



Styring og regulering af et Pan & Tilt System
Robotteknologi 4. semesterprojekt

Anders Launer Bæk, Michael Kjær Schmidt, Mikael Westermann,
Mikkel Skaarup Jaedicke, Nikolaj Iversen & Åse Videbæk Jensen

Maj 2014

Abstract

This paper describes the development of a Pan & Tilt System for tracking a moving target. The system is designed for tracking the parabolic movement of a clay target in an English Skeet competition. Obtaining the position of the clay target is not a part of this project.

A mathematical model of the physical dynamics of the Pan & Tilt is derived and used as basis for the controller design.

Two digital PID-controllers are designed: one for the pan system and one for the tilt system. The controllers are designed in the discrete domain, and therefore a discretized model of the continuous part of the system is first obtained. The controllers utilize position feedback from the two DC motors rotating the pan and tilt frames. The controller design process is aided by simulations of the Pan & Tilt systems respectively, so as to speed up the design process and take into account dead zone nonlinearities.

The control algorithms are implemented on a microcontroller, while the feedback of the DC motors is decoded and translated to positions on an FPGA. The FPGA thus provides the position feedback for the microcontroller. The PWM signals for the DC motors are generated by the FPGA, while the PWM duty cycles are calculated by the control algorithms. The microcontroller communicates with the FPGA through SPI.

The real-time requirements of the digital controllers are met through the use of a preemptive priority scheduling algorithm provided by the FreeRTOS operating system.

Test results are presented, verifying the mathematical model of the dynamics of the Pan & Tilt System and the real-time performance of the microcontroller. Furthermore, the performance of the system tracking a clay target in a English Skeet competition is measured.

The usefulness of the implemented digital controllers to the performance requirements of the application is discussed. Finally, options for further development of the system is discussed.

It is concluded that the developed Pan & Tilt System is not always able to accurately track the parabolic movement of the clay target while meeting the time requirements of the competition. However, in all the experiments with the optimized system, the measurements show that the system is able to accurately track the clay target for 0.42 seconds after the peak of it's parabolic movement.

Åse Videbæk Jensen

Nikolaj Iversen

Mikkel Jaedicke

Anders Launer Bæk

Mikael Westermann

Michael Kjær Schmidt

Ansvarsområder

De primære ansvarsområder er listet i nedenstående tabel

Navn	Opgaver/Ansvarsområder
Åse	FPGA Optimering af regulator
Mikkel	FPGA Design af regulator
Mikael	Systemmodellering Design af regulator
Nikolaj	Mikrocontroller Optimering af regulator
Anders	Systemmodellering Optimering af regulator
Michael	Mikrocontroller Optimering af regulator

Viser fordelingen af ansvarsområder.

Det skal understreges, at tabellen er vejledende og at hele gruppen har været med over alle områder.

Indhold

I Applikation	2
1 Problemformulering	2
2 Kravspecifikation	3
3 Projektoverblik	4
II Systemidentifikation	5
4 Matematisk model af PTS	5
4.1 Afkobling af pan og tilt	5
4.2 DC-Motor	6
4.3 FPGA-modulerne	7
4.4 PTS's åbensløjfeoverføringsfunktioner	7
4.5 Koordinattransformation	9
5 Regulator	10
5.1 Diskretisering af åbensløjfeoverføringsfunktionerne	10
5.2 Upsampling	13
5.3 Valg af regulatortype	14
III Implementering	15
6 Mikrocontroller	15
6.1 Krav til mikrocontrolleren	15
6.2 Beskrivelse af mikrocontroller	15
6.3 Valg af operativsystem og scheduling	16
6.4 Implementering	16
6.5 Test	18
6.6 Delkonklusion	18
7 FPGA	19
7.1 Valg i opbygning af FPGA funktionalitet	19
7.2 Implementering på FPGA	19
7.3 Delkonklusion	20
IV Regulatorjustering	21
8 Justering ift. matematisk model af PTS	21
9 Manuel justering ift. fysisk PTS	22
9.1 Valg af integratormætning	22
9.2 Tilføjelse af et D-filter	22
10 Endelig performance	23
11 Delkonklusion	23

V Evaluering	25
12 Diskussion	25
13 Konklusion	26
14 Videreudvikling	26
15 Litteratur	27
VI Appendices	28
A Lerduens karakteristika	28
B DC motoren	30
C Beregning af inertimoment	42
D FPGA'ens komponenter	44
E Serial Peripheral Interface	46
F Test af mikrocontrollerens timing	47
VII Bilag	48

Indhold i projektmappe

Hvad	Sti
Rapporten	Rapport.pdf
Koden til mikrocontrolleren	uC
Biblioteker til C-koden	uC/libs
VHDL kode til FPGA	FPGA
Test af PID	test/simulering
Test af mikrocontrollerens timing	test/Test af timing uC
Koordinater til koden	test/koordinater

Indhold i projektmappe.

Projektmappen findes på: https://github.com/mikkeljae/SDU_ROBTEK4_PAN-AND-TILT.

Figurer

1.1	Skitse af English Skeet	2
2.1	Lerduens parabel i 2D	3
3.1	Principskitse af PTS	4
4.1	Åbensløjfeoverføringsfunktioner	8
4.2	Tilt åbensløjferespons, målt vs. teoretisk	8
4.3	Sfærisk koordinatsystem til koordinattransformation	9
5.1	Systemkonfiguration	10
5.2	Diskretisering af åbensløjfeoverføringsfunktion	11
5.3	Diskretiseret åbensløjfeoverføringsfunktion	11
5.4	Sammenligning af steprespons mellem kontinuert og diskretiseret system	12
5.5	Sammenligning af performance mellem kontinuert og diskretiseret system	13
5.6	Sammenligning af Bode-plots	14
6.1	Taskdiagram	16
6.2	Indholdet af SPI datawords	17
7.1	Diagram over FPGA komponenter	20
8.1	Simuleret system	21
8.2	Fejlsignaler m. startkoefficienter	22
9.1	D-filterets respons	23
10.1	Endelig performance	24

Tabeller

4.1	Motorparametre	6
8.1	Regulatorkoefficienter	21
10.1	Endelige regulatorkoefficienter	23

Forord

Projektet er udarbejdet som en del af 4. semester kurset ”Indlejrede systemer”, under bachelordelen af Civilingeniøruddannelsen i Robotteknologi. Projektet blev udarbejdet i tidsrummet 19. februar til 28. maj 2014 af en gruppe på seks studerende. Rapporten beskriver udarbejdelsen af styring til tracking af en lerdue vha. et Pan & Tilt System. Rapportens målgruppe er andre studerende med kompetenceniveau svarende til 4. semester eller derover på samme eller lignende uddannelser. Formålet med projektet er at kombinere semestrets forskellige fagligheder og samtidig oparbejde kompetencer i problemorienteret projektarbejde.

Tak til
Lektor Esmaeil S. Nadimi
for vejledning, kommentarer og feedback.

Indledning

Trackingsystemer spiller en stadig større rolle i vores hverdag og ses ofte i gadebilledet i form af f.eks. overvågningskameraer. Fælles for mange af sådanne trackingsystemer er, at de bruger et Pan & Tilt System til at følge deres mål.

I dette projekt udvikles et Pan & Tilt trackingsystem, som følger en lerdues bevægelse i luften. Systemet dimensioneres til brug i en English Skeet konkurrence. Kravene til systemet analyseres i første del af rapporten.

For at kunne designe en passende regulator til systemet skal udledes en matematisk model. Dette gøres i anden del af rapporten.

I tredje del af rapporten diskutes implementeringen af regulatorerne og diverse hjælpefunktioner på mikrocontrolleren. Der beskrives også hvordan en FPGA bruges til at generere PWM-signaler og læse motorernes position.

I fjerde del af rapporten beskrives justeringen af regulatorerne og tests af systemets endelige performance. Til sidst konkluderes projektet og muligheder for videreudvikling diskutes. Projektet udføres i overensstemmelse med det tilhørende projektoplæg, der er vedlagt som bilag.

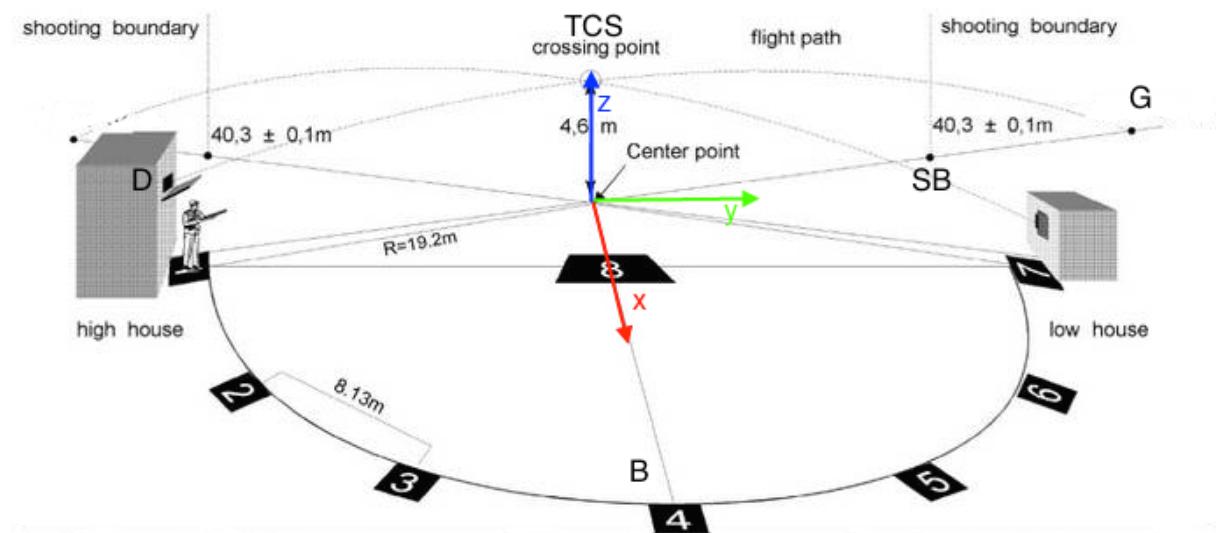
Del I

Applikation

Denne del af rapporten beskriver i hvilken sammenhæng Pan & Tilt Systemet (PTS) ønskes brugt. Applikationen analyseres og kravene til systemet fastlægges. Sidst gives et overblik over blokopdelingen af det samlede system.

1 Problemformulering

PTS opbygges til tracking og nedskydning af en lerdue i English Skeet (ES). PTS dimensioneres til en konkurrence i ES og er afgrænset til et enkelt tilfælde: Afskydning fra "high house" (D) med PTS placeret på station 4 (B), jf. figur 1.1.



Figur 1.1: Optegning af skyttepositioner samt lerdueens flugt fra de to affyringsstationer hhv. "high house", "low house". PTS er placeret på position 4.

Til nedskydning af lerduen er tænkt et masseløst haglevær placeret i skæringspunktet mellem pan- og tilt-akserne. Geværet er monteret vinkelret på tilt-planet. Lerduen skal skydes iht. reglerne for ES, dvs. inden lerduen når "shooting boundary" (SB), figur 1.1.

Udgangsposition for PTS er at systemet peger mod D hvorfra lerduen affyres.

Det tænkte gevær er et 12 gauge haglevær med Skeet Choke.

Lerdueens koordinater i det kartesiske koordinatsystem som vist på figur 1.1 vil med en frekvens på 120 [Hz] blive givet som input til systemet. Hvor disse koordinater stammer fra er uden for projektafgrænsningen.

Som angivet i projektoplægget skal reguleringen foregå på en mikrocontroller, mens motorpositionsbestemmelse skal foregå på en FPGA.

2 Kravspecifikation

Kravene til systemet findes vha. reglerne for ES (ISSF, 2014).

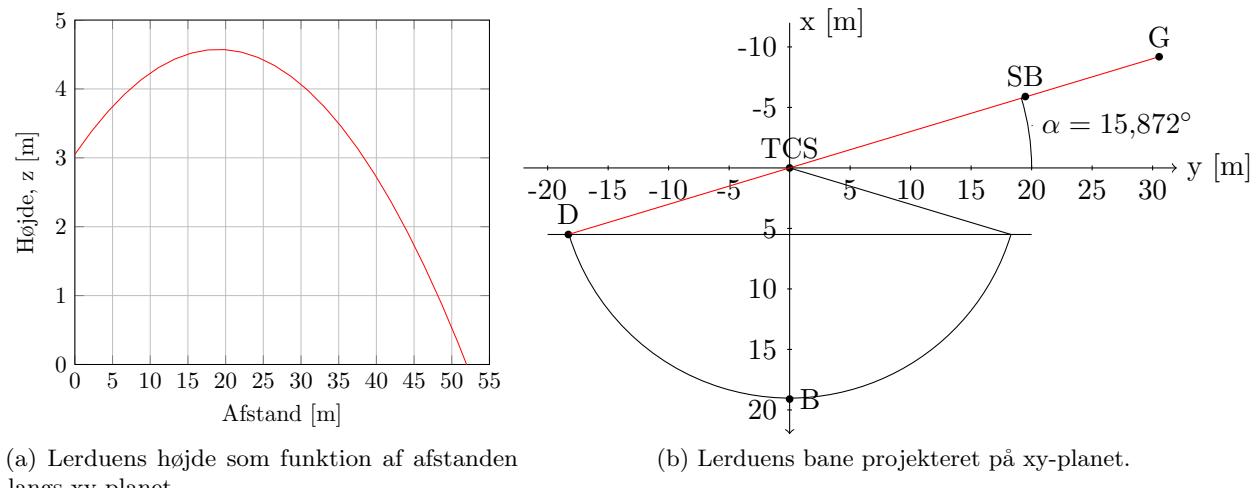
I reglerne er givet et affyringspunkt (D), et forventet nedslagspunkt (G) og “target crossing point” (TCS). Lerduens parabelbevægelse findes ved interpolation af disse tre punkter. Det antages at luftmodstanden er negligerbar.

Lerduens affyringshastighed og vinkel ift. xy-planet blev beregnet vha. den fundne kasteparabel. Lerduen affyres med en hastighed på $34,6 \frac{m}{s}$ i en vinkel på $9,1^\circ$ ift. xy-planet jf. figur 1.1¹.

Lerduens flugt er givet i ligning 2.1 med origo som angivet på figur 1.1.

$$Pos(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9,34 \cdot t + 5,5 \\ 32,851 \cdot t - 19,3 \\ -4,91 \cdot t^2 + 5,473 \cdot t + 3,05 \end{pmatrix} [m] \quad (2.1)$$

Lerduens flugt er illustreret på figur 2.1. Punktet D er ”high house”. Punktet SB og punktet G er hhv. 40,3 [m] og 52 [m] fra ”high house”.



Figur 2.1: Viser lerduens parabelbevægelse i 2D.

Tilt-rammen kan bevæge sig frit, men pan-rammen kan pga. en stopklods ikke rotere frit. Bevægelsesområdet er målt til 154° .

Haglene fra et 12 gauge haglevær med Skeet Choke spredes så de dækker et område med en diameter på 1,32 [m] på 37 meters afstand (Wikipedia, 2014b, Pattern and choke). Spredningsvinklen er, med en antagelse om lineær spredning, givet ved ligning 2.2.

$$\begin{aligned} Spredning &= 2 \cdot \tan^{-1} \left(\frac{1,32/2}{37} \right) \\ &= 2,04^\circ \end{aligned} \quad (2.2)$$

¹Beregningerne bag kasteparablen findes i appendiks A.

Når trackingfejlen defineres ud fra pan-vinklen θ og tilt-vinklen ϕ som i ligning 2.3 rammes lerduen ved afskydning af haglgeværet når ligning 2.4 opfyldes.

$$TE = \left| \begin{pmatrix} \theta_{\text{target}} \\ \phi_{\text{target}} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \theta_{\text{current}} \\ \phi_{\text{current}} \end{pmatrix} \right| \quad (\text{Trackingfejl}) \quad (2.3)$$

$$TE \leq 1,02^\circ \quad (\text{Lerduen rammes}) \quad (2.4)$$

Settling Time defineres som tiden der går før trackingfejlen forbliver $\leq 1,02^\circ$.

Der skydes på lerduen mellem toppunktet og SB. I dette tidsrum skal PTS sigte præcist på lerduen under opfyldelse af ligning 2.4 og dette stiller krav til Settling Time, t_s , som skrevet i ligning 2.6.

$$t_{top} = 0,557 \text{ [s]} \quad (\text{Toppunktet af parablen}) \quad (2.5)$$

$$t_s \leq 0,557 \text{ [s]} \quad (\text{Krav til Settling Time}) \quad (2.6)$$

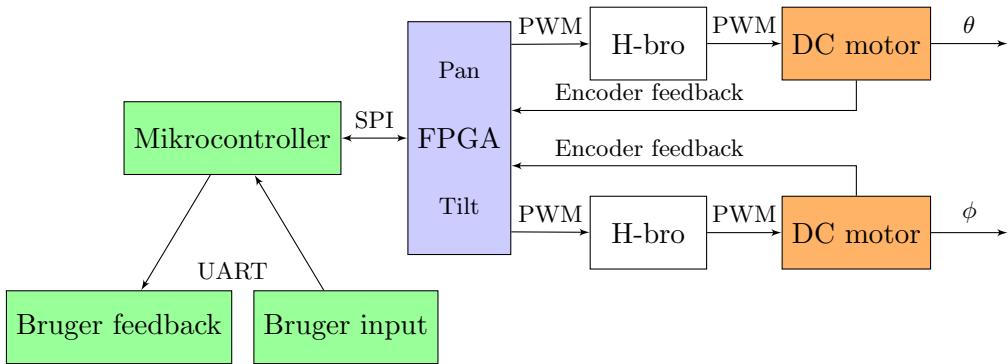
$$t_{SB} = 1,180 \text{ [s]} \quad (\text{SB}) \quad (2.7)$$

Det eneste krav der stilles til systemet er Settling Time kravet beskrevet i ligning 2.6.

3 Projektoverblik

Som det fremgår af projektoplægget skal projektet opdeles som vist på figur 3.1. Det ligger altså udenfor dette projekt at bestemme den overordnede opdeling. Projektoplægget stiller ydermere følgende krav til implementeringen:

- Regulatorerne skal implementeres på en mikrocontroller.
- Der skal benyttes SPI-kommunikation mellem mikrocontrolleren og FPGA'en.
- FPGA'en skal styre PWM-signalerne til motorerne.
- FPGA'en skal benyttes til bestemmelse af motorernes position vha. encoderne.



Figur 3.1: Principskitse af PTS.

Del II

Systemidentifikation

Denne del gennemgår den teoretiske beskrivelse af systemet. Design af passende regulatorer tager udgangspunkt i en matematisk model af PTS. PTS identificeres i afsnit 4 vha. målinger på motorenne samt systemets dynamik. Modellen verificeres ved sammenligning af åbенsløjferesponserne for det fysiske system og den teoretiske model.

I afsnit 5 diskretiseres den teoretiske model for PTS mht. design af diskret regulator. Den diskrete model optimeres ift. ulineariteter. På baggrund af de fundne diskrete overføringsfunktioner diskuteses valg af regulatortype.

Desuden gennemgås transformationen fra kartesiske koordinater til sfæriske koordinater.

4 Matematisk model af PTS

Under designet af en regulator skal systemet identificeres. Der er forskellige metoder til systemidentifikation. Én metode ser som udgangspunkt systemet som en ”black box”, og identificerer systemet på baggrund af sammenhørende værdier for input og output. En anden metode tager udgangspunkt i matematisk at beskrive de enkelte dele i systemet for på den måde at sammenstykke en model af hele systemet. Det vælges hovedsageligt at benytte den sidstnævnte metode til bestemmelsen af en simplificeret model af PTS af følgende årsager:

- Matematiske modeller for systemets enkelte elementer findes i litteraturen.
- Flere af de matematiske modeller er lineære og simple.
- De matematiske modeller giver indsigt i den involverede fysik og giver mulighed for at udtrykke systemets parametre i fysiske størrelser.

Ulempen ved at bruge teoretiske *lineære* matematiske modeller er, at de altid vil være tilnærmelser, og ikke beskriver ulineariteter som dødzone og tidsforsinkelser.

4.1 Afkobling af pan og tilt

Når den ene af de to rammer roterer vil en kraftmoment-induceret præcession påvirke den anden ramme. Samtidig vil tilt-rammens vinkel påvirke inertimomentet omkring pan-aksen, og dermed pan-motorens overføringsfunktion. Der er altså tale om et Multi-Input Multi-Output (MIMO) system med en kobling mellem pan og tilt. Det vælges at simplificere systemet til to Single-Input Single-Output (SISO) systemer. Retfærdiggørelsen heraf ligger i at præcessionens størrelse afhænger af vinkelaccelerationen, som er stærkt begrænset for dette fysiske system, samt at tilt-rammens inertimoment er tilnærmelsesvis konstant, som beskrevet nedenfor. Afkoblingen af de to systemer, og opdelingen i hhv. pan og tilt gør, at der kan udvikles en separat regulator til hvert system, og at der skal findes en overføringsfunktion for hvert system. De følgende beregninger tager altså udgangspunkt i det simplificerede afkoblede system. Det er dog stadig vigtigt iht. kravspecifikationen at betragte trackingfejlen som en størrelse der samlet ikke må overstige $1,02^\circ$. I denne sammenhæng skal systemet altså stadig betragtes som en helhed.

4.2 DC-Motor

To DC-motorer af typen EMG30 (Robot Electronics UK, 2014), er forbundet til systemet. Det antages, at motorerne kan beskrives ved samme matematiske model og samme parametre (på nær inertimomentet fra belastningen). Den matematiske model af DC-motoren er beskrevet i appendiks B, der også beskæftiger sig med den eksperimentelle bestemmelse af parametrene for en EMG30-motor. Motoren kan beskrives ved ligning 4.1, hvor konstanterne k_1 , k_2 og k_3 er givet ved ligningerne 4.2. Der henvises til appendiks B for yderligere forklaring af modellen.

$$V_m(t) = k_1 \cdot \frac{d^2}{dt^2}(\omega(t)) + k_2 \cdot \frac{d}{dt}(\omega(t)) + k_3 \cdot \omega(t) \quad (4.1)$$

$$k_1 = \frac{L_m \cdot (J_L + J_m)}{K_t}, k_2 = \frac{R_m \cdot (J_L + J_m) + L_m \cdot B}{K_t}, k_3 = K_b + \frac{R_m \cdot B}{K_t}, \quad (4.2)$$

L_m er motorens ækvivalente induktans, R_m dens resistans, J_m dens indre inertimoment, K_t er kraftmomentproportionalitetskonstanten, K_b er proportionalitetskonstanten for den modelektromotoriske kraft, mens B er den viskøse friktionskoefficient.

Parameter	Værdi	Enhed
R_m	5,215	$[\Omega]$
L_m	$2,2 \cdot 10^{-3}$	$[H]$
K_b	0,517	$\left[\frac{V \cdot s}{rad} \right]$
K_t	0,517	$\left[\frac{N \cdot m}{A} \right]$
B	0,00319	$[N \cdot m \cdot s]$
J_m	$8,26 \cdot 10^{-4}$	$[kg \cdot m^2]$

Tabel 4.1: Eksperimentelt bestemte motorparametre.

De eksperimentelt bestemte motorparametre står i tabel 4.1. Det er vigtigt at bemærke, at de to motorer adskiller sig fra hinanden ved parameteren J_L , som er belastningens inertimoment. Dette er ikke en egentlig motorparameter, men en parameter der udelukkende afhænger af pan- og tilt-rammernes masser, dimensioner og vinkel. Desuden er det værd at bemærke, at denne model ikke tager højde for statisk friktion og Coulomb-friktion, fordi de ikke, som den viskøse friktion, er lineære.

Med antagelse om at ω og dens tidsafledte er 0, bestemmes Laplace-transformationen af ligning 4.1. Den resulterende overføringsfunktion findes i ligning 4.3.

$$\frac{\Omega(s)}{V_m(s)} = \frac{1}{k_1 \cdot s^2 + k_2 \cdot s + k_3} \quad (4.3)$$

Ligning 4.3 beskriver motorakslens vinkelhastighed $\Omega(s)$ som funktion af spændingsfaldet $V_m(s)$ over motoren. Bemærk at reduktionsgearingen efter motoren gør at vinkelhastigheden af pan- og tilt-rammerne er lavere. Vinkelhastigheden ω er den tidsafledte af vinklen θ , og hvis det antages at motorens startvinkel er 0, så kan motorens overføringsfunktion findes ved tilføjelse af en integrator $\frac{1}{s}$ til ligning 4.3. Motorens overføringsfunktion $G_m(s)$ fra input spændingsfald til output vinkel (inden reduktionsgearing) findes i ligning 4.4.

$$G_m(s) = \frac{\Omega(s)}{V_m(s)} \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{k_1 \cdot s^3 + k_2 \cdot s^2 + k_3 \cdot s} \quad (4.4)$$

DC-motorens overføringsfunktion afhænger af dens belastning, og belastningen (inertimomentet J_L der skal roteres) er indeholdt i konstanterne k_1 og k_2 .

Inertimomenterne er givet ved ligningerne 4.5, som beregnet i appendiks C.

$$\begin{aligned} J_{tilt} &= 1,57 \cdot 10^{-4} [\text{kg m}^2] \\ J_{pan} &= 4,62 \cdot 10^{-4} [\text{kg m}^2] \end{aligned} \quad (4.5)$$

J_{pan} er beregnet ud fra et konstant bidrag fra tilt-rammen under antagelsen om, at denne står tilnærmelsesvis lodret under hele bevægelsen.

4.3 FPGA-modulerne

FPGA'en læser motorakslens rotation inden reduktionsgearingen. Da encoderopløsningen er 360 ticks pr. rotation (Robot Electronics UK, 2014), vil gearingen 1:3 på PTS gøre, at opløsningen for én rotation af rammerne er 1080 ticks. Når der refereres til ticks, kan der altså konverteres til grader i det 3 ticks = 1°.

På FPGA'en genereres to PWM-signaler til den dobbelte H-bro ud fra to duty cycles. PWM-signalerne forstærkes af H-broen til en amplitude på 12 [V], der driver motorerne. Overføringsfunktionen for PWM-generatoren modelleres som en forstærkning. Duty cycle mellem -100% og +100% forstærkes til en DC-spænding mellem -12 [V] og +12 [V]. Med denne simple model ændres systemets orden ikke, og det vurderes, at tidsforsinkelsen fra input duty cycle til motorbevægelse er negligerbar. Overføringsfunktionen fra duty cycle til DC-spænding står i ligning 4.6.

$$\text{PWM}(s) = \text{PWM} = 12 \quad (4.6)$$

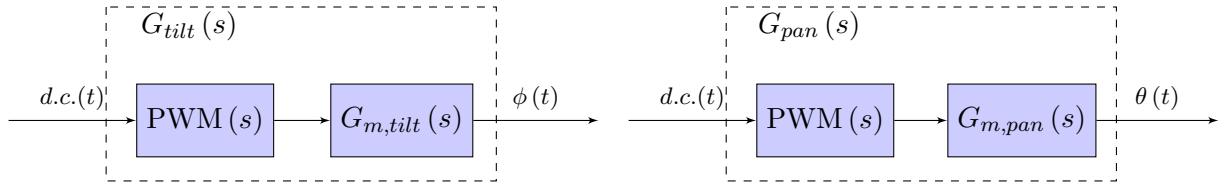
4.4 PTS's åbensløjfeoverføringsfunktioner

Hvert SISO-undersystem består af en PWM-blok på FPGA'en og en DC-motor med belastning. To overføringsfunktioner G_{pan} og G_{tilt} for PTS kan opskrives som produktet af ligning 4.6 og 4.4. De to overføringsfunktioner står i ligningerne 4.7, og de er illustreret i figur 4.1.

$$\begin{aligned} G_{pan}(s) &= \text{PWM}(s) \cdot G_{m,pan}(s) \\ &= 12 \cdot \frac{1}{\left(\frac{L_m \cdot (J_{pan} + J_m)}{K_t}\right) \cdot s^3 + \left(\frac{R_m \cdot (J_{pan} + J_m) + L_m \cdot B}{K_t}\right) \cdot s^2 + \left(K_b + \frac{R_m \cdot B}{K_t}\right) \cdot s} \\ &\approx \frac{2,24 \cdot 10^6}{s^3 + 2,43 \cdot 10^3 \cdot s^2 + 1,03 \cdot 10^5 \cdot s} \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} G_{tilt}(s) &= \text{PWM}(s) \cdot G_{m,tilt}(s) \\ &= 12 \cdot \frac{1}{\left(\frac{L_m \cdot (J_{tilt} + J_m)}{K_t}\right) \cdot s^3 + \left(\frac{R_m \cdot (J_{tilt} + J_m) + L_m \cdot B}{K_t}\right) \cdot s^2 + \left(K_b + \frac{R_m \cdot B}{K_t}\right) \cdot s} \\ &\approx \frac{2,93 \cdot 10^6}{s^3 + 2,43 \cdot 10^3 \cdot s^2 + 1,34 \cdot 10^5 \cdot s} \end{aligned}$$

Åbensløjfeoverføringsfunktionerne G_{pan} og G_{tilt} danner udgangspunktet for analysen der hører til valget af regulatortype.



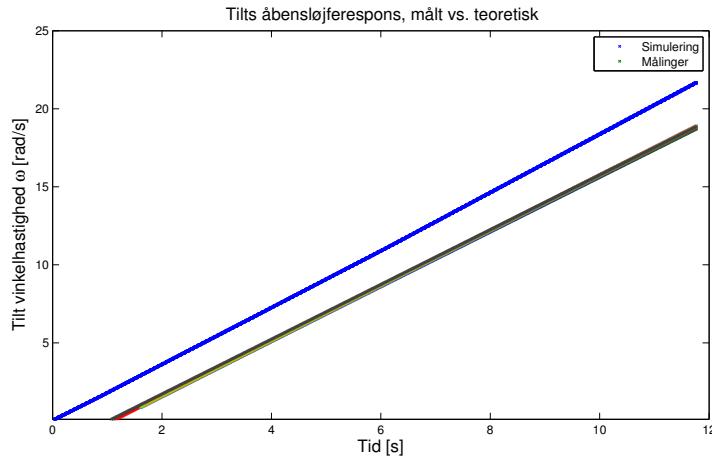
Figur 4.1: Åbensløjfeoverføringsfunktionerne $G_{pan}(s)$ og $G_{tilt}(s)$. Signalet $d.c.(t)$ er en duty cycle mellem -100% og +100%.

4.4.1 Verifikation

Åbensløjferesponsen af tilt-systemet er blevet målt og sammenlignet med dens teoretiske respons. Grunden til, åbensløjferesponsen kun er blevet målt for tilt er, at rammen kan rotere frit, mens pan blokeres af en stopklods. Sammenligningen er nødvendig for at verificere modellen, og for evt. at kunne justere modellen, så udgangspunktet for analysen der hører til designet af reguleringssløjferne er så godt som muligt.

Der blev som input givet et rampesignal, der gik fra 0% duty cycle til næsten 100% duty cycle i løbet af ca. 12 sekunder. Tilt-vinklen blev målt med FPGA'en. Forsøget blev udført syv gange.

Den målte vinkel skal differentieres, således at integratoren i G_{tilt} ikke gør, at fejlen i forhold til de målte data akkumuleres over tid. Den målte vinkel differentieres ved at tilpasse en parabel til vinklen som funktion af tiden vha. Least Squares metoden. Herefter differentieres parablen, og den resulterende rette linje er altså et mål for vinkelhastigheden som funktion af tiden.



Figur 4.2: Tilt åbensløjferespons, målt vs. teoretisk. Den teoretiske respons for de syv rampe-inputs er markeret med blåt. De andre kurver viser de målte responsen.

Figur 4.2 viser den målte samt teoretiske vinkelhastighed, som forudsagt af overføringsfunktionen $s \cdot G_{tilt}$. Det ses på figur 4.2, at den største afvigelse er en tidsforsinkelse. Dette skyldes, at lave spændinger ikke kan bevæge systemet. Dødzonen af PWM-duty cycles, der ikke kan accelerere tilt-systemet er målt til at befinde sig inden for 14,65% og for pan-systemet til 11,72%. Udover forsinkelsen fra dødzonen kan man på figur 4.2 aflæse at den målte vinkelacceleration (hældningen af grafen) er marginalt mindre end den teoretiske.

Ønskes en mere nøjagtig matematisk model af PTS er det altså en mulighed at indsætte dødzonen og evt. den ekstra dæmpning i modellen. Det vælges dog at benytte de lineære åbensløjfeoverføringsfunktioner G_{pan} og G_{tilt} som udgangspunkt for analysen der hører til valget

af regulatortype, og i simuleringer af systemet at indsætte de tilnærmede værdier for dødzonen.

4.5 Koordinattransformation

De kartesiske koordinater $P_c = [x, y, z]$ skal transformeres til sfæriske koordinater $P_s = [\rho ; \phi ; \theta]$, hvor ϕ og θ er vinklerne for hhv. tilt og pan, og ρ er afstanden fra PTS til lerduen. Til trackingen er kun ϕ og θ nødvendige. Positionbestemmelsen som funktion af tiden for det kartesiske koordinatsæt beskrives i appendiks A.2. Idet vinklerne skal bestemmes i forhold til PTS's rotationscenter og ikke koordinatsystemets oprindelige origo, flyttes origo til PTS's rotationscenter: $PTS = [19,2 ; 0 ; 0,45]$.

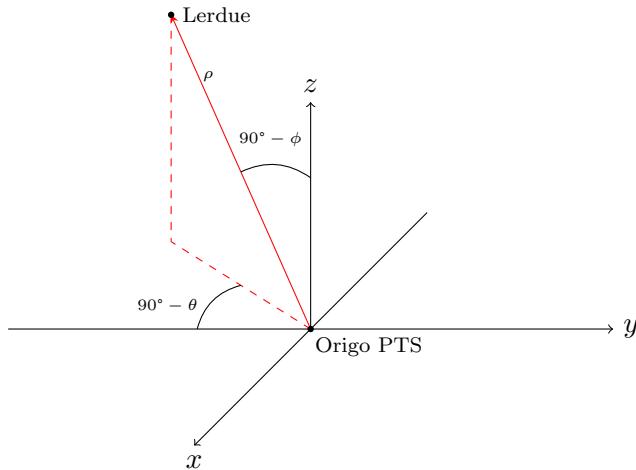
Flytning af origo

Origo flyttes, så kasteparablen kan beskrives ved vektor $P_c(t)$, ligning 4.8.

$$P_c(t) = Pos(t) - PTS = \begin{pmatrix} -9,34 \cdot t - 13,7 \\ 32,851 \cdot t - 19,3 \\ -4,91 \cdot t^2 + 5,473 \cdot t + 2,6 \end{pmatrix} [\text{m}] \quad (4.8)$$

Koordinattransformation

Sammenhængen mellem de kartesiske og de sfæriske koordinater kan ses på figur 4.3. Med PTS's offset er origo for det sfæriske koordinatsystem PTS's rotationscenter (skæringspunktet mellem de to rotationsakser).



Figur 4.3: Viser lerduens placering i det sfæriske rum som funktion af ϕ , θ og ρ .

Som det fremgår af problemformuleringen modtager mikrocontrolleren lerduens position som kartesiske koordinatrationer. Transformationen fra kartesiske koordinater til sfæriske koordinater gøres ud fra ligning 4.9 nedenfor.

$$P_s = \begin{pmatrix} \phi \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tan^{-1} \left(\frac{P_{cz}}{\sqrt{P_{cx}^2 + P_{cy}^2}} \right) \\ \tan^{-1} \left(\frac{P_{cy}}{P_{cx}} \right) \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

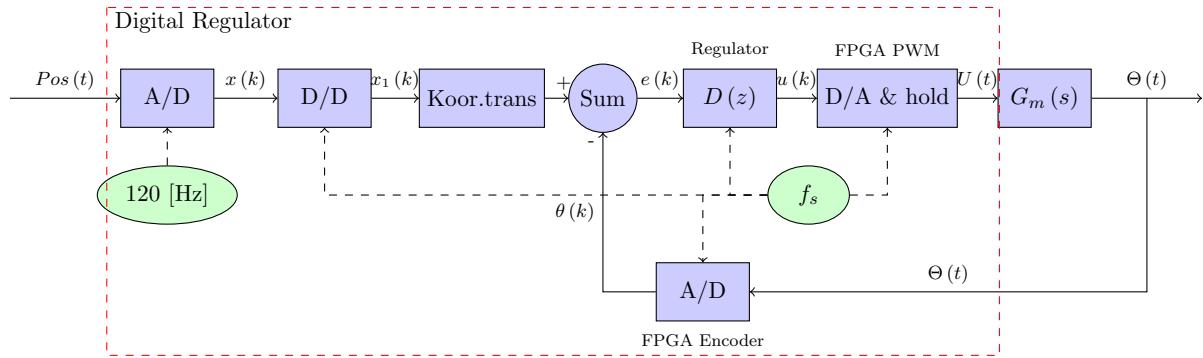
hvor ϕ og θ er angivet i grader (Adams and Essex, 2013, Kap. 10.6).

5 Regulator

Formålet med reguleringen er, som beskrevet i afsnit 1, at kontrollere PTS's position. I afsnit 2 opstilles kravene til systemets respons. Disse er opsummeret nedenfor.

- $t_s \leq 0,557$ [s] (Settling Time)
- $TE \leq 1,02^\circ$ (Trackingfejl efter t_s)

Systemets konfiguration består af en koordinattransformation, en regulator, en aktuator og en positionsmåler, som illustreret i figur 5.1.



Figur 5.1: Systemkonfiguration (blokdiagram). Området markeret med rød stipt linje udgør den digitale regulator. De grønne ovaler angiver ”clocksignaler”, som leverer pulser til de digitale dele af systemet.

Som beskrevet i afsnit 1, så er input-samplingen fastlagt til at foregå med en frekvens på 120 [Hz]. Men som illustreret på figur 5.1, så skal reguleringssløjfen ”køres” (sample) med en frekvens $f_s = \frac{1}{T_s}$, der ikke nødvendigvis er 120 [Hz]. Dvs. D/D- D/A- og A/D-konverteringerne (på nær input-samplingen) skal foregå med frekvensen f_s .

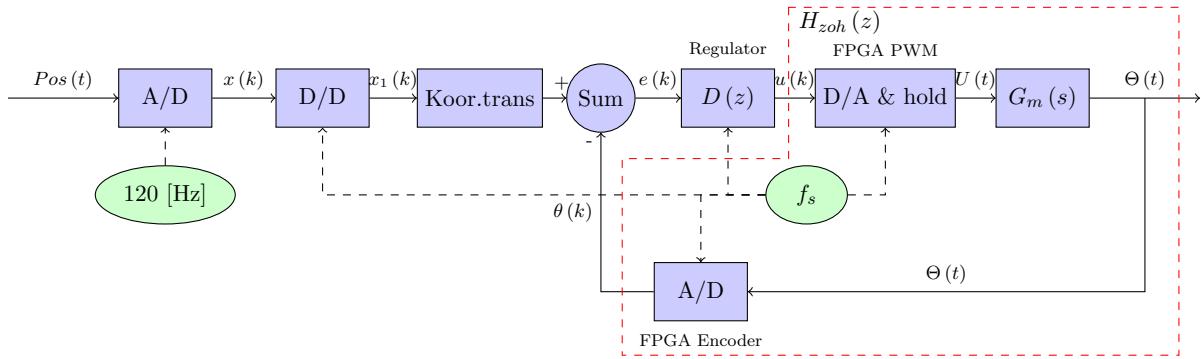
Der er overordnet to strategier til valg af samplingfrekvensen f_s hvormed reguleringssløjfen skal køre (Irwin, 1997, s. 553): Den ene er at designe en kontinuert regulator til det kontinuerte domæne, og diskretisere den med en samplingfrekvens, der er så høj som mulig. Alternativet er at diskretisere systemet og derefter designe en diskret regulator til det diskrete system. Kravet til diskretiseringen af åbenschløjfeoverføringsfunktionerne er, at den diskrete repræsentation skal være tilfredsstillende tæt på de kontinuerte overføringsfunktioner. Sammenligningen af den diskrete overførselsfunktion og den kontinuerte overføringsfunktion kan være både i tidsdomænet og i frekvensdomænet.

Da reguleringen foregår i en task på mikrocontrolleren, vælges det at udvikle en diskret regulator efter en diskretiseret model af systemet. Således kan perioden hvormed regulerings-task'en skal køre, fastlægges ud fra samplingperioden T_s af diskretiseringen. Hvis man havde valgt at designe en kontinuert regulator ville perioden skulle vælges så lav som muligt, og dette ville stille højere krav til mikrocontrolleren.

5.1 Diskretisering af åbenschløjfeoverføringsfunktionerne

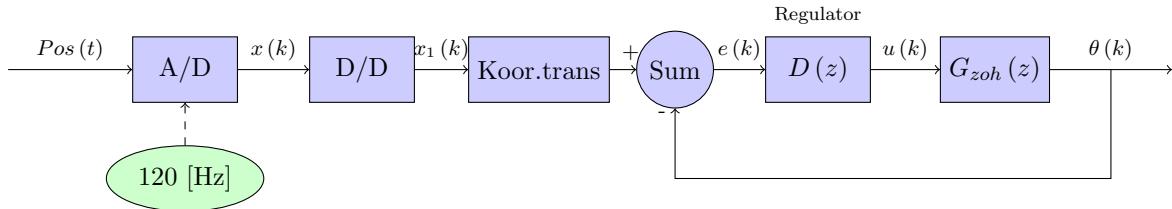
Som beskrevet ovenfor ønskes det at finde en diskretiseret overføringsfunktion for det fysiske system. Den kontinuerte del af systemet, som ønskes diskretiseret, er markeret på figur 5.2.

Den diskretiserede åbenschløjfeoverføringsfunktion fra duty cycle til output vinkel benævnes $G_{zoh}(z)$. Dette er fordi D/A-konverteringen modelleres som et Zero Order Hold kredsløb, der



Figur 5.2: Diskretisering af åbensløjfeoverføringsfunktion. Den kontinuerte del af systemet (markeret med rød stiplet linje) ønskes diskretiseret. De grønne ovaler angiver ”clocksignaler”, som leverer pulser til de digitale dele af systemet.

fastholder en analog spænding proportional med duty cyclen. Dette stemmer overens med den simplificerede model for PWM-signalet beskrevet i afsnit 4.3. Den diskrete overføringsfunktion $G_{zoh}(z)$ plads i blokdiagrammet for systemet er indtegnet i figur 5.3.



Figur 5.3: Diskretiseret åbensløjfeoverføringsfunktion. $G_{zoh}(z)$ erstatter den kontinuerte del af systemet.

Kravet til $G_{zoh,pan}(z)$ og $G_{zoh,tilt}(z)$ er, at de med god tilnærmelse opfører sig som $G_{pan}(s)$ og $G_{tilt}(s)$, og dette krav kan skrives som et mindstekrav til samplingfrekvensen f_s .

5.1.1 Valg af samplingfrekvens

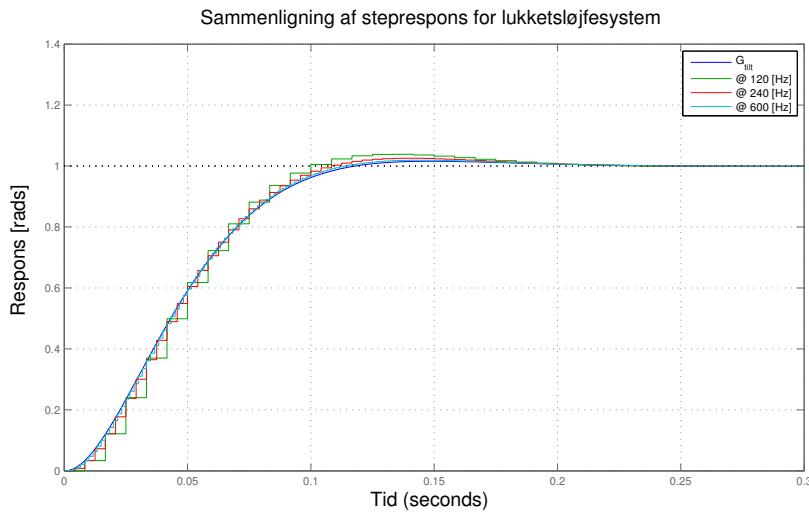
Reguleringssløjfen skal køre periodisk på mikroprocessoren med samplingfrekvensen f_s . f_s skal vælges ud fra systemets dynamik, fra inputparablens egenskaber samt mikrokontrollerens begrænsninger. Inputparablen er samplet ved 120 [Hz], f_s skal derfor være større end 120 [Hz] for at bevare inputsignalets integritet (Tan and Jiang, 2013, s. 17). Diskretiseringen af åbensløjfeoverføringsfunktionerne stiller også krav til samplingfrekvensen. Det vælges at sammenligne diskretiseringen af det fysiske system med det kontinuerte system i tidsdomænet. Sløjfen lukkes med en forstærkning på 1, og step-responsens karakteristik for den diskrete og kontinuere overføringsfunktion sammenlignes.

Diskretiseringen vurderes at være tæt nok på den kontinuere model, hvis følgende krav opfyldes: Rise Time og Settling Time maks. må ændre sig med 5% i forhold til den kontinuerte respons, mens at Overshoot maks. må ændre sig med 25% i forhold til den kontinuerte respons.

Hvis diskretiseringen kræver at reguleringssløjfen kører ved en frekvens f_s , der er højere end A/D-konverteringens 120 [Hz], skal det A/D-konverterede signal ”upsamples” til f_s . Upsamplingen er simplest at implementere hvis f_s er et heltalsmultiplum af (120 [Hz]) (Tan and Jiang, 2013, s. 562). Det vælges derfor at sample ved et heltalsmultiplum f_s af 120 [Hz].

På figur 5.4 er stepresponsen for lukketsløjfesystemet (med forstærkning 1) med G_{tilt} indtegnet

sammen med den tilsvarende steprespons for tre forskellige diskretiseringer af G_{tilt} . Som det ses af grafen, er det diskretiserede systems respons tættest på det kontinuerte systems respons når samplingfrekvensen er højst. På figur 5.5 er samme steprespons' performance afbildet for pan



Figur 5.4: Sammenligning af steprespons for kontinuert system med diskretiseret system. Den mørkeblå kurve er det kontinuerte systems respons, og de andre kurver er det diskretiserede systems respons ved en samplingfrekvens på 120 [Hz] (grøn), 240 [Hz] (rød) og 600 [Hz] (lyseblå).

og for tilt som funktion af samplingfrekvensen f_s . De sammenlignede størrelser er Rise Time, Settling Time og Overshoot. Graferne viser ændringen af de tre størrelser i procent i forhold til det kontinuerte systems respons.

Som forventet kan et generelt mønster ses på graferne i figur 5.4 og figur 5.5: Jo højere samplingfrekvens, jo tættere kommer diskretiseringens respons på det kontinuerte systems respons. En yderligere inspicering viser, at en særligt god performance opnås ved en samplingfrekvens på 600 [Hz], hvor kravene til diskretiseringens performance opfyldes.

Figur 5.4 og figur 5.5 giver et grundlag for valg af reguleringsløjfens samplingfrekvens ud fra det fysiske systems dynamik. Hvis mikrocontrollerens begrænsninger tages med i betragtning vil man vælge den lavest acceptable samplingfrekvens.

Som udgangspunkt vælges derfor en samplingfrekvens på $f_s = 600$ [Hz], så diskretiseringen med god tilnærmedelse har samme performance som det kontinuerte system.

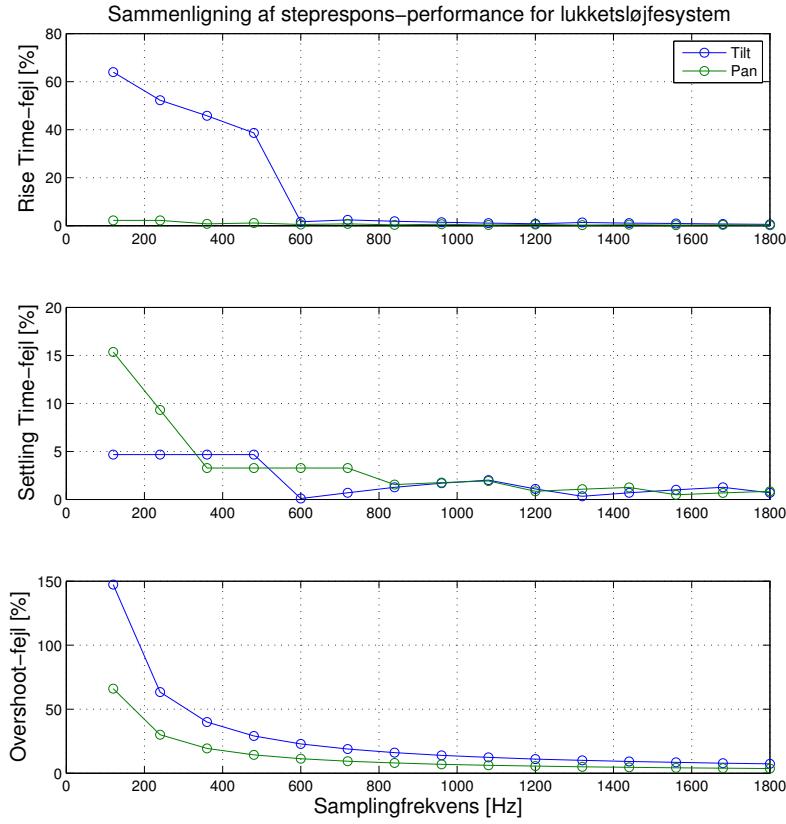
5.1.2 Analyse af den diskretiserede overføringsfunktion

I ligningerne 5.1 findes de diskretiserede overføringsfunktioner.

$$G_{zoh,pan}(z) \approx \frac{7,94 \cdot 10^{-4} \cdot z^2 + 1,56 \cdot 10^{-3} \cdot z + 1,18 \cdot 10^{-4}}{z^3 - 1,95 \cdot z^2 + 9,67 \cdot 10^{-1} \cdot z - 1,76 \cdot 10^{-2}} \quad (5.1)$$

$$G_{zoh,tilt}(z) \approx \frac{1,04 \cdot 10^{-3} \cdot z^2 + 2,03 \cdot 10^{-3} \cdot z + 1,54 \cdot 10^{-4}}{z^3 - 1,93 \cdot z^2 + 9,47 \cdot 10^{-1} \cdot z - 1,76 \cdot 10^{-2}}$$

Den i afsnit 5.1.1 udførte sammenligning af det diskretiserede systems performance med det kontinuerte systems performance viser, at Rise Time stiger med 3,3% for pan og 0,10% for tilt,



Figur 5.5: Sammenligning af steprespons-performance for kontinuert system med diskretiseret system G_{zoh} . Den blå kurve angiver fejlen i forhold til lukketsløjferesponsen af G_{tilt} , mens den grønne kurve angiver fejlen i forhold til lukketsløjferesponsen af G_{pan} .

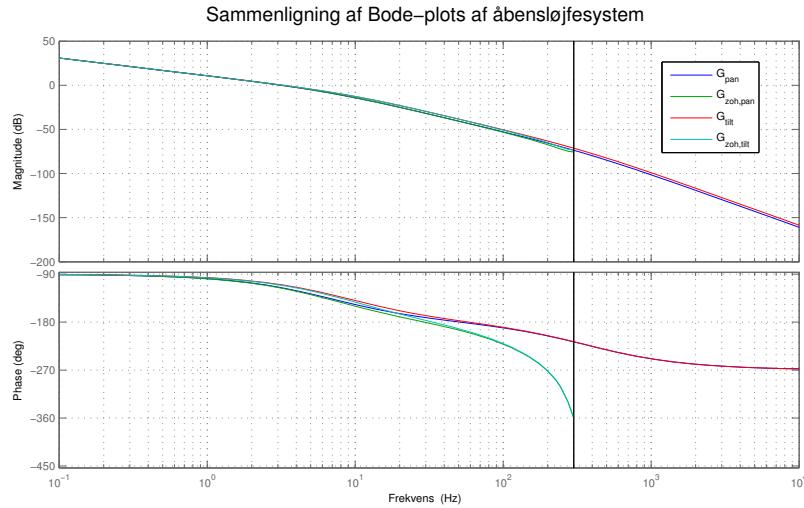
Settling Time stiger med 0,48% for pan og 1,6% for tilt, samt at Overshoot stiger med 11% for pan og 23% for tilt ved lukketsløjfesystemet med en forstærkning på 1. Diskretiseringen sammenlignes i frekvensdomænet med det kontinuerte system i figur 5.6, der viser Bode-plot for G_{pan} og G_{tilt} samt deres diskretiseringer (ved 600 [Hz]) $G_{zoh,pan}$ og $G_{zoh,tilt}$. Bemærk at figur 5.6 er en sammenligning af åbenschløjfeoverførings funktionernes frekvensrespons.

Som det ses på grafen, følger det diskretiserede systems respons meget nøje det kontinuerte systems respons. Fejlen på størrelsen af responsen er meget lille i hele spektret, mens fejlen på fasen er lille ved lave frekvenser og stiger ved høje frekvenser.

5.2 Upsampling

Da reguleringssløjfen afvikles med en frekvens der er 5 gange højere end der modtages inputkoordinater, er det nødvendigt at upsample inputsignalet. Normalt indsættes fire samples med værdien 0 mellem hvert inputsample, hvorefter signalet lavpasfiltreres for at undgå aliasing. (Tan and Jiang, 2013, s. 562). Lavpasfilteret vil dog også forsink signalet.

Lavpasfilteret fravælges da det vurderes at alias tolereres bedre end en forsinkelse på signalet. Dette skyldes at en forsinkelse ville bidrage til fejsignalet. Det vælges derfor at bruge ZoH til upsamplingen, da denne reagerer momentant på ændringer i inputsignalet.



Figur 5.6: Sammenligning af Bode-plots af kontinuert system med diskretiseret system. Den blå og den røde kurve angiver hhv. G_{pan} og G_{tilt} mens den grønne og den turkise kurve angiver hhv. $G_{zoh,pan}$ og $G_{zoh,tilt}$.

5.3 Valg af regulatortype

Pga. de simplificerende antagelser som er indeholdt i den matematiske model for systemet, vil en åbensløjferegulering være et dårligt valg: den vil være følsom overfor afvigelser fra den matematiske model. Desuden er der fra projektetplægget krav om en lukketløjferegulering. Den simpleste regulering ville være en konstant forstærkning af fejlsignalet. De største krav stilles til systemets responstid og ikke så meget til udsvinget af responsen, og som udgangspunkt vælges derfor en PI-regulator. Hvis det er nødvendigt at nedjustere udsvinget kan det være nødvendigt at anvende en PID-regulator, og derfor implementeres algoritmen til en PID-regulator på mikrocontrolleren. Hvis kun en PI-regulator er nødvendigt, kan man altså blot nulstille D-leddet.

5.3.1 Dødzone

Da motorerne ikke kan rotere ved lave spændinger indeholder systemet dødzoner. Det er valgt at implementere ”bias”, der tager højde for dødzonerne. Bias er implementeret symmetrisk med en nedre duty cycle grænse på 0,98% for pan og tilt. Deres respektive øvre grænser er hhv. 11,72% og 14,65%. Disse værdier er fundet eksperimentelt. Hvis regulatoren returnerer en duty cycle mellem den nedre og øvre grænse, sættes duty cycle til den øvre grænse. Dette medfører at motoreren kan justere sig ind, selvom fejlen er marginal.

5.3.2 Integratormætning

Mætningen på PWM-duty cyclen gør, at systemet ikke er lineært i dette område. Med integratormætning tages der delvist højde for denne ulinearitet. Uden integratormætning kan det numeriske integrale blive enormt når PWM-mætningen nås. Dette vil føre til stort overshoot og derved dårlig performance. En for lille integratormætning vil mindske effekten af integratorleddet i PID, hvilket i værste tilfælde vil sætte integratorleddet ud af funktion. En for høj værdi vil føre til at integratormætningen ikke ændrer performance.

Del III

Implementering

Denne del af rapporten beskriver softwaredesign og implementering af programmerne på mikrocontrolleren og FPGA'en. Der tages udgangspunkt i kravene til de enkelte dele der er opstillet i projektoplægget samt den foregående analyse af PTS.

Først beskrives designet, valg af schedulering, implementering og test af programmet til mikrocontrolleren. Dernæst beskrives implementeringen af de enkelte delelementer på FPGA'en.

6 Mikrocontroller

6.1 Krav til mikrocontrolleren

Mikrocontrolleren har følgende opgaver:

- Afvikling af regulatorerne.
- Kommunikation med FPGA vha. SPI.
- Modtage kommandoer fra brugeren via UART.
- Sende relevant data til brugeren via UART.

Regulatorerne skal afvikles i hård realtid², da de er designet under antagelsen om periodisk afvikling.

SPI³ bruges til at overføre PTS's position fra FPGA til mikrocontroller. Desuden overføres beregnet duty cycle fra mikrocontroller til FPGA. Kommunikationen skal være tilpas hurtig, så regulatorerne ikke regner på forældet data. Forsinkelsen for overførsel af data for begge motorer vurderes til ikke at måtte overstige 5% af samplingperioden. Ved $T_s = \frac{1}{600}$ er det:

$$T_{\text{SPI delay}} \leq \frac{1}{600} \cdot 5\% = 83,3 \text{ } [\mu\text{s}] \quad (6.1)$$

Systemet skal kunne modtage brugerinput gennem et terminalprogram. Brugerinterfacet er ikke tidskritisk. Der skal være mulighed for at udlæse væsentlige systemparametre såsom: PTS's position, ønsket position, aktuel PWM-duty cycle osv.

Desuden skal systemet gemme disse informationer i en logfil, som udskrives løbende.

6.2 Beskrivelse af mikrocontroller

Den udleverede mikrocontroller er en 32-bits Stellaris LM3S6965, baseret på en ARM Cortex M3-kerne. Den opererer ved 50 [MHz] og bruger Thump 2-instruktionssættet. Den indeholder 256 [kB] flash hukommelse samt 64 [kB] SRAM (Texas Instruments, 2012).

SPI er indbygget som et hardwaremodul, med separate FIFO-buffere til afsendelse og modtagelse. Hardwaren sender data fra den ene FIFO-buffer og lægger modtaget data i den anden. Derfor er

²Dvs. at task'en skal afvikles, inden dens deadline - inden for en samplingperiode (Silberschatz et al., 2008).

³Serial Peripheral Interface, også kaldet SSI. Se appendiks E.

det ikke nødvendigt for programmøren at holde styr på timingen. Størrelsen af hvert dataframe kan være 4 - 16 bits.

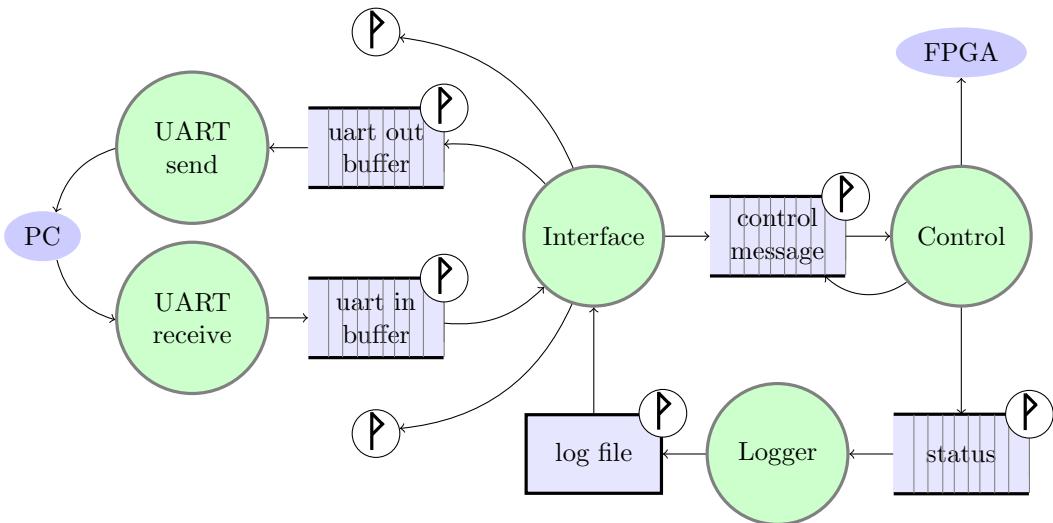
UART er også implementeret som et hardwaremodul. Modulet indeholder separate FIFO-buffere til afsendelse og modtagelse af data, hver med plads til 16 datawords à 8 bit.

6.3 Valg af operativsystem og scheduling

Det er valgt at bruge FreeRTOS, da dette styresystem gør brug af tvungen scheduling med prioritering (preemptive priority), hvilket sikrer hård realtid. Desuden har gruppen erfaring med styresystemet.

6.4 Implementering

Systemet er opdelt i separate tasks. Taskdiagrammet er vist på figur 6.1.



Figur 6.1: Taskdiagrammet viser programmets opdeling i tasks. Tasks: UART send, UART receive, Interface, Logger og Control. Køer: uart out buffer, uart in buffer, control message og status. State variabel: log file.

6.4.1 Beskrivelse af de enkelte tasks

UART send og -receive

Da UART hardwarebufferen kun indeholder 16 pladser (Texas Instruments, 2012, s. 430), sørger en Send og en Receive task for at sende data videre til og fra resten af programmet. De to ekstra semaforer som Interface tilgår er til at reservere de to buffere så indtastede og printede tekststrenge ikke kan afbrydes (kun én task kan skrive til eller læse fra UART ad gangen).

Control

Denne task afvikler regulatorerne. Se mere indgående beskrivelse i sektion 6.4.2. Denne task afvikles med højeste prioritet, hvilket sikrer realtid med en frekvens på 600 [Hz]. Denne task sørger for at SPI-kommunikationen med FPGA'en bliver afviklet på de rigtige tidspunkter.

Logger

Denne task opdaterer logfilen med data fra statuskøen.

Interface

Denne task tolker på brugerinputs og sender relevante kommandoer til Control task'en.

6.4.2 Control task

Control task'en henter en koordinat, transformerer koordinaten, udregner en PWM-duty cycle for hver regulator og opdaterer loggen. Hver gang control task'en bliver kørt bliver der hentet to positioner ind via SPI mens de to nye PWM-duty cycles sendes. Ved tracking skriver Control task'en positioner og PWM-duty cycles i loggen.

6.4.3 SPI

Mikrocontrolleren fungerer som master, da den står for systemets timing. FPGA'en er derfor programmeret som SPI slave.

Mikrocontrollerens SPI-modul har indbygget tre forskellige standarder: TI Synchronous Serial Frame Format (SSFT), Freescale og Microwire. Microwire blev udelukket da den ikke er full-duplex og dermed ikke en SPI standard. Freescale formatet blev udelukket da opsætningen af denne vurderedes mere kompliceret end for SSFT, uden at tilføje ekstra muligheder. Valget faldt derfor på SSFT.

Størrelse af dataframen blev valgt til 16 bit, hvilket giver mulighed for at sende motorens PWM-duty cycle og deres position (begge 11 bit) samt kontroldata. Opbygningen af de to datawords kan ses på figur 6.2.

Motor 1 bit	Retning 1 bit	setPWM 1 bit	N/A 2 bit	PWM-duty cycle 11 bit
(a) Kommando fra mikrocontroller til FPGA.				

Motor 1 bit	N/A 4 bit	PWM-duty cycle 11 bit
(b) Svar fra FPGA til mikrocontroller. Der skiftes mellem at sende position for pan og tilt hver gang.		

Figur 6.2: Viser indholdet af SPI datawords.

Figur 6.2a viser indholdet af datawords der bliver sendt fra mikrocontrolleren. Motorbit vælger aktuel motor, retningsbit vælger hvilken retning denne skal dreje og PWM-duty cycle indeholder den ønskede PWM-duty cycle. Hvis setPWM bit ikke er sat ignoreres den modtagne besked, mens den aktuelle motorposition stadig returneres som vist på figur 6.2b.

Baudrate skal vælges efter kravet om, at to overførsler maks. må tage 83,3 [μs], jævnfør ligning 6.1. To overførsler svarer til 34 clockcycles ved single transfer ved den valgte SPI opsætning. Derfor kan den maksimale værdi for clockperioden T_C ses i ligning 6.2.

$$T_C \leq \frac{83,3 \text{ } [\mu\text{s}]}{34} = 2,45 \text{ } [\mu\text{s}] \quad (6.2)$$

Baudrate vælges til 1 [MHz], så ligning 6.2 opfyldes. En højere baudrate ville overholde kravet, men gør signalet mere følsomt overfor støj.

6.5 Test

Det testes hvorvidt SPI-overførslen og Control-task'en overholder timingkravene. Testen udføres ved at sætte en digital udgang høj mens task'en afvikles, og samtidig måle denne udgang med et oscilloskop. Appendiks F forklarer fremgangsmåden og diskuterer måleresultaterne.

Det blev fundet at SPI-overførslen af 2 datawords blev udført 40,54 [μs], hvilket opfylder kravet på 83,3 [μs]. Control-task'en blev afviklet periodisk med en afvigelse på under 1%.

6.6 Delkonklusion

Det blev valgt at benytte den udleverede LM3S6965 mikrocontroller. Denne understøtter SPI og UART som hardwaremoduler. SPI blev implementeret som TI Synchronous Serial Frame Format med en baudrate på 1 [MHz].

Det blev valgt at bruge FreeRTOS til scheduleringen, da tvungen scheduling med prioritering sikrer hård realtid.

Programmet blev delt op i fem task's: UART send, UART receive, Interface, Logger og Control. Det var påkrævet at Control-task'en kunne afvikles med en frekvens på 600 [Hz], og den blev derfor tildelt højeste prioritet. Task'ens afviklingstid blev målt til max. 360 [μs], hvilket var væsentlig lavere end den max. tilladte tid på $\frac{1}{600}$ [s]. SPI-kommunikationen kunne afvikles på 40,54 [μs], hvilket opfyldte kravet på max. 5% af Control-task'ens periodetid.

7 **FPGA**

FPGA'en er ledet mellem mikrocontrolleren og motorene på PTS. Følgende opgaver til FPGA'en er fastsat af projektbeskrivelsen:

- Kommunikation med mikrocontrolleren vha. SPI.
- Generering af PWM-signaler til motorerne på PTS.
- Optælling af motorernes rotationer vha. encoderne på PTS.

I projektet er der anvendt et BASYS2 board⁴, der programmeres i VHDL⁵.

7.1 Valg i opbygning af **FPGA** funktionalitet

Eftersom de fleste krav til FPGA'en er givet af projektbeskrivelsen, er der ikke lavet noget større analysearbejde af FPGA'ens funktionalitet. Undervejs i udviklingen af funktionaliteten er der dog taget nogle valg, som beskrives nedenfor.

For at lave et system med lav kobling er det forsøgt at lave generiske komponenter til de funktionaliteter, der er af generel art. Til varetagelse af den resterende funktionalitet er der skrevet applikationsspecifikke komponenter. Dette sikrer at koden er let at udbygge og genbruge.

PWM

Der skal fra FPGA'en genereres PWM-signaler til styring af motorerne på PTS. Det ønskes at have en PWM-frekvens, der ikke ligger i det hørbare område, hvilket ca. går op til 20 [kHz] (Wikipedia, 2014a). Det ønskes at have en oplosning på PWM-duty cycle, der er mindst ligeså høj som oplosningen på PTS's positionsencodere, for ikke at forringe oplosningen på reguleringen. Det er derfor valgt at repræsentere PWM-duty cycle med 11 bit. Ved 11 bits oplosning på PWM-duty cycle og brug af BASYS2 boardets interne clock på 50 [MHz] bliver PWM-frekvensen, ligning 7.1, over det hørbare frekvensområde.

$$f_{PWM} = \frac{50 \text{ [MHz]}}{2^{11}} = 24,41 \text{ [kHz]} \quad (7.1)$$

Kalibrering af motorposition

PTS skal kunne tændes i en tilfældig position og derefter kalibreres. På PTS er placeret en magnet på hver af rammerne. Kalibreringen af motorpositionen kan laves ved at sørge for at magneterne drejer forbi de to Hall sensorer, der er placeret på systemet. Funktionaliteten der skal være på FPGA'en er at opfange outputtet fra Hall sensorerne og nulstille den tilhørende position. Dog viste det sig, at Hall sensorernes output ikke kun er højt på ét encodertick, men derimod adskillige. Det er nødvendigt at FPGA'en tager højde for dette. Implementeringen er beskrevet i appendiks D.

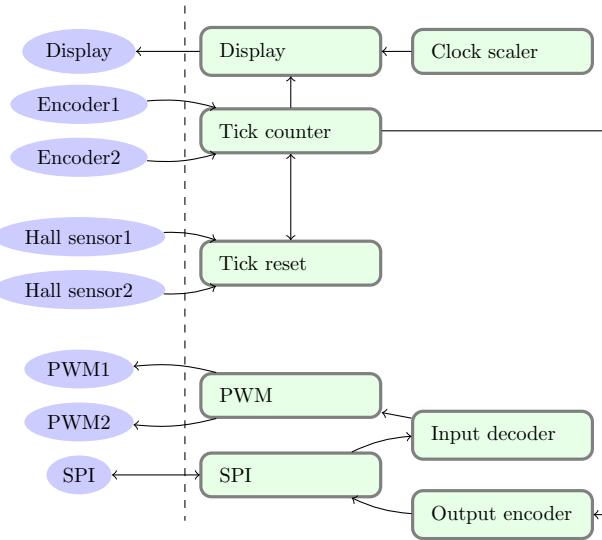
7.2 Implementering på **FPGA**

På figur 7.1 ses et simplificeret diagram over komponenterne på FPGA'en. De grønne bokse angiver komponenter på FPGA'en, mens de grå cirkler angiver, hvad der ikke ligger på FPGA'ens chip. Pilene imellem FPGA'ens komponenter angiver retningen af datastrømme. Diagrammet er simplificeret ved at vise to ens komponenter som én. F.eks. er der ikke én tick counter komponent

⁴Datablad (Digilent Inc., 2010).

⁵VHSIC Hardware Description Language.

på FPGA'en, men derimod to. Herunder følger en forklaring på hvordan de tre krav til FPGA'en er opnået. For yderligere forklaring af komponenterne henvises til appendiks D.



Figur 7.1: Simplificeret diagram over komponenterne på FPGA'en.

7.2.1 Kommunikation med mikrocontrolleren vha. SPI

På FPGA'en er implementeret en SPI slave der modtager data fra mikrocontrolleren. Data føres, i komponenten SPI, fra MISO ind i FPGA'en og fra FPGA'en ud på MOSI. Til mikrocontrolleren sendes skiftevis motorposition fra pan og tilt.

7.2.2 Generering af PWM-signal

I PWM-komponenten genereres PWM-signalerne på baggrund af duty cycle-værdier modtaget via SPI. PWM-sigtalet bliver genereret ved at tælle en tæller op fra 0 til 2047 med 50 [MHz]. PWM-udgangen sættes høj indtil tælleren når duty cycle-værdien og sættes lav ellers. Hermed er der genereret et PWM-signal med en frekvens på 24,4 [kHz].

7.2.3 Optælling af motorernes rotationer vha. encoders på PTS

Da encoderne på motorerne er quadrature, er det muligt at bestemme både retning og tælle rotationer på motoren. Dette sker i komponenten tick counter der afhængigt af inputtet fra encoderne tæller positionen op eller ned. Når der tælles ned fra 0 bliver ticks sat til 1079 og når der tælles op fra 1079 bliver ticks sat til 0. Resetsignal modtages fra komponenten tick reset, første gang pan og/eller tilts magnet bevæger sig over Hall sensorerne.

7.3 Delkonklusion

FPGA'en fungerer som simpel slave i SPI-overførselen med mikrocontrolleren. FPGA'en holder styr på pan og tilts motorpositon samt producerer PWM-signalerne med en frekvens på 24,4 [kHz] og en opløsning på 2048.

Del IV

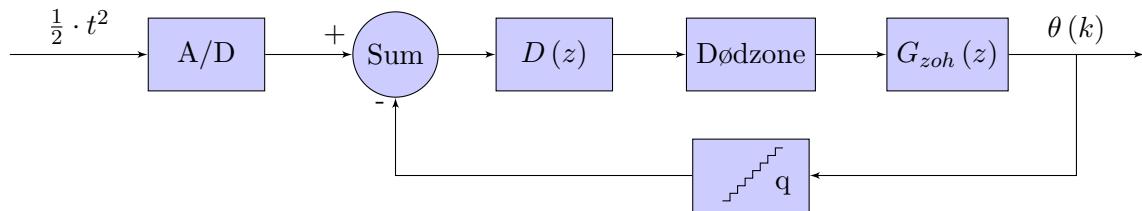
Regulatorjustering

I denne del optimeres systemets performance ved at ændre på regulatorerne for pan og tilt. På mikrocontrolleren er begge regulatorer implementeret som PID på parallelform. Det vurderes om det er nødvendigt med yderligere tilføjelser til regulatorerne for at opnå den ønskede performance. Herefter vurderes PTS's performance i forhold til kravspecifikationen.

8 Justering ift. matematisk model af PTS

Som beskrevet i afsnit 5.3 er det valgt at implementere to PI-regulatorer. Der tages udgangspunkt i den matematiske model af systemet, bestående af overføringsfunktionerne $G_{zoh,tilt}$ og $G_{zoh,pan}$, som er diskretiseringer af de kontinuerte overføringsfunktioner. Der skal findes to sæt koefficenter, K_P og K_I , et sæt til hver regulator. For at medtage den væsentligste ulinearitet, dødzonen, i regulatordesignet, er det valgt at simulere systemet i Simulink. I Simulink er den diskretiserede overføringsfunktion indsat sammen med en model for dødzonen, målt eksperimentelt, samt PI-regulatoren. Det simulerede systems blokdiagram er illustreret i figur 8.1. Det er valgt at starte med et simpelt gain K_P på 1, og vha. "trial and error" finde frem til koefficenterne.

Begge regulatorer gives et parabelinput, og deres performance vurderes efter deres evne til at følge parablen. Dvs. det er forsøgt at minimere trackingfejlen.



Figur 8.1: Simuleret system. Tilbagekoblingsblokken angiver, at outputsignalet kvantiseres med et interval på $q: \frac{1}{1080}$, for at simulere motorens encoder feedback. $D(z)$ er PI-regulatoren.

Med ovenstående metode blev koefficenterne i tabel 8.1 fundet tilfredsstillende. Trackingfejlen når maks. $0,5^\circ$ i simuleringen.

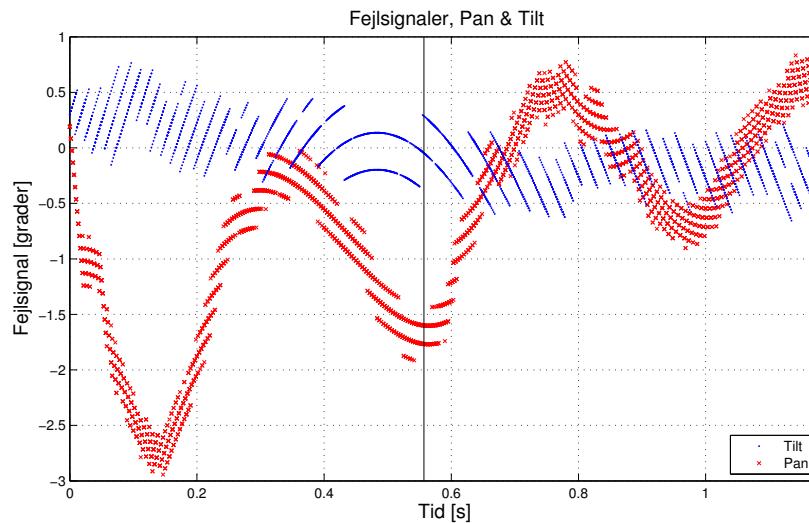
	K_P	K_I	K_D
Tilt	240	85	-
Pan	240	100	-

Tabel 8.1: Koefficenter fundet vha. simulering.

8.0.1 Regulatorperformance på PTS

De to regulatorer er med koefficenterne i tabel 8.1 blevet afprøvet i praksis. Figur 8.2 viser pan og tilt-fejlsignalet i forhold til den kontinuerte lerdueparabel fra applikationen.

Som det ses på figur 8.2 giver regulatoren til tilt et fejlsignal, der maks. afviger $0,66^\circ$ efter t_s . Pan-fejlen derimod op til $1,8^\circ$ efter t_s . Trackingfejlen er altså langt større end kravet



Figur 8.2: Fejlsignaler m. startkoefficienterne fra tabel 8.1. De sorte lodrette stregen angiver $t_s = 0,557$ [s]. Pan-fejlsignalet er markeret med rødt, og tilt-fejlsignalet er markeret med blåt. Grafen indeholder målinger fra seks forsøg.

på maksimalt $1,02^\circ$. Det vurderes at en yderligere manuel justering af koefficienterne på pan-regulatoren er nødvendig. Det vurderes på baggrund af det lave fejlsignal ved tilt, at den fundne PI-regulator for tilt er anvendelig i praksis.

9 Manuel justering ift. fysisk PTS

Ved at ændre på koefficienterne og analysere fejlgraferne justeres performance hen mod det ønskede.

På pan er der behov for en hurtigere og mere dæmpet reaktion, og det vurderes derfor, at der på pan er brug for en PID-regulator.

På tilt er det forsøgt at forbedre performance ved justering af koefficienterne K_P og K_I og ved tilføjelse af K_D , men det lykkedes ikke. Derfor beholdes PI-regulatoren med koefficienter som i tabel 8.1 til tilt.

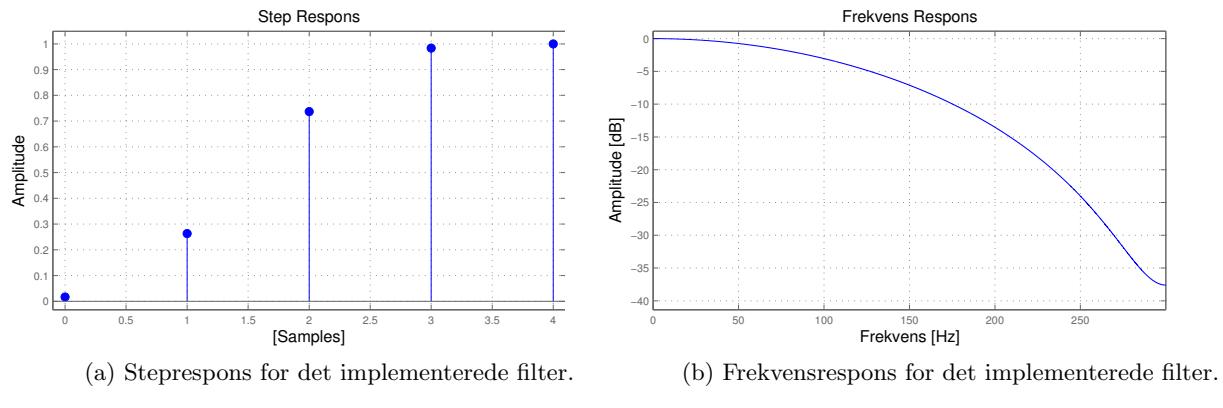
9.1 Valg af integratormætning

Det vælges at sætte integratormætningen til 100 for begge regulatorer, da det vurderes, at der drages fuld nytte af integratorleddet når $K_I \cdot Integrator_{Max} > PWM_{Max}$.

9.2 Tilføjelse af et D-filter

Undervejs i den manuelle justering af PID-regulatoren til pan blev det fundet, at D-leddet ikke udnyttedes til fulde, og at kravene ikke kunne overholdes med PID-regulatoren som den var. Det valgtes derfor at tilføje et filter til D-leddet. Det betyder at D-leddet nu vægter tidligere ændringer i fejlsignalet. Filteret reducerer peaks i det differentierede fejlsignal, der skyldes Zero Order Hold i upsamplingen (se afsnit 5.2).

Der implementeres et 4. ordens FIR filter. På denne måde vægtes de seneste 5 samples, hvilket sikrer at skiftene i target-position altid indgår i filtreringen. Filteret er designet i MATLAB's grafiske fdatool og gør brug af at Kaiser-vindue. Filterets step- og frekvensrespons kan ses på figur 9.1a hhv. 9.1b.



Figur 9.1: D-filterets step- og frekvensrepons.

10 Endelig performance

Efter adskillige test og finjustering af regulatoren, vurderes det at koefficienterne i tabel 10.1 giver den bedst mulige performance for PTS. Denne performance ses i figur 10.1. Det ses at trackingfejlen holder sig inden for de $1,02^\circ$ pånær ved et par enkelte samples efter $0,98$ [s]. Det ses at kravet til trackingfejlen overholdes fra t_s til $0,98$ [s] ved alle de 19 udførte forsøg. Lerduen rammes altså, hvis der skydes mellem t_s og $0,98$ [s]. Dette giver et tidsrum på $0,42$ [s] efter t_s , hvor lerduen bliver ramt ved affyring af skud. Efter dette tidsrum kan en nedskydning af lerduen ikke garanteres.

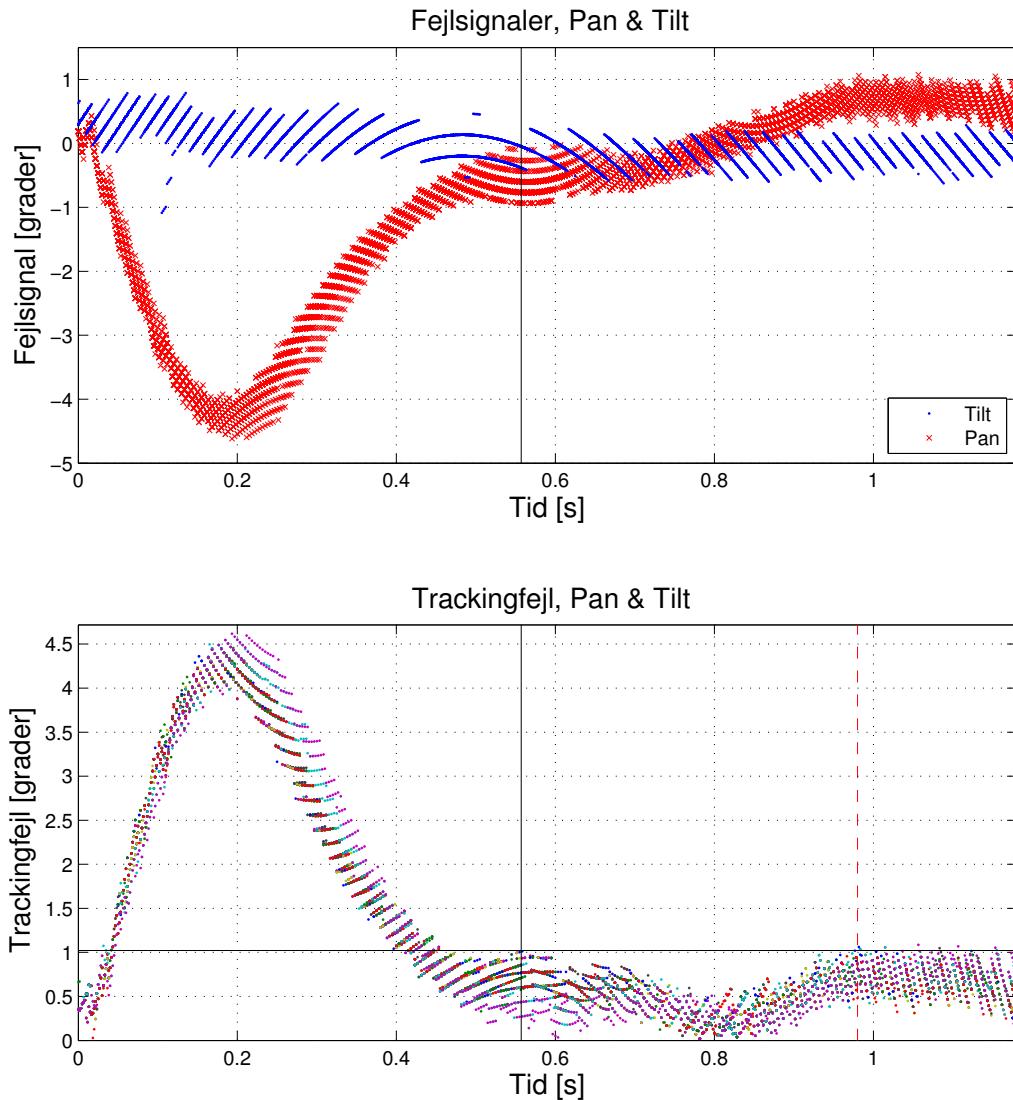
	K_P	K_I	K_D
Tilt	240	85	-
Pan	100	110	3,8

Tabel 10.1: De endelige regulatorkoefficienter.

Det viste sig under justeringen at systemet er meget følsomt overfor slid i drivremmene mellem motorerne og pan- og tilt-rammerne. Systemet kræver derfor kalibrering for at kunne fungere i praksis.

11 Delkonklusion

Ved "trial and error" blev regulatorkoefficienterne i Simulink justeret til at give den ønskede trackingperformance ift. et parabelinput. Pan-koefficienterne giver dårlig performance i praksis. Ved manuel justering blev et sæt PID-regulatorkoefficienter fundet til pan, som gav bedre performance. Det vurderedes nødvendigt at implementere et lavpasfilter til D-leddet. Med det implementerede filter gav de justerede regulatorkoefficienter en performance, der ikke ved alle forsøg levede op til kravspecifikationen. Ved nogle af forsøgene viste systemet sig at leve op til kravene om en trackingfejl på under $1,02^\circ$ efter $0,557$ [s]. Ved alle forsøg rammes lerduen, hvis der skydes mellem t_s og $0,98$ [s]. Systemet er følsomt overfor slid i drivremmene.



Figur 10.1: Endelig performance. Fejlsignaler for pan (rød) og tilt (blå) øverst, trackingfejl nederst. Testen er foretaget med koefficienterne fra tabel 10.1. De sorte stregen angiver kravene om Settling Time på under 0,557 [s] og trackingfejl på under 1,02°. Den røde stiplede linje afgrænsner mod venstre området, hvor alle trackingfejl er indefor kravet. Grafen indeholder målinger fra 19 forsøg.

Del V

Evaluering

Denne del opsummerer projektarbejdets resultater gennem diskussion og konklusion.

12 Diskussion

Den matematiske model for PTS fundet på baggrund af målinger af motorparametre og beregning af inertiomenter er til en vis grad blevet verificeret vha. en test af åbensløjferesponsen. Den største mangel ved de fundne overføringsfunktioner er, at de ikke indeholder dødzoner af PWM-duty cycles, der ikke kan accelerere systemet. Det vurderes at simuleringen af systemet er nøjagtig, når der tages højde for dødzonerne.

Reguleringssystemet er blevet simuleret i Simulink, og på baggrund af denne simulering er to sæt af regulatorparametre K_p og K_i til to PI-regulatorer blevet fundet. Disse parametre vurderes til at skulle justeres i forhold til eksperimentelle målinger på det fysiske system, da simuleringen kun er en tilnærmelse.

Regulatorernes parametre justeres vha. ”trial and error” med udgangspunkt i simuleringssresultaterne. Justeringen viste, at det i praksis er nødvendigt at anvende en PID-regulator til Pan-systemet, og at de vha. simuleringen fundne regulatorparametre K_p og K_i for Tilt fungerer godt i praksis.

Reguleringssløjfernes reeltidskrav er blevet opfyldt af implementeringen på mikrocontrolleren, og det vurderes derfor at den anvendte software-struktur og valget af skedulering er passende til trackingen af lerdueparablen. FPGA'en genererer PWM-signalerne og leverer positionsfeedback med høj hastighed, og SPI-kommunikationens afviklingstid varierer meget lidt fra gang til gang. Det vurderes derfor, at den digitale controllers forsinkelser samlet set ikke forværret reguleringens ydeevne betydeligt.

De to regulatorer overholder ikke altid kravspecifikationen. I nogle forsøg opfyldte systemet dog kravene om en trackingfejl på under $1,02^\circ$ efter $0,557$ [s], og i alle forsøgene vil lerduen blive ramt hvis der skydes mellem $0,557$ [s] og $0,98$ [s]. Systemet tillader ikke megen parametervariation som slid i drivremmene, og det vurderes derfor, at mere avancerede regulatorer ville være mere velegnet til trackingen af parablen.

13 Konklusion

Et Pan & Tilt-system er blevet opbygget til nedskydning af en lerdue i English Skeet. Med udgangspunkt i en matematisk model af systemet er to digitale regulatorer blevet designet: En PID-regulator til pan-systemet og en PI-regulator til tilt-systemet.

Regulatorerne er implementeret på en mikrocontroller, og modtager positionsfeedback fra en FPGA gennem SPI. Reguleringsløjfernes realtidskrav imødekommes ved brug af operativsystemet FreeRTOS.

Efter manuel justering af PID-regulatoren til pan-systemet er det blevet fundet, at kravene til systemets performance ikke kan imødekommes i alle tilfælde. I nogle af de udførte tracking-forsøg var systemet dog i stand til at følge lerduens bevægelse iht. kravspecifikationen, og i alle forsøgene fulgtes bevægelsen nøjagtigt i min. 0,42 [s] efter lerduen havde nået sit toppunkt.

14 Videreudvikling

En højere opløsning på vinklen kunne have forbedret performance og givet mere nøjagtig tracking af lerduen. Dette kan opnås ved flere Hall sensorer monteret på motorerne, eller ved en anden gearing på PTS. Hvis fx gearingen ændredes fra 1:3 til 1:6 ville opløsningen blive fordoblet. Samtidig ville responsens tophastighed blive sænket. Videre arbejde kunne altså undersøge mulighederne for mere nøjagtig tracking af lerduen og deres indflydelse på performance i tidsdomænet.

Til hurtigere respons på trackingen ville en mere avanceret regulator muligvis kunne anvendes. Fx. kunne videre arbejde omfatte design af en regulator til det koblede system. Samtidig ville det være af høj relevans at minimere følsomheden overfor slid i drivremmene, enten ved at erstatte drivremmene med mere slidstærke varianter, eller ved løbende tilpasning af regulatoren til parametervariationen i PTS's overføringsfunktioner. En undersøgelse af andre filtreringsmuligheder for D-leddets filter i PID-regulatoren ville kunne kaste lys over, om det implementerede D-filter er optimalt til applikationen. Reguleringen ville kunne forbedres ved forudsigelse af lerduens bevægelse med interpolation af de samplede koordinater for lerduen. Videre arbejde med systemet til samme applikation burde udnytte, at lerduens bevægelse tilnærmelsesvis er parabelformet og dermed forudsigelig.

15 Litteratur

- R. A. Adams and C. Essex. *Calculus A Complete Course*. Pearson Canada, Toronto, 7 edition, 2013.
- J. Borenstein, H. R. Everett, and L. Feng. Where am i? sensors and methods for mobile robot positioning, 1996. URL <http://www-personal.umich.edu/~johannb/Papers/pos96rep.pdf>.
- Bosch Rexroth Cooperation. Basic mechanic elements 13.0 catalog, February 2013. URL http://www.boschrexroth.com/country_units/americas/united_states/sub_websites/brus_dcl/Products/Aluminum_Structural_Framing/a_catalog/mge_catalog_download/3842540392_2013_02_EN_MGE13.pdf.
- Digilent Inc. Digilent basys2 board reference manual, 2010. URL http://www.digilentinc.com/Data/Products/BASYS2/Basys2_rm.pdf.
- Engineers Edge. Gear drive motor moment of inertia equation, 2014. URL http://www.engineersedge.com/motors/gear_drive_system.htm.
- D. Halliday, R. Resnick, and J. Walker. *Fundamentals of Physics Extended*. John Wiley & Sons, Inc, Cleveland, 9 edition, 2011.
- J. David Irwin. *The Industrial Electronics Handbook*. Taylor & Francis, USA, 1997.
- ISSF. Official statutes rules and regulations, edition 2013, January 2014. URL <http://www.issf-sports.org/documents/rules/2013/ISSFRuleBook2013-2ndPrint-ENG.zip>.
- Robot Electronics UK. Emg30, mounting bracket and wheel specification, 2014. URL <http://www.robot-electronics.co.uk/htm/emg30.htm>.
- A. Silberschatz, P. B. Galvin, and G. Gagne. *Operating Systems Concepts*. Wiley, 8 edition, 2008.
- Li Tan and Jean Jiang. *Digital Signal Processing*. Elsevier, Oxford, England, 2 edition, 2013.
- Texas Instruments. Lm3s6965 datasheet, jun 2012. URL <http://www.ti.com/lit/ds/symlink/lm3s6965.pdf>.
- Wikipedia. Hearing range, 2014a. URL http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Hearing_range&oldid=608047392.
- Wikipedia. Shotgun, 2014b. URL <http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Shotgun&oldid=608802310>.
- L. Zaccarian. Dc motors: dynamic model and control techniques, 2012. URL <http://control.disp.uniroma2.it/zack/LabRob/DCmotors.pdf>.

Del VI

Appendices

A Lerduens karakteristika

Jævnfør reglerne for ES, skal lerduen passere target crossing point (TCS) som er placeret i 4,57 [m] over origo med en fejlmargin på $\pm 0,45$ [m] for passagen. Lerduen skal flyve 50 [m] - 52 [m]. "High house" er placeret 20,11 [m] fra TCS, i en højde af 3,05 [m].

A.1 Parabel i 2 dimensioner

For at simplificere udregningerne, bestemmes parablen først i 2D. Når denne er fundet kan den tredje dimension tilføjes.

Da luftmodstanden er negligerbar kan parablen findes ved at indsætte de kendte punkter. Kasteparablen er givet ved vektorfunktionen i ligning A.1.

$$Pos(t) = \begin{pmatrix} x_{2D}(t) \\ y_{2D}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta v_0 t + x_0 \\ \sin \theta v_0 t - \frac{g}{2} t^2 + y_0 \end{pmatrix} \quad (A.1)$$

Hvor θ er afskydningsvinklen, v_0 er afskydningshastigheden, $g = 9,82 \left[\frac{m}{s^2} \right]$ er tyngdeacceleration og x_0, y_0 er begyndelsespunktet.

For at få en parabel på formen $y(x)$, isoleres t i $x(t)$ med henblik på at substituere t i $y(x)$: (x_0 sættes til 0.)

$$t = \frac{x}{\cos(\theta) v_0} \quad (A.2)$$

Den fundne værdi for t indsættes i $y(t)$ og udtrykket reduceres, (Halliday et al., 2011, Side. 67).

$$\begin{aligned} y(t(x)) &= \sin(\theta) \frac{x}{\cos(\theta) v_0} v_0 - \frac{g}{2} \left(\frac{x}{\cos(\theta) v_0} \right)^2 + y_0 \\ y(x) &= \tan(\theta) x - \frac{gx^2}{2(\cos(\theta) v_0)^2} + y_0 \end{aligned} \quad (A.3)$$

Det ses at der er 3 ubekendte i ligningen. I reglerne for ES affyres lerduerne fra en højde af $y_0 = 3,05$ [m].

$$y(x) = \tan \theta x - \frac{gx^2}{2(\cos(\theta) v_0)^2} + 3,05 \quad (A.4)$$

I reglerne fremgår det at lerduens flugt passere TCS, som er placeret i en højde på 4,57 [m], 20,11 [m] fra HH. Det sidste krav er at lerduen først skal ramme jorden efter 50 [m] - 52 [m], (52 [m] i projektet).

Det giver koordinatsættene (20,11 ; 4,57) og (52 ; 0). Vha. disse bestemmelser er udtrykkes θ og v_0 .

$$\theta = 9,103^\circ \quad (\text{A.5})$$

$$v_0 = 34,589 \left[\frac{m}{s} \right] \quad (\text{A.6})$$

θ og v_0 indsættes i stedvektoren fra ligning A.1 samt udtrykket fra ligning A.4, hvorefter de reduceres.

$$\begin{aligned} Pos(t) &= \begin{pmatrix} x_{2D}(t) \\ y_{2D}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(9,103^\circ) 34,589t \\ \sin(9,103^\circ) 34,589t - \frac{9,82}{2}t^2 + 3,05 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 34,153t \\ -4,91t^2 + 5,473t + 3,05 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned} y(x) &= \tan(9,103^\circ)x - \frac{9,82x^2}{2(\cos(9,103^\circ) 34,589)^2} + 3,05 \\ &= -0,00421x^2 + 0,1602x + 3,05 \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Ovenstående ligning A.8 og ligning A.9 bruges til bestemmelse af tiden, hvor lerduen når SB-afstanden.

A.2 Parabel i 3 dimensioner

Parablen givet i ligning A.7 omskrives mht. xyz-koordinater. Grundplanet er xy og højden er givet ved z. Dvs. at $z(t) = y_{2D}(t)$ og at $x(t)$ samt $y(t)$ afhænger af $x_{2D}(t)$ samt vinklen α . α er givet ved vinklen mellem den projekteret parabel, projekteret på xy-planet, og y-planet som vist på figur 2.1b. Stedvektoren for lerduens position i 3D er givet i ligning A.9, hvor $\alpha = 15,872^\circ$.

$$\begin{aligned} Pos(t) &= \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin(\alpha) \cdot x_{2D}(t) + 5,5 \\ \cos(\alpha) \cdot x_{2D}(t) - 19,3 \\ y_{2D}(t) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -9,34 \cdot t + 5,5 \\ 32,851 \cdot t - 19,3 \\ -4,91 \cdot t^2 + 5,473 \cdot t + 3,05 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

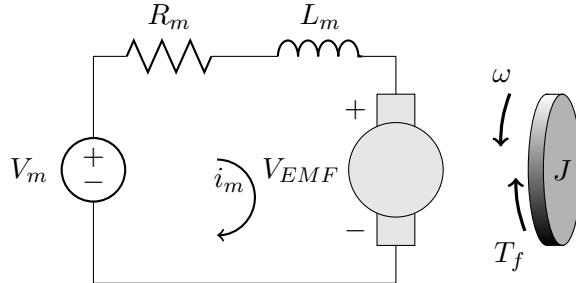
Bemærk udgangspunktet for kastet er flyttet fra origo, til HHs position. (Punkt D på figur 2.1b).

B DC motoren

Dette appendiks beskæftiger sig med den matematiske model af DC-motoren og bestemmelsen af motorparametrene.

B.1 DC Motor karakteristik

DC Motoren kan modelleres efter diagrammet på figur B.1.



Figur B.1: Diagram over fysiske komponenter i DC motoren.

Ligningen for V_m er givet ved ligning B.1, (Borenstein et al., 1996).

$$V_m(t) = L_m \cdot \frac{di_m(t)}{dt} + R_m \cdot i_m(t) + V_{EMF}(t) \quad (\text{B.1})$$

Den modelektrisk kraft, V_{EMF} er givet ved ligning B.2.

$$V_{EMF}(t) = K_b \cdot \omega(t) \quad (\text{B.2})$$

Med ligning B.2 kan ligning B.1 omskrives til ligning B.3.

$$V_m(t) = L_m \cdot \frac{di_m(t)}{dt} + R_m \cdot i_m(t) + K_b \cdot \omega(t) \quad (\text{B.3})$$

Kraftmomentet kan udtrykkes som funktion af strømmen, som i ligning B.4.

$$T_m(t) = K_t \cdot i_m(t) \quad (\text{B.4})$$

Samtidig kan kraftmomentet, som motoren producerer, udtrykkes som multiplikationen af inertimoment og vinkelacceleration. Det kraftmoment, der leveres til belastningen vil være kraftmomentet fra motoren fratrukket friktionen. Friktionen T_f antages til disse beregninger at være viskøs, dvs. proportional med vinkelhastigheden med konstanten B . Kraftmomentet kan altså udtrykkes ved ligning B.6

$$T_m(t) = J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + T_f \quad (\text{B.5})$$

$$= J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + B \cdot \omega(t) \quad (\text{B.6})$$

Inertimomentet J kan beskrives ved ligning B.7, hvor J_m er motorens indre inertimoment og J_L er belastningens inertimoment (Pan & Tilt-rammerne).

$$J = J_m + J_L \quad (\text{B.7})$$

Proportionalitetskonstanterne K_b og K_t har i SI-enheder samme numeriske værdi, (Zaccarian, 2012, Side. 5-6).

Strømmen kan vha. ligningerne B.4 og B.6 udtrykkes som i ligning B.8.

$$i_m(t) = \frac{J}{K_t} \cdot \frac{d}{dt}(\omega(t)) + \frac{B}{K_t} \cdot \omega(t) \quad (\text{B.8})$$

Dennes tidsafledte er givet ved ligning B.9.

$$\frac{d}{dt}(i_m(t)) = \frac{J}{K_t} \cdot \frac{d^2}{dt^2}(\omega(t)) + \frac{B}{K_t} \cdot \frac{d}{dt}(\omega(t)) \quad (\text{B.9})$$

Indsættes ligningerne B.8, B.9 og B.7 i ligning B.3 fås ligning B.10.

$$V_m(t) = \frac{L_m \cdot (J_L + J_m)}{K_t} \cdot \frac{d^2}{dt^2}(\omega(t)) + \frac{R_m \cdot (J_L + J_m) + L_m \cdot B}{K_t} \cdot \frac{d}{dt}(\omega(t)) + \left(K_b + \frac{R_m \cdot B}{K_t} \right) \cdot \omega(t) \quad (\text{B.10})$$

Ved indsættelse af konstanterne k_1 , k_2 og k_3 som defineret i ligningerne B.11, fås ligning B.12.

$$k_1 = \frac{L_m \cdot (J_L + J_m)}{K_t}, k_2 = \frac{R_m \cdot (J_L + J_m) + L_m \cdot B}{K_t}, k_3 = \left(K_b + \frac{R_m \cdot B}{K_t} \right), \quad (\text{B.11})$$

$$V_m(t) = k_1 \cdot \frac{d^2}{dt^2}(\omega(t)) + k_2 \cdot \frac{d}{dt}(\omega(t)) + k_3 \cdot \omega(t) \quad (\text{B.12})$$

Ligning B.12, som er en lineær 2. ordens differentialligning, udgør den matematiske model af motoren.

Resten af dette appendiks beskriver de eksperimenter, der er blevet udført med henblik på bestemmelsen af motorparametrene.

B.2 Eksperiment 1

B.2.1 Formål

Bestemmelse af motorens ækvivalente resistans, R_m .

B.2.2 Teori

Forhindres motoren i at rotøre, vil vinkelhastigheden være nul. Hvis man påfører motoren en DC-spænding V_m , og venter til motorens respons har nået steady-state, så vil strømmen igennem motoren være konstant. Her vil ligning B.3 kunne omskrives til ligning B.13.

$$V_m = R_m \cdot i_m \quad (\text{B.13})$$

Målinger af sammenhørende steady-state værdier for strøm i_m og spænding V_m kan altså bruges til bestemmelse af den ækvivalente resistans R_m .

B.2.3 Fremgangsmåde

Motoren låses fast vha. en skiftenøgle og påføres en lav spænding. Når transientresponsen er væk, måles spændingen over og strømmen igennem motoren med multimetre. Værdierne noteres, og forsøget gentages ved andre spændinger.

De anvendte multimetre er af typen TTi 1604.

B.2.4 Måleresultater

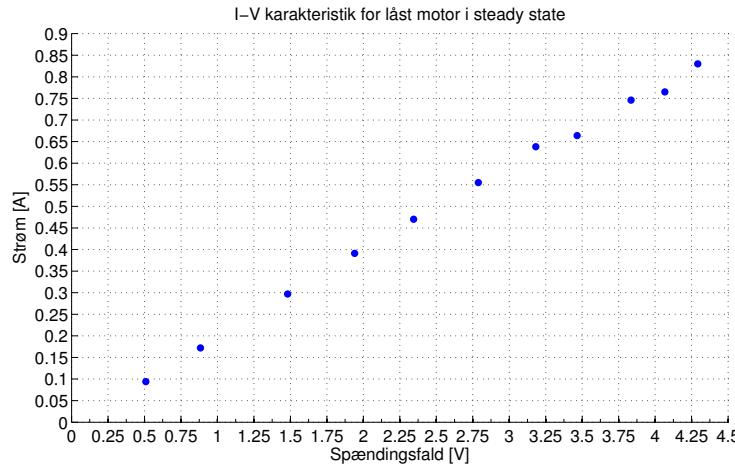
I tabel B.1 findes målingerne af strøm og spænding.

V_m [V]	0,509	0,883	1,1481	1,940	2,345	2,788	3,182	3,465	3,835	4,067	4,292
i_m [A]	0,094	0,172	0,297	0,391	0,470	0,555	0,638	0,664	0,746	0,765	0,830

Tabel B.1: Sammenhørende værdier af DC spænding over og strøm gennem rotationslåst motor.

B.2.5 Databehandling

Den målte strøm-spændingskarakteristik for DC-motoren er indtegnet på figur B.2. Som det ses



Figur B.2: Strøm-spændingskarakteristik for rotationslåst DC-motor ved steady-state.

på figur B.2 er sammenhængen mellem strøm og spænding tilnærmelsesvis lineær, og en lineær regression på dataene vil altså give en tilnærmet værdi for R_m . R_m er ved lineær regression beregnet til 5,215 [Ω].

Den mindste effektafsættelse i motoren var 48 [mW].

B.2.6 Diskussion

Da sammenhængen mellem strøm og spænding i målingerne er tilnærmelsesvis lineær, vurderes den fundne værdi for R_m at være meget nøjagtig, om ikke andet, så for effektafsættelser i motoren på mindst 48 [mW].

B.2.7 Konklusion

Motorens ækvivalente resistans, R_m er vha. sammenhørende målinger af strøm og spænding for en rotationslåst motor, ved effektafsættelser i motoren på 48 [mW] og højere, blevet bestemt til 5,215 [Ω].

B.3 Eksperiment 2

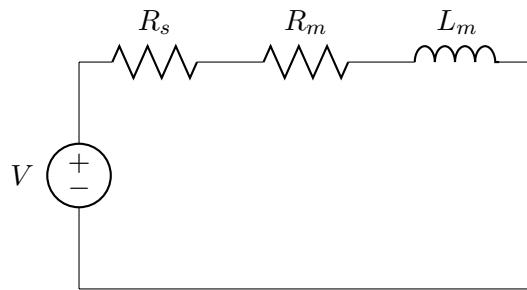
B.3.1 Formål

Bestemmelse af motorens ækvivalente induktans, L_m . Der er benyttet tre forskellige metoder til bestemmelsen af induktansen. Metode 1 tager udgangspunkt i tidskonstanten for et RL-kredsløb, mens metode 2 tager udgangspunkt i faseforskellen mellem forskellige komplekse impedanser i serie. Metode 3 benytter et LCR-meter, som er et måleapparat der kan måle en passiv komponents impedans, til bestemmelsen af induktansen.

B.3.2 Teori

Metode 1

Forhindres motoren i at rotere, vil vinkelhastigheden som beskrevet i afsnit B.2 være nul. Ved denne metode er vi interesseret i systemets transientrespons, hvor strømmen i_m ikke er konstant. Forbindes en modstand R_s i serie med DC-motoren som vist på figur B.3 vil der være tale om et RL-kredsløb, med en tidskonstant τ givet ved ligning B.14.



Figur B.3: Rotationslåst motor, i serie med en modstand R_s .

Transientresponsen for alle strømme og spændingsfald i kredsløbet har denne tidskonstant.

$$\tau = \frac{L_m}{R_m + R_s} \quad (\text{B.14})$$

Tidskonstanten er et mål for tiden det tager systemet at opnå ca. 63,2% af slutværdien. For en eksponentielt aftagende kurve med tidskonstanten τ kan tidskonstanten aflæses som tidsforskellen mellem to niveauer V_0 og V_1 , hvor V_1 er ca. 36,8% af V_0 .

Ved omskrivning af ligning B.14 kan induktansen altså bestemmes vha. ligning B.15.

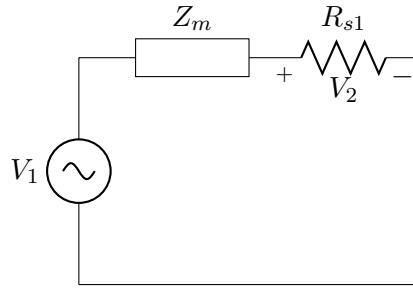
$$L_m = \tau \cdot (R_m + R_s) \quad (\text{B.15})$$

Metode 2

Forhindres motoren i at rotere, vil vinkelhastigheden som beskrevet i afsnit B.2 være nul. Denne metode er interesseret i systemets steady-state respons. Forbindes en modstand R_{s1} i serie med DC-motoren som vist på figur B.4 vil impedansen Z_m af DC-motoren være givet ved ligning B.16.

$$Z_m = R_{s1} \cdot \frac{\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2}{\mathbf{V}_2} = R_{s1} \cdot \left(\frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{V}_2} - 1 \right) = R_{s1} \cdot \left(\frac{A_1}{A_2} \cdot e^\phi - 1 \right) \quad (\text{B.16})$$

Bemærk at spændingsfaldene noteres med fed skrift for at indikere at her er tale om phasors, at A_1 og A_2 angiver amplituderne af \mathbf{V}_1 og \mathbf{V}_2 , samt at $\phi = \phi_1 - \phi_2$ angiver faseforskellen



Figur B.4: Rotationslåst motor, i serie med en modstand R_{s1} og en AC-forsyning.

melleml de to signaler. Denne faseforskæl kan også udtrykkes ved tidsforsinkelsen Δt ganget med vinkelfrekvensen ω . Ligning B.17 angiver impedansen på rektangulær form.

$$\mathbf{Z}_m = R_{s1} \cdot \left(\frac{A_1}{A_2} \cdot \cos(\phi) - 1 \right) + \mathbf{j} \cdot R_{s1} \cdot \frac{A_1}{A_2} \cdot \sin(\phi) \quad (\text{B.17})$$

Samtidig vides det, at den rotationslåse motors impedans består af resistansen R_m samt reaktansen X_m , hvor X_m er reaktansen for en spole, altså $\omega \cdot L_m$. Motorens impedans kan altså også beskrives ved ligning B.18, hvor \mathbf{j} er den imaginære enhed.

$$\mathbf{Z}_m = R_m + \mathbf{j} \cdot \omega \cdot L_m \quad (\text{B.18})$$

Sættes ligningerne B.17 og B.18 lig med hinanden kan man altså udtrykke resistansen R_m og induktansen L_m som funktioner af faseforskellen på \mathbf{V}_1 og \mathbf{V}_2 , hvilket giver ligningerne B.19 og B.20.

$$\mathbf{R}_m = R_{s1} \cdot \left(\frac{A_1}{A_2} \cdot \cos(\phi) - 1 \right) \quad (\text{B.19})$$

$$\mathbf{L}_m = R_{s1} \cdot \frac{A_1}{A_2} \cdot \sin(\phi) \quad (\text{B.20})$$

Effektafsættelsen P_{avg} i en modstand R , påført en vekselspænding med amplituden V , givet ved ligning B.21.

$$P_{avg} = \frac{(V_{rms})^2}{R} = \frac{\left(\frac{V}{\sqrt{2}}\right)^2}{R} \quad (\text{B.21})$$

B.3.3 Fremgangsmåde

Alle metoderne involverer en måling på DC-motoren, og det er derfor vigtigt ved hvert forsøg at placere rotoren i forskellige positioner, da kullenenes placering har en indflydelse på induktansen.

Metode 1

En modstand R_s måles efter med et multimeter og fobindes i serie med DC-motoren som på figur B.3. Kredsløbet bestående af DC-motoren og R_s påføres en kendt spænding. Strømmen gennem kredsløbet afbrydes på strømforsyningen og spændingsfaldet over R_s måles med et oscilloskop. Dataene eksporteres og tidskonstanten bestemmes herudfra.

Det anvendte multimeter er af typen TTi 1604 og oscilloskop af typen Agilent Technologies DSO-X 2024A.

Metode 2

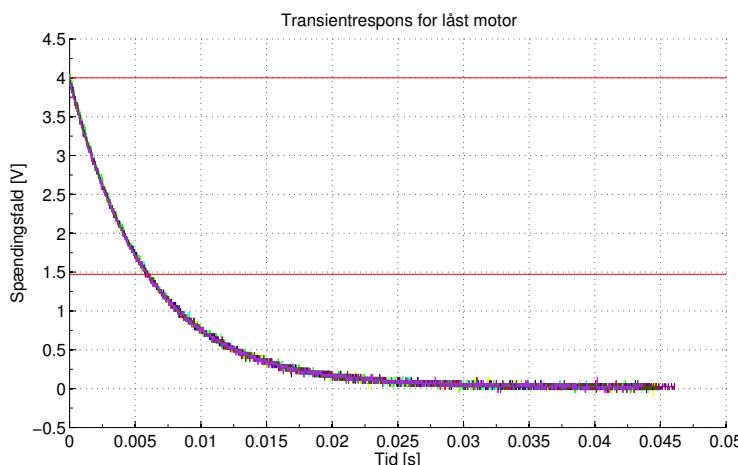
En modstand R_{s1} måles efter med et multimeter og forbindes i serie med DC-motoren som på figur B.4. Kredsløbet påføres en kendt AC-spænding fra en funktionsgenerator med et DC-offset så spændingen altid er positiv. Da funktionsgeneratoren ikke skal overbelastes, skal R_{s1} vælges tilpas stor. AC-spændingens frekvens er 10 [kHz]. Med et oscilloskop måles spændingsfaldene \mathbf{V}_1 og \mathbf{V}_2 . Dataene eksporteres og faseforskellen samt forholdet mellem amplituderne A_1 og A_2 bestemmes herudfra.

Metode 3

DC-motoren forbindes til LCR-meteret, som indstilles til "L" (induktansmåling). Ved forskellige testfrekvenser noteres resultatet.

B.3.4 Måleresultater**Metode 1**

Seriemodstanden R_s er blevet målt til 61,77 [Ω]. På figur B.5 er transientresponsen for spændingsfaldet over R_s indtegnet sammen med de to spændingsniveauer, hvorudfra tidskonstanten bestemmes. Figur B.5 viser flere målingers transientrespons.



Figur B.5: Transientrespons for låst motor. De to vandrette røde linjer angiver spændingsniveauerne til bestemmelse af tidskonstanten. Den øverste linje er ved 4 [V], mens den nederste linje er ved $4 \cdot \frac{1}{e}$ [V].

Metode 2

Seriemodstanden R_{s1} er blevet målt til 473,3 [Ω]. Spændingen har en amplitude på 2,4 [V] og et DC-offset på 2,5 [V]. På figur B.6 er steady-state responsen for spændingsfaldene over DC-motoren og seriemodstanden indtegnet.

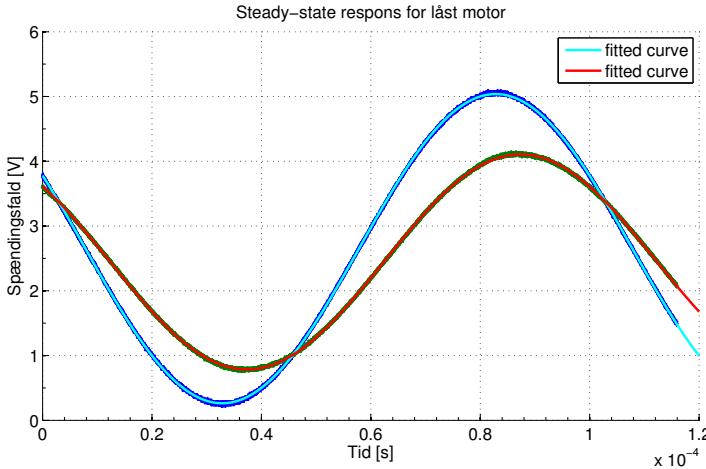
Metode 3

På figur B.7 er induktansmålingerne fra LCR-meteret indtegnet.

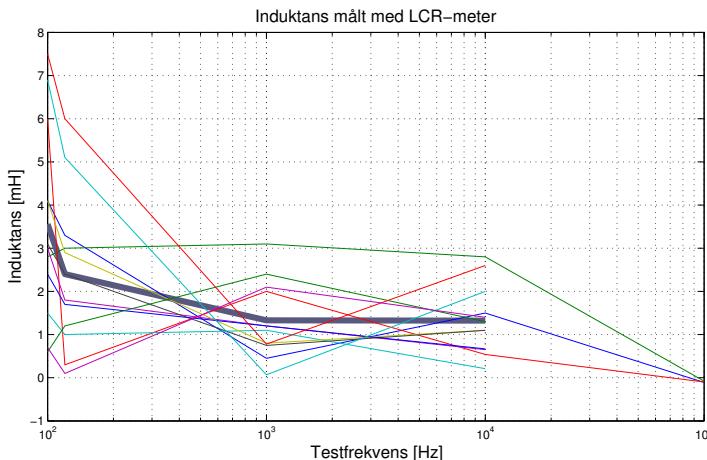
Det anvendte LCR-meter er af typen Agilent Technologies U1733C.

B.3.5 Databehandling**Metode 1**

For hver måling af transientresponsen, vist i figur B.5 er induktansen blevet bestemt ved brug af



Figur B.6: Steady-state respons for låst motor. Med mørkeblåt er markeret \mathbf{V}_1 og med mørkegrønt \mathbf{V}_2 . To tilpassede sinuskurver, fundet vha. MATLAB's fit-funktion, er indtegnet med lyseblåt og rødt.



Figur B.7: Induktanser målt ved forskellige testfrekvenser og motorpositioner med LCR-meteret. For hver motorposition er der tegnet en linje gennem de 4-5 målepunkter. Ved 100 [kHz] er induktansen kun blevet målt for tre motorpositioner. Den tykke linje angiver gennemsnittet af de målte induktanser for de fire laveste testfrekvenser, 100, 120, 1000 og 10000 [Hz].

ligning B.15. Gennemsnitsinduktansen er ved denne metode blevet fundet til $L_m = 0,395$ [H].

Metode 2

Vha. MATLAB's fit-funktion er to sinuskurver blevet tilpasset til de målte spændingsfald. Ud fra funktionsforskrifterne på de to sinuskurver er amplitudeforholdet $\frac{A_1}{A_2}$ og faseforskellen ϕ blevet beregnet, og vha. ligningerne B.19 og B.20 er resistansen hhv. induktansen blevet beregnet til 179,94 [Ω] hhv. 3,047 [mH]. Effektafsættelsen i motoren er med amplitudeforskellen på \mathbf{V}_1 og \mathbf{V}_2 samt de i forsøget fundne værdier R_{s1} og R_m ved brug af ligning B.21 beregnet til 0,405 [mW].

Metode 3

Som det fremstår af figur B.7 er den målte induktans forskellig for hver testfrekvens. Det blev fundet, at induktansmåling ved 100 [kHz] ikke var brugbar, da resultatet var negativt. Derfor blev der kun foretaget tre målinger ved 100 [kHz]. For hver af de fire laveste testfrekvenser blev middelinduktansen fundet, og en linje gennem disse induktanser er tegnet med fed på figur B.7.

Gennemsnittet af de fire middelværdier er 2,2 [mH].

B.3.6 Diskussion

Den lineære sammenhæng mellem strøm og spænding fundet i afsnit B.2 kan ikke benægtes, og for effektafsættelser i motoren på over 48 [mW] må resistansen kunne antages at være 5,215 [Ω] som beregnet. Men, som fundet ved forsøget med metode 2, så er motorens resistans langt højere, 179,94 [Ω] ved en effektafsættelse i motoren på 0,405 [mW]. Dette indikerer, at motorens ækvivalente resistans er lineær i de brugbare intervaller, altså ved de effektafsættelser en praktisk applikation ville få brug for, altså over 48 [mW], men at motoren opfører sig anderledes når effektafsættelsen bliver tilpas lille, i strørrelsesordenen under 1 [mW]. Til brug i modelleringen og simuleringen af motoren til den praktiske applikation, hvor motoren skal kunne rotere, vurderes det derfor at den i afsnit B.2 fundne ækvivalente modstand på $R_m = 5,215 [\Omega]$ giver en meget nøjagtig værdi for den faktiske modstand i motoren.

Induktansen er imidlertid sværere at bestemme, da effektafsættelsen i de udførte forsøg er lav. Resultatet fra metode 1 afviger meget fra resultaterne fra metode 2 og 3, og vurderes at være ubrugeligt til modelleringen af motoren til den praktiske applikation. I den praktiske applikation vil motoren blive utsat for en PWM-spænding med en PWM-frekvens på 24,41 [kHz]. Det vurderes derfor, at LCR-meterets resultater for 10 [kHz] danner det bedste grundlag for et estimat af induktansen. Bemærk at den meget store spredning på målingerne på tværs af testfrekvenserne gør, at estimatet kun er vejledende. Der gives et vejledende estimat på 2,2 [mH].

B.3.7 Konklusion

Eksperiment 2 viser hvordan effektafsættelsen i DC motoren har betydning for dens resistans. Idet DC motorene i applikationen antages for at have en effektafsættelse over 48 [mW] medfører dette motorens har en resistans på $R_m = 5,215 [\Omega]$.

Til modelleringen af DC motoren estimeres motorens induktans til $L_m \approx 2,2 [\text{mH}]$.

B.4 Eksperiment 3

B.4.1 Formål

Bestemmelse af proportionalitetskonstanterne K_b og K_t samt den viskøse friktionskonstant B .

B.4.2 Teori

Hvis man påfører motoren en DC-spænding og lader den rotere frit, uden ekstra belastning, så kan ligning B.3 omskrives til ligning B.22.

$$V_m = i_m \cdot R_m + K_b \cdot \omega \quad (\text{B.22})$$

Samtidig kan kraftmomentet udtrykkes ved ligning B.6, hvor det eneste inertimoment vil være rotorens, navnlig J_m . Da vinkelhastigheden ikke ændrer sig ved steady-state kan ligningerne B.22 og B.6 kombineres til ligning B.23.

$$K_t \cdot i_m = B \cdot \omega \quad (\text{B.23})$$

Hvis man kender motorens ækvivalente modstand R_m , steady-state strømmen i_m ved en steady-state spænding V_m , samt steady-state vinkelhastigheden ω , kan man altså vha. ligningerne B.22 og B.23 bestemme proportionalitetskonstanterne K_t og K_b og friktionskonstanten B .

B.4.3 Fremgangsmåde

Den ubelastede motor påføres en kendt DC-spænding, og motoren opnår steady-state. Strømmen igennem motoren måles med et multimeter. Vinkelhastigheden måles ved at tælle antallet af encoder-ticks på ét minut og omregnes til SI-enheder, idet der er 360 ticks pr. omgang, (Robot Electronics UK, 2014). For hver måling beregnes K_b og K_t samt B vha. ligningerne B.22 og B.23.

Det anvendte multimeter er af typen TTi 1604, og antallet af ticks blev talt med en tæller på FPGA'en, der automatisk stopper efter 1 minut.

B.4.4 Måleresultater

I tabel B.2 findes målingerne af strøm, spænding og vinkelhastighed.

V_m [V]	12,00	12,00	10,01	10,01	8,584	8,584	7,154	7,154	6,000	6,000
i_m [mA]	97	97	96	96	92	92	90	90	89	89
ω [ticks/min]	76564	76741	62963	63379	54255	54374	44835	44089	36489	36224

Tabel B.2: Sammenhørende værdier af DC spænding over og strøm gennem, samt vinkelhastighed af motor uden belastning.

B.4.5 Databehandling

For hver måling er K_b og K_t samt B vha. ligningerne B.22 og B.23 beregnet i SI-enheder. Til beregningen er anvendt den i afsnit B.2 fundne værdi for R_m . Gennemsnittet af hver parameter findes i tabel B.3.

K_b [V·s/rad]	K_t [N·m/A]	B [N · m · s]
0,517	0,517	0,00319

Tabel B.3: Proportionalitetskonstanterne K_b , K_t og B .

B.4.6 Diskussion

De fundne værdier for K_b , K_t og B vurderes at være nøjagtige approksimationer til brug i modelleringen af systemet til en praktisk applikation, da de er fundet ved effektafsættelser der afspejler effektafsættelser, der vil forekomme i applikationen. Der er dog blevet set bort fra Coulomb-frikctionen, og der vil skulle tages højde for dette under modelleringen.

B.4.7 Konklusion

Proportionalitetskonstanterne K_b og K_t er blevet fundet til i SI-enheder at have den numeriske værdi 0,517. Den viskøse friktionskonstant B er blevet fundet til 0,00319 [N · m · s]. Alle konstanterne er blevet fundet vha. værdien af R_m fra afsnit B.2.

B.5 Eksperiment 4

B.5.1 Formål

Bestemmelse af rotorens inertimoment J_m . Bestemmelse af størrelsen på friktionen i motoren.

B.5.2 Teori

Hvis der ikke løber strøm igennem motoren, kan ligning B.3 omskrives til ligning B.24.

$$V_m(t) = K_b \cdot \omega(t) \quad (\text{B.24})$$

I dette forsøg fastgøres en masse til rotoren med en snor. Massen lades falde til jorden med tyngdeaccelerationen. Rotoren vil accelerere med vinkelaccelerationen α_{op} . Jf. Newtons 2. lov vil det resulterende kraftmoment være givet ved ligning B.25.

$$T_{res} = J_m \cdot \alpha_{op} \quad (\text{B.25})$$

Dette kraftmoment kan også udtrykkes som kraftmomentet på rotoren fra snoren, T_{op} , fratrukket friktionskraftmomentet T_f , som udtrykt i ligning B.26.

$$T_{res} = T_{op} - |T_f| \quad (\text{B.26})$$

Bemærk at T_f er hele friktionskraftmomentet, inkl. Coulomb-friktion. Kraftmomentet T_{op} kan udtrykkes som rotorens radius r ganget med snorkrafte, F_{snor} , som udtrykt i ligning B.27.

$$T_{op} = r \cdot F_{snor} \quad (\text{B.27})$$

Snorkrafte kan udtrykkes ved tyngdekraften på massen samt den lineære acceleration af massen, a , som udtrykt i ligning B.28, hvor a kan udtrykkes ved α_{op} som i ligning B.29.

$$F_{snor} = m \cdot (g - a) \quad (\text{B.28})$$

$$a = r \cdot \alpha_{op} \quad (\text{B.29})$$

Når rotoren har opnået en given vinkelhastighed, og snorkrafte stopper, vil rotoren decelerere med en vinkelacceleration α_{ned} , som skyldes friktionskraftmomentet, jf. ligning B.30.

$$|T_f| = J_m |\alpha_{ned}| \quad (\text{B.30})$$

Inertimomentet J_{disk} for en disk (ring) med massen m_{disk} , ydre radius r_{disk} og indre radius r_{hul} er givet ved ligning B.31, (Halliday et al., 2011, Side. 255, tabel 10-2b).

$$J_{disk} = \frac{1}{2} \cdot m_{disk} \cdot (r_{hul}^2 + r_{disk}^2) \quad (\text{B.31})$$

Da rotorskaftet på DC-motoren ikke er cylinderformet, blev det valgt at montere en disk på rotoren, således at de i teorien formler kan bruges til beregning af inertimomentet, med diskens radius r_{disk} . Med ligningerne B.25, B.26, B.27, B.28, B.29, B.30 samt B.31 kan rotorens inertimoment udtrykkes vha. de målbare størrelser α_{op} , α_{ned} , m_{disk} , r_{disk} , r_{hul} og m_{lod} (massen af det fastgjorte lod), mens friktionskraftmomentet kan udtrykkes vha. m_{lod} , r_{disk} , α_{op} og α_{ned} , som i ligningerne B.32 og B.33.

$$J_m = m_{lod} \cdot r_{disk} \cdot \left| \frac{\alpha_{op} \cdot r_{disk} - g}{\alpha_{op} + |\alpha_{ned}|} \right| - \frac{1}{2} \cdot m_{disk} \cdot (r_{hul}^2 + r_{disk}^2) \quad (\text{B.32})$$

$$|T_f| = \alpha_{ned} \cdot m_{lod} \cdot r_{disk} \cdot \left| \frac{\alpha_{op} \cdot r_{disk} - g}{\alpha_{op} + |\alpha_{ned}|} \right| \quad (\text{B.33})$$

B.5.3 Fremgangsmåde

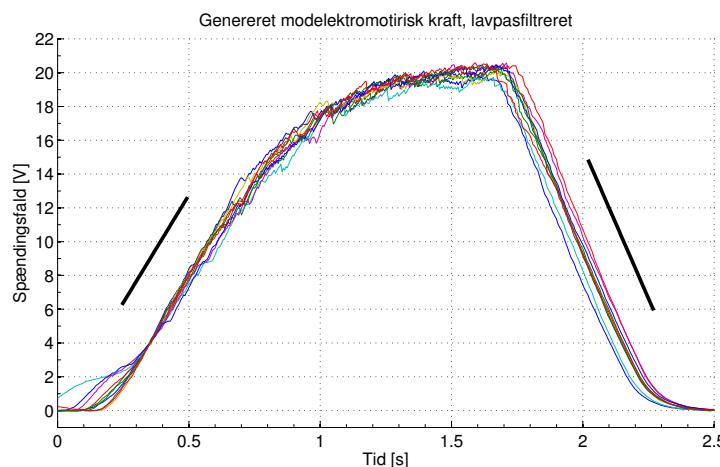
En disk måles og vejes og monteres på rotorskaftet. Et vejet lod fastgøres til disken med en snor, og snoren vikles rundt om disken. Med et oscilloskop måles spændingsfaldet over motoren, mens loddet lades falde til gulvet. Når loddet har ramt gulvet, og spændingsfaldet er 0 [V], stoppes mælingen, og forsøget gentages.

B.5.4 Måleresultater

Diksen har en masse på 21,2 [g], en ydre radius på 1,25 [cm] og en indre radius på 5 [mm]. Loddets masse er 851,7 [g]. På figur B.8 er mælingerne af V_{EMF} indtegnet.

B.5.5 Databehandling

Da mælingerne er meget støjfyldte, valgtes det at lavpasfiltrere dem, så hældningsbestemmelsen ikke bliver påvirket af den højfrekvente støj. De lavpasfiltrerede data kan ses på figur B.8. Jf.



Figur B.8: Målt modelektromotorisk kraft ved acceleration af motor, lavpasfiltreret. De indtegnehede sorte streger viser hældningerne før og efter loddet ramte jorden. På grafen vises mælingerne fra flere forsøg sammen.

ligning B.24 er det målte spændingsfald proportionalt med vinkelhastigheden, og hældningen af grafen vil således skulle divideres med K_b , før den repræsenterede vinkelaccelerationen. K_b blev bestemt i afsnit B.4. For hver mæling bestemmes hældningerne α_{op} og α_{ned} vha. lineær regression på de lineære stykker, og ud fra dette er gennemsnitsaccelerationerne blevet fundet til $\alpha_{op} = 49,3 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$ og $\alpha_{ned} = -69,1 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$. Med disse værdier er inertimomentet beregnet vha. ligning B.32, og friktionsskriftmomentet vha. ligning B.33. De beregnede værdier er hhv. $J_m = 8,26 \cdot 10^{-4} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}}$ og $|T_f| = 0,0571 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{s}}$.

B.5.6 Diskussion

At V_{EMF} aftager lineært fremfor eksponentielt indikerer, at den viskøse friktion er lav i forhold til Coulomb-friktionen. Den lineære approksimation der i fremgangsmåden benyttes er derfor anvendelig, og giver et nøjagtigt billede af den tilstedevarende friktion samt rotorens inertimoment.

B.5.7 Konklusion

Rotorens inertimoment er bestemt til $J_m = 8,26 \cdot 10^{-4}$ [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]. Friktionskraftmomentet er bestemt til $|T_f| = 0,0571$ [$\text{N} \cdot \text{m}$].

B.6 Opsummering af motorparametre

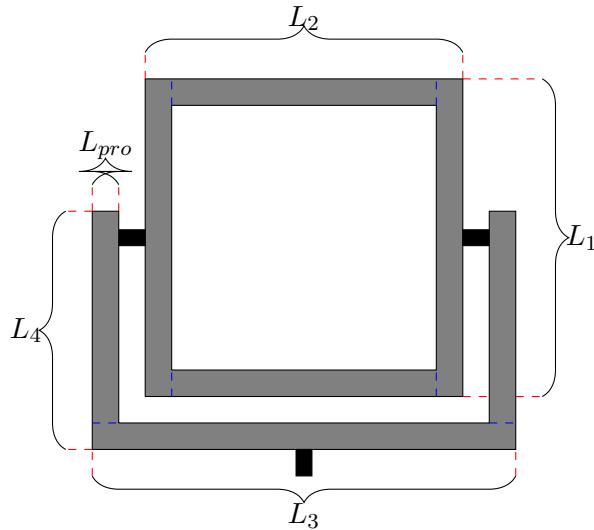
Nedenstående tabel B.4 viser motorparametrene fundet i Eksperiment 1-4 og disse værdier bruges til modellering af DC motorerne.

Parameter	Værdi	Enhed
R_m	5,215	[Ω]
L_m	$2,2 \cdot 10^{-3}$	[H]
K_b	0,517	$\left[\frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{rad}} \right]$
K_t	0,517	$\left[\frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{A}} \right]$
B	0,00319	[$\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$]
J_m	$8,26 \cdot 10^{-4}$	[$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]

Tabel B.4: Eksperimentelt bestemte motorparametre.

C Beregning af inertimoment

Dette appendiks beskæftiger sig med beregningen af de teoretiske inertimomenter for pan- og tilt-rammerne. Der henvises til figur C.1, og beregningerne tager udgangspunkt i rammernes mål: $L_1 = 0,292$ [m], $L_2 = 0,280$ [m], $L_3 = 0,42$ [m], $L_4 = 0,246$ [m], $L_{pro} = 0,04$ [m].



Figur C.1: Skitse af pan & tilt-rammerne.

Den teoritiske beregning er foretaget ud fra følgende antagelser og simplificeringer:

- Aluminumsprofilen, 40x40L, har en massefyld på $\rho = 1,5$ [kg/m], (Bosch Rexroth Cooperation, 2013, Kap. 2 s. 4).
- Rammerne simplificeres som bestående af tynde stænger, således at hver ramme har to stænger, hvis bidrag til inertimomentet kan beregnes som var de punktmasser forskudt i forhold til rotationsaksen (Halliday et al., 2011, s. 254, ligning 10.36), vha. ligning C.1.

$$J = J_{com} + M \cdot h^2 \quad (\text{C.1})$$

hvor $J_{com} = 0$ og h er afstand til punktmassen (stangen) fra rotationsaksen. Inertimomentet for de stænger, der står vinkelret på rotationsakserne, kan beregnes vha. ligning C.2 (Halliday et al., 2011, s. 255, tabel 10-2e).

$$J = \frac{1}{12}M \cdot L^2 \quad (\text{C.2})$$

Med ovenstående formler er det muligt at finde pan og tilt-rammernes teoritiske inertimoment:

$$\begin{aligned} J_{tilt,1} &= \left(\left(1/12 \cdot \rho \cdot L_1^3 \right) + \left(\rho (L_2 - 2 \cdot L_{pro}) \left(\frac{L_1 - L_{pro}}{2} \right)^2 \right) \right) \cdot 2 \\ &= 0,0157499 \text{ [kg m}^2\text{]} \\ J_{pan,1} &= \left(1/12 \cdot \rho \cdot L_3^3 \right) + \left(\rho (L_4 - L_{pro}) \left(\frac{L_3 - L_{pro}}{2} \right)^2 \right) \cdot 2 \\ &= 0,0315708 \text{ [kg m}^2\text{]} \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

Tilt-rammens indflydelse på inertimomentet som pan-motoren skal rotere, er afhængig af tilt-rammens vinkel. Når tilt-rammen er lodret er bidraget til pan-inertimomentet mindst, jf. ligning

C.1, fordi afstanden af to af stængerne til rotationsaksen (pan) er mindst. Ligeledes vil bidraget til pan-inertimomentet være størst når tilt-rammen er vandret. Dette giver en kobling mellem pan og tilt, hvilket er ønsket under designet af reguleringssløjfen, som beskrevet i afsnit 4. En simplificering er således at inkludere bidraget i modellen for pan som en konstant. Man kan argumentere for, at denne konstant bør være gennemsnittet af bidragene for hele bevægelsen. Denne ville kunne tilnærmes ud fra den ideelle responskurve for tilt-systemet, der kan beregnes ud fra den faste parabel, som gives som input. Værdien ville således være baseret på ét specifikt parabelinput. En anden tilgang kunne være at vælge minimum-bidraget, og dermed have en værdi der er nøjagtig for de tilt-vinkler, der er tæt på lodret, og mere og mere unøjagtig jo mere vandret tilit-vinklen er. Sidstnævnte tilgang vælges, fordi tilt-vinklen i lerdue skydningen er tilnærmelsesvis lodret. Tilt-rammen roterer i vinkelintervallet $[4,03^\circ \leq \phi \leq 12,3^\circ]$ jf. lerdue's toppunktstid samt nedslagstid på hhv. 0,557 [s] og 1,18 [s], indsat i ligning 4.9. Antagelsen om konstant bidrag til inertimomentet er derfor nøjagtig.

Tilt-rammens bidrag til inertimomentet for pan bestemmes derfor ud fra, at to af tilt-rammens "stænger" er parallele med rotationsaksen, og at de to stænger med længden L_2 er vinkelret på den, samt at de roterer om den. Med ligningerne C.1 og C.2 kan tilt-rammens bidrag til pan-inertimomentet altså beregnes vha ligning C.4.

$$\begin{aligned} J_{pan,tilt_{min}} &= 2 \cdot \left(\frac{1}{12} \cdot \rho \cdot L_2^3 + \rho \cdot (L_1 - 2 \cdot L_{pro}) \left(\frac{L_2 - L_{pro}}{2} \right)^2 \right) \\ &= 0,0146464 [\text{kg m}^2] \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

Inertimomentet på pan-aksen er derfor givet ved summationen af pan-rammens inertimoment og tilt-rammens inertimoment, som angivet i ligning C.5.

$$\begin{aligned} J_{pan,1.1} &= J_{pan,1} + J_{pan,tilt_{min}} \\ &= 0,0462172 [\text{kg m}^2] \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

Inertimomentet for tilt og pan er beregnet i ligning C.3, mens det endelige inertimomentet for pan er beregnet i ligning C.5. Systemets gearing gør dog at inertimomenterne som motorerne belastes med, er mindre. Gearingen i EMG30-motoren er i forholdet 30:1, mens gearingen til rammerne er i forholdet 1:3. Ligning C.6 giver forholdet mellem det reflekterede inertimoment J_r (som motoren belastes med) og inertimomentet J efter en gearing med forholdet N (Engineers Edge, 2014).

$$J_r = \frac{J}{N^2} \quad (\text{C.6})$$

N kan altså bestemmes som multiplikationen af de to gearingsforhold, og er således lig med 10. I ligning C.7 er de reflekterede inertimomenter beregnet.

$$\begin{aligned} J_{tilt} &= 1,57499 \cdot 10^{-4} [\text{kg m}^2] \\ J_{pan} &= 4,62172 \cdot 10^{-4} [\text{kg m}^2] \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

D FPGA'ens komponenter

Dette appendiks forklarer alle komponenter på FPGA'en. Et forsimplet diagram over komponenterne på FPGA'en ses på figur 7.1.

Tick counter

Input: Signaler fra encoder på PTS. Reset signal fra tick reset.

Output: Positionen på hver af motorerne angivet i antal ticks mellem 0 og 1079. Retningen, som motorerne roterer i.

Da encoderne på PTS er quadrature encodere er det muligt at bestemme både retning og tælle rotationer på motoren. Tæller positionen op eller ned afhængigt af inputtet fra encoderne. Tæller ned fra 0 til 1079. For at kalibrere positionen er det nødvendigt for tick counter komponenten at få et reset signal fra tick reset komponenten. Når dette reset signal modtages nulstilles positionen og er herved kalibreret.

Tick reset

Input: Signaler fra Hall sensorer på PTS. Rotationsretning.

Output: Reset signal.



Figur D.1: Signalet fra Hall sensor, når magneten på en af rammerne køres hen over. Nulstillingen sker første gang reset signalet udsendes.

Som beskrevet tidligere er der behov for et reset signal til positionen. Dette skal gøres ved hjælp af Hall sensorer på PTS. Det viser sig dog, at Hall sensorernes output ikke kun er højt på ét encodertick. Derfor kan signalet fra Hall sensorerne ikke i sig selv bruges som reset signal. PTS rotationsretningen tages derfor med i betragtning. Hvis PTS roterer i én retning sættes reset signalet højt på opadgående flanke på Hall sensor outputtet, mens reset signalet sættes højt på nedadgående flanke i den anden retning. Reset signalet udsendes derved på samme sted, som vist på figur D.1. Hermed fås det smallest mulige område, hvor reset signalet er højt. Präcisionen på denne kalibrering er ± 1 tick.

Display

Input: Motorposition fra tick counter. Skaleret clock signal fra clock scaler.

Output: Signal der styrer displayet.

Modtager motorpositionen fra tick counter komponenten og viser det på de fire 8-digit-displays på BASYS boardet. Bruger det skaledede clock signal til at multiplexe mellem de fire displays.

Clock scaler

Input: BASYS boardets interne clock.

Output: Skaleret clock signal

Skalerer clock signalet.

Input decoder

Input: 16 bit data fra SPI.

Output: PWM-kanal og tilhørende PWM-duty cycle (11 bit).

Hvis setPWM bit er højt skal PWM-kanal og tilhørende PWM-duty cycle opdateres. Opdateringen sker ved at tage 2 MSB og lave dem til et PWM-kanal output. De 11 LSB sendes som PWM-duty cycle output.

PWM

Input: PWM-kanal og tilhørende PWM-duty cycle (11 bit).

Output: PWM til PTS.

Sørger for at generere PWM-signaler til PTS ud fra PWM-kanaler og PWM-duty cycles.

Output decoder

Input: Motorposition fra tick counter.

Output: 16 bit data.

Sørger for skiftevis at sætte motorposition for de to motorer som LSB. MSB bruges til at angive, hvilken motor positionen er til.

SPI

Input: 16 bit data fra output decoder.

Output: 16 bit SPI data ud.

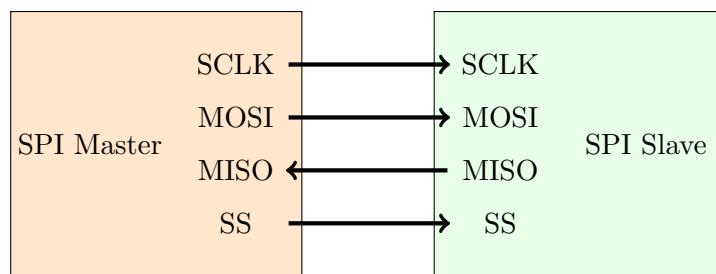
Agerer som SPI slave i kommunikation med mikrocontrolleren. Modtager SPI data udefra. Sørger samtidigt for at sende de 16 bit data fra output decoder.

E Serial Peripheral Interface

Kommunikationen mellem mikrocontolleren og FPGA'en foregår med SPI. SPI understøtter full-duplex kommunikation mellem en master og en eller flere slaver.

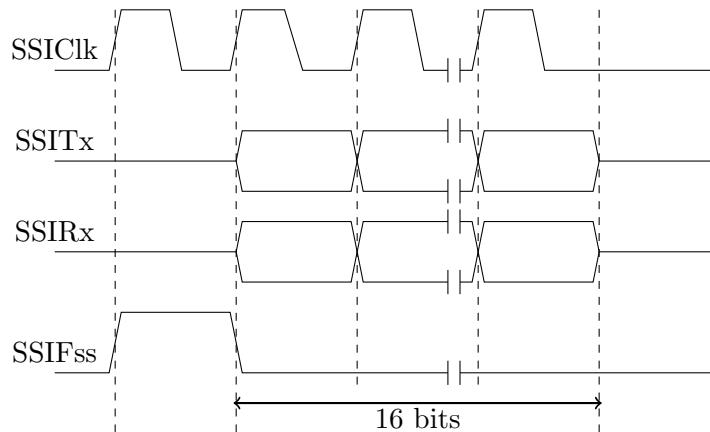
Der er fire kanaler mellem masteren og slaven: Slave Select (SS), Serial Clock (SCLK), Master Output Slave Input (MOSI) og Master Input Slave Output (MISO). SS bruges til at vælge hvilken slave der skal overføres data til/fra. Den kan også sammenlignes med en chip select. SCLK generes af masteren; SS, MOSI og MISO kører synkront med dette signal.

Opstillingen med en master og en slave kan ses på figur E.1. Her kan SS være overflødig, da der kun er en slave at vælge. Til gengæld kan SS bruges til at initialisere overførselsen. Når SS er sat højt, begynder overførslen mellem master og slave. Da overførslen er full-duplex sender begge til hinanden samtidig.



Figur E.1: Skitse af SPI-kommunikation mellem mikrocontroller og FPGA.

Når der er flere slaver, bestemmer SS hvilken slave der overføres til. Alle slave har deres egen SS, men de deler alle MISO og MOSI. Før overførslen begynder sætter masteren SS høj til den ønskede slave, derefter overføres dataene til slaven. Mens overførslen finder sted ignorerer de ikke-valgte slaver dataene på MOSI.



Figur E.2: Eksempel på en SPI overførelse.

Et eksempel på en overførsel mellem en master og en slave kan ses på figur E.2. Eksemplet tager udgangspunkt i TI Synchronous Serial Frame Format Single Transfer (Texas Instruments, 2012, s. 476) fra microcontrolleren. I denne form er SSIClk, SSIFss, SSITx, SSIRx pins'ne. SSIClk er clock signalet, SSIFss er slave select og SSITx og SSIRx er henholdsvis MOSI og MISO. SCLK har en puls mere, end der er bit i hver data-frame. Det er fordi at SS går høj i den første puls, hvorefter dataene bliver sendt. Det gør at SS kan bruges som en indikator for at data vil blive overført.

F Test af mikrocontrollerens timing

Dette appendiks beskriver test af mikrocontrollerens timing. Først testes afviklingstiden for SPI-funktionerne, dernæst afviklingstiden for Control-task'en.

SPI-funktionernes afviklingstid blev testet ved at skifte en digital pin før og efter SPI-funktion blev kaldt. Et oscilloskop af typen *Agilent DSO-X 2024A* blev brugt til målingerne.

SPI-funktionernes afviklingstid blev på oscilloskopet målt til 40,54 [μs]. I løbet af 10 parabel-bevægelser blev observeret en afvigelse på ± 2 [ns], hvilket svarer til måleusikkerheden. Altså overholder implementeringen kravet på afvikling indenfor 83,3 [μs], som opstillet i ligning 6.1.

Samme fremgangsmåde blev brugt til undersøgelse af timingen for Control task'en, som indeholder reguleringssløjferne. Oscilloskopet blev indstillet til 500.000 [Samples/s]. Kravet til afviklingen var: Reguleringssløjferne kører med 600 [Hz], samt at task'en afvikles inden næste periode. Dvs. en maks afviklingstid på $\frac{1}{600}$ [s], da kravet på 600 [Hz] ellers ikke kunne opfyldes. Intervallet mellem hver afvikling af task'en blev målt for 60 afviklinger, og resultaterne er vist i tabel F.1.

	Max	Min	Median	Gennemsnit
Målt interval	1,672 [ms]	1,662 [ms]	1,667 [ms]	1,667 [ms]
Afvigelse	5,33 [μs] 0,41%	4,66 [μs] 0,54%	0,66 [μs] 0,03%	0,13 [μs] 0,03%

Tabel F.1: Interval mellem hver afvikling af Control task. Måleusikkerheden er ± 4 [μs].

Afviigelserne for medianen og gennemsnittet ligger indenfor måleusikkerheden på ± 4 [μs]. For max. og min. værdierne er afvielsen på max. 133% af måleusikkerheden, og det vurderes at denne kan negligeres.

Samme datasæt blev brugt til at beregne afviklingstiden for task'en, koordinattransformationen og selve reguleringssløjfen. Disse data er vist i tabel F.2.

Afviklingstid [μs]	Max	Min	Median	Gennemsnit
Control task	360	326	332	338
Koordinattransformation	228	202	206	212
PID-regulering	40	30	32	34

Tabel F.2: Afviklingstiden for Control task, koordinattransformation og PID-regulering. Måleusikkerheden er ± 4 [μs].

Dataene viser at Control task'en blev afviklet før sin deadline - med en margin på min. 1,294 [ms]. Variationen i afviklingstiden skyldes koordinattransformationen og PID-reguleringen. Den maksimale variation af afviklingstiden udgør $\frac{360-326}{1667} = 2,04\%$ af periodetiden, hvilket kan tolereres.

Del VII

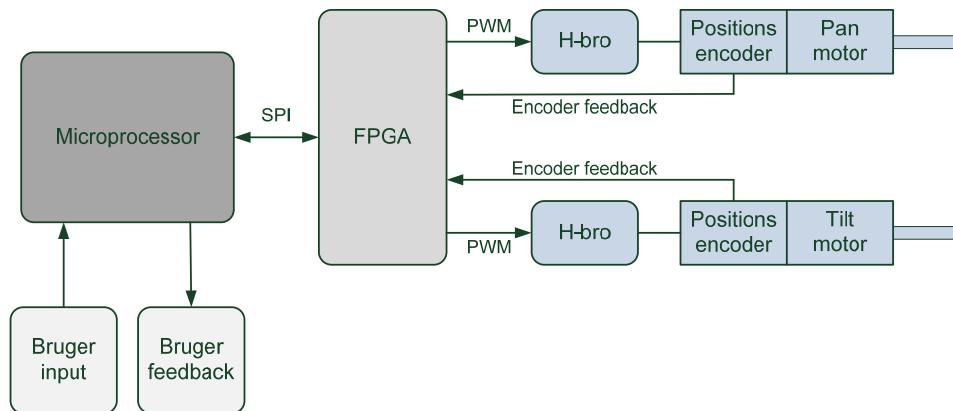
Bilag

Styring og regulering af et Pan og Tilt system

Semesterprojekt
4. semester Robotteknologi og 4.semester E-data diplom forår 2014.

Indledning:

I forbindelse med overvågningssystemer af f.eks. mennesker eller objekter der bevæger sig, kan der benyttes et kamera tracking system, der kan følge personen eller objektet. Tracking systemer kan også bruges indenfor tracking af lydkilder eller afstandsmåling. Fælles for disse systemer er at de grundlæggende er styret af et Pan og Tilt system.



Figur 1. . Principskitse af Pan og Tilt systemet.

Projektbeskrivelse:

Formålet med projektarbejdet er at opbygge et Pan og Tilt system således, at det er muligt at kunne styre systemet fra en eller flere bruger inputs f.eks. et joystick, et keyboard, knapper eller via kommandoer fra en computer. Derudover skal systemet også give brugeren mulighed for feedback af væsentlige systemparametre, se figur 1.

Det prioriteres fra projektstillerne side at løsningen indeholder:

- En systemanalyse og modellering af systemets enkelte elementer
- Analyse og design af reguleringssløjferne i Matlab og Simulink
- Dokumentation for FPGA design og implementering
- Dokumentation for microprocessorprogrammets design og implementering, herunder opdeling i Task's og valg af skedulering
- Test og verifikation af systemet

Det er op til projektgruppen selv at vælge regulatortyper og kravene til reguleringssløjfernes egenskaber.

Det er følgende krav til systemet:

- Regulatorerne skal implementeres på én microprocessoren.
- Der skal benyttes SPI kommunikationen imellem microprocessoren og FPGA'en.
- FPGA'en skal styre PWM signalerne til motorerne.
- FPGA'en skal benyttes til at bestemmes motorernes position via encoderne.

Følgende stilles til rådighed for projektet:

- 2 stk. Pan og Tilt opstillinger, som skal deles mellem projektgrupperne.
- Motor med indbygget encoder til hver projektgruppe.
- Print med dobbelt H-bro til hver projektgruppe.

Derudover kan der på Blackboard findes datablade på komponenter og tegninger over opstillingerne.

Rapporten:

Rapporten skal indeholde dokumentation for den udførte del af arbejdet, såvel analyse som begrundelse for de beslutninger, der er truffet undervejs, beskrivelse af de implementerede løsninger herunder afprøvnings- og måleresultater. Rapporten må maksimalt være på ca. 60 A4-sider, inkl. bilag, men ekskl. kode, som evt. kan vedlægges på en CD. Eksaminationen tager udgangspunkt i rapporten.

Rapporten afleveres i 2 eksemplarer i D115, senest kl. 12.00 den 28. maj 2014.