MANUAL USUARIO

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR

FACULTAD DE INGENIERÍA CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

CARRERA DE INGENIERÍA INFORMÁTICA Y COMPUTACION GRAFICA

ANALISIS NUMERICO

GRUPO DE DESARROLLO DE SOFTWARE

HEMISEMESTRE 2

MICHAEL PONCE

MARLON OÑA

FRANCISCO VALLE

ALISON CUPUERÁN

2019

Índice

Contenido

1. Introducción 3
   1.1. Objetivos Generales 3
   1.2. Objetivos Especificos 3
2. Requerimimento de Hardware y Software 3
   2.1. Requerimiento de Hardware 3
   2.2. Requerimiento de Software 3
3. Descripción del problema 4
   3.1. Main 4
      3.1.1 Opciones 4
   3.2. Soluciones de Ecuaciones 5
      3.2.1 Biseccion 5
      3.2.2 Punto Fijo 8
      3.2.3 Newton 9
   3.3. Interpolación y aproximación 11
      3.3.1 Taylor 12
      3.3.2 Lagrange 14
      3.3.3 Neville 17
   3.4. Diferenciación e Integración numérica 20
      3.4.1 Diferenciación 20
      3.4.2 Integración (Trapecio, Simpson 1/3 y Simpson 3/8) 23
   3.5. Solución Numérica de Ecuaciones Diferenciales 25
4. Beneficios del Programa 27
5. Recomendaciones 27
6. Conclusiones 27
7. Anexo 28
   7.1. Ejercicios Propuestos 28

1. Introducción

1.1 Objetivos Generales

Crear un programa que recopile los principales métodos de análisis numérico para permitir resolver problemas matemáticos.

1.2 Objetivos Específicos

- Aplicar y entender el funcionamiento de los distintos métodos de análisis numérico.
- Recopilar los distintos métodos de análisis numérico en un programa.
- Aprovechar las ventajas y facilidades que ofrece Matlab para implementar algoritmos que permiten realizar métodos numéricos.

2. Requerimientos de Hardware y Software

2.1. Requerimiento de Hardware

- ➢ Procesador Intel core i3 @ 2.00 GHZ o superior
- ➢ Memoria Ram: 3 GB
- ➢ Disco Duro: 40GB
- ➢ Otros Dispositivos: Monitor VGA (800x600) o con mayor resolución

2.2. Requerimiento de Software

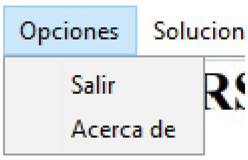
- ➢ Matlab R2017A
- ➢ Recomendado: Sistema Operativo Windows 7 o 10

3. Descripción del Programa

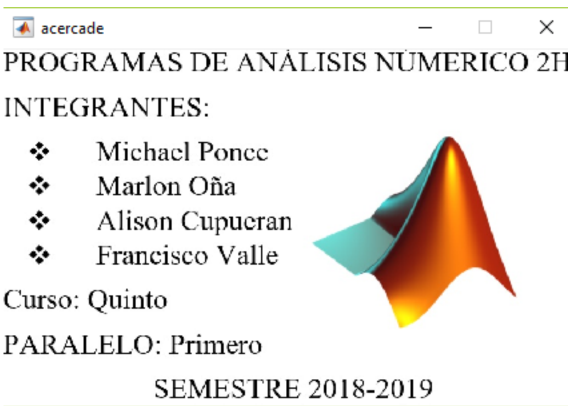
3.1. Main

Ventana principal donde se tiene la opción de llamar a un método de análisis numérico específico.

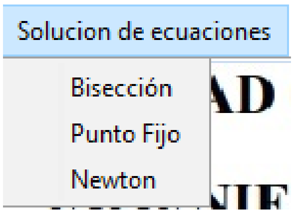
3.1.1 Opciones



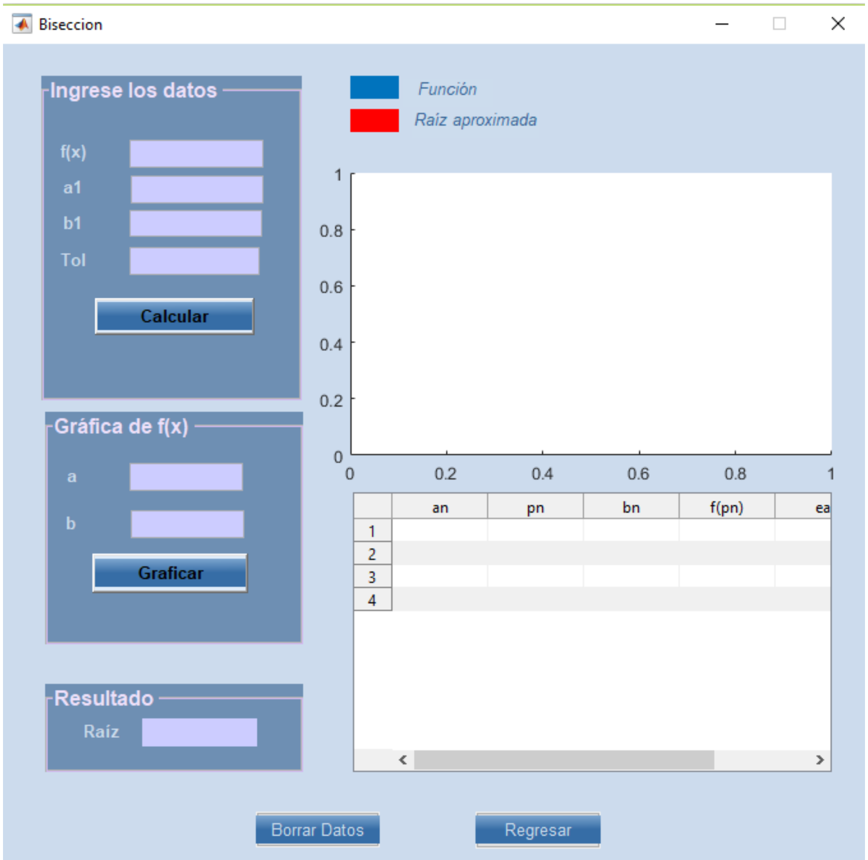
Salir: Permite salir del Sistema
Acerca de: Muestra Información de los integrantes del proyecto.



3.2 Soluciones de ecuaciones



3.2.1 Bisección



- **Ingrese los datos:**

  F(x)= ingresar las funciones continuas definidas en el intervalo [a,b], con f(a) y f(b) de signos distintos.

  a1= Es el límite inferior del intervalo [a, b]

  b1= Es el límite superior del Intervalo [a, b]

  Tol= Es el valor de la tolerancia que se quiere admitir en el programa

- **Grafica de f(x)**

  a= Es el límite inferior del intervalo [a, b].

  b= Es el límite superior del intervalo [a, b].

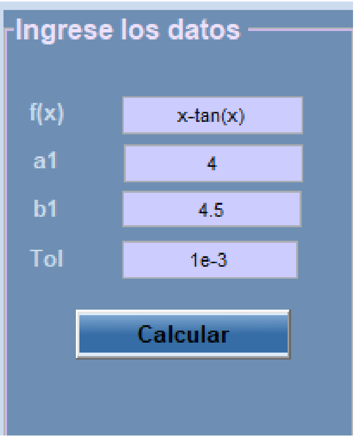
- **Resultado**

  Raíz: Raíz Aproximada de la función

Ejemplo

Sea $f(x) = x - tan(x), en\ el\ intervalo\ [4; 4,5]$ con una tolerancia $Tol = 10^{-3}$

Ingreso de datos



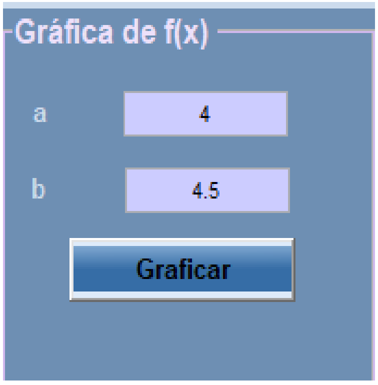
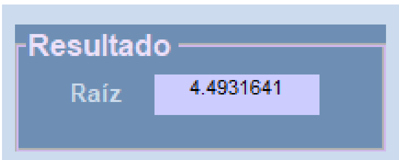


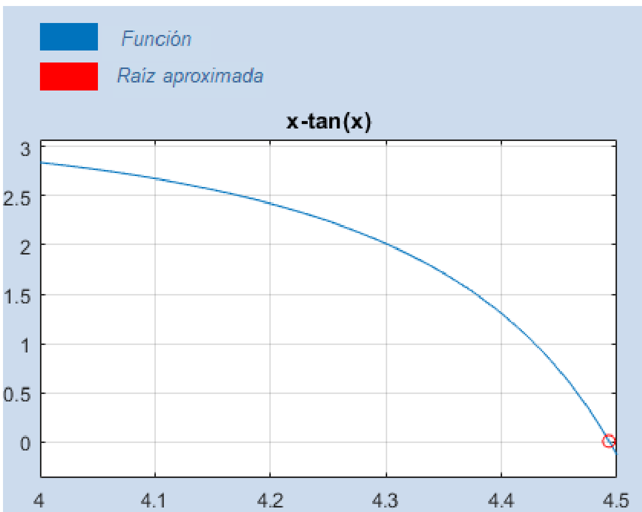
Tabla de valores

	an	pn	bn	f(pn)	ea	er
1	4.0000000	4.2500000	4.5000000	2.2436910		
2	4.2500000	4.3750000	4.5000000	1.5243879	0.1250000	0.0285714
3	4.3750000	4.4375000	4.5000000	0.8917623	0.0625000	0.0140845
4	4.4375000	4.4687500	4.5000000	0.4458527	0.0312500	0.0069930
5	4.4687500	4.4843750	4.5000000	0.1749484	0.0156250	0.0034843
6	4.4843750	4.4921875	4.5000000	0.0245308	0.0078125	0.0017391
7	4.4921875	4.4960938	4.5000000	-0.0548924	0.0039063	0.0008688
8	4.4921875	4.4941406	4.4960938	-0.0148139	0.0019531	0.0004346
9	4.4921875	4.4931641	4.4941406	0.0049490	0.0009766	0.0002173

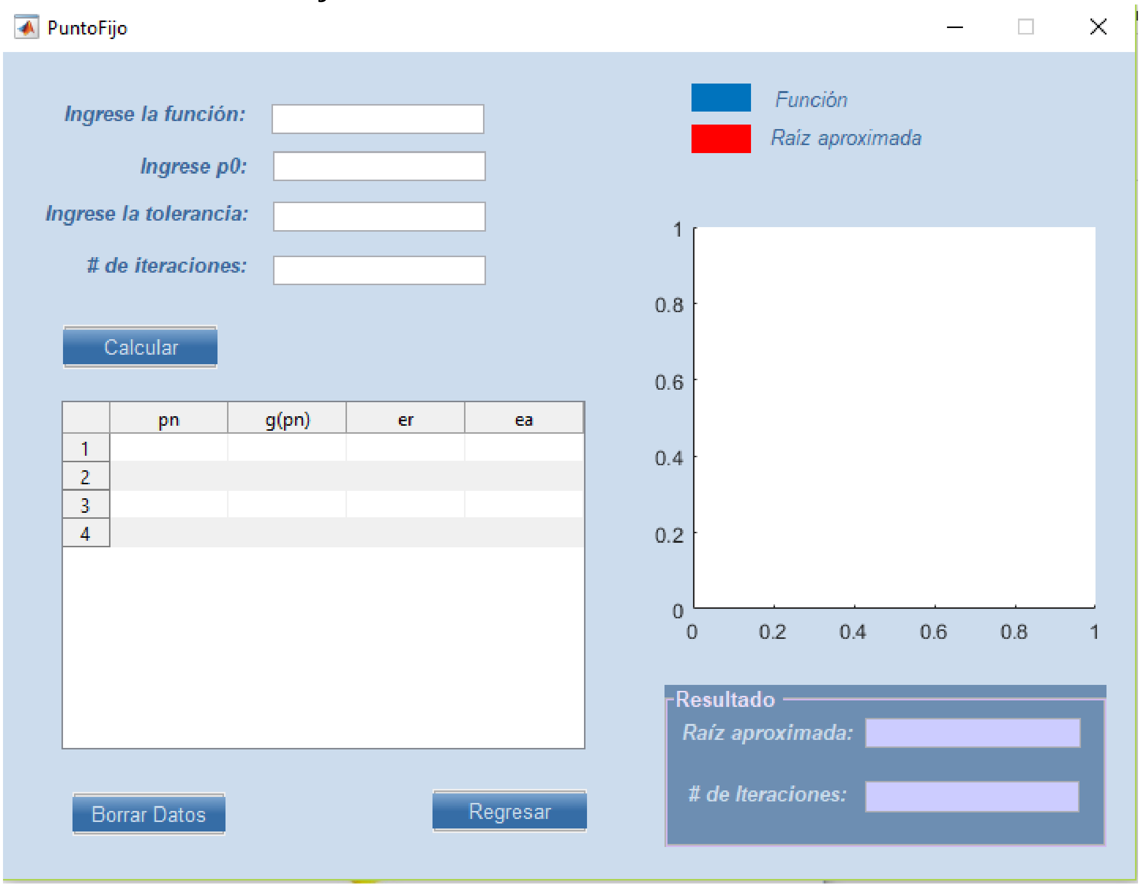
Raíz



Gráfica



3.2.2 Punto Fijo



- **Ingreso de Datos:**

Ingrese la función: Ingresamos la función g(x).
Ingrese p0: Es la aproximación inicial.
Ingrese la tolerancia: Es el valor de la tolerancia que se quiere admitir en el programa.
de iteraciones: El número de iteraciones que realizará el programa.

- **Resultado**

Raíz aproximada: Raíz de la función.

de Iteraciones: El número de iteraciones realizadas para calcular la raíz.

Ejemplo:

Sea $g(x) = \frac{3x^4+2x^2+3}{4x^3+4x-1}, p_0 = 1, Tol = 10^{-4}, Nº\ Iteraciones = 20$

Ingreso de Datos

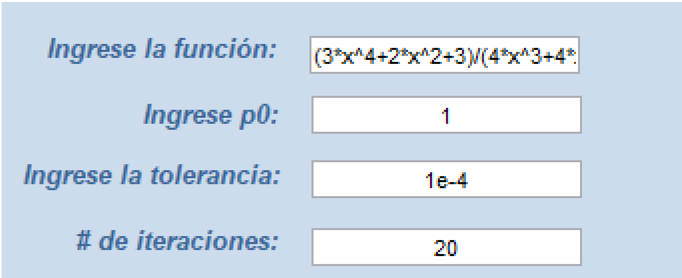
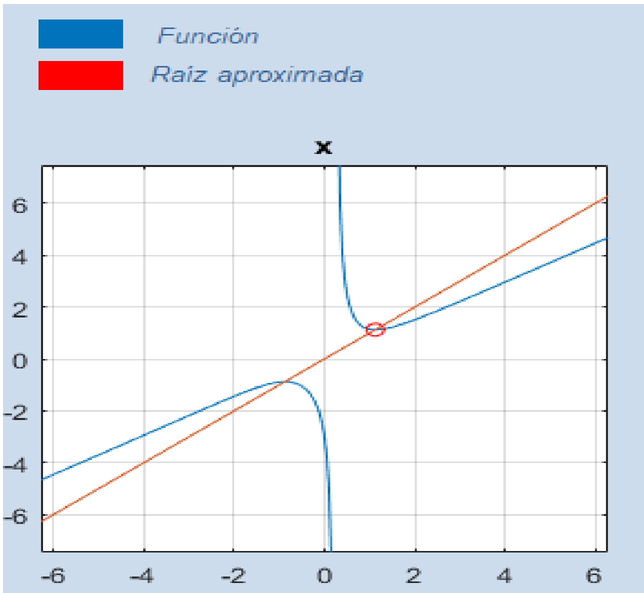


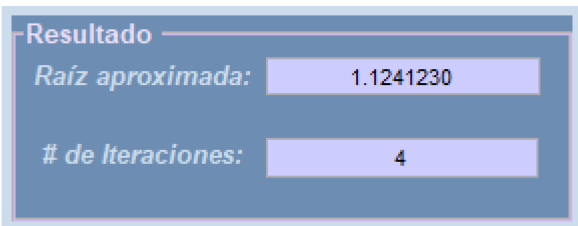
Tabla de datos

	pn	g(pn)	er	ea
1	1.1428571	1.1244817	0.1250000	0.1428571
2	1.1244817	1.1241232	0.0163413	0.0183755
3	1.1241232	1.1241230	0.0003189	0.0003585
4	1.1241230	1.1241230	0.0000001	0.0000001

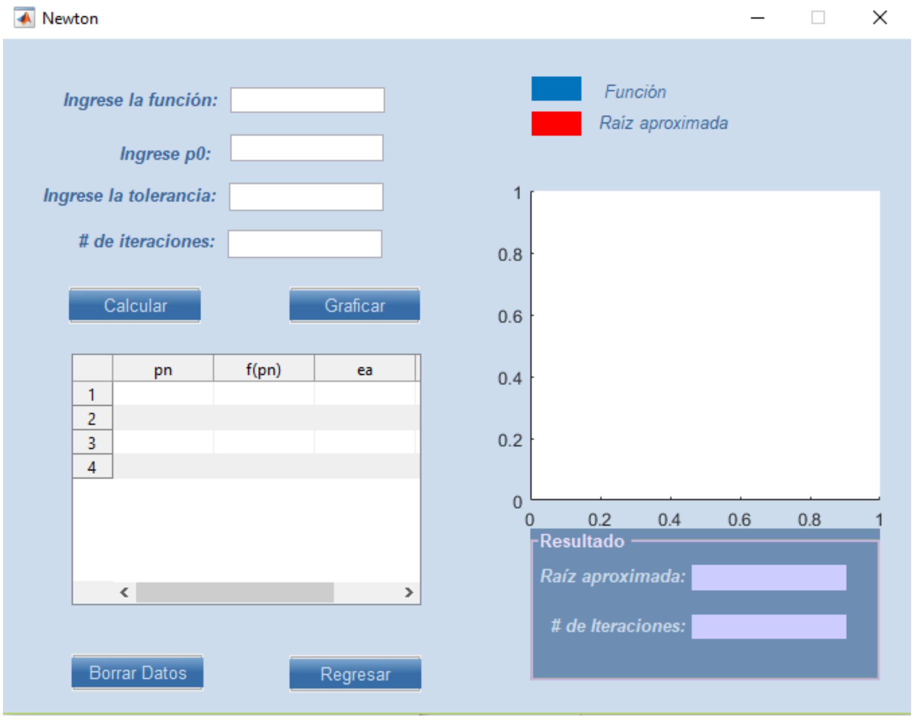
Gráfica



Resultado



3.2.3 Newton



- **Ingreso de Datos**

Ingrese la función: Ingresamos la función f(x).

Ingrese p0: Es la aproximación inicial.

Ingrese la tolerancia: Es el valor de la tolerancia que se quiere admitir en el programa.

de iteraciones: El número de iteraciones que realizará el programa.

- **Resultado**

Raíz aproximada: Raíz de la función.

de Iteraciones: El número de iteraciones realizadas para calcular la raíz.

Ejemplo:

$$f(x) = e^{0.2x^2} - 5x - 2;\ p_0 = -0.5, \qquad Tol = 10^{-3}, Nº\ Iteraciones: 20$$

Ingreso de Datos

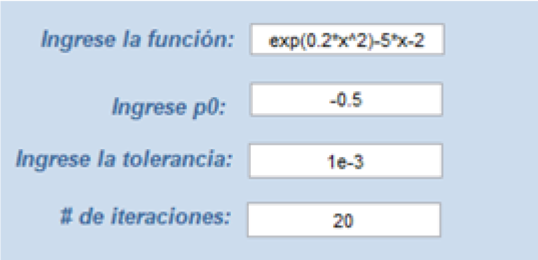
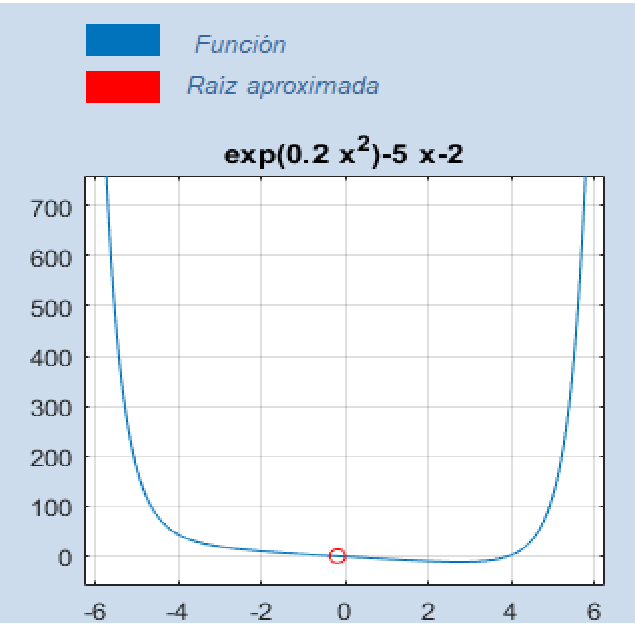


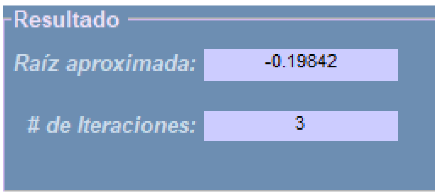
Tabla de Datos

	pn	f(pn)	ea	er
1	-0.2022644	0.0195379	0.2977356	1.4720115
2	-0.1984196	0.0000029	0.0038449	0.0193775
3	-0.1984190	-0.0000000	0.0000006	0.0000029

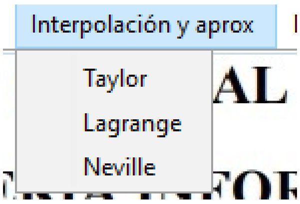
Gráfica



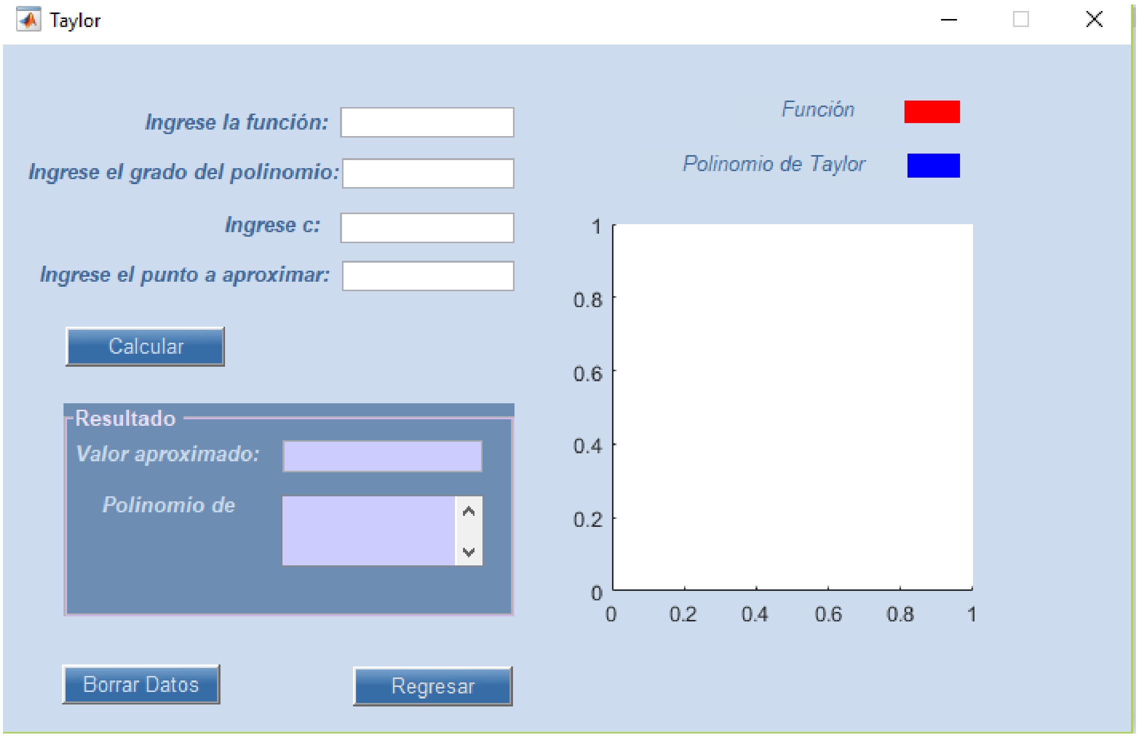
Resultado



3.3 Interpolación y Aproximación



3.3.1 Taylor



- **Ingreso de datos:**

Ingrese la función: Ingresar f(x) de la cual se calcula el polinomio de Taylor.

Ingrese el grado del polinomio: El grado del Polinomio de Taylor.

Ingrese c: El punto alrededor del cual se genera el polinomio.

Ingrese el punto a aproximar: Punto de aproximación.

- **Resultado**

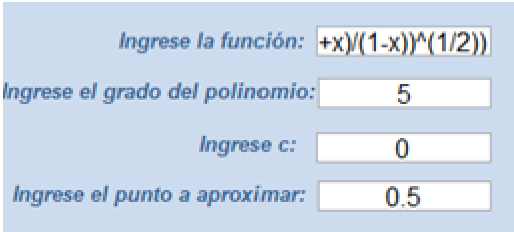
Valor aproximado

Polinomio de Taylor

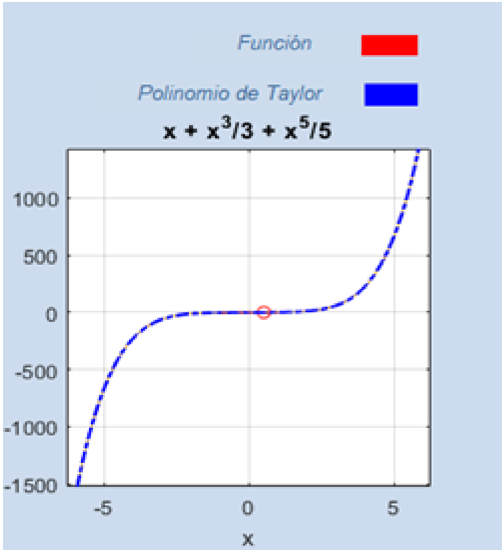
Ejemplo

$$Sea\ f(x) = \ln\left(\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\right); Grado = 5; c = 0; Punto\ aproximar = 0.5$$

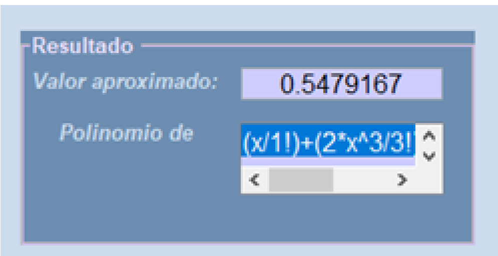
Ingreso de datos



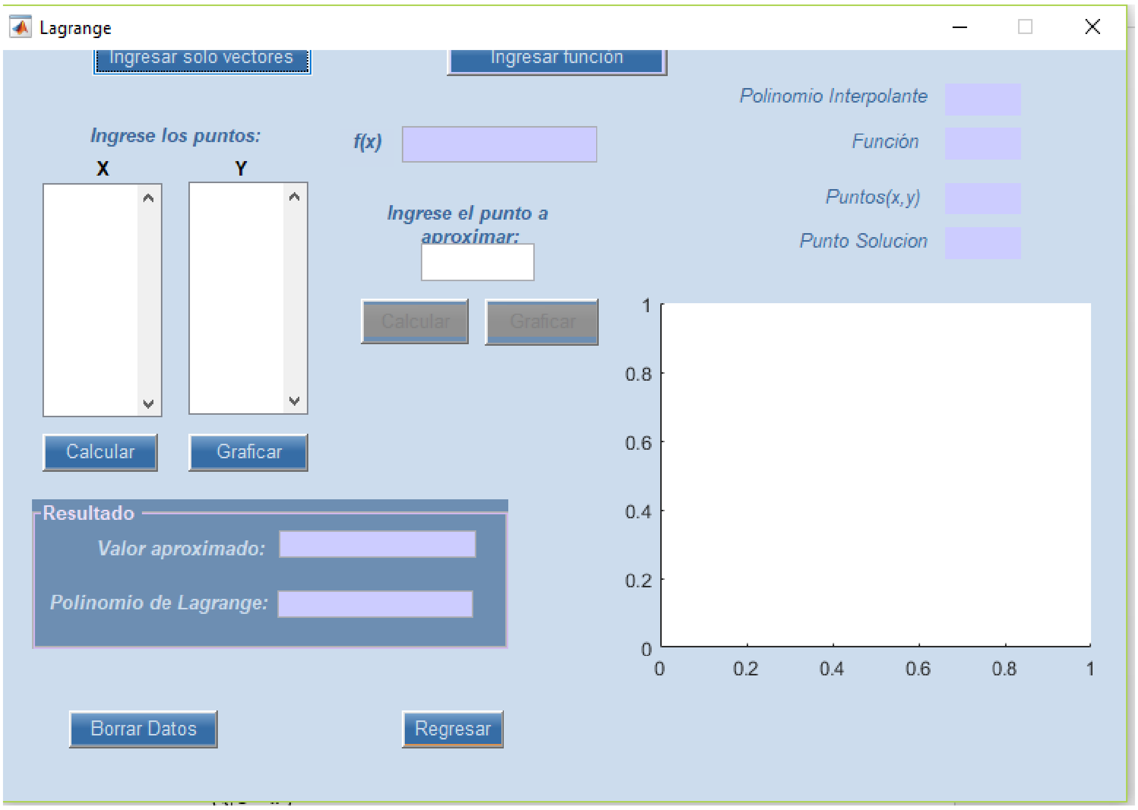
Gráfica



Resultado



3.3.2 Lagrange



- **Ingreso de datos:**
  - ➢ Ingresar solo vectores:

  x= los puntos en el eje x
  y=la función f(x) evaluada en los puntos x_i
  Ingrese el punto a aproximar: El punto a aproximar
- **Resultado**

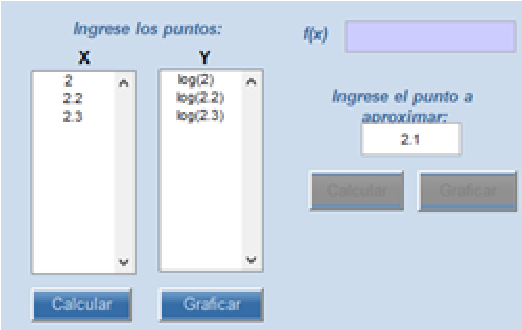
  Valor aproximado

  Polinomio de Lagrange

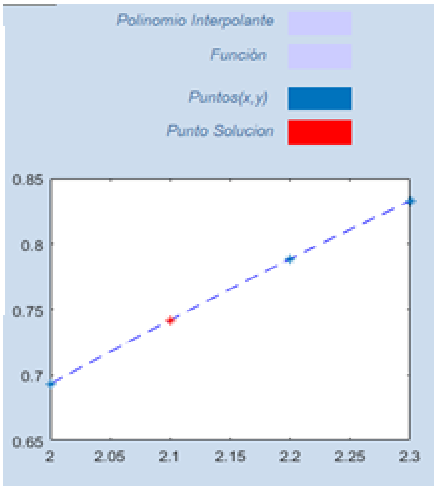
Ejemplo 1:

X=2, 2.2, 2.3
Y=log(2), log(2.2), log(2.3)
Punto a aproximar=2.1

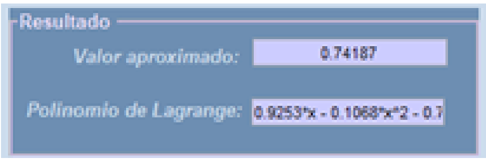
Ingreso de Datos



Gráfica



Resultado



- **Ingreso de datos:**
  - Ingresar la función

f(x)= Función
x= los puntos en el eje x
Ingrese el punto a aproximar: El punto a aproximar

- **Resultado**

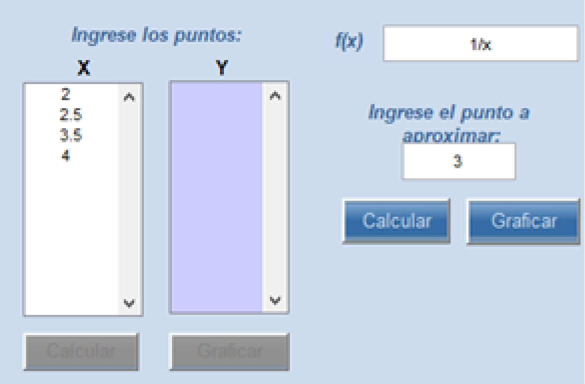
Valor aproximado

Polinomio de Lagrange

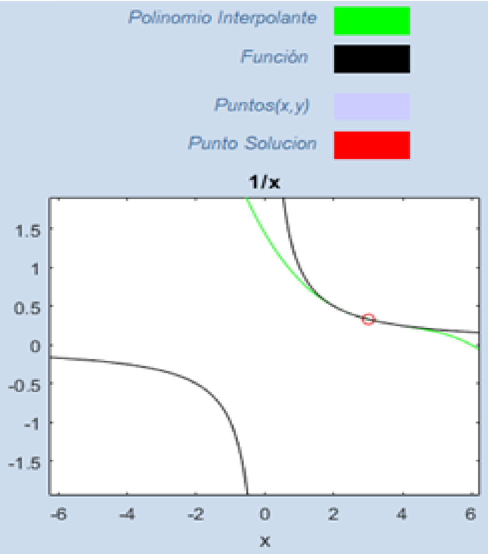
Ejemplo 2

$$Sea\ f(x) = \frac{1}{x}\ ; x = 2, 2.5, 3.5, 4\ ; Punto\ \ a\ aproximar = 3$$

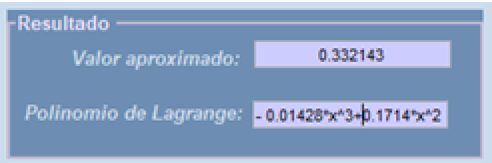
Ingreso de Datos



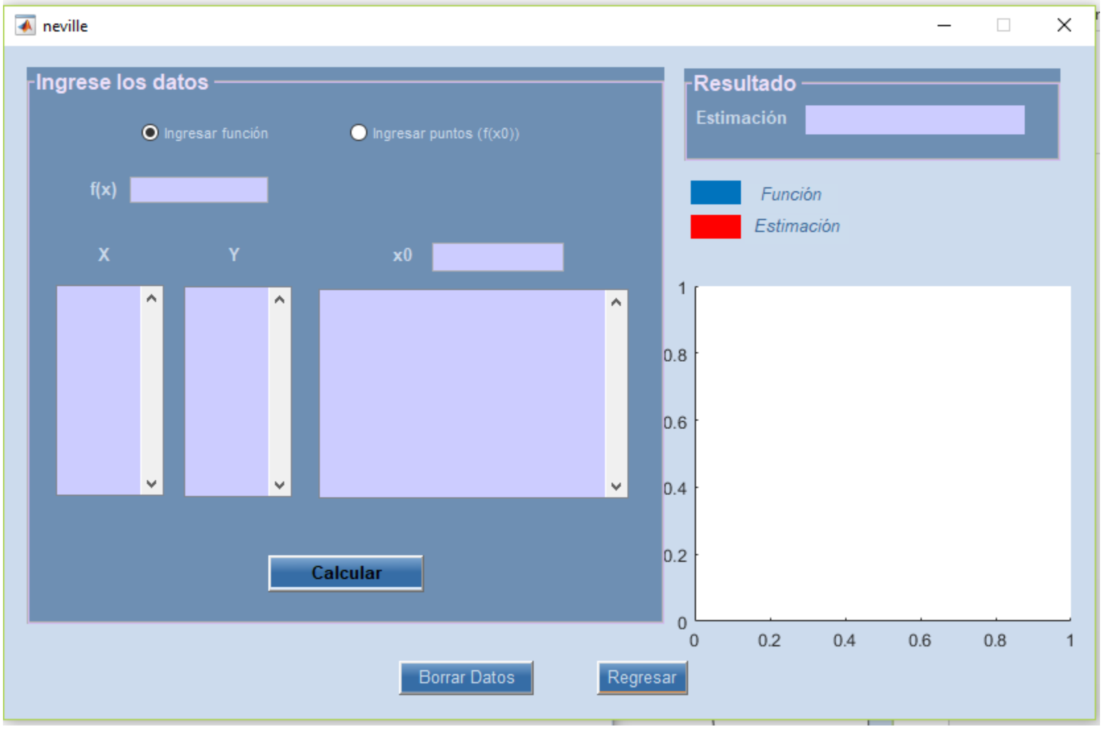
Gráfica



Resultado



3.3.3 Neville



- **Ingreso de datos:**
  - ➢ Ingresar Función

Ingresar la función: Ingresa la función f(x)

X=los puntos en x

X0=Punto a aproximar

- **Resultado**

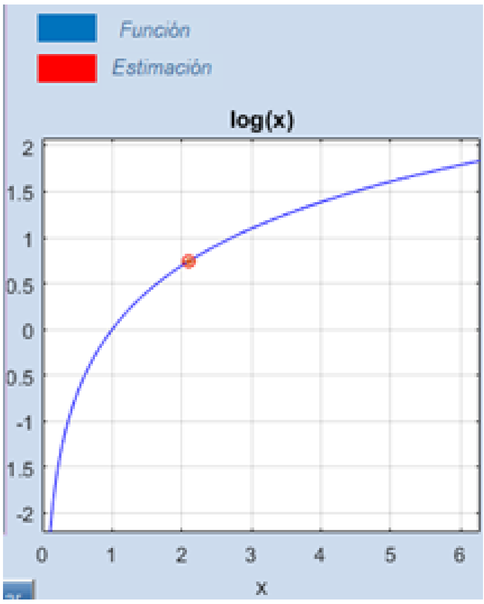
Estimación: Valor estimado

Ejemplo 1

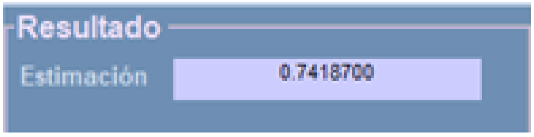
$$Sea\ f(x) = \ln(x)\ ;\ x_0 = 2.1\ ; x = 2, 2.2, 2.3$$

Ingreso de datos

Gráfica



Resultado



- **Ingreso de Datos:**
  - ➢ Ingresar Puntos (f(x0)):

X=Punto eje x

Y=Punto eje y

X0=Punto a aproximar

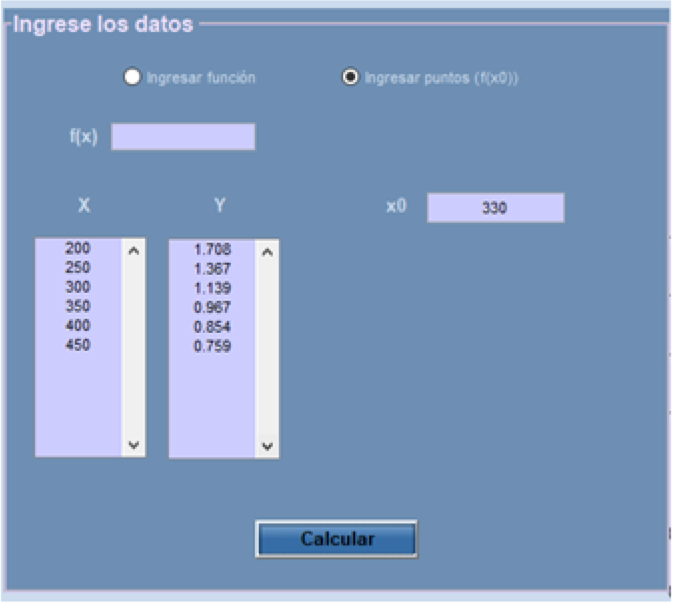
- **Resultado**

Estimación: Valor estimado

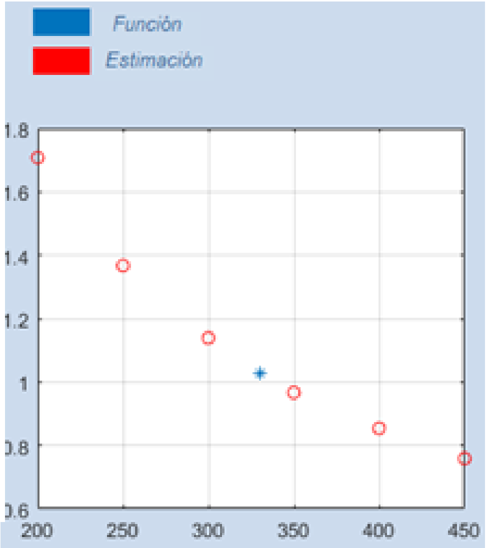
Ejemplo 2

$Sea\ X = 200, 250, 300, 350, 400, 450$;
$Y = 1.708, 1.367, 1.139, 0.967, 0.854, 0.759$; $X0 = 330$

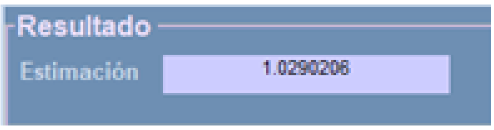
Ingreso de Datos



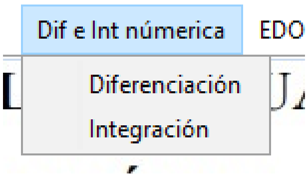
Gráfica



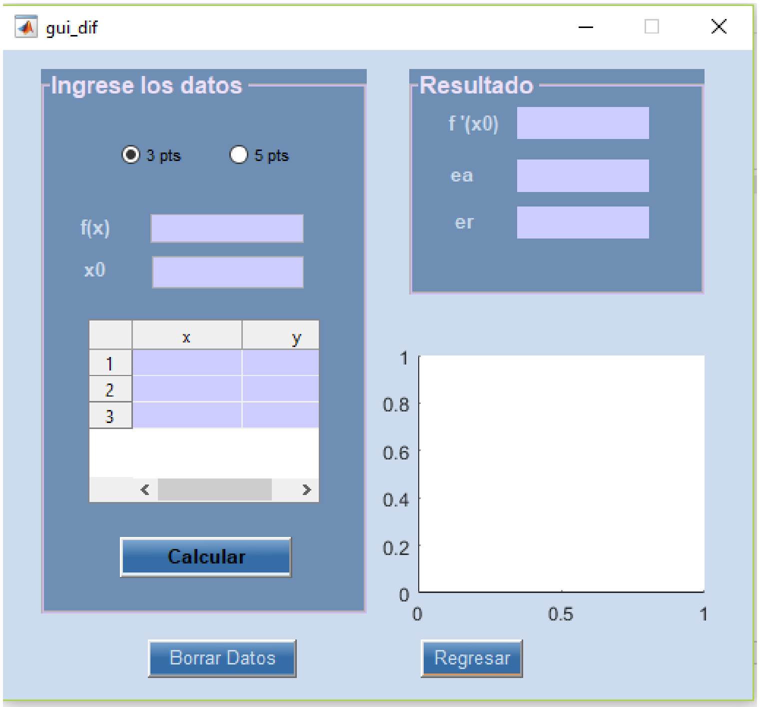
Resultado



3.4 Diferenciación e integración Numérica



3.4.1 Diferenciación



- **Ingreso de datos**

5 o 3 Puntos: El número de puntos a evaluar

f(x)= la función f(x) a la cual se calcula la aproximación de la derivada en el punto x0.

x0= punto en el cual se le aproxima la derivada

- **Resultado**

$f`(x0) =$ La primera derivada evaluada en x0

ea=error absoluto

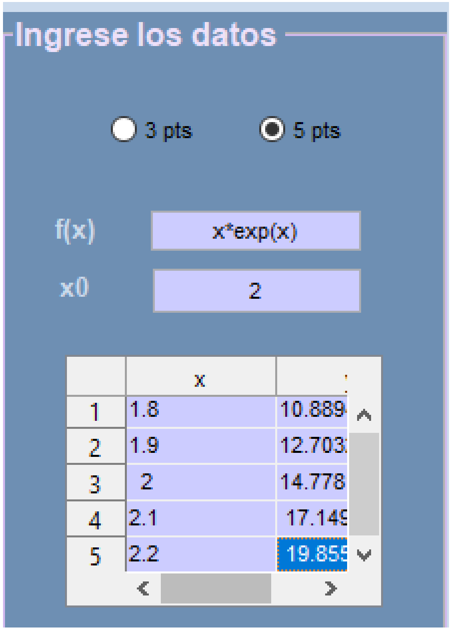
er=error relativo

Ejemplo 1

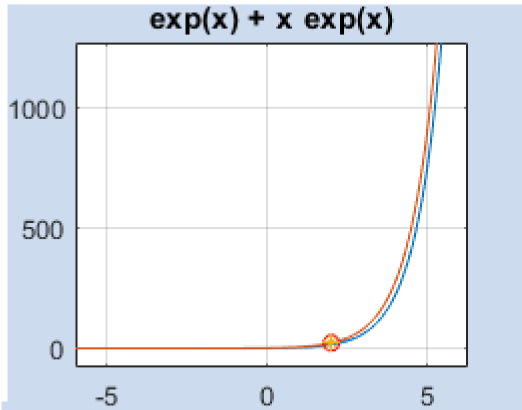
$Sea\ f(x) = x * e^x\ ; x0 = 2,\ x = 1.8,1.9,2,2.1,2.2$

- 5 Puntos

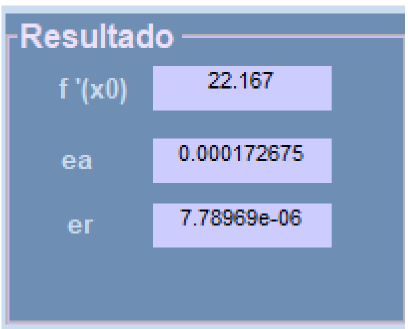
Ingreso de Datos



Gráfica



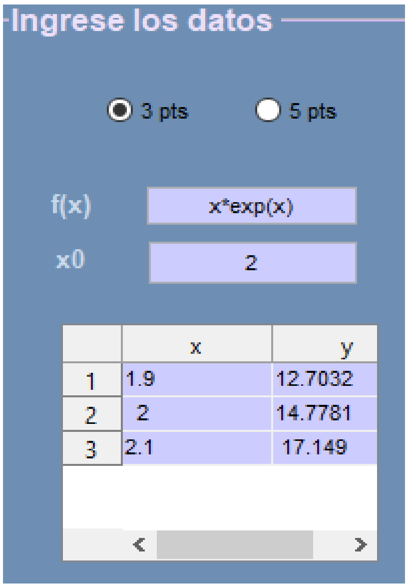
Resultado



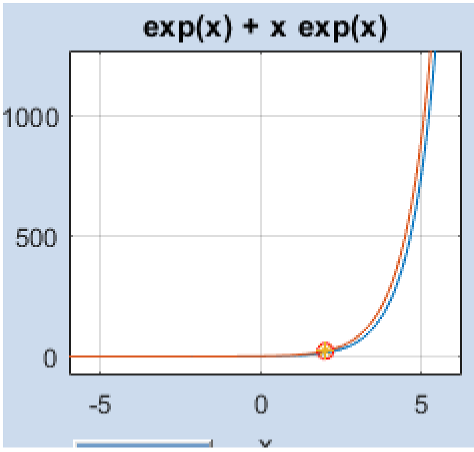
3 Puntos

$x = 1.9, 2, 2.1$

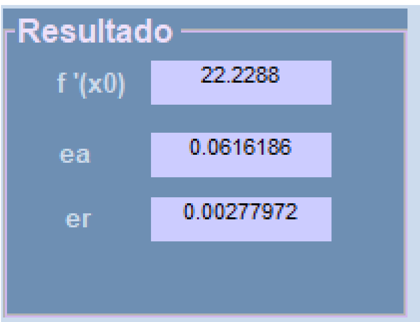
Ingreso de datos



Gráfica

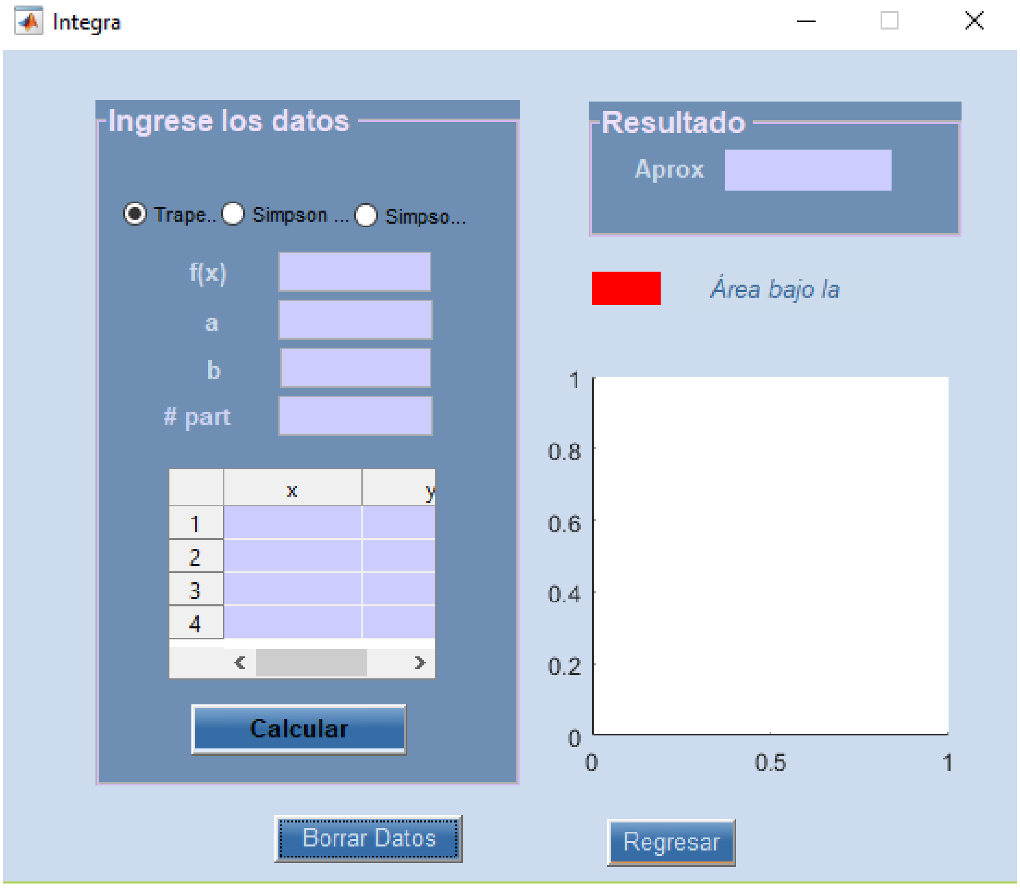


Resultado



3.4.2 Integración:

Método del Trapecio, Simpson 1/3 y Simpson 3/8



- **Ingreso de datos**

f(x)= es la función a integrar.

a= límite inferior de la integral.

b=límite superior de la integral.

#part= número de particiones.

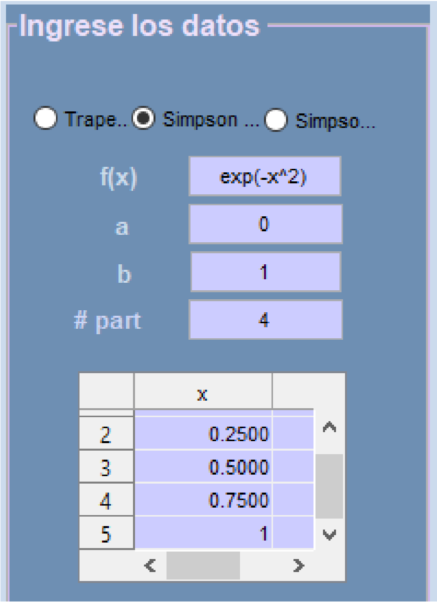
- **Resultado**

Aprox=valor aproximado.

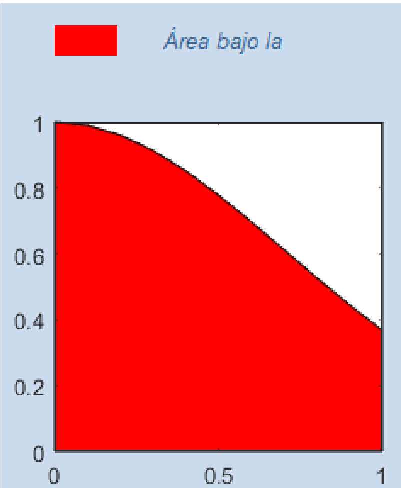
Ejemplo

$$Sea\ f(x) = e^{-x^2}; a = 0\ ; b = 1\ ; \#\ part = 4$$

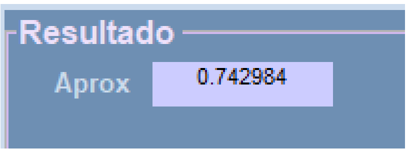
Ingreso de Datos



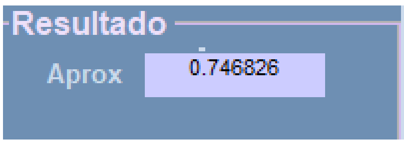
Gráfica



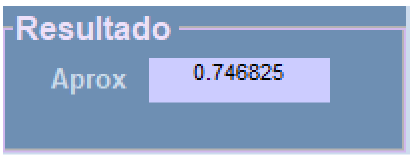
Resultado método Trapecio



Resultado método Simpson 1/3

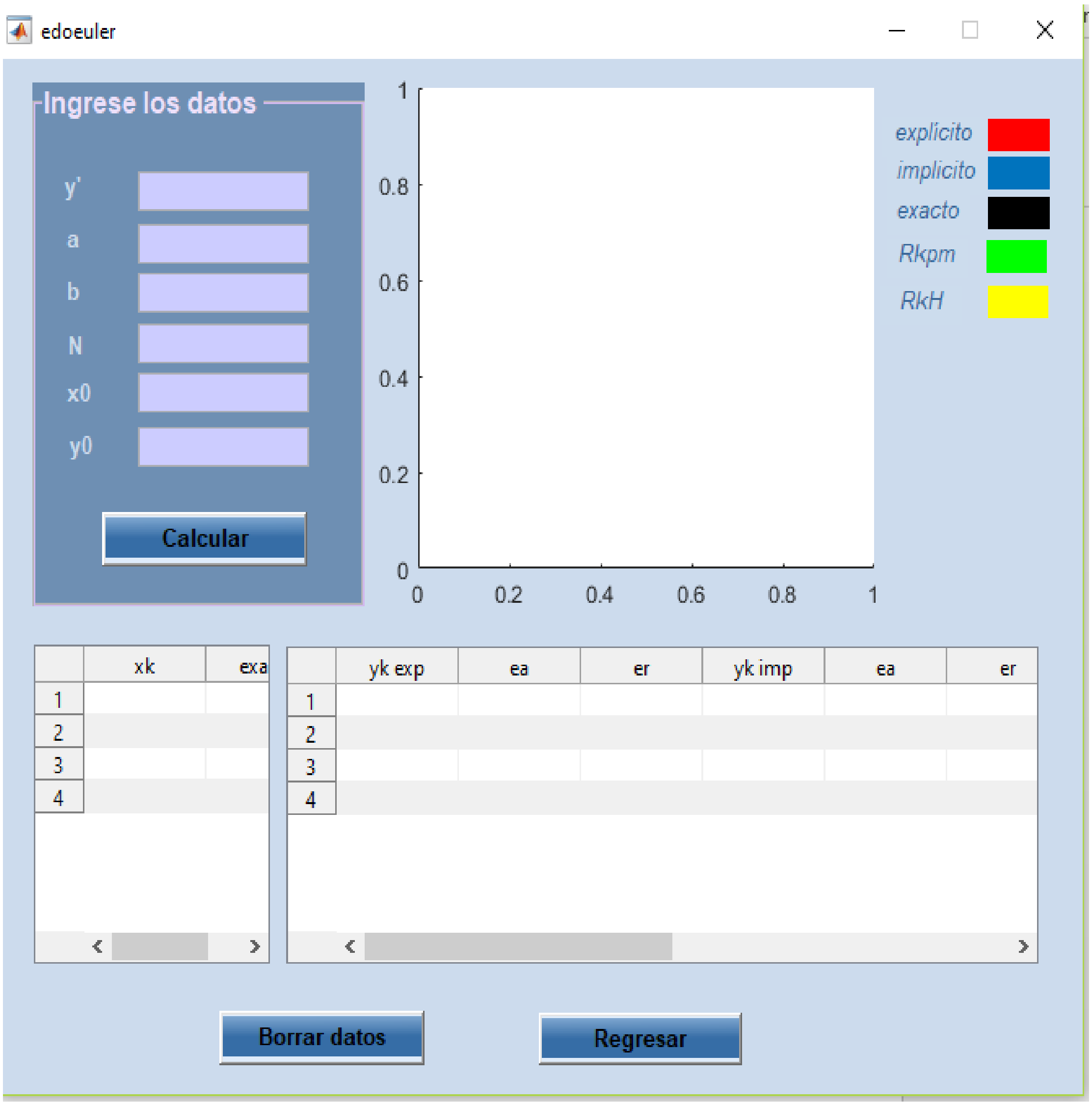


Resultado método Simpson 3/8



3.5 Solución numérica de ecuaciones diferenciales

Contiene los métodos de: Euler implícito y explicito, Runge Kutta y Runge Kutta de orden 2



- **Ingreso de Datos**

y`= la ecuación diferencial

a= límite inferior del intervalo [a, b]

b= limite Superior del intervalo [a, b]

N=número de Particiones

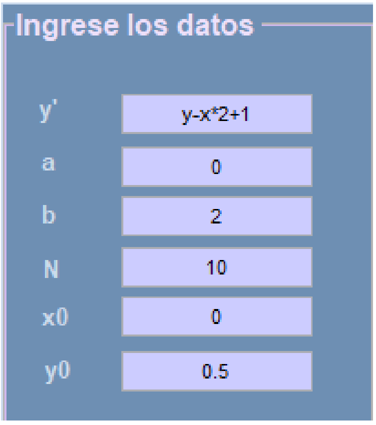
X0=Valor Inicial de x

y0=Valor Inicial de y

Ejemplo

$$Sea\ y' = y - x^2 + 1; a = 0; b = 2; N = 10; x_0 = 0; y_0 = 0.5$$

Ingreso de Datos



Gráfica

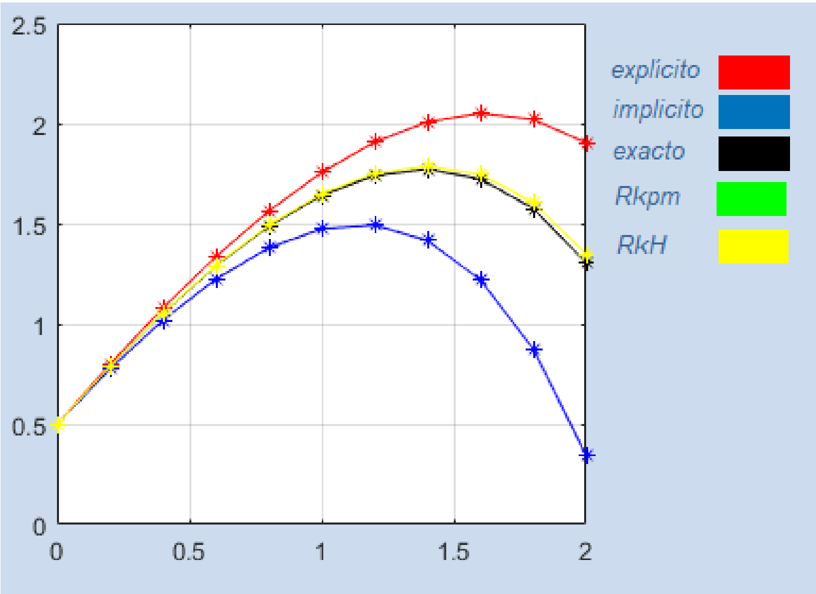


Tabla 1

	xk	exacto
0	0.0000000	0.5000000
1	0.2000000	0.7892986
2	0.4000000	1.0540877
3	0.6000000	1.2889406
4	0.8000000	1.4872295
5	1.0000000	1.6408591
6	1.2000000	1.7399415
7	1.4000000	1.7724000
8	1.6000000	1.7234838
9	1.8000000	1.5751763
10	2.0000000	1.3054720

Tabla 2

	yk exp	ea	er	yk imp	ea	er	Rkpm	ea	er	Rkh	ea	er
0	0.5000000	0	0	0.5000000	0	0	0.5000000	0	0	0.5000000	0	0
1	0.8000000	0.0107014	0.0135581	0.7750000	0.0142986	0.0181156	0.7900000	0.0007014	0.0008886	0.7900000	0.0007014	0.0008886
2	1.0800000	0.0259123	0.0245827	1.0187500	0.0353377	0.0335244	1.0558000	0.0017123	0.0016245	1.0558000	0.0017123	0.0016245
3	1.3360000	0.0470594	0.0365101	1.2234375	0.0655031	0.0508193	1.2920760	0.0031354	0.0024325	1.2920760	0.0031354	0.0024325
4	1.5632000	0.0759705	0.0510819	1.3792969	0.1079327	0.0725730	1.4923327	0.0051032	0.0034313	1.4923327	0.0051032	0.0034313
5	1.7558400	0.1149809	0.0700736	1.4741211	0.1667380	0.1016163	1.6486459	0.0077868	0.0047456	1.6486459	0.0077868	0.0047456
6	1.9070080	0.1670665	0.0960184	1.4926514	0.2472902	0.1421256	1.7513480	0.0114065	0.0065557	1.7513480	0.0114065	0.0065557
7	2.0084096	0.2360096	0.1331582	1.4158142	0.3565858	0.2011881	1.7886446	0.0162446	0.0091653	1.7886446	0.0162446	0.0091653
8	2.0500915	0.3266077	0.1895044	1.2197678	0.5037160	0.2922662	1.7461464	0.0226626	0.0131493	1.7461464	0.0226626	0.0131493
9	2.0201098	0.4449336	0.2824659	0.8747097	0.7004666	0.4446909	1.6062986	0.0311223	0.0197580	1.6062986	0.0311223	0.0197580
10	1.9041318	0.5986598	0.4585773	0.3433871	0.9620848	0.7369632	1.3476843	0.0422123	0.0323349	1.3476843	0.0422123	0.0323349

4. Beneficios del Programa

Tener en un solo programa los algoritmos de métodos numéricos para resolver los ejercicios matemáticos.

5. Recomendaciones

- Se recomienda utilizar la sintaxis válida para Matlab para el ingreso de funciones.

6. Conclusiones

- De los métodos numéricos para la resolución de ecuaciones diferenciales, el Método de Runge Kutta es el que más se aproxima al valor exacto.
- Frente a los métodos de interpolación polinomio se recomienda usar Lagrange.

7. ANEXOS

7.1 Ejercicios Propuestos

Bisección

$Sea\ f(x) = e^{-x} - \ln(x)\ \ en\ el\ intervalo\ [1,1.5] con\ una\ tolerancia\ Tol = 10^{-4}$

$Sea\ f(x) = \ln(x) - \cos(2x)\ en\ el\ intervalo\ [0.5,1] con\ una\ tolerancia\ Tol = 10^{-3}$

Punto Fijo

$Sea\ g(x) = \frac{x^2-e^x}{5}, p0 = -1, con\ una\ tolerancia\ Tol = 10^{-5}, N = 15$

$Sea\ g(x) = \frac{1}{2\sqrt{2x}}, p0 = 1\ \ con\ una\ tolerancia\ Tol = 10^{-4}, N = 15$

Newton

$Sea\ f(x) = 2x + \ln(4\sqrt{x}), p0 = 0.5, con\ una\ tolerancia\ Tol = 10^{-3}, N = 30$

$Sea\ f(x) = \frac{x}{2} + \frac{0.2e^{x^3}}{5}, p0 = -0.5, con\ una\ tolerancia\ Tol = 10^{-4}, N = 10$

Taylor

$Sea\ f(x) = \frac{\ln(x+1)}{4x^2+1}\ , grado = 5, c = 0, punto\ a\ aproximar = 2.2$

$Sea\ f(x) = \frac{1}{2-x^4}, grado = 6, c = 1, punto\ a\ aproximar = 1.4$

Lagrange

$Sea\ x = 4,0,-6,1,-4$

$\quad y = 808,4,1438,10,160$

$punto\ a\ aproximar = -1$

$Sea\ f(x) = \frac{\ln(x+1)}{e^x}$

$x = 3.1,3.2,3.3,3.5$

$punto\ a\ aproximar = 3.4$

Neville

$Sea\ x = -2,-1,2,3$

$\quad y = -7,-6,12,18$

$punto\ a\ aproximar = 1$

$Sea\ f(x) = 2^x - 3x^3$

$x = -1.1,-1.2,-1.3,-1.4,-1.6$

$punto\ a\ aproximar = -1.5$

Diferenciación

$Sea\ f(x) = \frac{x^4}{e^x}\ ; x0 = 4.2, x = 3.8,4,4.2$

$Sea\ f(x) = \frac{\ln(2x+x^2)}{x}\ ; x0 = 3.5, x = 3.3,3.4,3.5,3.6,3.7$

Integración

$Sea\ f(x) = 2^{x-1}e^{-x}; a = 1.5\ ; b = 2\ ; \#\ part = 6$

$Sea\ f(x) = \frac{\ln(x+2)}{x^3}; a = 0.5\ ; b = 1.5\ ; \#\ part = 8$

EDO

$Sea\ y' = 3x - 2y; a = 0; b = 2; N = 10; x_0 = 0; y_0 = 1.5$

$Sea\ y' = 2x - 3y + 1; a = 1; b = 2; N = 10; x_0 = 1; y_0 = 5$