Prova Pratica di Calcolo Scientifico e Metodi Numerici

04 Febbraio 2025

Creare un live script dal nome Cognome_Nome_Matricola.mlx (dove Cognome è il vostro cognome, Nome il vostro nome e Matricola il vostro numero di matricola senza il codice 60/61/ iniziale) che esegua le seguenti istruzioni:

1. [**10 punti**] generi in modo pseudo-random un numero n **intero** tra 10 e 50 e verifichi che sia divisibile per 3. Stabilito che il numero inserito soddisfa i requisiti richiesti, si costruisca e si visualizzi la matrice D di dimensione $n \times n$ fatta nel seguente modo

$$D = \begin{bmatrix} D_1 & \mathbf{y} & D_3 \\ \mathbf{y}^T & D_2 & D_4 \\ D_3^T & D_4^T & D_5 \end{bmatrix},$$

   dove,

   - $D_1 \in \mathbb{R}^{\frac{n}{3} \times \frac{n}{3}}$ contiene tutti valori uguali a 1;
   - $\mathbf{y}$ è un vettore colonna di lunghezza $\frac{n}{3}$ che contiene tutti valori uguali a 0;
   - D_2 contiene tutti valori uguali a 2;
   - D_3 contiene tutti valori uguali a 3;
   - D_4 contiene tutti valori uguali a 4;
   - D_5 contiene tutti valori uguali a 5.

   Dedurre le dimensioni delle matrici D_2, D_3, D_4 e D_5.

   Se il numero generato n non dovesse verificare le condizioni richieste, dovrà esserne richiesto uno nuovo fino a quando non si ottiene un numero consentito.

2. [**10 punti**] crei la matrice dei coefficienti di un sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, con A di dimensione da 10 a 100 con passo 10, contenente numeri pseudo-casuali **reali** compresi tra -5 e 10. Imporre una soluzione nota $\mathbf{x}$ di elementi uguali a -5, calcolare il corrispondente termine noto $\mathbf{b}$ e trovare la soluzione $\mathbf{x}_1$ tramite l'algoritmo di Gauss con pivoting. Infine, calcolare e visualizzare in un sistema di assi cartesiani l'errore relativo tra la soluzione vera $\mathbf{x}$ e quella ottenuta $\mathbf{x}_1$ in corrispondenza della dimensione. Il grafico dovrà essere corredato da un titolo e una legenda.

   La funzione `[U,c] = gauss_piv(A,b)` dovrà essere allegata alla fine dello script.

3. [**10 punti**] implementi un test per l'approssimazione della radice positiva dell'equazione nonlineare

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)(x+2)^2$$

   utilizzando il metodo delle corde, partendo da $x_0 = 1$ e $m = f'(x_0)$, e il metodo di Newton, partendo da $x_0 = 1$. Per entrambi i metodi, impostare una tolleranza $\tau = 10^{-5}$ e un numero massimo di iterazioni $kmax = 100$. Infine si stampi, sullo stesso sistema di assi cartesiani, il grafico della funzione $f(x)$ e le due approssimazioni ottenute. Il grafico dovrà essere corredato da un titolo e una legenda.

   Le due funzioni

   - `[`x_n`,`k_n`] = newton(f,fder,`x_0`,`τ`,kmax)`
   - `[`x_b`,`k_b`] = corde(f,m,`x_0`,`τ`,kmax)`

   dovranno essere allegate alla fine dello script.