

Прикладная теория типов

Домашнее задание 2 (просто типизированное λ -исчисление)

22 октября 2022 г.

Домашняя работа принимается до 23:59 22 ноября 2022, кроме задач, помеченных звёздочкой, которые принимаются до конца семестра. Решения можно набрать в TeX или написать разборчивым текстом на бумаге и отсканировать. Домашняя работа принимается в виде **одного** pdf файла на почту m.voronov@gse.cs.msu.ru. Вопросы по домашнему заданию можно задавать или по почте, или в ТГ-группе курса.

1. (5 баллов) Для приведённых ниже термов запишите, могут ли они быть типизированы в λ_{\rightarrow} а-ля Карри и а-ля Чёрч, если могут, то приведите возможный тип для обоих способов типизации или одного, если возможен только один. А если типизация не возможна, то обоснование, почему нет:

- xy
- xyy
- xyx
- $x(xy)$
- $x(yx)$

2. (10 баллов) Найдите типы а-ля Карри и а-ля Чёрч для

- $zero = \lambda f x.x$
- $one = \lambda f x.f x$
- $two = \lambda f x.f(f x)$
- $K = \lambda x y.x$
- $S = \lambda f g x.f x(g x)$

3. (2 балла) Укажите типы связанных переменных в терме $\lambda x y.y(\lambda z.yx)$ такие, что тип данного терма станет $(\gamma \rightarrow \beta) \rightarrow ((\gamma \rightarrow \beta) \rightarrow \beta) \rightarrow \beta$

4. (4 балла) Постройте замкнутый терм типа $(\gamma \rightarrow \epsilon) \rightarrow ((\gamma \rightarrow \epsilon) \rightarrow \epsilon) \rightarrow \epsilon$, которому было бы нельзя приписать тип $\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \epsilon) \rightarrow \epsilon$.

5. Определите, обитаемы ли данные типы в пустом контексте, если да, то приведите пример с соответствующими выводом а-ля Карри:

- (2 балла) $(\alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \gamma) \rightarrow \alpha \rightarrow \beta \rightarrow \gamma$
- (2 балла) $((\alpha \rightarrow \gamma) \rightarrow \alpha) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma) \rightarrow \beta \rightarrow \gamma$
- (2 балла)* $((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha) \rightarrow (\alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha$
- (3 балла)* $((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha) \rightarrow (\alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \beta$

6. (9 баллов) Найдите терм типа τ в контексте Γ с соответствующим выводом а-ля Карри:

- $\tau = (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha \rightarrow \gamma, \Gamma \equiv x : \alpha \rightarrow \beta \rightarrow \gamma$
- $\tau = \alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \gamma, \Gamma \equiv x : \alpha \rightarrow \beta \rightarrow \alpha \rightarrow \gamma$
- $\tau = (\alpha \rightarrow \gamma) \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha) \rightarrow \gamma, \Gamma \equiv x : (\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow \gamma$