Prova Pratica di Calcolo Scientifico e Metodi Numerici

13 Gennaio 2025

Creare un live script dal nome Cognome_Nome_Matricola.mlx (dove Cognome è il vostro cognome, Nome il vostro nome e Matricola il vostro numero di matricola senza il codice 60/61/ iniziale) che esegua le seguenti istruzioni:

1. [**8 punti**] generi in modo pseudo-random un numero n **intero** tra 1 e 40 e verifichi che sia divisibile per 4. Stabilito che il numero inserito soddisfa i requisiti richiesti, si costruisca e si visualizzi la matrice D di dimensione $n \times n$ fatta nel seguente modo

$$D = \begin{bmatrix} D_1 & D_2 \\ D_3 & D_4 \end{bmatrix},$$

   dove, assegnato a m il valore $\frac{n}{4}$,

   - $D_1 \in \mathbb{R}^{m \times m}$ contiene tutti valori uguali a -1;
   - $D_2 \in \mathbb{R}^{m \times m}$ contiene tutti valori uguali a -2;
   - $D_3 \in \mathbb{R}^{m \times m}$ contiene tutti valori uguali a -3;
   - $D_4 \in \mathbb{R}^{m \times m}$ contiene tutti valori uguali a -4.

   Si construiscano e si visualizzino, inoltre, il vettore $\mathbf{z}$ con tutti elementi uguali a 3 e il vettore $\mathbf{y} = D \cdot \mathbf{z}$.

   Se il numero generato n non dovesse verificare le condizioni richieste, dovrà esserne richiesto uno nuovo fino a quando non si ottiene un numero consentito.

2. [**11 punti**] crei la matrice dei coefficienti di un sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, con $A \in \mathbb{R}^{20\times 20}$, contenente numeri pseudo-casuali **reali** compresi tra -2 e 2. Sostituire la sua diagonale con elementi tutti uguali a 100. Successivamente, imporre una soluzione nota $\mathbf{x}$ di elementi uguali a -2 e calcolare il corrispondente termine noto $\mathbf{b}$ e trovare l'approssimazione $\mathbf{x}_1$ della soluzione del sistema utilizzando il metodo iterativo di Gauss-Seidel. Impostare una tolleranza $\tau = 10^{-5}$ e un numero massimo di iterazioni $kmax = 100$. Infine, calcoli e visualizzi l'errore relativo tra la soluzione vera $\mathbf{x}$ e quella ottenuta $\mathbf{x}_1$.

3. [**11 punti**] implementi un test per l'approssimazione della radice positiva dell'equazione nonlineare

$$f(x) = \sin(3x) - x^2 + 2x + 3 = 0$$

   utilizzando il metodo di Newton, con punto iniziale $x_0 = 1$, e con il metodo di bisezione, partendo dall'intervallo $[0, 4]$. Per entrambi i metodi, impostare una tolleranza $\tau = 10^{-5}$ e un numero massimo di iterazioni $kmax = 100$. Infine si stampi, sullo stesso sistema di assi cartesiani, il grafico della funzione $f(x)$ e le due approssimazioni ottenute. Il grafico dovrà essere corredato da un titolo e una legenda.

   Le due funzioni

   - [x_n,k_n] = `newton(f,fder,`x_0`,`τ`,kmax)`
   - [x_b,k_b] = `bisezione(f,a,b,`τ`,kmax)`

   dovranno essere allegate alla fine dello script.