Prova Pratica di Calcolo Scientifico e Metodi Numerici

8 Settembre 2025

Creare un live script dal nome Cognome_Nome_Matricola.mlx (dove Cognome è il vostro cognome, Nome il vostro nome e Matricola il vostro numero di matricola senza il codice 60/61/ iniziale) che esegua le seguenti istruzioni:

1. **[8 punti]** generi casualmente un numero n **intero** compreso tra -50 e -1. Dopo aver verificato che il numero inserito sia anche divisibile per 5, si costruisca e si visualizzi la matrice X fatta nel seguente modo

$$X = \begin{bmatrix} p & p-1 & p-2 & \cdots & 0 \\ p-1 & p & p-1 & \ddots & \vdots \\ p-2 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & p-1 \\ 0 & \cdots & \cdots & p-1 & p \end{bmatrix},$$

   dove, $p = -\frac{n}{5}$. Se il numero generato n non dovesse verificare le condizioni richieste, dovrà esserne generato uno nuovo fino a quando non si ottiene un numero consentito.

2. **[11 punti]** crei un test per la risoluzione di un sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con i metodi iterativi di Jacobi e Gauss-Seidel. In particolare:

   - generare le matrici dei coefficienti del sistema di dimensione crescente da 10 a 100 con passo 10, contenenti numeri pseudo-casuali **reali** compresi tra -30 e 30;
   - rendere la matrice strettamente diagonalmente dominante;
   - imporre una soluzione nota $\mathbf{x}$ di elementi uguali a 1 e calcolare il corrispondente termine noto $\mathbf{b}$;
   - calcolare la soluzione $\mathbf{x}_j$ del sistema utilizzando il metodo di Jacobi e la soluzione $\mathbf{x}_{gs}$ del sistema utilizzando il metodo di Gauss-Seidel.
   - infine, calcolare e visualizzare una tabella in cui ogni riga contiene: la dimensione della matrice, l'errore relativo tra la soluzione vera $\mathbf{x}$ e quella ottenuta $\mathbf{x}_j$, il numero di iterazioni k_j, l'errore relativo tra la soluzione vera $\mathbf{x}$ e quella ottenuta $\mathbf{x}_{gs}$, il numero di iterazioni k_{gs}.

   Per entrambi i metodi, impostare un vettore iniziale $\mathbf{x}^{(0)}$ con entrate casuali tra 0 e 1, una tolleranza $tol = 10^{-6}$ e un numero massimo di iterazioni $kmax = 200$.

   Le funzioni

   - `[x_j, k_j] = jacobi(A,b,x0,tol,kmax))`
   - `[x_gs, k_gs] = gs(A,b,x0,tol,kmax))`

   dovranno essere allegate alla fine dello script.

3. **[11 punti]** implementi un test per l'approssimazione della radice positiva dell'equazione nonlineare

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{3}\right)^2 (x+2)\,.$$

   In particolare:

- determinare l'intervallo della forma $[\ell, \ell+1]$, con ℓ intero, che contiene la radice positiva di f;
- determinare l'approssimazione x_n utilizzando il metodo di Newton, con valore iniziale $x^{(0)} = \ell$;
- determinare l'approssimazione x_c utilizzando il metodo delle corde, con valore iniziale $x^{(0)} = \ell$ e $m = f'(\ell)$;

Per entrambi i metodi, impostare una tolleranza $tol = 10^{-5}$ e un numero massimo di iterazioni $kmax = 150$.

Infine si stampi, sullo stesso sistema di assi cartesiani, il grafico della funzione $f(x)$ e le approssimazioni ottenute. Il grafico dovrà essere corredato da un titolo e una legenda.

Le funzioni

- `[`x_n`,`k_n`] = newton(f,fder,x0,tol,kmax)`
- `[`x_b`,`k_b`] = corde(f,m,x0,tol,kmax)`

dovranno essere allegate alla fine dello script.

NOTA IMPORTANTE: inserire i comandi `clear` e `clc` all'inizio dello script ma **NON** tra un esercizio e l'altro.