# Correctievoorschrift HAVO

2013

tijdvak 2

# wiskunde B (pilot)

Het correctievoorschrift bestaat uit:

- 1 Regels voor de beoordeling
- 2 Algemene regels
- 3 Vakspecifieke regels
- 4 Beoordelingsmodel
- 5 Inzenden scores

# 1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o.

Voorts heeft het College voor Examens (CvE) op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet CvE de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.

Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

- 1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Examens.
- 2 De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommitteerde toekomen.
- 3 De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Examens.

- De gecommitteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommitteerde.
- 4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
- Indien de examinator en de gecommitteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommitteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke gecommitteerde aanwijzen. De beoordeling van de derde gecommitteerde komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

# 2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Examens van toepassing:

- De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
- Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
- 3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
  - 3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend:
  - 3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel:
  - 3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
  - 3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
  - 3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
  - 3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;
  - 3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;
  - 3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;

- 3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.
- 4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
- 5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
- 6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
- Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
- 8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
- 9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen. Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur. De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.
- NB1 Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.
  Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten.
  Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht.
  Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.
- NB2 Als het College voor Examens vaststelt dat een centraal examen een onvolkomenheid bevat, kan het besluiten tot een aanvulling op het correctievoorschrift.

  Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt zo spoedig mogelijk nadat de onvolkomenheid is vastgesteld via Examenblad.nl verstuurd aan de examensecretarissen.

Soms komt een onvolkomenheid pas geruime tijd na de afname aan het licht. In die gevallen vermeldt de aanvulling:

#### NB

- a. Als het werk al naar de tweede corrector is gezonden, past de tweede corrector deze aanvulling op het correctievoorschrift toe.
- b. Als de aanvulling niet is verwerkt in de naar Cito gezonden WOLF-scores, voert Cito dezelfde wijziging door die de correctoren op de verzamelstaat doorvoeren.

Een onvolkomenheid kan ook op een tijdstip geconstateerd worden dat een aanvulling op het correctievoorschrift ook voor de tweede corrector te laat komt. In dat geval houdt het College voor Examens bij de vaststelling van de N-term rekening met de onvolkomenheid.

# 3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 78 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

- 1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
- 2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

# Beoordelingsmodel

Vraag

Antwoord

**Scores** 

# Windenergie

#### 1 maximumscore 3

Als de 60 000 gigawattuur windenergie 40% van het totaal is, dan is de voorspelde totale energiebehoefte maximaal

1

Het totaal is  $\frac{100}{40}$  · 60000 (GWh)

1

De voorspelde maximale totale energiebehoefte is dus 150 000 (GWh)

# **Opmerking**

Als een kandidaat met 50% in plaats van 40% heeft gerekend, voor deze vraag maximaal 1 scorepunt toekennen.

#### maximumscore 4 2

Voor de groeifactor g per jaar geldt  $g^{18} = \frac{239000}{2900}$ 

1

Beschrijven hoe hieruit g gevonden kan worden

 $g \approx 1,278$  (of nauwkeuriger) Dus het gevraagde groeipercentage is 27,8(%)

1

#### maximumscore 4 3

Na 2011 is de groeifactor per jaar 1,22

1

Er geldt  $1, 22^t = 2$ 

het jaar 2015

1

Beschrijven hoe hieruit de waarde van t gevonden kan worden

1

 $t \approx 3.5$  (of nauwkeuriger) dus in het jaar 2015

of

Na 2011 is de groeifactor per jaar 1,22

1

In 2014 geeft dit 434 000 (MW) (of nauwkeuriger)

In 2015 geeft dit 529 000 (MW) (of nauwkeuriger)

 $(2.239\,000 (= 478\,000))$  (MW) light tussen deze twee waarden in, dus) in

# Op het voetbalveld

## 4 maximumscore 4

- De afstand van S tot lijnstuk AB is 5,5 (m)
- Pythagoras in driehoek ASS' (met S' de loodrechte projectie van S op lijnstuk AB) geeft  $AS' = \sqrt{9,15^2 5,5^2}$  (m)
- Dus  $AS' = BS' \approx 7.31$  (m)
- De gevraagde afstand tussen A en B is dus 14,6 (m)

of

- Een vergelijking van het cirkeldeel (ten opzichte van het assenstelsel met oorsprong S waarvan de x-as evenwijdig is aan KL en de y-as evenwijdig is aan KN (met op beide assen 1 meter als eenheid)) is  $x^2 + y^2 = 9.15^2$
- De afstand van S tot lijnstuk AB is 5,5 (m)
- y = 5.5 invullen in  $x^2 + y^2 = 9.15^2$  geeft  $x^2 + 5.5^2 = 9.15^2$ , dus  $x \approx 7.31$  of  $x \approx -7.31$
- De gevraagde afstand tussen A en B is dus 14,6 (m)

## 5 maximumscore 4

- De grootte van hoek *PTQ* kan berekend worden met behulp van de cosinusregel
- (Toepassen van de cosinusregel op driehoek PTQ geeft)  $7.3^2 = 5^2 + 12^2 - 2 \cdot 5 \cdot 12 \cdot \cos(\angle PTO)$
- Beschrijven hoe hieruit  $\angle PTQ$  berekend kan worden
- $\angle PTQ \approx 15(^{\circ})$  (dus de gevraagde hoekgrootte is  $15(^{\circ})$ )

1

1

1

## **Debiet**

### 6 maximumscore 5

- $A = 3, 0 \cdot 1, 0 = 3, 0$
- $P = 3, 0 + 2 \cdot 1, 0 = 5, 0$
- A = 3,0 en P = 5,0 invullen in de formule geeft  $Q = 0,73 \cdot \frac{3,0^{\frac{3}{3}}}{5,0^{\frac{2}{3}}} \approx 1,6$  (of nauwkeuriger) dus het maximale debiet is (ongeveer) 1,6 m<sup>3</sup> per seconde
- 5000 m³ per uur komt overeen met 5000/3600 ≈ 1,4 m³ per seconde (of nauwkeuriger)
   Conclusie: de goot zal niet overstromen

## 7 maximumscore 5

- $A = 3, 0 \cdot h$
- P = 3, 0 + 2h
- De vergelijking  $0.73 \cdot \frac{(3.0 \cdot h)^{\frac{5}{3}}}{(3.0 + 2h)^{\frac{2}{3}}} = 1.0$  moet opgelost worden
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- $h \approx 0.73$  (dus de gevraagde hoogte is 0.73 meter of 73 centimeter)

# Raaklijnen aan twee parabolen

#### 8 maximumscore 6

- De x-coördinaat van de top van de grafiek van f is  $\frac{--\frac{1}{4}}{2 \cdot \frac{1}{8}}$
- De top van de grafiek van f is  $(1, 1\frac{7}{8})$
- De top van de grafiek van g is (0,0)
- De afstand tussen deze punten is  $\sqrt{(1-0)^2 + (1\frac{7}{8}-0)^2}$
- Het antwoord is  $\frac{17}{8}$  (of  $2\frac{1}{8}$ )

of

- $f'(x) = \frac{1}{4}x \frac{1}{4}$
- De x-coördinaat van de top van de grafiek van f is dus de oplossing van  $\frac{1}{4}x \frac{1}{4} = 0$
- De top van de grafiek van f is  $(1, 1\frac{7}{8})$
- De top van de grafiek van g is (0,0)
- De afstand tussen deze punten is  $\sqrt{(1-0)^2 + (1\frac{7}{8} 0)^2}$
- Het antwoord is  $\frac{17}{8}$  (of  $2\frac{1}{8}$ )

#### 9 maximumscore 6

- $f'(x) = \frac{1}{4}x \frac{1}{4}$
- Dit geeft  $f'(-2) = -\frac{3}{4}$ , dus  $rc_k = -\frac{3}{4}$
- *l* staat loodrecht op *k*, dus  $rc_l \cdot -\frac{3}{4} = -1$  en hieruit volgt  $rc_l = \frac{4}{3}$
- Uit  $-2x = \frac{4}{3}$  volgt  $(x = -\frac{2}{3})$  dus  $x_B = -\frac{2}{3}$
- Dit geeft  $y_B = g(-\frac{2}{3}) = -\frac{4}{9}$  (dus de coördinaten van B zijn  $(-\frac{2}{3}, -\frac{4}{9})$ )

# Cosinus met lijnen

### 10 maximumscore 3

- Beschrijven hoe de gevraagde waarde van *a* gevonden kan worden 1
- $a = 2\frac{1}{2}$  (of a = 2,5)

# Zuinig inpakken

#### maximumscore 3 11

- $O = (b+h) \cdot (2l+2h)$ 1
- Haakjes uitwerken geeft  $O = 2bl + 2bh + 2hl + 2h^2$ 2

#### 12 maximumscore 7

- Er geldt 2l + 2h = 120 en b + h = 502
- Uit de tweede vergelijking volgt h = 50 b1
- Dit invullen in de eerste vergelijking geeft 2l + 2(50 b) = 1201
- Haakjes uitwerken geeft 2l+100-2b=1201
- Hieruit volgt l = b + 101
- $I = l \cdot b \cdot h$  geeft  $I = (b+10) \cdot b \cdot (50-b)$  (en dit kan herschreven worden tot  $I = b \cdot (b+10) \cdot (50-b)$

of

- Er geldt 2l + 2h = 120 en b + h = 502
- Uit de tweede vergelijking volgt h = 50 b1
- Uit de eerste vergelijking volgt l = 60 h2
- h = 50 b invullen geeft l = 60 50 + b dus l = 10 + b
- $I = l \cdot b \cdot h$  geeft  $I = (10 + b) \cdot b \cdot (50 b)$  (en dit kan herschreven worden tot  $I = b \cdot (b+10) \cdot (50-b)$ 1

#### maximumscore 6 13

- Haakjes uitwerken geeft  $I = -b^3 + 40b^2 + 500b$ 2
- Differentiëren geeft  $\frac{dI}{db} = -3b^2 + 80b + 500$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking  $-3b^2 + 80b + 500 = 0$  opgelost kan worden (voor b > 0) 1
- $b \approx 32$  (of nauwkeuriger) 1
- Het antwoord ( $I \approx$ ) 24 192 (of 24 193) 1

# Raaklijn aan cirkel

#### maximumscore 3 14

 $x^{2} + y^{2} - 10x - 2y + 21 = 0$  herschrijven tot

$$(x-5)^2 - 25 + (y-1)^2 - 1 + 21 = 0$$

- 1 •  $(x-5)^2 - 25 + (y-1)^2 - 1 + 21 = 0$  herschrijven tot  $(x-5)^2 + (y-1)^2 = 5$ 1
- Dus de straal van c is  $\sqrt{5}$

## 15 maximumscore 8

- De lijn l (gaat door A(0, -4) dus) heeft een vergelijking van de vorm v = ax 4
- Voor de x-coördinaat van een gemeenschappelijk punt van l en c geldt dus  $x^2 + (ax-4)^2 10x 2(ax-4) + 21 = 0$
- Dit uitwerken tot  $(1+a^2)x^2 + (-10-10a)x + 45 = 0$
- (l en c hebben één gemeenschappelijk punt, dus deze vergelijking heeft één oplossing voor x en hieruit volgt dat) voor de discriminant D van deze vergelijking geldt: D = 0
- $D = (-10-10a)^2 4 \cdot (1+a^2) \cdot 45$
- Beschrijven hoe de vergelijking  $(-10-10a)^2 4 \cdot (1+a^2) \cdot 45 = 0$  op algebraïsche wijze opgelost kan worden
- De grootste oplossing is a = 2 (dus een vergelijking van l is y = 2x 4)

of

- De lijn l (gaat door A(0, -4) dus) heeft een vergelijking van de vorm y = ax 4 met  $a = rc_l$
- De gegeven vergelijking van c is te herschrijven tot  $(x-5)^2 + (y-1)^2 = 5$ , dus de coördinaten van M zijn (5,1) en  $BM = \sqrt{5}$   $(\approx 2,236 \text{ (of nauwkeuriger)})$
- $AM = \sqrt{(0-5)^2 + (-4-1)^2}$  dus  $AM = \sqrt{50}$  ( $\approx 7,071$  (of nauwkeuriger))
- (Omdat *l* raakt aan *c* geldt)  $\angle ABM = 90^{\circ}$  dus  $\sin(\angle BAM) = \frac{BM}{AM} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{50}}$ 
  - (of  $\frac{2,236}{7,071}$ ) ( $\approx 0,316$  (of nauwkeuriger))
- Hieruit volgt  $\angle BAM \approx 18,4^{\circ}$  (of nauwkeuriger)
- (De richtingscoëfficiënt van de lijn AM is  $\frac{1--4}{5-0} = 1$  dus) de hoek tussen de lijn AM en de x-as is  $45^{\circ}$
- De hoek tussen l en de x-as is dus (ongeveer)  $45^{\circ}+18, 4^{\circ}=63, 4^{\circ}$  (of nauwkeuriger)
- Dit geeft  $rc_l \approx \tan(63.4^\circ)$  (of nauwkeuriger) dus  $rc_l \approx 2.00$  (of  $rc_l = 2$ ) (dus een vergelijking van l is y = 2.00x - 4 (of y = 2x - 4))

of

1

1

1

1

1

•	De lijn $l$ (gaat door $A(0, -4)$ dus) heeft een vergelijking van de vorm	
	$y = ax - 4$ met $a = rc_l$	1
•	De gegeven vergelijking van $c$ is te herschrijven tot	
	$(x-5)^2 + (y-1)^2 = 5$ , dus de coördinaten van $M$ zijn $(5,1)$ en $BM = \sqrt{5}$	1
•	$AM = \sqrt{(0-5)^2 + (-4-1)^2}$ dus $AM = \sqrt{50}$	1
•	(Omdat <i>l</i> raakt aan <i>c</i> geldt) $\angle ABM = 90^{\circ}$ dus Pythagoras in driehoek	
	ABM geeft $AB = \sqrt{50-5} = \sqrt{45}$ en hieruit volgt dat B een snijpunt is	
	van de cirkel $c$ en de cirkel (met middelpunt $A$ en straal $\sqrt{45}$ en dus)	
	met vergelijking $(x-0)^2 + (y-4)^2 = 45$	1
•	Beschrijven hoe $x$ en $y$ op algebraïsche wijze uit deze vergelijking en de gegeven vergelijking van $c$ opgelost kunnen worden	2
•	De oplossing die behoort bij de grootste richtingscoëfficiënt van <i>l</i> is	
	x = 3 en $y = 2$ (dus de coördinaten van $B$ zijn $(3, 2)$ )	1
•	Dit geeft $rc_l = \frac{24}{3 - 0} = 2$ (dus een vergelijking van $l$ is $y = 2x - 4$ )	1

## Opmerking

Ook bij de oplossing die hierboven beschreven is, mogen op algebraïsche wijze verkregen tussenantwoorden zijn afgerond zo dat hieruit het eindantwoord in de gevraagde nauwkeurigheid afgeleid kan worden en mag het eindantwoord dan ook in de vorm y = 2,00x-4 gegeven zijn.

# Wortel met raaklijn

#### 16 maximumscore 3

- $f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+6}}$  (of een vergelijkbare vorm)
- Dit geeft  $f'(1\frac{1}{2}) = \frac{1}{3}$  (dus de helling van de grafiek van f in punt A is  $\frac{1}{3}$ )

## **Opmerking**

Als een kandidaat bij het differentiëren de kettingregel niet of niet correct heeft toegepast, voor deze vraag maximaal 1 scorepunt toekennen.

## 17 maximumscore 4

- De richtingscoëfficiënt van de raaklijn is  $\frac{1}{3}$ , dus de raaklijn heeft een vergelijking van de vorm  $y = \frac{1}{3}x + b$
- Invullen van de coördinaten van  $A(1\frac{1}{2}, 0)$  in  $y = \frac{1}{3}x + b$  geeft  $b = -\frac{1}{2}$
- (S ligt op BC, dus) de x-coördinaat van S is -3
- x = -3 invullen in  $y = \frac{1}{3}x \frac{1}{2}$  geeft  $y = -1\frac{1}{2}$ , zodat S de coördinaten  $(-3, -1\frac{1}{2})$  heeft (en dus is S het midden van BC)

of

- De richtingscoëfficiënt van de raaklijn is  $\frac{1}{3}$
- De raaklijn gaat door  $A(1\frac{1}{2},0)$  dus een vergelijking van deze lijn is  $y-0=\frac{1}{3}(x-1\frac{1}{2})$
- (S ligt op BC, dus) de x-coördinaat van S is -3
- x = -3 invullen in  $y 0 = \frac{1}{3}(x 1\frac{1}{2})$  geeft  $y = -1\frac{1}{2}$ , zodat S de coördinaten  $(-3, -1\frac{1}{2})$  heeft (en dus is S het midden van BC)

of

- De richtingscoëfficiënt van de raaklijn is  $\frac{1}{3}$
- $AB = 4\frac{1}{2}$
- Dus  $BS = \frac{1}{3} \cdot AB = 1\frac{1}{2}$
- Samen met BC = 3 geeft dit  $CS = 3 1\frac{1}{2} = 1\frac{1}{2} = BS$  (en dus is S het midden van BC)

## 5 Inzenden scores

Verwerk de scores van alle kandidaten per school in het programma WOLF. Zend de gegevens uiterlijk op 21 juni naar Cito.