

Задание:

A palindromic number reads the same both ways. The largest palindrome made from the product of two 2-digit numbers is $9009 = 91 \times 99$.

Find the largest palindrome made from the product of two 3-digit numbers.

Ответ:

К сожалению, я не нашел и не придумал никакого другого способа получать палиндромы, которые раскладываются в произведение двух трехзначных чисел, кроме как перебора трехзначных чисел и смотреть, является ли их произведение палиндромом.

Цель была как можно сильнее сократить перебор всех произведений.

Нужных нам чисел для перебора 900 штук (100 — 999).

Полный перебор даст $N^2 = 81 \times 10^4$ — это плохо. Вспоминаем, что умножение коммутативно, уменьшаем перебор примерно в два раза и получаем 4×10^5 , тоже плохо.

Идем дальше, нам нужно проверять произведение чисел от большего к меньшему, тогда среди всех палиндромов на переборе нужно найти максимальный. Все еще имеем 4×10^5 .

Запишем первые произведения с конца в треугольную матрицу:

	999	998	997	996
999	998001	997002	996003	995004
998		996004	995006	993010
997			994009	993012
996				992016

Замечаем, что произведения идут по убыванию по диагоналям:

	999	998	997	996
999	998001	997002	996003	995004
998		996004	995006	993010
997			994009	993012
996				992016

Ага! Значит надо перебирать числа в таком порядке: идти по диагоналям, и в каждой диагонали от главной диагонали матрицы в сторону правого верхнего угла.

Как их перебирать? Запишем первые числа перебора в виде произведения 3-значных множителей:

- 0-ая диагональ
 - 999×999
- 1-ая диагональ

- $999*998$
- 2-ая диагональ
 - $998*998$
 - $999*997$
- 3-я диагональ
 - $998*997$
 - $999*996$
- 4-ая диагональ
 - $997*997$
 - $998*996$
 - $999*995$

Замечаем зависимости:

1. Если номер диагонали кратный двум, то начинаем мы с перемножения двух чисел вида $999-*\text{номер диагонали}*/2$
 - а. Если номер не кратный, то начинаем с умножения чисел $(999-*\text{номер диагонали}*/2)$ на $(999-*\text{номер диагонали}*/2 - 1)$
2. Дальнейшие числа в диагонали получаются рекурсивно:
 - а. Если первое число меньше 1000, то первое число умножаем на второе
 - б. Увеличиваем первое число на единицу
 - с. Уменьшаем второй число на единицу

Таким образом, наш перебор будет перебирать произведения чисел в убывающем порядке, и при нахождении первого палиндрома мы можем заканчивать процедуру, т.к. нашли палиндром, который является произведением двух трехзначных чисел и при этом является максимально возможным.

Примерное время выполнения около 5 миллисекунд. Или 2203 проверки, является ли число палиндромом.

Дополнение.

Число проверяем на палиндром таким образом:

1. Переводим число в строку.
2. Находим обратную к ней строку.
3. Сравниваем на идентичность.