In [1]:
```
import numpy as np; import matplotlib.pyplot as plt; import scipy.stats as stats
%matplotlib inline
```

Практическая проверка работы центральной предельной теоремы

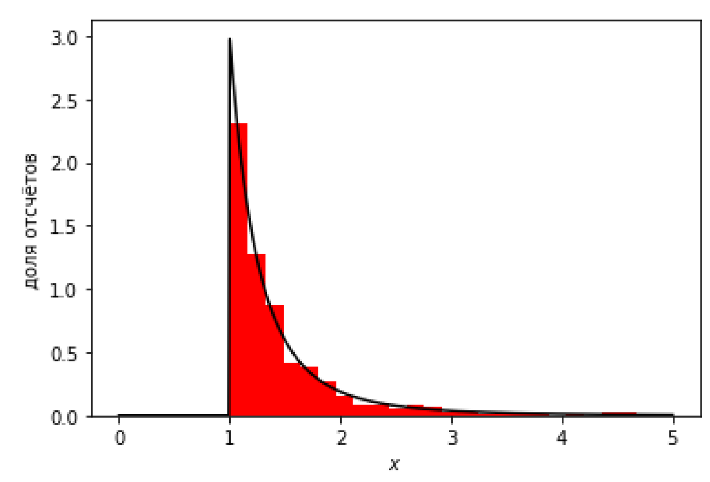
Сгенерируем выборку объёма 1000 из распределения Парето с параметрами xm, k

In [2]:
```
# зададим случайную величину с распределением Парето с параметрами xm, k;
# xm - минимальное значение - по умолчанию = 1
k = 3  # параметр распределения
rv = stats.pareto(k)
# сгенерируем выборку из 1000 значений этой случайной величины
rv_samples = rv.rvs(1000)
```

Построим гистограмму выборки и кривую теоретической плотности распределения поверх неё:

In [3]:
```
# строим гистограмму
plt.hist(rv_samples, range=(1,5), bins=25, density=True, color='red')
# задаём массив аргументов для построения плотности вероятности
x = np.linspace(0,5,500)
# строим плотность вероятности
plt.plot(x, rv.pdf(x), color='black')
# подписываем оси абсцисс и ординат
plt.ylabel('доля отсчётов'); plt.xlabel('$x$')
```

Out[3]:
```
Text(0.5, 0, '$x$')
```



Оценим распределение выборочного среднего случайной величины при разных объёмах выборок.

Известно, что для распределения Парето с k>1: математическое ожидание (если xm=1): mu = k/(k-1); дисперсия (квадрат ско) (если xm=1): ((1/k-1)^2)*(k/k-2)

In [4]:
```
mu = k/(k-1)
sigma = (k/(k-1)/(k-1)/(k-2))**0.5
print(mu, sigma)
```

```
1.5 0.8660254037844386
```

Пусть n = 5. Сгенерируем 1000 выборок объёма n, и построим гистограмму распределения выборочных средних значений

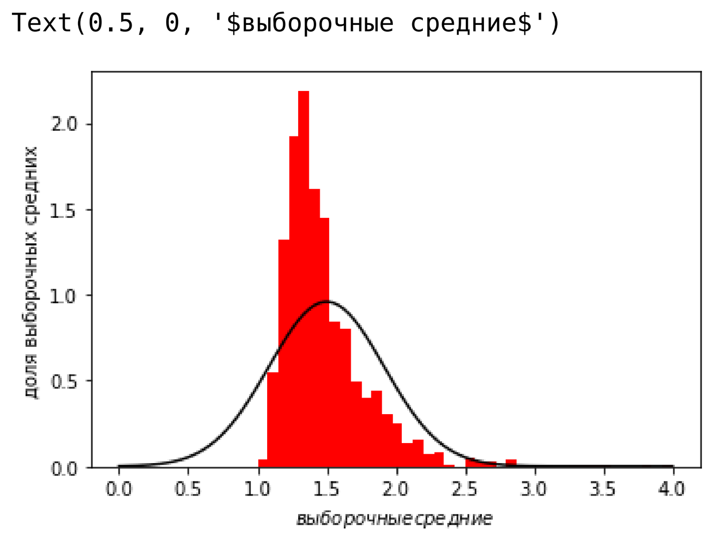
In [5]:
```
n = 5
v = [] # заготовим пустой массив для размещения в него выборочных средних

# задаём массив аргументов для построения плотности вероятности
x = np.linspace(0, 4, 400)

for i in range(1000):
    samples = rv.rvs(n)
    v.append(sum(samples)/n)

plt.hist(v, range=(1, 4), bins=40, density=True, color='red')
# строим нормальное распределение с параметрами согласно ЦПТ: mu, sigma/n
gauss = stats.norm(mu, (sigma/n)**0.5)
plt.plot(x, gauss.pdf(x), color='black')
plt.ylabel('доля выборочных средних'); plt.xlabel('$выборочные средние$')
```

Out[5]:
```
Text(0.5, 0, '$выборочные средние$')
```



Пусть n = 50. Сгенерируем 1000 выборок объёма n, и построим гистограмму распределения выборочных средних значений

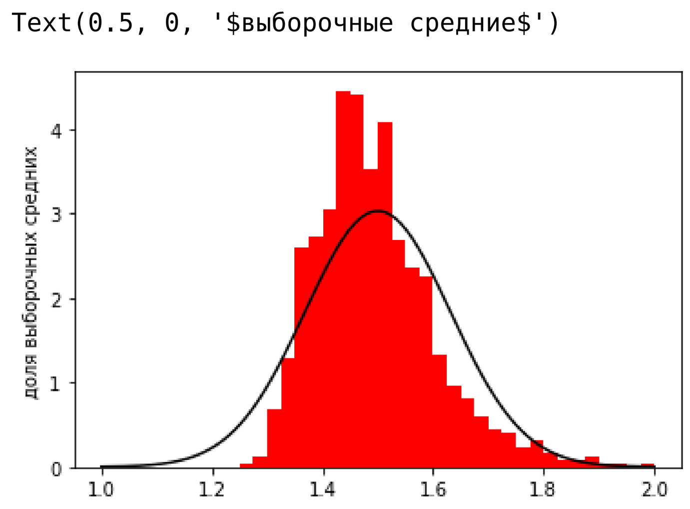
In [6]:
```
n = 50
v = [] # заготовим пустой массив для размещения в него выборочных средних

# задаём массив аргументов для построения плотности вероятности
x = np.linspace(1, 2, 200)

for i in range(1000):
    samples = rv.rvs(n)
    v.append(sum(samples)/n)

plt.hist(v, range=(1, 2), bins=40, density=True, color='red')
# строим нормальное распределение с параметрами согласно ЦПТ: mu, sigma/n
gauss = stats.norm(mu, (sigma/n)**0.5)
plt.plot(x, gauss.pdf(x), color='black')
plt.ylabel('доля выборочных средних'); plt.xlabel('$выборочные средние$')
```

Out[6]:
```
Text(0.5, 0, '$выборочные средние$')
```



Пусть n = 500. Сгенерируем 1000 выборок объёма n, и построим гистограмму распределения выборочных средних значений

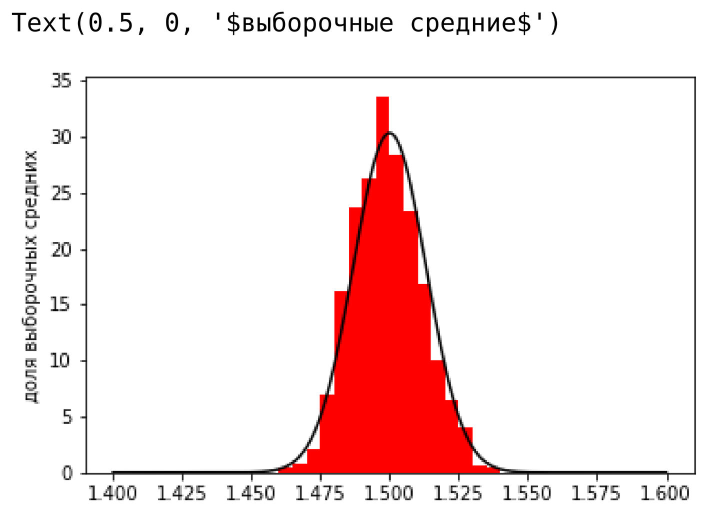
In [7]:
```
n = 5000
v = [] # заготовим пустой массив для размещения в него выборочных средних

# задаём массив аргументов для построения плотности вероятности
x = np.linspace(1.4, 1.6, 200)

for i in range(1000):
    samples = rv.rvs(n)
    v.append(sum(samples)/n)

plt.hist(v, range=(1.4, 1.6), bins=40, density=True, color='red')
# строим нормальное распределение с параметрами согласно ЦПТ: mu, sigma/n
gauss = stats.norm(mu, (sigma/n)**0.5)
plt.plot(x, gauss.pdf(x), color='black')
plt.ylabel('доля выборочных средних'); plt.xlabel('$выборочные средние$')
```

Out[7]:
```
Text(0.5, 0, '$выборочные средние$')
```



Выводы:

1. Центральная предельная теорема подтверждена.
2. По мере увеличения n, аппроксимация распределения выборочных средних нормальным распределением становится всё лучше.

In [ ]: