Prova Pratica di Calcolo Scientifico e Metodi Numerici

23 Giugno 2025

Creare un live script dal nome Cognome_Nome_Matricola.mlx (dove Cognome è il vostro cognome, Nome il vostro nome e Matricola il vostro numero di matricola senza il codice 60/61/ iniziale) che esegua le seguenti istruzioni:

1. **[8 punti]** generi casualmente un numero m **intero** e compreso tra 1 e 60. Dopo aver verificato che il numero inserito sia anche divisibile per 5, si costruisca e si visualizzi la matrice G fatta nel seguente modo
$$G = \begin{bmatrix} A & D \\ B & C \end{bmatrix},$$
dove, assegnato a n il valore $\frac{m}{5}$:
    - $A \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ e contiene elementi uguali a $2n$;
    - $B \in \mathbb{R}^{3n \times n}$ e contiene elementi uguali a $3n$;
    - C contiene elementi nulli;
    - D contiene elementi uguali a -1.

    Dedurre le dimensioni di C e D sapendo che $G \in \mathbb{R}^{m \times 3n}$.

    Se il numero generato m non dovesse verificare le condizioni richieste, dovrà esserne richiesto uno nuovo fino a quando non si ottiene un numero consentito.

2. **[11 punti]** crei un test per la risoluzione di un sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con il metodo iterativo di Gauss-Seidel. In particolare:
    - generare le matrici dei coefficienti del sistema di dimensione crescente da 20 a 200 con passo 20, contenenti numeri pseudo-casuali **reali** compresi tra -10 e 4;
    - rendere la matrice diagonalmente dominante, imporre una soluzione nota $\mathbf{x}$ di elementi uguali a -3 e calcolare il corrispondente termine noto $\mathbf{b}$;
    - trovare l'approssimazione $\mathbf{x}_1$ della soluzione del sistema utilizzando il metodo iterativo di Gauss-Seidel impostando una tolleranza $\tau = 10^{-6}$, un numero massimo di iterazioni $kmax = 200$ e un vettore iniziale $\mathbf{x}^{(0)}$ a piacere;
    - infine, calcoli e visualizzi una tabella in cui compaiono la dimensione della matrice e l'errore relativo tra la soluzione vera $\mathbf{x}$ e quella ottenuta $\mathbf{x}_1$.

3. **[11 punti]** implementi un test per l'approssimazione della radice positiva dell'equazione nonlineare
$$f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) - 2x^2 - 3x + 1$$
utilizzando il metodo delle secanti, con punti iniziali $x_0 = 0$ e $x_1 = 1$, e con il metodo delle corde, ponendo $x_0 = 0$ e $m = f'(1)$. Per entrambi i metodi, impostare una tolleranza $\tau = 10^{-6}$ e un numero massimo di iterazioni $kmax = 200$. Infine si stampi, sullo stesso sistema di assi cartesiani, il grafico della funzione $f(x)$ e le due approssimazioni ottenute. Il grafico dovrà essere corredato da un titolo e una legenda.

    Le due funzioni

    - `[`x_s`,`k_n`] = secanti(f,`x_0`,`x_1`,`τ`,kmax)`
    - `[`x_c`,`k_b`] = corde(f,`x_0`,m,`τ`,kmax)`

    dovranno essere allegate alla fine dello script.

Laboratory exam of Calcolo Scientifico e Metodi Numerici

23 Giugno 2025

Create a live script named Surname_Name_ID.mlx (where Surname is your last name, Name is your first name, and ID is your student ID number without the initial code 60/61/) that performs the following tasks:

1. [**8 points**] Randomly generate an **integer** number m between 1 and 60. After verifying that the number is divisible by 5, construct and display the matrix G defined as:
$$G = \begin{bmatrix} A & D \\ B & C \end{bmatrix},$$
where, assigning $n = \frac{m}{5}$:
   - $A \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ and contains elements equal to $2n$;
   - $B \in \mathbb{R}^{3n \times n}$ and contains elements equal to $3n$;
   - C contains only zeros;
   - D contains elements equal to -1.

   Deduce the dimensions of C and D knowing that $G \in \mathbb{R}^{m \times 3n}$.

   If the generated number m does not meet the required conditions, a new number must be requested until a valid one is obtained.

2. [**11 points**] Create a test for solving a linear system $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ using the Gauss-Seidel iterative method. Specifically:
   - generate coefficient matrices of increasing size from 20 to 200 in steps of 20, containing pseudo-random **real** numbers between -10 and 4;
   - make the matrix diagonally dominant, impose a known solution $\mathbf{x}$ with all elements equal to -3, and compute the corresponding right-hand side $\mathbf{b}$;
   - find the approximation $\mathbf{x}_1$ of the solution using the Gauss-Seidel method with a tolerance $\tau = 10^{-6}$, a maximum number of iterations $kmax = 200$, and an initial guess $\mathbf{x}^{(0)}$ of your choice;
   - finally, compute and display a table showing the matrix size and the relative error between the true solution $\mathbf{x}$ and the computed one $\mathbf{x}_1$.

3. [**11 points**] Implement a test to approximate the positive root of the nonlinear equation
$$f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) - 2x^2 - 3x + 1$$
using the secant method with initial points $x_0 = 0$ and $x_1 = 1$, and the chord method with $x_0 = 0$ and $m = f'(1)$. For both methods, set a tolerance $\tau = 10^{-6}$ and a maximum number of iterations $kmax = 200$.

   Finally, plot the function $f(x)$ and the two approximations on the same Cartesian axes. The plot must include a title and a legend.

   The two functions
   - $[x_s, k_n]$ = `secanti(f,`x_0`,`x_1`,`τ`,kmax)`
   - $[x_c, k_b]$ = `corde(f,`x_0`,m,`τ`,kmax)`

   must be attached at the end of the script.