

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Национальный Исследовательский Университет ИТМО»
Факультет Программной Инженерии и Компьютерной техники**

**Лабораторная работа № 2
Синтез помехоустойчивого кода
Вариант № 31**

Выполнил:

Михальченков Александр Николаевич

Р3109

Проверила:

Мальшева Татьяна Алексеевна

Оглавление

Задание	3
Основные этапы выполнения	4
Задание 1	4
1. Схема декодирования классического кода Хэмминга (7;4).....	4
2. Вариант 27	5
3. Вариант 54	5
4. Вариант 81	6
5. Вариант 108	6
Задание 2	7
1. Схема декодирования классического кода Хэмминга (15;11).....	7
2. Вариант 32	8
Задание 3	9
Дополнительное задание.....	10
Заключение.....	11
Список использованных источников.....	12

Задание

Вариант: 31 | 27 | 54 | 81 | 108 | 32

1. На основании номера варианта задания выбрать набор из 4 полученных сообщений в виде последовательности 7-символьного кода. Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (7;4), которую представить в отчёте в виде изображения. Показать, исходя из выбранных вариантов сообщений (по 4 у каждого – часть №1 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение.

2. На основании номера варианта задания выбрать 1 полученное сообщение в виде последовательности 15-символьного кода. Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (15;11), которую представить в отчёте в виде изображения. Показать, исходя из выбранного варианта сообщений (по 1 у каждого - часть №2 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение.

3. Сложить номера всех 5 вариантов заданий. Умножить полученное число на 4. Принять данное число как число информационных разрядов в передаваемом сообщении. Вычислить для данного числа минимальное число проверочных разрядов и коэффициент избыточности.

4. Написать программу на любом языке программирования, которая на вход получает набор из 7 цифр «0» и «1», записанных подряд, анализирует это сообщение на основе классического кода Хэмминга (7,4), а затем выдает правильное сообщение (только информационные биты) и указывает бит с ошибкой при его наличии.

Основные этапы выполнения

Задание 1

1. Схема декодирования классического кода Хэмминга (7;4)

Схема декодирования классического кода Хэмминга (7;4) представлена на рисунке 1 (см. рисунок 1).

Данная схема иллюстрирует процесс выявления и коррекции одиночной ошибки в семибитном кодовом слове. На рисунке показаны контрольные и информационные биты, вычисление синдрома, а также порядок исправления ошибочного бита на основании полученного синдрома.

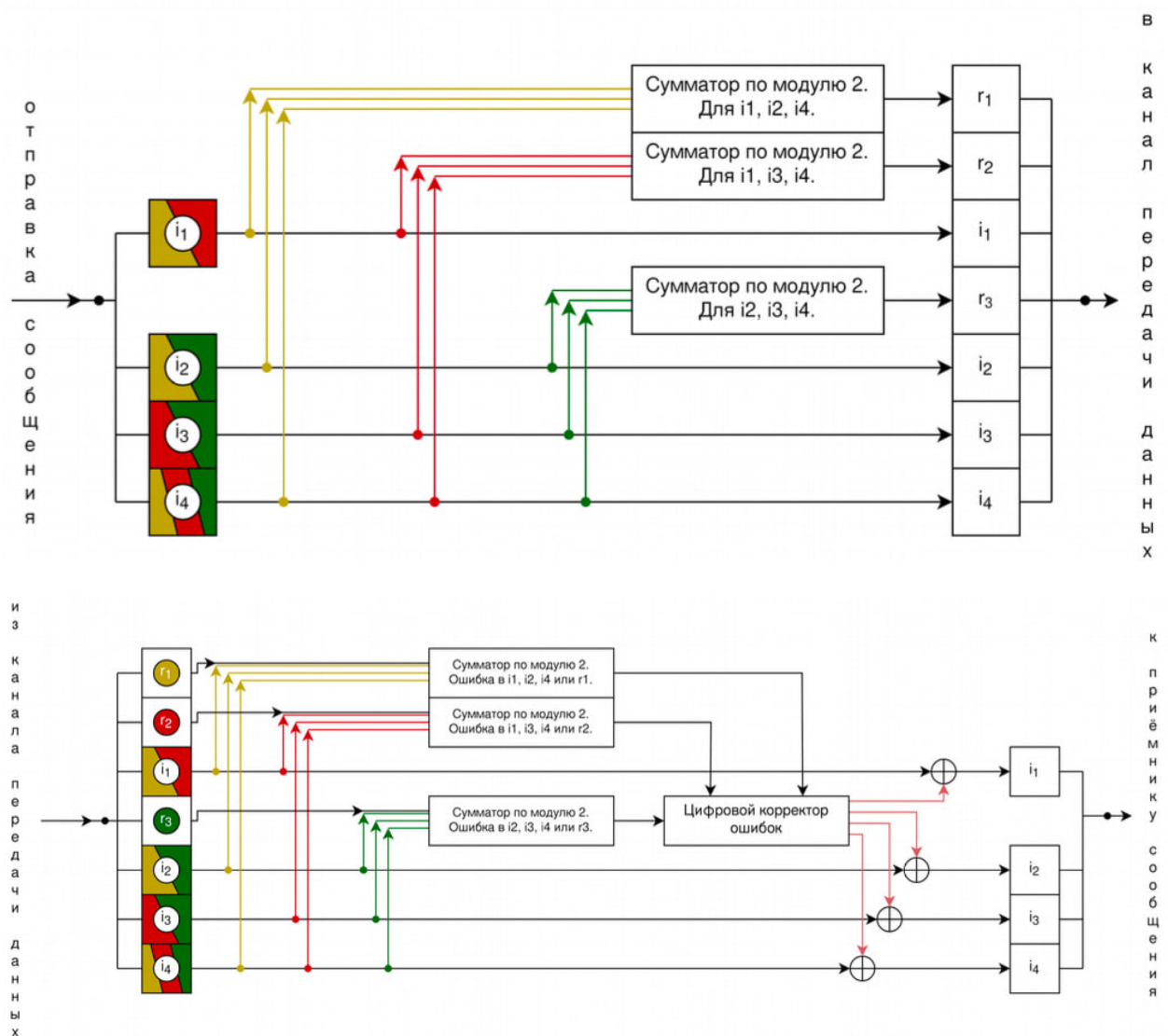


Рисунок 1. Схема декодирования классического кода Хэмминга (7;4)

2. Вариант 27

r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4
1	1	1	0	0	0	1

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$N \rightarrow$	1	2	3	4	5	6	7	
2^x	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	S
1	x	-	x	-	x	-	x	s_1
2	-	x	x	-	-	x	x	s_2
4	-	-	-	x	x	x	x	s_3

$$S = (s_3, s_2, s_1) = 111 \text{ (} 111_2 = 7 \text{)} \Rightarrow \text{ошибка в бите } i_4$$

Правильное сообщение: 1110000

3. Вариант 54

r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4
1	1	0	1	0	1	1

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$N \rightarrow$	1	2	3	4	5	6	7	
2^x	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	S

1	x	-	x	-	x	-	x	s ₁
2	-	x	x	-	-	x	x	s ₂
4	-	-	-	x	x	x	x	s ₃

$S = (s_3, s_2, s_1) = 110$ ($110_2 = 6$) \Rightarrow ошибка в бите i_3

Правильное сообщение: 1101001

4. Вариант 81

r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄
1	1	0	0	1	0	1

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

N→	1	2	3	4	5	6	7	
2 ^x	r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄	S
1	x	-	x	-	x	-	x	s ₁
2	-	x	x	-	-	x	x	s ₂
4	-	-	-	x	x	x	x	s ₃

$S = (s_3, s_2, s_1) = 001$ ($001_2 = 1$) \Rightarrow ошибка в бите r_1

Правильное сообщение: 0100101

5. Вариант 108

r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄
1	0	1	0	1	1	1

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

N→	1	2	3	4	5	6	7	
2 ^x	r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄	S
1	x	-	x	-	x	-	x	s ₁
2	-	x	x	-	-	x	x	s ₂
4	-	-	-	x	x	x	x	s ₃

$S = (s_3, s_2, s_1) = 110$ ($110_2 = 6$) \Rightarrow ошибка в бите i_3

Правильное сообщение: 1010101

Задание 2

1. Схема декодирования классического кода Хэмминга (15;11)

Схема декодирования классического кода Хэмминга (15;11) представлена на рисунке 2 (см. рисунок 2).

Данная схема демонстрирует процесс обнаружения и коррекции одиночной ошибки в пятнадцатитрехбитном кодовом слове. На рисунке показаны позиции контрольных и информационных битов, алгоритм вычисления синдрома, а также порядок исправления ошибочного бита на основании полученного синдрома.

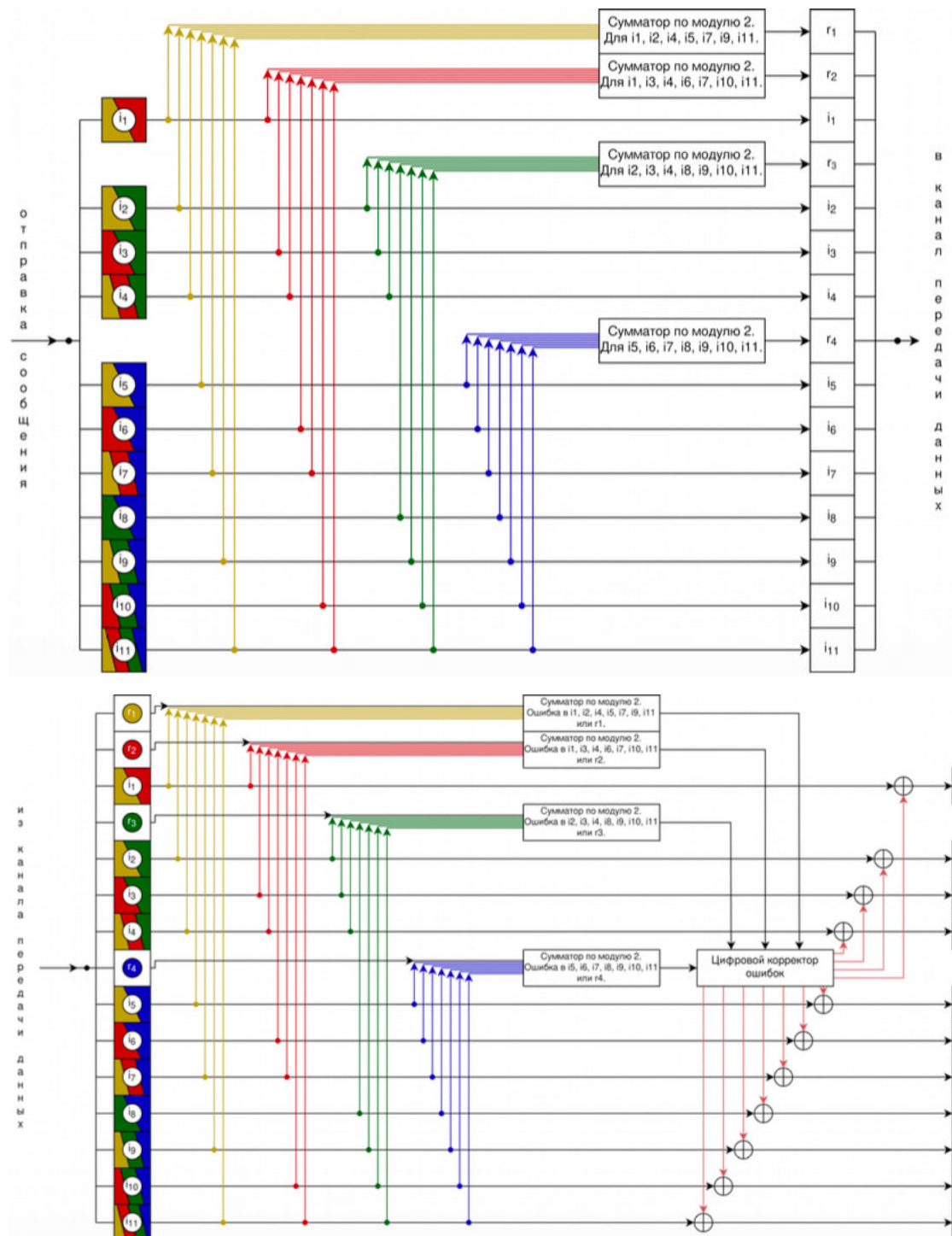


Рисунок 2. Схема декодирования классического кода Хэмминга (15;11)

2. Вариант 32

r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	r_4	i_5	i_6	i_7	i_8	i_9	i_{10}	i_{11}
0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 \oplus i_5 \oplus i_7 \oplus i_9 \oplus i_{11} = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$s_4 = r_4 \oplus i_5 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

N→	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
2 ^x	r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄	r ₄	i ₅	i ₆	i ₇	i ₈	i ₉	i ₁₀	i ₁₁	S
1	x	-	x	-	x	-	x	-	x	-	x	-	x	-	x	s ₁
2	-	x	x	-	-	x	x	-	-	x	x	-	-	x	x	s ₂
4	-	-	-	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	s ₃
8	-	-	-	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	s ₃

$$S = (s_4, s_3, s_2, s_1) = 1110 \text{ (} 1110_2 = 14 \text{)} \Rightarrow \text{ошибка в бите } i_{10}$$

Правильное сообщение: 010101000000000

Задание 3

Число информационных разрядов в передаваемом сообщении: $i = (27 + 54 + 81 + 108 + 32) * 4 = \underline{1208}$

Формула для определения минимального числа контрольных разрядов:

$$2^r \geq r + i + 1$$

При $r = 8$: $256 > 8 + 1208 + 1 = 1217$ – утверждение неверно

При $r = 9$: $512 > 9 + 1208 + 1 = 1218$ – утверждение неверно

При $r = 10$: $1024 > 10 + 1208 + 1 = 1219$ – утверждение верно $\Rightarrow \underline{r = 10}$

Коэффициент избыточности: $r / n = r / i + r = 10 / 1208 + 10 = 10 / 1218 \approx 0,00821$

Дополнительное задание

На рисунке приведён программный код, осуществляющий декодирование сообщений на основе классического кода Хэмминга (7;4). Код выполняет анализ входной последовательности, выявляет и исправляет одиночную ошибку, а также извлекает правильные информационные биты из переданного сообщения (см. рисунок 3).

```
optional_task.py ×
1 def hamming74_decode(_codeword): 1 usage 2 mikhaalexandr
2     bits = [int(ch) for ch in _codeword]
3     if len(bits) != 7 or any(b not in [0, 1] for b in bits):
4         raise ValueError("Ввод должен содержать ровно 7 цифр 0 или 1")
5
6     positions = ["r1", "r2", "i1", "r3", "i2", "i3", "i4"]
7     r1, r2, i1, r3, i2, i3, i4 = bits
8
9     s1 = r1 ^ i1 ^ i2 ^ i4
10    s2 = r2 ^ i1 ^ i3 ^ i4
11    s3 = r3 ^ i2 ^ i3 ^ i4
12
13    syndrome = (s3 << 2) | (s2 << 1) | s1
14
15    bits_corrected = bits[:]
16    _error_position, _error_bit = None, None
17    if syndrome != 0:
18        idx = syndrome - 1
19        _error_position = syndrome
20        _error_bit = positions[idx]
21        bits_corrected[idx] ^= 1
22
23    _info_bits = [bits_corrected[2], bits_corrected[4], bits_corrected[5], bits_corrected[6]]
24
25    return _info_bits, _error_bit, _error_position
26
27 if __name__ == '__main__':
28     codeword = input('Введите кодовое слово (7 бит, например 1011001): ').strip()
29     info_bits, error_bit, error_position = hamming74_decode(codeword)
30     if error_position:
31         print(f"Обнаружена ошибка в бите {error_bit} (№ {error_position}). Исправлено.")
32     else:
33         print("Ошибок не обнаружено.")
34     print("Правильное сообщение (информационные биты):", ''.join(map(str, info_bits)))
```

Рисунок 3. Реализация алгоритма декодирования кода Хэмминга (7;4)

Заключение

В результате выполнения лабораторной работы мной были закреплены теоретические и практические знания по основам кодирования информации. В ходе работы был изучен код Хэмминга и методика вычисления синдрома последовательности S для выявления и исправления ошибок. Освоены принципы построения таблиц кода Хэмминга, а также использование диаграмм Венн для анализа структуры кода. Получены навыки определения минимального числа контрольных разрядов по критерию $2^r \geq i + r + 1$ и расчёта коэффициента избыточности как отношения числа контрольных разрядов к общему числу разрядов. Выполнение практических заданий позволило углубить понимание алгоритмов синтеза и анализа помехоустойчивых кодов, а также сформировать навыки по применению методов защиты и коррекции информации. Данная работа способствует развитию компетенций в области теории передачи и защиты данных, что является важной основой для дальнейшего профессионального роста в сфере ИТ.

Список использованных источников

1. Балакшин П.В., Соснин В.В., Калинин И.В., Малышева Т.А., Раков С.В., Рущенко Н.Г., Дергачев А.М. Информатика: лабораторные работы и тесты: Учебно-методическое пособие / Рецензент: Поляков В.И. — Санкт-Петербург: Университет ИТМО, 2019. — 56 с. — экз. — Режим доступа: https://books.ifmo.ru/book/2248/informatika: laboratornye_raboty_i_testy: uchebno-metodicheskoe_posobie / recenzent: polyakov_v.i..htm
2. Основы цифровой радиосвязи. Помехоустойчивое кодирование: метод. указания / сост. Д. В. Пьянзин. — Саранск: Изд-во Мордов. ун-та, 2009. — 16 с.