Задача А. Столица

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 512 мебибайт

Страна Фландия представляет собой *п* городов, соединённых дорогами с односторонним движением. Президент Фландии хочет разместить свою резиденцию в центре страны для удобства совершения различных деловых поездок. Центром он считает тот город, от которого сумма длин кратчайших путей до всех остальных городов минимальна. Напишите программу, находящую такой город.

Формат входных данных

В первой строке записаны числа n и m ($1 \le n \le 100$, $1 \le m \le n \cdot (n-1)$). Далее следуют m строк с описаниями дорог в виде « a_i b_i l_i » — дорога из a_i в b_i , которая имеет длину l_i ($1 \le a_i, b_i \le n$, $1 \le l_i \le 10^6$). Всегда верно, что из любого города Фландии можно попасть в любой другой.

Формат выходных данных

Выведите номер города, в котором нужно разместить резиденцию президента, и сумму кратчайших расстояний до всех городов. Если оптимальных решений несколько, разрешается выводить любое из них.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
3 4	2 19
1 2 10	
2 1 10	
2 3 9	
3 1 11	

Задача В. Соединение точек

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 512 мебибайт

Даны N точек на плоскости. Требуется провести отрезки между некоторыми парами точек таким образом, чтобы, во-первых, из любой данной точки в любую можно было пройти по этим отрезкам, а во-вторых, суммарная длина проведённых отрезков была минимальна.

Формат входных данных

В первой строке входных данных задано число N — количество точек ($1\leqslant N\leqslant 200$). Следующие N строк содержат по два числа X_i Y_i каждая через пробел — координаты i-й точки ($-1000\leqslant X_i,Y_i\leqslant 1000$). Никакие две данные точки не совпадают, никакие три не лежат на одной прямой. Все числа во входных данных целые.

Формат выходных данных

В первой строке выведите L — суммарную длину проведённых отрезков с точностью не менее шести знаков после десятичной точки. Во второй строке выведите K — их количество. В следующих K строках выведите по два числа A_j B_j через пробел в каждой — номера точек, соединённых j-м отрезком $(1 \leqslant A_j, B_j \leqslant N, A_j \neq B_j)$. Точки нумеруются с единицы в том порядке, в котором они даны во входных данных. Если ответов с минимальным L несколько, разрешается выводить любой из них.

стандартный ввод	стандартный вывод
4	3
0 0	3
0 1	1 2
1 0	2 4
1 1	4 3
5	7.064495
0 0	4
0 2	3 1
1 1	3 2
3 0	3 4
3 2	4 5

Задача С. Опасный маршрут

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 512 мебибайт

Профессор Дейкстра живёт в очень опасном районе города. Ежедневно бандиты грабят на улицах прохожих. Читая криминальную хронику, профессор вычислил вероятность быть ограбленным при проходе по каждой улице города.

Теперь он хочет найти наиболее безопасный путь от дома до университета, в котором он преподаёт. Иными словами, он хочет найти путь от дома до университета, для которого вероятность быть ограбленным минимальна.

Формат входных данных

В первой строке записаны два числа N и M — количество зданий и количество улиц, соединяющих здания ($1 \leqslant N \leqslant 100$, $1 \leqslant M \leqslant N \cdot (N-1)/2$). В следующей строке находятся числа S и F — номер дома, в котором живёт профессор, и номер дома, в котором находится университет, соответственно. Далее в M строках расположены описания дорог: по три целых числа S_i , F_i и P_i — номера зданий, в которых начинается и заканчивается дорога, и вероятность в процентах быть ограбленным, пройдя по дороге, соответственно ($1 \leqslant S_i \leqslant N$, $1 \leqslant F_i \leqslant N$, $0 \leqslant P_i \leqslant 100$, дороги двунаправленные). Гарантируется, что существует хотя бы один путь от дома профессора до университета.

Формат выходных данных

Необходимо вывести одно число — минимальную возможную вероятность быть ограбленным с точностью не менее шести знаков после десятичной точки.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
3 3	0.36
1 3	
1 2 20	
1 3 50	
2 3 20	

Пояснение. Для приведённого примера минимальная вероятность быть ограбленным достигается на маршруте 1-2-3.

Задача D. Диаметр графа

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 512 мебибайт

Дан связный взвешенный неориентированный граф.

Рассмотрим пару вершин, расстояние между которыми максимально среди всех пар вершин. Расстояние между ними называется $guamempom\ rpa\phi a$. Эксцентриситетом вершины v называется максимальное расстояние от вершины v до других вершин графа. $Paguycom\ rpa\phi a$ называется наименьший из эксцентриситетов вершин. Найдите диаметр и радиус графа.

Формат входных данных

В первой строке задано единственное число N — количество вершин графа ($1\leqslant N\leqslant 100$). В следующих N строках задано по N чисел — матрица смежности графа, где -1 означает отсутствие ребра между вершинами, а любое неотрицательное число — присутствие ребра данного веса. На главной диагонали матрицы всегда нули; веса рёбер не превышают 1000.

Формат выходных данных

Выведите два числа — диаметр и радиус графа.

стандартный ввод	стандартный вывод
4	8
0 -1 1 2	5
-1 0 -1 5	
1 -1 0 4	
2 5 4 0	

Задача Е. Дейкстра

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 512 мебибайт

Дан ориентированный взвешенный граф. Найдите кратчайшее расстояние от одной заданной вершины до другой.

Формат входных данных

В первой строке даны три числа: N, S и F ($1 \le N \le 1000$, $1 \le S, F \le N$), где N — количество вершин графа, S — начальная вершина, а F — конечная. В следующих N строках задано по N чисел — матрица смежности графа, где -1 означает отсутствие ребра между вершинами, а любое неотрицательное число — присутствие ребра данного веса. На главной диагонали матрицы всегда стоят нули. Веса всех рёбер целые и не превосходят $10\,000$.

Формат выходных данных

Вывести искомое расстояние или -1, если пути не существует.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
3 1 2	6
0 -1 2	
3 0 -1	
-1 4 0	

Задача F. Флойд

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 512 мебибайт

Дан ориентированный взвешенный граф. В нём вам необходимо найти пару вершин, кратчайшее расстояние от одной из которых до другой максимально среди всех пар вершин.

Формат входных данных

В первой строке записано целое число N — количество вершин графа ($1\leqslant N\leqslant 100$). В каждой из следующих N строк задано по N чисел — матрица смежности графа, где -1 означает отсутствие ребра между вершинами, а любое неотрицательное число — присутствие ребра данного веса.

На главной диагонали матрицы всегда стоят нули. Все числа во входных данных не превосходят 100. Гарантируется, что хотя бы одно ребро в графе присутствует.

Формат выходных данных

Вывести искомое максимальное кратчайшее расстояние.

стандартный ввод	стандартный вывод
4	16
0 5 9 -1	
-1 0 2 8	
-1 -1 0 7	
4 -1 -1 0	

Математические основы алгоритмов, первый курс, 2024–2025 Взвешенные графы, вторник, 10 декабря 2024 года, МКН СПбГУ

Задача G. Игра

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 512 мебибайт

— Но как он это делает! Он забирается на самую высокую сосну и оттуда планирует. — Ага. Простите, что планирует?

«День радио»

Девочка Наташа готовит поле для очень интересной игры. В ней примут участие k команд, каждая из которых должна получить в своё распоряжение одно или несколько деревьев и верёвку. При этом у каждой из команд должна быть возможность с помощью верёвки добраться от любого своего дерева до любого другого своего дерева, не используя чужие деревья, но, возможно, используя другие свои деревья как промежуточные. Будем считать, что с помощью верёвки можно перебраться с одного дерева на другое напрямую, если её длина не меньше расстояния между ними.

Длина всех верёвок должна быть одинаковой, чтобы поставить команды в равные условия. Разделите все доступные n деревьев на k наборов так, чтобы необходимая длина верёвок оказалась как можно меньшей.

Формат входных данных

В первой строке записаны целые числа n и k — количество деревьев и команд, соответственно ($1 \le k \le n \le 1000$).

В каждой из следующих n строк записано по два целых числа x_i и y_i — координаты i-го дерева $(-10^4 \leqslant x_i, y_i \leqslant 10^4)$.

Формат выходных данных

В первой строке выведите одно вещественное число с шестью или более точными знаками после десятичной точки — минимально возможную длину верёвок. Во второй строке выведите n целых чисел от 1 до k — номера команд, которым следует присвоить соответствующие деревья.

Если решений несколько, выведите любое.

	стандартный ввод	стандартный вывод
4	2	1.0000000
1	0	1 2 1 2
0	1	
1	1	
0	0	

Задача Н. Лабиринт знаний

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 512 мебибайт

Участникам тренировки подарили билеты на аттракцион «Лабиринт знаний». Лабиринт представляет собой N комнат, пронумерованных целыми числами от 1 до N, между некоторыми из которых есть двери. Когда человек проходит через дверь, показатель его знаний изменяется на определённую величину, фиксированную для данной двери. Вход в лабиринт находится в комнате 1, выход — в комнате N. Каждый участник сборов проходит лабиринт ровно один раз и наибрает некоторое количество знаний (при входе в лабиринт этот показатель равен нулю). Ваша задача — показать наилучший результат.

Формат входных данных

Первая строка содержит целые числа N и M — количество комнат и дверей ($1 \le N \le 2000$, $0 \le M \le 10\,000$). В каждой из следующих M строк содержится описание двери — номер комнаты, из которой она ведёт, и номер комнаты, в которую она ведёт (через дверь в лабиринте можно ходить только в одну сторону), а также целое число, которое прибавляется к количеству знаний при прохождении через дверь (это число по модулю не превышает $10\,000$). Двери могут вести из комнаты в неё саму, между двумя комнатами может быть более одной двери.

Формат выходных данных

Выведите «:)», если можно пройти лабиринт и получить неограниченно большой запас знаний, «: (», если лабиринт пройти нельзя, и максимальное количество набранных знаний в остальных случаях.

Пример

	
стандартный ввод	стандартный вывод
2 2	5
1 2 5	
1 2 -5	

Задача І. Цикл отрицательного веса

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 512 мебибайт

Дан ориентированный граф. Определите, есть ли в нём цикл отрицательного веса, и если да, то выведите его.

Формат входных данных

В первой строке задано число N — количество вершин графа ($1 \le N \le 100$). В следующих N строках находится по N чисел — матрица смежности графа. Все веса рёбер не превышают по модулю $10\,000$. Если ребра нет, то соответствующее число равно $100\,000$.

Формат выходных данных

В первой строке выведите «YES», если цикл существует, или «NO» в противном случае. При его наличии выведите во второй строке количество вершин в искомом цикле, а в третьей строке — вершины, входящие в этот цикл, в порядке обхода.

стандартный ввод	стандартный вывод
2	YES
0 -1	2
-1 0	1 2

Задача Ј. Порядок циклов

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 512 мебибайт

Дан неориентированный граф из n вершин, заданный матрицей смежности a (a[u][u] = True; a[u][v] = a[v][u]; a[u][v] = True тогда и только тогда, когда есть ребро между вершинами u v). На нём запускают следующий алгоритм:

```
for x := 1 to n do
for y := 1 to n do
  for z := 1 to n do
     if a[i][k] and a[k][j] then
     a[i][j] := True;
```

Перед запуском буквы x, y и z заменяют буквами i, j и k в некотором порядке. Утверждается, что после работы этого алгоритма a[u][v] = True тогда и только тогда, когда в исходном графе существует путь между вершинами u и v. Выясните, верно ли это, и если нет, приведите пример исходного графа, на котором это неверно.

Формат входных данных

В первой строке ввода записаны через пробел три буквы — «i», «j» и «k» — в некотором порядке. Первая буква подставляется в программу вместо «x», вторая — вместо «y», третья — вместо «z».

Формат выходных данных

Если искомый граф существует, в первой строке выведите через пробел целые числа n и m — количество вершин и рёбер в графе, соответственно ($1 \le n \le 10$, $0 \le m \le 45$). В следующих m строках выведите пары вершин, соединённых рёбрами, по одной паре на строке. Номера вершин в паре должны быть упорядочены по возрастанию; вершины нумеруются с единицы. Кратные рёбра и петли не допускаются.

Если же программа с заданным порядком циклов корректно работает на любом графе, вместо n и m выведите в первой строке два нуля через пробел.

стандартный ввод	стандартный вывод
kij	0 0

Задача К. Найдите путь

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 512 мебибайт

Дан неориентированный взвешенный граф без петель и кратных рёбер. Также дана последовательность чисел. Выведите путь в графе, длины рёбер в котором образуют заданную последовательность. Если таких путей несколько, выведите лексикографически минимальный. Если же таких путей не существует, выведите «No solution» (без кавычек).

Обратите внимание, что число в последовательности может не соответствовать ни одному ребру заданного графа.

Пути в графе задаются как последовательности номеров вершин графа. Любые две соседние вершины в пути должны быть соединены ребром.

Путь a лексикографически меньше пути b той же длины тогда и только тогда, когда в первой позиции, в которой пути различаются, номер вершины в a меньше номера вершины в b.

Формат входных данных

В первой строке ввода заданы через пробел три целых числа n, m и k — количество вершин графа, рёбер графа и количество рёбер в искомом пути соответственно ($2\leqslant n\leqslant 500$, $1\leqslant m\leqslant \frac{n(n-1)}{2}$, $1\leqslant k\leqslant 500$). В следующих m строках описаны рёбра графа: в каждой строке заданы

В следующих m строках описаны рёбра графа: в каждой строке заданы через пробел три целых числа u, v и l — номера двух смежных вершин и длина соединяющего их ребра $(1\leqslant u,v\leqslant n,\ 1\leqslant l\leqslant 10^9)$.

В следующей строке заданы через пробел k целых чисел. Эти числа также лежат в пределах от 1 до 10^9 .

Формат выходных данных

Если искомого пути не существует, выведите строку «No solution». В противном случае в первой строке выведите искомый путь: последовательность из k+1 целого числа, состоящую из номеров первой, второй, ..., (k+1)-й вершин пути. Вершины графа нумеруются с единицы. Выведенный путь должен быть лексикографически минимальным. Соседние числа в последовательности следует разделять пробелами.

римеры	
стандартный ввод	стандартный вывод
3 3 3	3 1 2 3
1 2 10	
2 3 20	
1 3 30	
30 10 20	
3 3 3	No solution
1 2 10	
2 3 20	
1 3 30	
30 10 30	
3 3 3	No solution
1 2 10	
2 3 20	
1 3 30	
30 10 40	
	1 0 1 0 1 0 1
4 5 6	1 2 1 2 1 2 1
1 2 10	
2 3 10	
1 3 10	
1 4 10	
2 4 10	
10 10 10 10 10 10	

Задача L. MST случайных точек

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 512 мебибайт

Даны n различных точек на плоскости. Координаты точек — целые числа от 0 до $30\,000$ включительно. Точки выбраны cлучайно в следующем смысле: рассмотрим все возможные наборы из n различных точек на плоскости с заданными ограничениями на координаты и выберем из них случайно и равновероятно один набор.

Вы можете провести отрезок между любыми двумя заданными точками. Длина отрезка между точками с координатами (x_1,y_1) и (x_2,y_2) равна $\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$. Будем говорить, что точки a и b cвязаны, если они соединены отрезком, или же существует точка d, которая связана и с a, и с b. Ваша задача — провести отрезки минимальной суммарной длины так, чтобы все точки были связаны.

Формат входных данных

В первой строке ввода задано целое число n ($2 \leqslant n \leqslant 50\,000$). Следующие n строк содержат координаты точек. Гарантируется, что все точки различны. Кроме того, во всех тестах, кроме примера, гарантируется, что точки выбраны случайно, как описано в условии.

Формат выходных данных

В первой строке выведите вещественное число w — суммарную длину отрезков. В следующих (n-1) строках выведите отрезки, по одному на строке. Каждый отрезок следует выводить как два числа от 1 до n, обозначающие номера точек, являющихся концами этого отрезка.

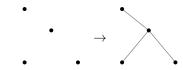
Пусть на самом деле суммарная длина выведенных вами отрезков равна w^* , а суммарная длина отрезков в оптимальном ответе равна $w_{\rm opt}$. Тогда ваш ответ будет считаться верным, если

$$\max\left(\left|\frac{w}{w^*} - 1\right|, \left|\frac{w^*}{w_{\text{opt}}} - 1\right|\right) < 10^{-12}.$$

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
4	22.02362358924615
0 10	1 2
5 6	2 3
10 0	4 2
0 0	

Иллюстрация



Задача М. Подграф

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 512 мебибайт

Дан неориентированный граф. Требуется удалить из него некоторые рёбра так, чтобы получился связный подграф, содержащий все вершины исходного графа, в котором суммарная длина всех рёбер минимальна.

Формат входных данных

В первой строке заданы два целых числа n и m через пробел — количество вершин и рёбер в исходном графе, соответственно ($1\leqslant n\leqslant 100,\ m\geqslant 0$). Следующие m строк описывают рёбра; i-я из них содержит три целых числа u_i , v_i и w_i — номера концов ребра и его длину ($1\leqslant u_i,v_i\leqslant n,\ u_i\neq v_i,\ |w_i|\leqslant 10\,000$). Гарантируется, что между каждой парой вершин есть не более одного ребра.

Формат выходных данных

Если невозможно удалить рёбра так, чтобы получился связный подграф, выведите «Impossible» (без кавычек). В противном случае выведите одно число — минимальную сумму длин рёбер подграфа.

Пример

	стандартный ввод	стандартный вывод
3	3	7
1	2 3	
2	3 4	
3	1 5	

Задача N. Сумма расстояний

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 512 мебибайт

Дан связный граф. Требуется найти сумму расстояний между всеми парами вершин.

Формат входных данных

Первая строка содержит два натуральных числа n и m — количество вершин и ребер графа соответственно ($1 \le n \le 1000, \ 0 \le m \le 10000$).

Следующие m строк содержат описание рёбер по одному на строке. Ребро номер i описывается двумя натуральными числами b_i , e_i — номерами концов ребра $(1 \le b_i, e_i \le n)$.

Гарантируется, что граф связен.

Формат выходных данных

Первая строка должна содержать одно натуральное число— сумму попарных расстояний между вершинами.

		стандартный ввод	стандартный вывод
5	5		16
1	2		
2	3		
3	4		
5	3		
1	5		

Задача О. Синхронизация

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 512 мебибайт

Учёные взялись за какую-то большую и сложную проблему. Для её решения написали распределённое приложение. Процессы приложения во время Пример решения задачи должны обмениваться сообщениями. Каждый учёный запустил один или несколько процессов приложения на своём компьютере, и спустя некоторое время решение проблемы было найдено.

После того, как решение было получено, возник вопрос о том, как происходил обмен данными между компьютерами. Но вот незадача – времена на компьютерах не были синхронизированы, и осталась только информация о времени запуска приложения, времена вызовов функций пересылки и приёма данных и их продолжительность.

Ваша задача — найти, на сколько отличаются времена на компьютерах, на которых считалась задача. Но из-за того, что время отправления сигнала регистрировалось в момент окончания отправления, а время получения сигнала регистрировалось в момент начала приёма сигнала, может сложиться такая ситуация, что определение возможной разности времён на компьютерах невозможно.

Формат входных данных

В первой строке вводятся через пробел два числа N и M (1 $\leq N \leq 100$, $0 \le M \le 10\,000$), где N-количество компьютеров, а M-количество пересланных пакетов данных. В следующих M строках задаются параметры пакетов данных: в каждой строке по три числа, записанных через пробел, i, j и Δt $(1 \le i \le N, 1 \le j \le N, -10000 \le \Delta t \le 10000)$. Здесь i — номер компьютера, получившего пакет данных, j — номер компьютера, пославшего пакет данных, а Δt — разница между временем начала получения i-м компьютером и временем окончания отправки j-м компьютером пакета данных. В Δt входят относительные времена, которые измерялись на i-м и j-м компьютерах соответственно. Поэтому разность реальных времён начала получения и окончания отправки данных могла быть отлична от Δt , если времена на компьютерах отличались.

Формат выходных данных

Выведите N чисел, по одному в каждой строке. В i-й строке должна содержаться возможная разность между временем i-го компьютера и сервера

(сервер – компьютер с номером 1). При этом рассчитанные времена должны удовлетворять тому условию, что момент начала получения был не раньше момента окончания отправки каждого из пакетов данных. Если возможных наборов времён несколько, то нужно выдать любой из них. Если возможных наборов времён нет, то необходимо выдать строку «NO SOLUTION» (без кавычек).

_	стандартный ввод	стандартный вывод
3	6	0
1	2 5	2
2	1 5	1
1	3 1	
3	1 1	
2	3 1	
3	2 1	

Задача Р. Расстояние между вершинами

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 512 мебибайт

Дан взвешенный неориентированный граф. Требуется найти вес минимального пути между двумя вершинами.

Формат входных данных

Первая строка содержит два целых числа n и m — количество вершин и рёбер графа соответственно ($2\leqslant n\leqslant 100\,000$, $1\leqslant m\leqslant 200\,000$). Вторая строка содержит натуральные числа s и t — номера вершин, длину пути между которыми требуется найти ($1\leqslant s,t\leqslant n$, $s\neq t$).

Следующие m строк содержат описания рёбер, по одному на строке. Ребро номер i описывается тремя целыми числами b_i , e_i и w_i — это номера концов ребра и его вес $(1 \le b_i, e_i \le n, \ 0 \le w_i \le 100)$.

Формат выходных данных

Первая строка должна содержать одно целое число — вес минимального пути между вершинами s и t.

Если путь из s в t не существует, выведите -1.

Ī	стандартный ввод	стандартный вывод
4	4	3
1	3	
1	2 1	
2	3 2	
3	4 5	
4	1 4	