

Serie 2
Tema 2.- Funciones

1) Sea la función

$$g(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{si } -5 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 & \text{si } \frac{1}{2} < x < \frac{3}{2} \\ \left|x - \frac{3}{2}\right| & \text{si } x > \frac{3}{2} \end{cases}$$

Determinar su dominio y recorrido, así como su gráfica.

2) Sea la función

$$f: \begin{cases} x = t - 2 \\ y = \sqrt{t} \end{cases}; t \geq 0$$

- a) Expresar la función en forma explícita.
- b) Obtener su función inversa.
- c) Determinar el dominio y recorrido de f y f^{-1} .
- d) Graficar f y f^{-1} .

3) Sean $f(x) = \sqrt{4-x}$ y $g(x) = \sqrt{16-x^2}$. Determinar el dominio y el recorrido de $(g \circ f)(x)$.

4) Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} 2 + \sqrt{(x+1)^2 - 4} & \text{si } x \in (-\infty, -3] \\ 2 - \sqrt{4 - (x+1)^2} & \text{si } x \in (-3, 1) \\ 2 + \sqrt{x-1} & \text{si } x \in (1, 5) \end{cases}$$

Obtener:

- a) El dominio y el recorrido de f .
- b) La gráfica de f .

5) Determinar si la función $f = \{(x, y) | 9(x-2)^2 - 81(y-4)^2 = 81, x \leq -1, y \geq 4\}$ es inyectiva. Si lo es, obtener su función inversa, el dominio y recorrido de ambas funciones. Trazar las gráficas de f y f^{-1} .

6) Determinar el valor de x que satisface la ecuación:

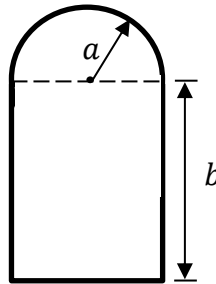
$$\ln\left(\frac{x-4}{x-2}\right) = 1 + \ln\left(\frac{x-5}{x-2}\right)$$

7) Para la función expresada en forma paramétrica:

$$f: \begin{cases} x = 3 \sec \theta \\ y = 4 \tan \theta \end{cases}; 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$$

Obtener la regla de correspondencia de f^{-1} en forma cartesiana, así como trazar la gráfica de f y f^{-1} .

8) Se requiere construir un túnel cuya sección tiene las características mostradas en la figura. Por restricciones constructivas, dicha sección debe tener un perímetro de 40 [m]. Obtener una función que represente el área de la sección en términos exclusivamente de a .



9) Se desea fabricar un recipiente sin tapa con forma de prisma de base cuadrada con un volumen de 2[m³]. Si el costo del material para la base es \$20 por cada metro cuadrado y el de las paredes laterales es \$40 por cada metro cuadrado, formular una función que represente el costo del recipiente en términos de la longitud de un lado de su base.