Prova Pratica di Calcolo Scientifico e Metodi Numerici

10 Giugno 2025

Creare un live script dal nome Cognome_Nome_Matricola.mlx (dove Cognome è il vostro cognome, Nome il vostro nome e Matricola il vostro numero di matricola senza il codice 60/61/ iniziale) che esegua le seguenti istruzioni:

1. **[8 punti]** chieda in input un numero n e verifichi che sia **intero** e compreso tra 10 e 40. Dopo aver verificato che il numero inserito sia anche divisibile per 3, si costruisca e si visualizzi la matrice E di dimensione $n \times n$ fatta nel seguente modo

   $$E = \begin{bmatrix} E_1 & E_2 & E_3 \\ E_4 & E_5 & E_6 \\ E_7 & E_8 & E_9 \end{bmatrix},$$

   dove, assegnato a m il valore $\frac{n}{3}$, ogni matrice $E_i \in \mathbb{R}^{m\times m}$ contiene tutti valori uguali a i.

   Si costruiscano e si visualizzino, inoltre, il vettore $\mathbf{z}$ con tutti elementi uguali a 1 e il vettore $\mathbf{y} = E \cdot \mathbf{z}$.

   Se il numero inserito n non dovesse verificare le condizioni richieste, dovrà esserne richiesto uno nuovo fino a quando non si ottiene un numero consentito.

2. **[11 punti]** crei un test per la risoluzione di un sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con il metodo iterativo di Jacobi. In particolare:

   - generare le matrici dei coefficienti del sistema di dimensione crescente da 10 a 100 con passo 10, contenenti numeri pseudo-casuali **reali** compresi tra -5 e 5;
   - rendere la matrice diagonalmente dominante, imporre una soluzione nota $\mathbf{x}$ di elementi uguali a 1 e calcolare il corrispondente termine noto $\mathbf{b}$;
   - trovare l'approssimazione $\mathbf{x}_1$ della soluzione del sistema utilizzando il metodo iterativo di Jacobi impostando una tolleranza $\tau = 10^{-5}$ e un numero massimo di iterazioni $kmax = 100$;
   - infine, calcoli e visualizzi una tabella in cui compaiono la dimensione della matrice e l'errore relativo tra la soluzione vera $\mathbf{x}$ e quella ottenuta $\mathbf{x}_1$.

3. **[11 punti]** implementi un test per l'approssimazione della radice positiva dell'equazione nonlineare

   $$f(x) = \cos(5x) - 2x^2 - 3x + 1$$

   utilizzando il metodo di Newton, con punto iniziale $x_0 = 1$, e con il metodo di bisezione, partendo dall'intervallo $[0, 4]$. Per entrambi i metodi, impostare una tolleranza $\tau = 10^{-5}$ e un numero massimo di iterazioni $kmax = 100$. Infine si stampi, sullo stesso sistema di assi cartesiani, il grafico della funzione $f(x)$ e le due approssimazioni ottenute. Il grafico dovrà essere corredato da un titolo e una legenda.

   Le due funzioni

   - `[`x_n`,`k_n`] = newton(f,fder,`x_0`,`τ`,kmax)`
   - `[`x_b`,`k_b`] = bisezione(f,a,b,`τ`,kmax)`

   dovranno essere allegate alla fine dello script.