Задание:

A palindromic number reads the same both ways. The largest palindrome made from the product of two 2-digit numbers is 9009 = 91 х 99.

Find the largest palindrome made from the product of two 3-digit numbers.

Ответ:

К сожалению, я не нашел и не придумал никакого другого способа получать палиндромы, которые раскладываются в произведение двух трехзначных чисел, кроме как перебора трехзначных чисел и смотреть, является ли их произведение палиндромом.

Цель была как можно сильнее сократить перебор всех произведений.

Нужных нам чисел для перебора 900 штук (100 — 999).

Полный перебор даст N^2 = 81 \* 10^4 — это плохо. Вспоминаем, что умножение коммутативно, уменьшаем перебор примерно в два раза и получаем 4 \* 10^5, тоже плохо.

Идем дальше, нам нужно проверять произведение чисел от большего к меньшему, тогда среди всех палиндромов на переборе нужно найти максимальный. Все еще имеем 4\*10^5.

Запишем первые произведения с конца в треугольную матрицу:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 999 | 998 | 997 | 996 |
| 999 | 998001 | 997002 | 996003 | 995004 |
| 998 |  | 996004 | 995006 | 993010 |
| 997 |  |  | 994009 | 993012 |
| 996 |  |  |  | 992016 |

Замечаем, что произведения идут по убыванию по диагоналям:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 999 | 998 | 997 | 996 |
| 999 | 998001 | 997002 | 996003 | 995004 |
| 998 |  | 996004 | 995006 | 993010 |
| 997 |  |  | 994009 | 993012 |
| 996 |  |  |  | 992016 |

Ага! Значит надо перебирать числа в таком порядке: идти по диагоналям, и в каждой диагонали от главной диагонали матрицы в сторону правого верхнего угла.

Как их перебирать? Запишем первые числа перебора в виде произведения 3-значных множителей:

* 0-ая диагональ
  + 999\*999
* 1-ая диагональ
  + 999\*998
* 2-ая диагональ
  + 998\*998
  + 999\*997
* 3-я диагональ
  + 998\*997
  + 999\*996
* 4-ая диагональ
  + 997\*997
  + 998\*996
  + 999\*995

Замечаем зависимости:

1. Если номер диагонали кратный двум, то начинаем мы с перемножения двух чисел вида 999-\*номер диагонали\*/2
   1. Если номер не кратный, то начинаем с умножения чисел (999-\*номер диагонали\*/2) на (999-\*номер диагонали\*/2 -1)
2. Дальнейшие числа в диагонали получаются рекурсивно:
   1. Если первое число меньше 1000, то первое число умножаем на второе
   2. Увеличиваем первое число на единицу
   3. Уменьшаем второй число на единицу

Таким образом, наш перебор будет перебирать произведения чисел в убывающем порядке, и при нахождении первого палиндрома мы можем заканчивать процедуру, т.к. нашли палиндром, который является произведением двух трехзначных чисел и при этом является максимально возможным.

Примерное время выполнения около 5 миллисекунд. Или 2203 проверки, является ли число палиндромом.

Дополнение.

Число проверяем на палиндром таким образом:

1. Переводим число в строку.
2. Находим обратную к ней строку.
3. Сравниваем на идентичность.