green')
hold on;
plot(t,f3,'yellow')
```

και η γραφική του αναπαράσταση στο παρακάτω σχήμα:



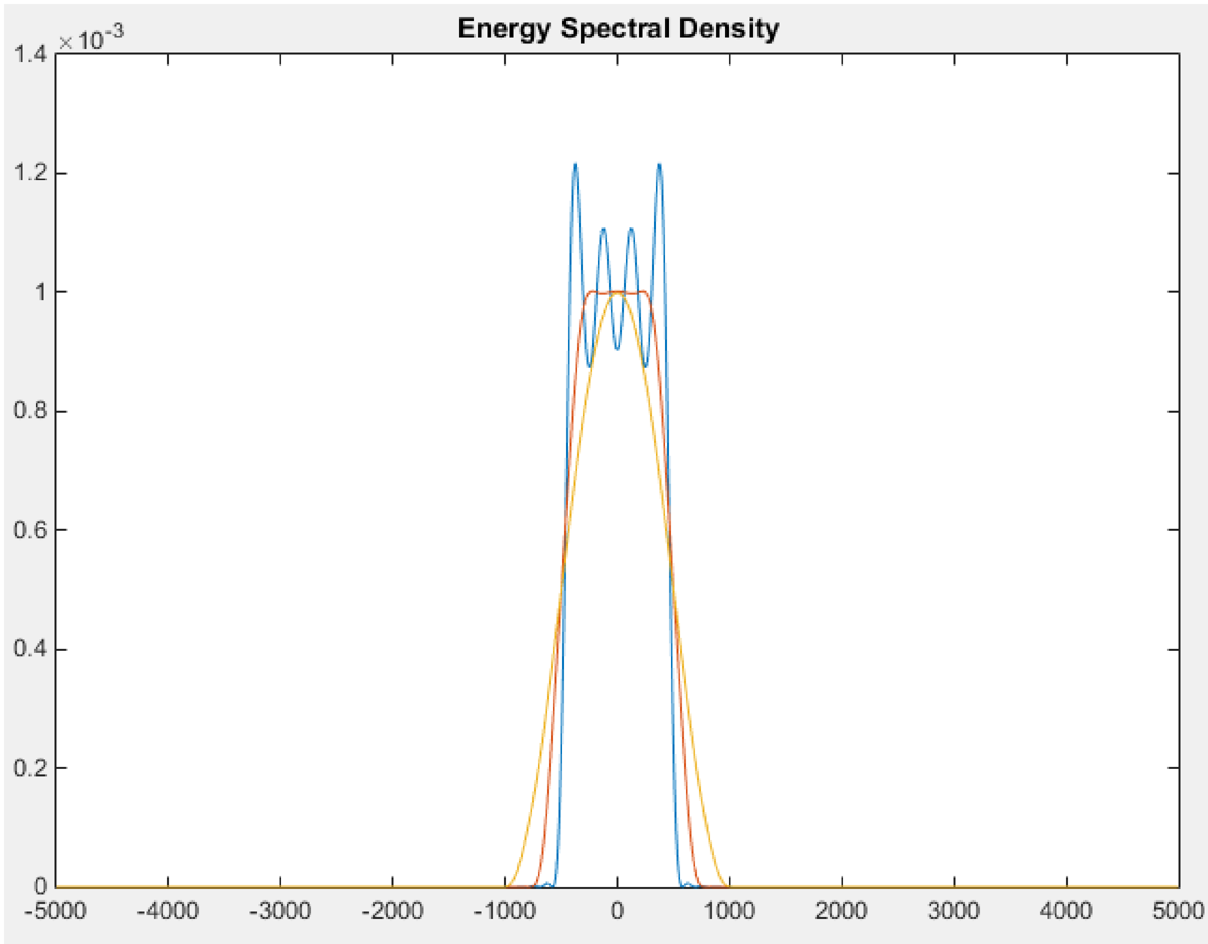
Παρατηρείται ότι όσο αυξάνεται η τιμή του α ο ρυθμός μείωσης των παλμών αυξάνεται, καθώς αυξάνεται η απόλυτη τιμή του χρόνου. Επίσης παρατηρείται ότι όσο αυξάνεται το α, η μέγιστη τιμή της συνάρτησης (η οποία βρίσκεται στο 0) αυξάνεται.

A2

Δημιουργείται ο άξονας συχνοτήτων σε N_f ισαπέχοντα σημεία. Με τη χρήση των συναρτήσεων $fft()$ και $fftshift()$ υπολογίζεται ο μετασχηματισμός $fourier$ $\Phi(F)$ των παλμών που σχεδιάστηκαν στο προηγούμενο βήμα. Παρατίθεται ο κώδικας και η γραφική παράσταση του $\Phi(F)$ στον άξονα των συχνοτήτων σε κανονική κλίμακα (η ημιλογαριθμική παρατίθεται στο A3 μαζί με την οριζόντια γραμμή με τιμή $c = \frac{T}{10^3}$):

```
%% A.2

```

```
%Calculating FFT and it's time axis
Faxis=-Fs/2:Fs/Nf:Fs/2-Fs/Nf;
F1=fftshift(fft(f1,Nf))*Ts;
F2=fftshift(fft(f2,Nf))*Ts;
F3=fftshift(fft(f3,Nf))*Ts;

figure()
plot(Faxis,abs(F1).^2)
title('Energy Spectral Density');
hold on;
plot(Faxis,abs(F2).^2)
hold on;
plot(Faxis,abs(F3).^2)

figure()
semilogy(Faxis,abs(F1).^2)
title('Energy Spectral Density');
hold on;
semilogy(Faxis,abs(F2).^2)
hold on;
semilogy(Faxis,abs(F3).^2)
hold on;
```



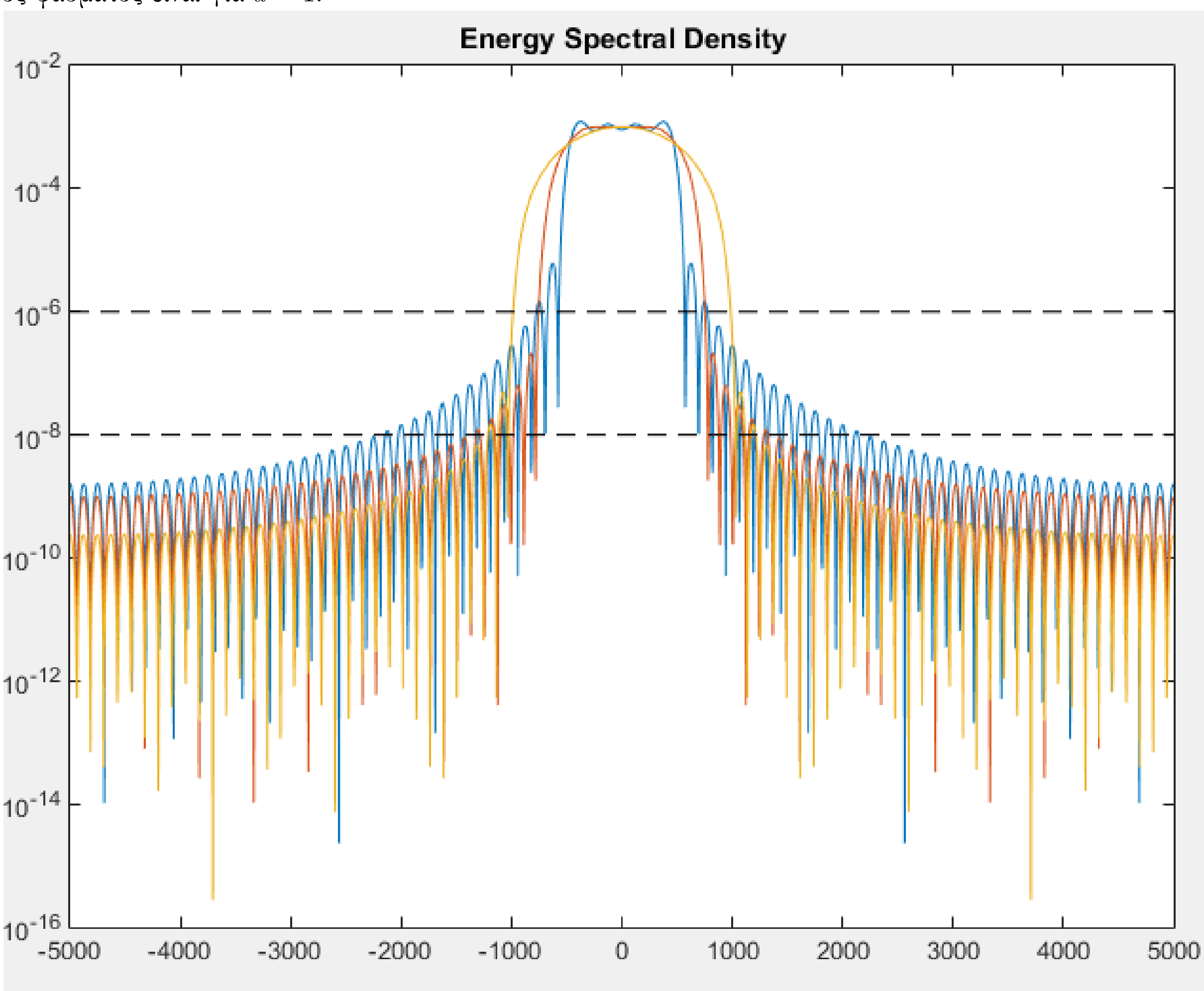
A3

```
%% A.3

BW=(1+a)/(2*T);
disp('The Theoretical BW of F1 is: ');
disp(BW(1));
disp('The Theoretical BW of F2 is: ');
disp(BW(2));
disp('The Theoretical BW of F3 is: ');
disp(BW(3));

c=T/10^3;
plot(xlim, [1 1]*c, '--k')
hold on;
```

```
c=T/10^5;
plot(xlim, [1 1]*c, '--k')
```

	$Theoretical(W = \frac{1+a}{2T})$	$Zeroat10^{-6}$	$Zeroat10^{-8}$
$a = 0$	500	775	2140
$a = 0.5$	750	750	1320
$a = 1$	1000	987	1215

Αρχικά, για την περίπτωση $c = \frac{T}{10^3}$ ο πιο αποδοτικός παλμός ως προς το εύρος φάσματος είναι για $a = 0.5$. Για $c = \frac{T}{10^5}$ ο πιο αποδοτικός παλμός ως προς το εύρος φάσματος είναι για $a = 1$.

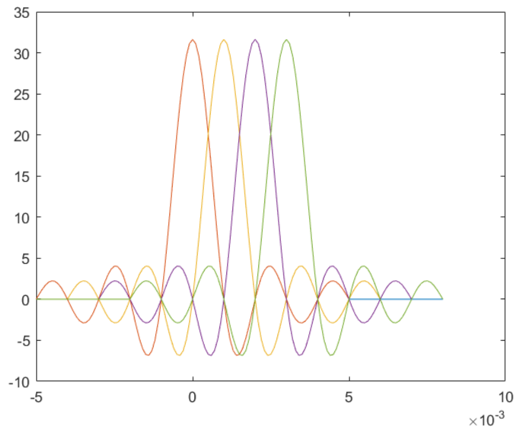


B

B.1.1

Αρχικά, αρχικοποιήθηκε το πρόγραμμα στις τιμές της εκφώνησης και στη συνέχεια για κάθε συνάρτηση, τους προστίθονται μηδενικά για να παρουσιαστεί κάποιο πρόβλημα στο πολλαπλασιασμό με τις χρονικά μετατοπισμένες συναρτήσεις, δημιουργούνται για κάθε κ οι μετατοπισμένες συναρτήσεις, εκτυπώνονται και αποθηκεύονται στο διάνυσμα fall για να επεξεργαστούν αργότερα. (Για κάποιο λόγο δεν καταφέραμε να εκτυπώνουμε κατευθείαν τις μετατοπισμένες συναρτήσεις και για αυτο χρησιμοποιείται η hey.

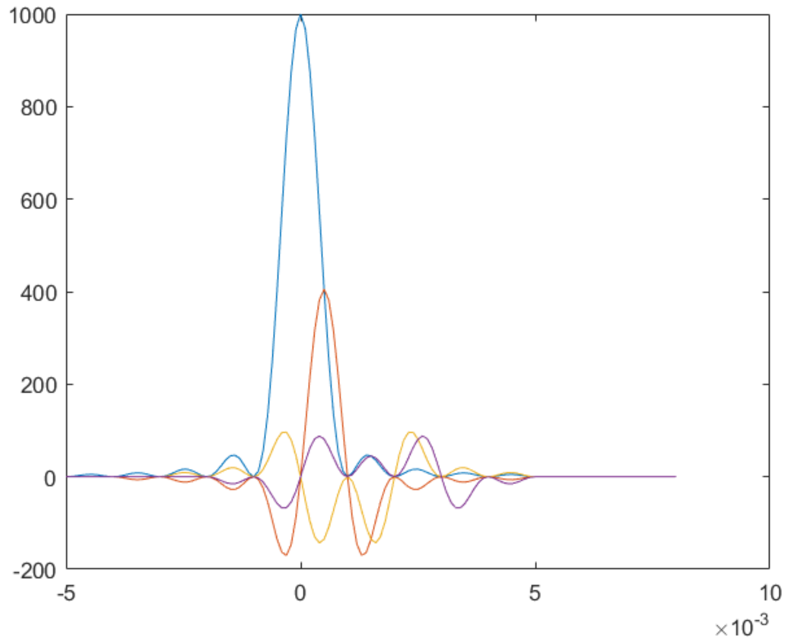
```
for u=1:length(a)
 tnew=[-A*T:Ts:A*T + k(4)*T] + 10^(-8);
[f,t]=srrc_pulse(T,over,A,a(u));
ftemp=zeros(1,length(tnew)-length(t));
%The vector is changed to the length of the time shifted f's
f=[f ftemp];
  figure()
    plot(tnew,f)
    hold on;
    f_all=zeros(4,length(tnew));
for i=k(1):k(4)
    %creating the time axis for each time shifted signal
    tnew=[-A*T:Ts:A*T + i*T] + 10^(-8);
    for j=1 : length(t)
        offset=j+length(tnew)-length(t);
       f_all(i+1,offset)=f(j);
    end
    %pre allocating space for each time shifted signal
    hey=zeros(1,length(tnew));
    for j=1 : length(hey)
        hey(j)=f_all(i+1,j);
    end
    %plotting the time shifted signals
    plot(tnew,hey);
    hold on;
end
```



B.1.2

Για τη δημιουργία των γινομένων απλά πολλαπλασιάζουμε το διάνυσμα της φ(τ) με το μετατοπισμένο διάνυσμα hey.

```
figure()
%calculating f(t)*f(t-kT) for each k
for i=k(1):k(4)
    hey=zeros(1,length(tnew));
    for j=1 : length(hey)
        hey(j)=f_all(i+1,j);
    end
    answer=hey.*f;
    plot(tnew,answer)
    hold on;
```



B.1.3

Για να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα, αξιοποιήθηκε η μέθοδος του αθροίσματος που αναφέρθηκε στο μάθημα. Καθώς υπολογίζεται το γινόμενο $\varphi(t)\varphi(t-kT)$, πολλαπλασιάζεται με Ts και προστίθονται όλα τα στοιχεία για τον υπολογισμό του ολοκληρώματος.

```
answer=answer.*Ts;
    integral(u,i+1)=sum(answer);
```

	Integrals			
$k=$	0	1	2	3
$a=0$	0.9798	0.0226	-0.2558	0.0308
$a=0.5$	0.9999	-0.0000	0.0002	-0.0001
$a=1$	1.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0001

Οι τιμές των ολοκληρωμάτων συμβαδίζουν με τις θεωρητικές τιμές, αφού για κ=0 το ολοκλήρωμα ισούται με 1 και για κ=0 το ολοκλήρωμα ισούται με 0. Οι μικρές αποκλίσεις προκύπτουν από τη μέθοδο υπολογισμού του ολοκληρώματος και από τις μικρές σχετικά διαστάσεις των διανυσμάτων που χρησιμοποιήθηκαν. Τέλος όσο αυξάνεται το α, ο υπολογισμός γίνεται σημαντικά πιο ακριβής.

C

C.1

Μέσω της εντολής αυτής δημιουργήσαμε ένα bit array μέσα σε ένα διάνυσμα.
b = (sign(randn(N, 1)) + 1)/2;

C.2

a

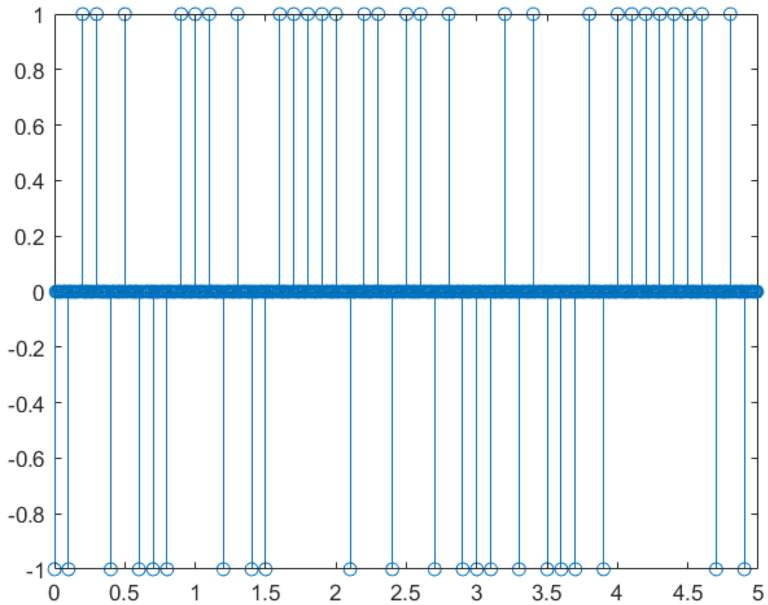
Η συνάρτηση bitsto2PAM(b) θεωρεί ότι η είσοδος είναι μια ακολουθία απο 0,1 και την μετάτρεπει σε μια ακολουθία απο 1,-1 αντίστοιχα. Αυτό επιτυγχάνεται με τη σειριακή προσπέλαση του διανύσματος και ενός απλού ελέγχου.

```
function X=bits_to_2PAM(b)

for i=1:length(b)
    if b(i)==0
        b(i)=1;
    else
        b(i)=-1;
    end
end

X=b;
end
```

b

Στη συνέχεια δημιουργούνται οι τιμές του σήματος Xdelta μέσω της εντολής που δώθηκε και έπειτα υπολογίστηκε ο άξονας του χρόνου.

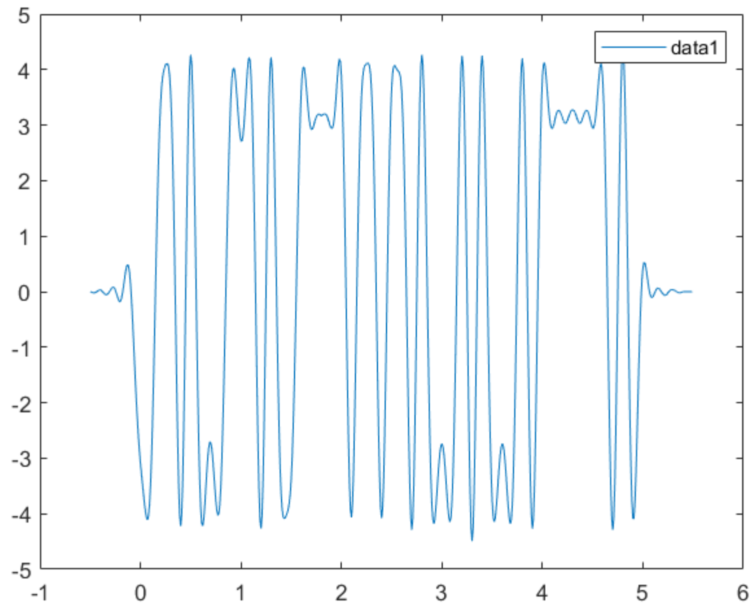
```
X = bits_to_2PAM(b);
X_Δ =1/Ts*upsample(X,over);
n=0:Ts:N*T-Ts;
figure(1)
stem(n,X_Δ*Ts)
```



c

Υπολογίστηκε η συνέλιξη μέσω της συνάρτησης της matlab conv και στη συνέχεια υπολογίστηκε κατάλληλα το χρονικό διάστημα της συνέλιξης όπως έχει αναφερθεί στο μάθημα.

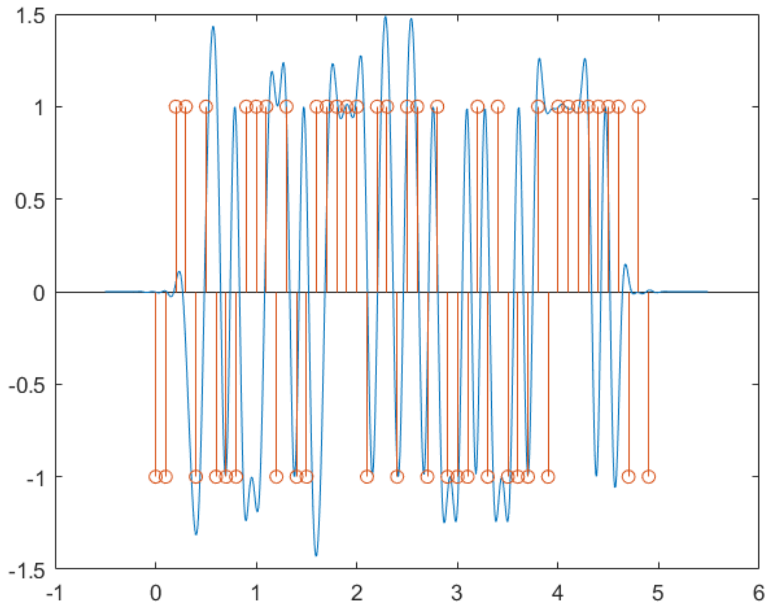
```
Xconv=conv(f2,X_Δ)*Ts;
t_Xconv=linspace(t(1)+n(1),t(end)+n(end),length(Xconv));
```



d

Για την κατασκευή του σήματος φ(-τ) αντιστρέφτηκε το διάνυσμα με τις τιμές της συνάρτησης φ(τ) και για το διάνυσμα του χρόνου του φ(-τ), αντιστρέφτηκε το διάνυσμα του χρόνου του φ(τ) και πάρθηκε τις αρνητικές τιμές του. Τέλος έγινε σύγκριση των τιμών της Z(τ) με τις τιμές του Xκ.

```
f2rever=fliplr(f2);
f2rever_time=-fliplr(t);

%calculating the convolution and it's time axis
Z=conv(Xconv,f2rever)*Ts;
t_Z=linspace(f2rever(1)+t_Xconv(1),f2rever(end)+t_Xconv(end),length(Z));
```


1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-1
0
1
2
3
4
5
6