Współrzędne planety na orbicie eliptycznej w czasie t można obliczyć wzorem

$$(a(\cos x - e), a\sqrt{1-e^2}\sin x),$$

gdzie a jest półosią wielką elipsy, natomiast e to mimośród orbity. Kąt x, zwany anomalią mimośrodową,
możemy obliczyć z równania Keplera,

$$x - e\sin x = M \qquad (0 < |e| < 1),$$

gdzie M to anomalia średnia, która jest dana wzorem $M = 2\pi t/T$, przy czym T oznacza okres orbitalny.

a) Pokaż, że dla każdych e, M rozwiązanie $x = \alpha$ spełnia $M - |e| \leqslant \alpha \leqslant M + |e|$. Czy można poprawić to oszacowanie?
b) Rozwiąż równanie Keplera metodą bisekcji wykorzystując oszacowanie z poprzedniego podpunktu.
c) Zaprogramuj prostą metodę iteracyjną,

$$x_{n+1} = e\sin x_n + M, \quad x_0 = 0.$$

d) Zastosuj metodę Newtona do równania Keplera. Jak wybrać przybliżenie startowe?

Wykonaj testy i porównaj zbieżność metod (b) oraz (c). Dane dotyczące planet Układu Słonecznego znajdziesz w Internecie. Jak dobrać przybliżenie startowe?

Literatura:

I. R. Esmaelzadeh, H. Ghadiri, Appropriate Starter for Solving the Kepler's Equation, International Journal of Computer Applications 89 (2014), 31–38.
II. G. R. Smith, A simple, efficient starting value for the iterative solution of Kepler's equation, Celestial Mechanics 19 (1979), 163–166.