

# пробник епта

## 1 задача

$$\begin{aligned} \text{Дисперсия} &= \text{Var}(X) = E[X^2] - (E[X])^2 \\ E[X] &= n_1 \cdot p_1 + n_2 \cdot p_2 \end{aligned}$$

В нашей задачке при  $n_1 = 0, n_2 = 2, p_1 = 1 - p_1, p_2 = p_1$

$$\begin{aligned} E[X] &= 0 \cdot (1 - p_1) + 2 \cdot p_1 = 2p_1 \\ E[X^2] &= 0^2 \cdot (1 - p_1) + 2^2 \cdot p_1 = 4p_1 \end{aligned}$$

Итого:

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) &= E[X^2] - (E[X])^2 = 4p_1 - 4p_1^2 = 1 \implies 4p_1^2 - 4p_1 + 1 = 0 \implies \\ (2p_1 - 1)^2 &= 0 \implies p_1 = 0.5 \implies E[X] = 2p_1 = 1 \end{aligned}$$

## 2 задача

Среднее значение = мат. ожидание =  $\mu = E[X]$

$$\text{Дисперсия} = \text{Var}(X) = \sigma^2$$

Если дано  $\mu_X, \sigma_X^2, Y = aX + b$ :

$$\begin{aligned} E[Y] &= \mu_Y = a \cdot \mu_X + b = a \cdot n_X \cdot p_X + b \\ \text{Var}(Y) &= \sigma_Y^2 = a^2 \cdot \text{Var}(X) = a^2 \cdot \sigma_X^2 = a^2 \cdot n_X \cdot p_X \cdot (1 - p_X) \end{aligned}$$

## 3 задача

Вид распределения Пуассона:

- Количество опечаток в книге
- Число звонков, поступивших на колл-центр за час
- Число автомобилей, проехавших через перекрёсток за минуту
- $\mu = \sigma^2 = \lambda$

**Среднее количество событий за фиксированное время или область —  $\lambda$**

Если случайная величина  $X$  — это число событий в фиксированном интервале или области,

то распределение Пуассона определяется как:

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$$

$$P(X \geq k) = 1 - P(X < k) = 1 - P(X = 1) - P(X = 2) - \dots - P(X = k - 1) \implies$$

В нашем случае  $\lambda = 1$ , а надо найти  $P(X \geq 3)$

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - P(1) - P(2) - P(0)$$

## 4 задача

---

$$f(x) = k \cdot g(x) \implies \int_a^b k \cdot g(x) = 1$$

$$P(X < t | X < r) = \frac{P(X < t \cap X < r)}{P(X < r)}, \text{ при } t < r = \frac{P(X < t)}{P(X < r)}$$

$$P(X < t) = \int_0^t f(x) dx$$

Математическое ожидание

$$E[X] = \int_a^b x f(x) dx$$

Дисперсия и среднее квадратичное отклонение

$$Var(X) = E[X^2] - (E[X])^2$$

$$E[X^2] = \int_a^b x^2 f(x) dx$$

$$\sigma^2 = Var(X)$$

## 5 задача

---

Составить табличку и формулу нормальную дальше если надо:

- $P(X = k)$  при  $k$  - не на границе  $= 0$
- $P(X = k)$  при  $k$  - на границе  $= F(k^+) - F(k^-)$  то есть разница границ
- $P(X \leq k)$  при  $k$  - на границе  $= F(k^-)$
- $P(X \leq k)$  при  $k$  - не на границе  $= F(k)$
- $P(r < X \leq k) = F(k) - F(r^+)$

## 6 задача

---

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \implies Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$P(X < t | X < r) = \frac{P(X < t)}{P(X < r)} = \frac{P(Z < Z_t)}{P(Z < Z_r)}$$

$$P(X < -C) < \textit{const} \implies P(Z < -Z_c) = \textit{const} \implies \\ Z_c = \textit{const}_1 \implies -C = \mu + Z_c \cdot \sigma$$