# Correctievoorschrift HAVO

2016

tijdvak 2

# wiskunde A

Het correctievoorschrift bestaat uit:

- 1 Regels voor de beoordeling
- 2 Algemene regels
- 3 Vakspecifieke regels
- 4 Beoordelingsmodel
- 5 Inzenden scores

# 1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit VO.

Voorts heeft het College voor Toetsen en Examens op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet College voor toetsen en examens de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.

Voor de beoordeling zijn de volgende aspecten van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit VO van belang:

- 1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.
- De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de directeur van de school van de gecommitteerde toekomen. Deze stelt het ter hand aan de gecommitteerde.

- De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.

  De gecommitteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommitteerde.
- 4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het behaalde aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
- Indien de examinator en de gecommitteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommitteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke corrector aanwijzen. De beoordeling van deze derde corrector komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

# 2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Toetsen en Examens van toepassing:

- 1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
- Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het bij de toets behorende correctievoorschrift. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
- 3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
  - 3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
  - 3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
  - 3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
  - 3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
  - 3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
  - 3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;

- 3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;
- 3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;
- 3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.
- 4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
- 5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
- 6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
- Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Toetsen en Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
- 8 Scorepunten worden met inachtneming van het correctievoorschrift toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
- 9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen. Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur. De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.
- NB1 Het College voor Toetsen en Examens heeft de correctievoorschriften bij regeling vastgesteld. Het correctievoorschrift is een zogeheten algemeen verbindend voorschrift en valt onder wet- en regelgeving die van overheidswege wordt verstrekt. De corrector mag dus niet afwijken van het correctievoorschrift.
- NB2 Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.

  Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten.

  Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht.

Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

NB3 Als het College voor Toetsen en Examens vaststelt dat een centraal examen een onvolkomenheid bevat, kan het besluiten tot een aanvulling op het correctievoorschrift. Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt zo spoedig mogelijk nadat de onvolkomenheid is vastgesteld via Examenblad.nl verstuurd aan de examensecretarissen.

Soms komt een onvolkomenheid pas geruime tijd na de afname aan het licht. In die gevallen vermeldt de aanvulling:

#### NB

Als het werk al naar de tweede corrector is gezonden, past de tweede corrector deze aanvulling op het correctievoorschrift toe.

Een onvolkomenheid kan ook op een tijdstip geconstateerd worden dat een aanvulling op het correctievoorschrift te laat zou komen. In dat geval houdt het College voor Toetsen en Examens bij de vaststelling van de N-term rekening met de onvolkomenheid.

# 3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 81 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn verder de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

- 1 Voor elke rekenfout wordt 1 scorepunt in mindering gebracht tot het maximum van het aantal scorepunten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
- 2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen geven de kandidaten een toelichting waaruit blijkt hoe zij de GR hebben gebruikt.
- 3 Als de kandidaat bij de beantwoording van een vraag een notatiefout heeft gemaakt en als gezien kan worden dat dit verder geen invloed op het eindantwoord heeft, wordt hiervoor geen scorepunt in mindering gebracht.

# 4 Beoordelingsmodel

Vraag

Antwoord

**Scores** 

1

1

1

1

1

1

# BMI, hoger dan je denkt

#### 1 maximumscore 3

- In 19 jaar is de gemiddelde lengte met 3,1 (cm) toegenomen
- In 50 jaar neemt de gemiddelde lengte toe met  $\frac{3,1}{19} \cdot 50 \ (\approx 8,2) \ (\text{cm})$
- Het antwoord: 180,4+8,2=188,6 (cm) (of nauwkeuriger)

# Opmerkingen

- Als er is doorgerekend met  $\frac{3,1}{19} = 0,16$ , leidend tot het antwoord
  - 188,4 (cm), hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.
- Het eindantwoord mag worden afgerond op een geheel getal.

#### 2 maximumscore 4

- Het aflezen van de punten (0;165,9) en (19;167,7)
- $a = \frac{167,7-165,9}{19} (\approx 0,1)$
- $l = 0.1 \cdot t + 165.9$  (of nauwkeuriger)

# Opmerkingen

- Bij het aflezen is een marge van 0,1 cm toegestaan.
- Voor de berekening van a uitsluitend 0 of 2 scorepunten toekennen.

#### 3 maximumscore 4

- De werkelijke gemiddelde lengte was (168,7-0.9 =) 167,8 (cm)
- Bij een normale verdeling met gemiddelde 168,7 en standaardafwijking 6,0 moet worden berekend P(lengte > 167,8)
- Beschrijven hoe deze kans met de GR berekend kan worden 1
- Het antwoord: 56(%) (of nauwkeuriger)

### 4 maximumscore 3

- Met eigen schattingen wordt G kleiner (dus de teller wordt kleiner) en daarmee wordt de BMI kleiner (dus is er bij minder mensen sprake van overgewicht)
- L wordt groter (dus  $L^2$  wordt ook groter)
- Er wordt door een groter getal gedeeld en daarmee wordt de *BMI* kleiner (dus is er bij minder mensen sprake van overgewicht)

# Levensverwachting van ouderen

5	<ul> <li>maximumscore 4</li> <li>De kansen om ten minste 80 en ten minste 90 jaar te worden zijn 0,76 respectievelijk 0,34</li> <li>Van de 65-jarige vrouwen wordt 76% ten minste 80 jaar en 34% ten minste 90 jaar</li> <li>Het antwoord: (76-34=) 42(%)</li> </ul>	1 1 2
	<ul> <li>Opmerkingen</li> <li>De kansen mogen afgelezen worden met een marge van 0,01.</li> <li>Voor het antwoord 0,76·(1 – 0,34)·100(%) = 50(%) (of nauwkeuriger) maximaal 2 scorepunten toekennen.</li> </ul>	
6	<ul> <li>maximumscore 4</li> <li>Het aantal mannen X in de onderzoeksgroep dat ten minste 80 jaar wordt, is binomiaal verdeeld met n = 508 en p = 0,52</li> <li>P(X = 254) moet berekend worden</li> <li>Beschrijven hoe deze kans met de GR berekend kan worden</li> <li>Het antwoord: 0,02 (of 2%) (of nauwkeuriger)</li> </ul>	1 1 1
7	<ul> <li>maximumscore 5</li> <li>Het aantal vrouwen X in de onderzoeksgroep dat ten minste 80 jaar wordt, is binomiaal verdeeld met n = 219 en p = 0,71</li> <li>De kans (P(150 &lt; X &lt; 165) =) P(X ≤ 164) – P(X ≤ 150) moet worden berekend</li> <li>Beschrijven hoe deze kans met de GR berekend kan worden</li> <li>Het antwoord: 0,68 (of 68%) (of nauwkeuriger)</li> </ul>	1 2 1
	<ul> <li>Opmerkingen</li> <li>De succeskans p mag afgelezen worden met een marge van 0,01.</li> <li>Voor het formuleren van de juiste kans in de vorm</li> <li>P(X ≤164) - P(X ≤150) uitsluitend 0 of 2 scorepunten toekennen.</li> </ul>	
8	<ul> <li>maximumscore 5</li> <li>Het aantal vrouwen X in de onderzoeksgroep dat ten minste 90 jaar wordt, is binomiaal verdeeld met n = 219 en p = 0,26</li> <li>Beschrijven hoe P(X ≥ 50) berekend kan worden</li> <li>Deze kans is 0,875 (of nauwkeuriger)</li> <li>De kans dat het onderzoek voortduurt, is 0,816·0,875</li> <li>Het antwoord: 0,71 (of 71%) (of nauwkeuriger)</li> </ul>	1 1 1 1

# **Opmerking**

Als gerekend wordt met 0,88, leidend tot het antwoord 0,72 (of 72%) (of nauwkeuriger), hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

# Random close packing

## 9 maximumscore 3

- $I_{\text{knikker}} = 0.5236 \cdot 1.3^3 \approx 1.15 \text{ (cm}^3)$
- Het aantal knikkers is  $\frac{0.64 \cdot 800}{1.15}$
- Het antwoord: 445 (knikkers)

## 10 maximumscore 3

• 
$$K = \frac{0.64 \cdot I_{\text{pot}}}{0.5236 \cdot d^3}$$

• 
$$K = \frac{0.64}{0.5236} \cdot \frac{I_{\text{pot}}}{d^3}$$

• 
$$K = 1,222 \cdot \frac{I_{\text{pot}}}{d^3}$$

# **Opmerking**

Als uitsluitend met een of meer getallenvoorbeelden is gewerkt, voor deze vraag geen scorepunten toekennen.

#### 11 maximumscore 4

- Het gebruik van de normaleverdelingsfunctie met variabele standaardafwijking
- Bij de grenswaarden 63,4 en 64,6 hoort de kans 0,999
- Beschrijven hoe de standaardafwijking met de GR gevonden kan worden
- Het antwoord: 0,18

1

## 12 maximumscore 5

•	De vergelijking $0.0191 \cdot p \cdot \frac{1050}{0.95^3} = 1500$ moet worden opgelost	1
•	Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden	1
•	Dit geeft $p \approx 64,13$	1
•	Beschrijven hoe met de normaleverdelingsfunctie met gemiddelde 64,0 en standaardafwijking 0,2 op de GR de kans dat <i>p</i> groter is dan 64,13	
	kan worden berekend	1
•	Het antwoord: 0.26 (of 26%) (of nauwkeuriger)	1

## Opmerkingen

- Er mag met de berekende standaardafwijking van vraag 11 worden gerekend.
- Als gerekend wordt met de tussentijds afgeronde waarde p = 64,1 leidend tot het antwoord 0,31, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

#### 13 maximumscore 3

De diameter moet 1,5 cm zijn (want voor het maximale aantal knikkers moet de diameter zo klein mogelijk zijn)
Het percentage gevulde ruimte moet 65 zijn (want zo groot mogelijk)
(Het maximale aantal knikkers is 0,0191·65·1000/1,5³, dus)
het antwoord is: 367 (of 368)

# **Thermosflessen**

#### 14 maximumscore 5

Na 6 uur is de temperatuur 72,5 (°C)
De veranderingen per twee uur in de eerste zes uur zijn -9,5; -8,0 en -7,5
De begintemperatuur is 72,5+7,5+8,0+9,5
Het antwoord: 97,5 (°C) (of 98 (°C))
1

## **Opmerkingen**

- Bij het aflezen is een marge van 0,1 graad toegestaan.
- Voor elke foutief afgelezen verandering 1 scorepunt in mindering brengen, tot een maximum van 2 scorepunten.

#### 15 maximumscore 4

- De groeifactor per zes uur is  $\frac{77,1}{85,8}$  De groeifactor per uur is  $\left(\frac{77,1}{85,8}\right)^{\frac{1}{6}}$
- De groeifactor is 0,9823 (of nauwkeuriger)
  Het antwoord: 1,77(%)
  1

# **Opmerking**

Als met de gegevens na 6 en 8 uur of na 8 en 12 uur gerekend is, met als antwoord 1,76(%) respectievelijk 1,77(%), hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

#### 16 maximumscore 5

Voor de temperatuur T geldt T = 77,1·0,982<sup>t</sup>, met t de tijd in uren vanaf het moment dat de thermosfles 12 uur in de testomgeving staat
 De vergelijking 77,1·0,982<sup>t</sup> = 65 moet worden opgelost
 Beschrijven hoe deze vergelijking met de GR kan worden opgelost
 De oplossing is t≈9,4
 Het antwoord: 21 uur

## **Opmerking**

Als correct gerekend wordt met een nauwkeuriger waarde voor de groeifactor, of als een ander startmoment dan 12 uur wordt gebruikt, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

Vraag

Antwoord

**Scores** 

## **QR-code**

## 17 maximumscore 3

- Van de laatste (21-8=)13 hokjes zijn er (14-7=)7 zwart
   (of (7-1=)6 wit)
- Er zijn  $\binom{13}{7}$  (of  $\binom{13}{6}$ ) mogelijkheden
- Het antwoord: 1716

# **Opmerking**

Voor het antwoord  $\binom{21}{7}$ =116 280 maximaal 1 scorepunt toekennen.

## 18 maximumscore 3

- $a = \frac{177 21}{40 1} (= 4)$
- $21 = 4 \cdot 1 + b$ , dus b = 17

## **Opmerking**

Voor de berekening van a uitsluitend 0 of 2 scorepunten toekennen.

#### 19 maximumscore 4

- De totale ruimte bestaat uit  $(4+177+4)^2 = 34225$  hokjes
- De witte rand bestaat uit  $34225-177^2 = 2896$  (of:  $177 \cdot 4 \cdot 4 + 64 = 2896$ ) hokjes
- Het gevraagde percentage is  $\frac{2896}{34225} \cdot 100(\%)$
- Het antwoord: 8,5(%)

of

- De totale ruimte bestaat uit  $(4+177+4)^2 = 34225$  hokjes
- De code bestaat uit  $177^2 = 31329$  hokjes
- De code beslaat  $\frac{31\,329}{34\,225} \cdot 100(\%) (= 91,54\%)$  van de totale ruimte
- Het antwoord: 8,5(%)

#### **Opmerking**

Als gerekend wordt met een totale ruimte bestaande uit  $(177 + 4)^2 = 32761$ , voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.

20 maximumscore 3 De kans dat een QR-code niet beschadigd raakt (en dus goed te lezen is) is 0,85 1 De kans dat zo'n postpakket licht beschadigd is, maar de QR-code toch goed gelezen kan worden, is  $0.15 \cdot 0.25 = 0.0375$ 1 Het antwoord: (0.85 + 0.0375 is afgerond) 0.8881 of De gevraagde kans is 1–P (de QR-code is niet goed te lezen) 1 Deze kans is  $1 - 0.15 \cdot 0.75$ 1 Het antwoord: 0,888 21 maximumscore 4 Het aantal goed gelezen QR-codes X is binomiaal verdeeld met n = 200en p = 0.891  $P(X \ge 180) = 1 - P(X \le 179)$ 1 Beschrijven hoe deze kans met de GR berekend kan worden 1 Het antwoord: 0,38 (of 38%) (of nauwkeuriger) 1 **Opmerking** Als gerekend wordt met p = 0.888 of p = 0.8875, leidend tot het antwoord 0,34 (of 34%) (of nauwkeuriger), hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

## 5 Inzenden scores

Antwoord

Vraag

Verwerk de scores van alle kandidaten per examinator in het programma WOLF. Zend de gegevens uiterlijk op 28 juni naar Cito.

11

Scores