

# Algoritmos genéticos

A. Moujahid

Grupo de Inteligencia Computacional  
Universidad del País Vasco UPV/EHU  
Curso 2014-2015

# Contenido

- 1 **Introducción**
- 2 **Algoritmo Genético Simple (AGS)**
- 3 **Extensiones del Algoritmo Genético Simple**
- 4 **Operadores genéticos para el problema del TSP**

# Índice

- 1 **Introducción**
- 2 Algoritmo Genético Simple (AGS)
- 3 Extensiones del Algoritmo Genético Simple
- 4 Operadores genéticos para el problema del TSP

## Algoritmos genéticos

J. H. Holland, Adaptation in Natural and Artificial Systems, University of Michigan Press, 1975. (Second edition: MIT Press, 1992.)

### Características

- Son métodos adaptativos que pueden usarse para resolver problemas de búsqueda y optimización,
- Son técnica robustas, y pueden tratar con éxito una gran variedad de problemas provenientes de diferentes areas,
- A cada paso del algoritmo se mantiene un **conjunto** de soluciones (**población**),
- Algoritmos inspirados en la naturaleza.

## Algoritmos genéticos

### Ideas básicas

- En cada momento se mantiene un conjunto de soluciones o **individuos: población**
- La población evoluciona a lo largo de iteraciones sucesivas (**generaciones**)
- Se generan nuevas soluciones combinando y modificando las actuales mediante el uso de **operadores**:
  - Operadores de selección
  - Operadores de reproducción: **cruce** y **mutación**
  - Operadores de reemplazo ó reducción (simple, elitista)

## Algoritmos genéticos

### Esquema básico

- Un conjunto de  $N$  puntos del espacio de búsqueda elegidos aleatoriamente forman la población inicial (**conjunto de individuos**)
- Cada individuo de la población tiene un cierto valor (**fitness**) que mide su grado de adaptación al objetivo.
- El algoritmo consiste en una **evolución progresiva** de la población inicial durante **generaciones sucesivas**, manteniendo su tamaño constante.
- Los individuos son modificados y combinados mediante el uso de operadores de **selección y reproducción**
- La población en el tiempo  $t$  **se sustituye** por la población en el tiempo  $t + 1$

# Índice

- 1 Introducción
- 2 Algoritmo Genético Simple (AGS)**
- 3 Extensiones del Algoritmo Genético Simple
- 4 Operadores genéticos para el problema del TSP

## Algoritmo Genético Simple

**BEGIN** Algoritmo Genético Simple

Generar una población inicial y computar la función de evaluación de cada individuo

**WHILE NOT** Terminado **DO**

**BEGIN** Producir nueva generación

**FOR** Tamaño poblacion/2 **DO**

**BEGIN** Ciclo Reproductivo

Seleccionar dos individuos de la anterior generación, para el cruce (probabilidad de de selección proporcional al fitness del individuo)

Cruzar con cierta probabilidad los dos individuos obteniendo dos descendientes

Mutar los dos descendientes con cierta probabilidad

Computar la función de evaluación de los dos descendientes mutados

Insertar los dos descendientes mutados en la nueva generación

**END**

**IF** la población ha convergido **THEN**

        Terminado := TRUE

**END**

**END**

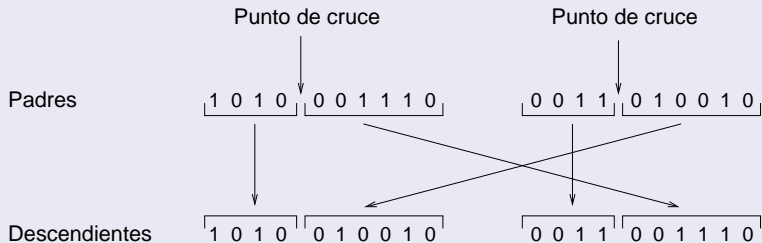


## Algoritmo Genético Simple

- **Codificación o representación del problema:** los individuos de la población (*cromosomas*) representados por un conjunto de parámetros -*genes*- utilizando un cierto *alfabeto*  $\{0, 1\}$ .
- **Función de adaptación:** para cada cromosoma devuelve un número real, que se supone es proporcional a la adaptación del individuo al problema.
- **Fase reproductiva:** se efectúa la *selección aleatoria de padres* (favoreciendo a los mejor adaptados), para a continuación *cruzarlos*, y *mutar* los hijos.

## Algoritmo Genético Simple

### Operador de cruce basado en un punto



## Algoritmo Genético Simple

### Operador de mutación

gen mutado



Descendiente

1 0 1 0 **0** 1 0 0 1 0

Descendiente mutado

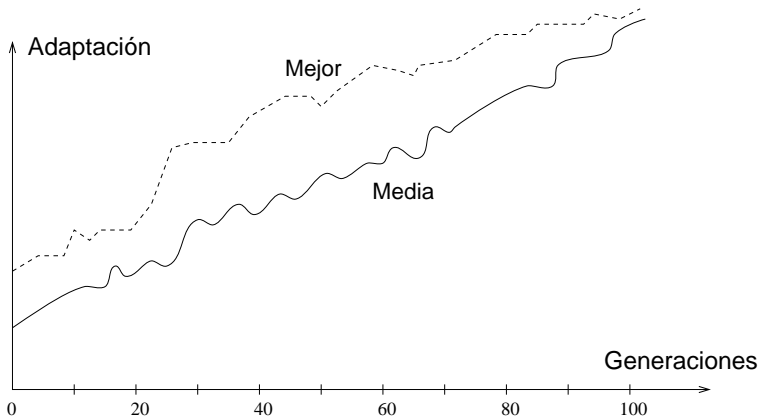
1 0 1 0 **1** 1 0 0 1 0

## Algoritmo Genético Simple

### Convergencia del algoritmo (De Jon, 1975)

- El concepto de convergencia está relacionado con la **progresión hacia la uniformidad**: Se dice que un gen ha convergido cuando al menos el 95 % de los individuos de la población comparten el mismo valor para dicho gen.

## Algoritmo Genético Simple



Adaptación media y mejor adaptación en un algoritmo genético simple

# Algoritmo Genético Simple

Ejemplo: Máximo de  $f(x) = x^2$  sobre los enteros  $\{1, 2, \dots, 32\}$

	Población inicial (fenotipos)	x valor genotipo	$f(x)$ valor (función adaptación)	$f(x)/\sum f(x)$ (probabilidad selección)	Probabilidad de selección acumulada
1	01101	13	169	0.14	0.14
2	11000	24	576	0.49	0.63
3	01000	8	64	0.06	0.69
4	10011	19	361	0.31	1.00
Suma			1170		
Media			293		
Mejor			576		

## Algoritmo Genético Simple

Emparejamiento de los individuos seleccionados	Punto de cruce	Descendientes	Nueva población descendientes mutados	x valor genotipo	$f(x)$ función adaptación
11000	2	11011	11011	27	729
10011	2	10000	10000	16	256
01101	3	01100	11100	28	784
11000	3	11001	11101	29	841
Suma					2610
Media					652.5
Mejor					841

# Índice

- 1 Introducción
- 2 Algoritmo Genético Simple (AGS)
- 3 Extensiones del Algoritmo Genético Simple**
- 4 Operadores genéticos para el problema del TSP



# Pseudocódigo

**BEGIN** AGA

Obtener la población inicial

**WHILE NOT** stop **DO**

**BEGIN**

Seleccionar padres de la población

Producir hijos a partir de los padres seleccionados

Mutar los individuos hijos

Extender la población añadiendo los hijos

Reducir la población extendida

**END**

**END** AGA

## Extensiones del AGS: Población

### Tamaño

- Poblaciones pequeñas riesgo de no cubrir adecuadamente el espacio de búsqueda
- Poblaciones grandes excesivo costo computacional
- A la vez estudios empíricos, tamaño comprendido entre  $n/2$  y  $n$

### Población inicial

- Al azar
- Resultado de búsqueda por medio de un optimizador local
  - Ventaja: aceleración del algoritmo
  - Desventaja: prematura convergencia hacia óptimos locales

## Extensiones del AGS: Función objetivo

### Funciones regulares

Dos individuos cercanos en el espacio de búsqueda, sus respectivos valores en las funciones objetivo similares

### Individuos sometidos a restricciones

- absolutista
- penalización de la función objetivo
  - número de restricciones violadas
  - coste esperado de reconstrucción

### Transformación de la función objetivo

- convergencia prematura: comprensión
- finalización lenta: expansión

## Extensiones del AGS: Función objetivo

### Devaluación de cromosomas muy cercanos

$d(l_t^j, l_t^i)$  distancia de Hamming entre los individuos  $l_t^j$  e  $l_t^i$ ,  $K \in \mathbb{R}^+$  a un parámetro

$$h(d(l_t^j, l_t^i)) = \begin{cases} K - d(l_t^j, l_t^i) & \text{si } d(l_t^j, l_t^i) < K, \\ 0 & \text{si } d(l_t^j, l_t^i) \geq K. \end{cases}$$

Para cada individuo  $l_t^j$ , definimos  $\sigma_j^t = \sum_{i \neq j} h(d(l_t^j, l_t^i))$ , valor que utilizaremos para devaluar la función objetivo del individuo en cuestión.  $g^*(l_t^j) = g(l_t^j) / \sigma_j^t$

## Extensiones del AGS: Selección

### Selección proporcional a la función objetivo

Denotando por  $p_{j,t}^{\text{prop}}$  la probabilidad de que el individuo  $l_t^j$  sea seleccionado como padre, se tiene que:

$$p_{j,t}^{\text{prop}} = \frac{g(l_t^j)}{\sum_{j=1}^{\lambda} g(l_t^j)}.$$

Invariante ante un cambio de escala, pero no ante una traslación

### Selección proporcional al rango del individuo

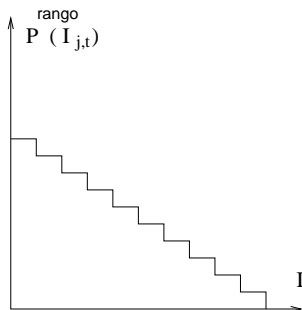
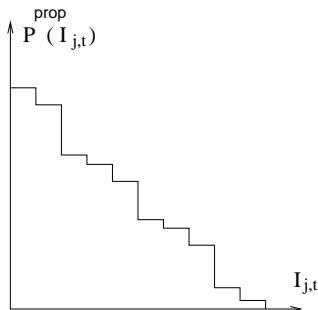
Produce una repartición más uniforme de la probabilidad de selección.

$$p_{j,t}^{\text{rango}} = \frac{\text{rango}(g(l_t^j))}{\lambda(\lambda + 1)/2}.$$

Invariante frente a la traslación y al cambio de escala

## Extensiones del AGS: Selección

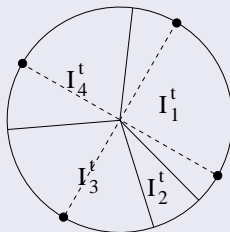
### *Selección (ii)*



Esquemas de selección de padres proporcional a la función objetivo (izquierda) y proporcional al rango de la función objetivo (derecha)

## Extensiones del AGS: Selección

### Muestreo universal estocástico



El individuo  $I_1^t$  se escoge 2 veces, mientras que  $I_3^t$  e  $I_4^t$  son elegidos una única vez

## Extensiones del AGS: Selección

### Modelo de selección elitista

El mejor individuo de la población en el tiempo  $t$ , seleccionado como padre

### Selección por torneo

Tamaño del torneo, (con o sin reemplazamiento), seleccionar el mejor individuo de este grupo, y repetir el proceso hasta que el número de individuos seleccionados coincida con el tamaño de la población



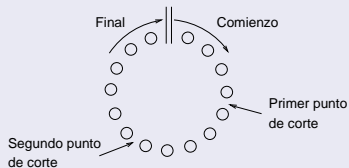
## Extensiones del AGS: Selección

### Clasificación de los operadores de selección

- *dinámicos*: variable (ej. proporcional función objetivo)
- *estáticos*: fija (ej. rango función objetivo)

## Extensiones del AGS: Cruce

### Cruce basado en dos puntos



### Individuo visto como un circuito

Padres

1 0 1 0	0 0 1	1 1 0	0 0 1 1	0 1 0	0 1 0
---------	-------	-------	---------	-------	-------

Descendientes

1 0 1 0	0 1 0	1 1 0	0 0 1 1	0 0 1	0 1 0
---------	-------	-------	---------	-------	-------

## Extensiones del AGS: Cruce

### Cruce uniforme

*máscara de cruce* generada aleatoriamente.

distribución de probabilidad de Bernoulli de parámetro 1/2

Máscara de cruce	1	0	0	1	0	0	1
Padre 1	1	1	0	1	1	0	1
	↓			↓			↓
Descendiente	1	0	0	1	1	1	1
		↑	↑		↑	↑	
Padre 2	0	0	0	1	1	1	0

## Extensiones del AGS: Cruce

### Cruce uniforme

Máscara de cruce	1 1 1 0 0 0 0	1 1 0 0 0 1
Padre 1	1 0 1 1 0 0 1	1 0 1 1 0 0
Descendiente	1 0 1 0 1 1 1	1 0 0 0 1 0
Padre 2	1 0 0 0 1 1 1	1 0 0 0 1 1

*Máscaras de cruce* para los operadores de cruce basados en 1 punto y en 2 puntos

## Extensiones del AGS: Cruce

### Cruce uniforme

- **Cruce uniforme basado en la función objetivo**

*máscara de cruce* generada aleatoriamente

distribución de probabilidad de Bernoulli de parámetro

$$p = g(l_t^j) / (g(l_t^j) + g(l_t^i))$$

donde  $l_t^j$  y  $l_t^i$  denotan los padres seleccionados para ser cruzados.

## Extensiones del AGS: Mutación

### Operador de mutación

- La mutación se considera un operador básico responsable de la aleatoriedad en la vecindad de los individuos de la población.
- Una evolución que consta tan sólo de selección y mutación supera con creces a una evolución basada exclusivamente en la selección y el cruce (Schaffer et al. 1989).
- La determinación del valor óptimo de la probabilidad de mutación es mucho crucial que el relativo a la probabilidad de cruce (Schaffer et al. 1989).

## Extensiones del AGS: Reducción

### Operador de reemplazo

Una vez obtenidos los individuos descendientes de una determinada población en el tiempo  $t$ , el proceso de reducción al tamaño original, consiste en escoger  $\lambda$  individuos de entre los  $\lambda$  individuos que forman parte de la población en el tiempo  $t$ , y los  $\lambda$  individuos descendientes de los mismos.

- **Reducción simple:** los  $\lambda$  individuos descendientes son los que forman parte de la población en el tiempo  $t + 1$ .
- **reducción elitista de grado  $\lambda$ :** se escogen de entre los  $2\lambda$  individuos, los  $\lambda$  individuos más adaptados al problema.

## Extensiones del AGS: Reducción

### Operador de reemplazo

El concepto de reducción está ligado con el de *tasa de reemplazamiento generacional*, es decir, el porcentaje de hijos con respecto del tamaño de la población:

- $t_{rg} = 1$  (Goldberg)
- $t_{rg} = \lambda^{-1}$  (Holland, Whitley)
- $MOD_{GA}$  (Michalewicz)  
 $r_1$  para reproducción,  $r_2$  para morir,  $\lambda - (r_1 + r_2)$  pasan a la siguiente generación



# Índice

- 1 Introducción
- 2 Algoritmo Genético Simple (AGS)
- 3 Extensiones del Algoritmo Genético Simple
- 4 Operadores genéticos para el problema del TSP**

## Representación basada en la trayectoria

### Operadores de Cruce

- Operador basado en una correspondencia parcial PMX,
- Operador basado en ciclos CX,
- Operador basado en el orden OX1,
- etc.

## Representación basada en la trayectoria

### Operadores de Mutación

- Operador basado en el desplazamiento DM,
- Operador basado en cambios EM,
- Operador basado en la inserción ISM,
- etc.

# Algoritmos genéticos

A. Moujahid

Grupo de Inteligencia Computacional  
Universidad del País Vasco UPV/EHU  
Curso 2014-2015