

En videnskabelig analyse af den maritime tommelfingerregel for vurderingen af potentielle kollisioner ved betragtning af omgivelsernes relative bevægelse til det eventuelle kollisionsfartøj

Mikkel Metzsch Jensen
Department of Physics, University of Oslo

(Dated: January 12, 2021)

Abstract

I. INTRODUKTION

Som søfarer findes der en lang række nødvendige og basale regler som sikrer orden og sikkerhed til søs. Dette er regler som indgår i duelighedsbevis for motor- og sejlbad. Et af de mest centrale formål med disse regler er at undgå kollisioner mellem naturlige objekter eller andre fartøjer til søs. Reglerne beskriver hvordan søfaren skal agere i tilfælde af kollisionskurs, men det er essentielt at søfaren bliver opmærksom på denne kollisionskurs i så god tid som mulig. En forslået tommelfingerregel for denne vurdering bruger en betragtning af hvordan baggrunden flytter sig i forhold til et potentielt kollisionsfartøj. Ifølge [1] kan man ved ”betydelige afstande” til kysten bruge observationen om hvordan kollisionsfartøjet trækker ”over land” til at vurdere pejlingen (Retning fra iagttageren til den genstand, der pejles [2]). Altså hævdes det at hvis den modsejlende trækker mod højre (styrbord) i forhold baggrunden så vil fartøjet gå højre om iagterens fartøj. Modsat vil det gå venstre (bagbord) om iagterens fartøj hvis det trækker til venstre over land. Hvis ikke fartøjet bevæger sig kendeligt i forhold til baggrunden, vil det efter sigende indikere at fartøjerne på kollisionskurs.

En anden måde at vurdere pejlingen mere direkte er ifølge [3], [4] og [5] ved at vurdere kollisionsfartøjets bevægelse relativt til et fast punkt på iagterens eget fartøj. Dette er en metode som hævdes at fastslå pejlingen uafhængig af afstanden til kysten

I denne rapport skal vi fremføre en matematisk analyse af pejlingens betydning for at vurdere kollisionskurs. Med udgangspunkt i dette undersøger vi da om den såkaldte baggrundsmetode er en pålidelig metode til at pejlingen og dermed faren for kollision.

I denne rapport dækkes nogle af områderne dobbelt med brug af både matematisk notation og igen med mere letlæselig sproglig gengivelse af essensen. Dette gøres med tanke på at give en fuldkommen beskrivelse af problemet men samtidig også formidle det til folk uden specielle forkundskaber i matematik og fysik.

II. METODE

1. Definering af problemet

Vi forestiller os to både til søs, som nærmer sig hinanden. Vi kalder den ene båd for hovedbåden (HB), hvor vi har placeret iagttageren, som ønsker at vurdere om bådene er på kollisionskurs. Den anden båd kalder vi for kollisionsbåden (KB). Vi antager at begge bådene bevæger sig med konstant hastighed, dvs. retlinjet og med konstant fart. For enkeltheds skyld antager vi at bådene kan reduceres til et enkelt punkt i et to-dimensionalt akse-system som tilsvarende bådens position på vandets overflade. Vi bruger aksetitlerne x og y til at beskrive positionen $\vec{P} = (x, y)$. Positionen til hver båd bliver da en funktion af tid bestemt af parametrene: Startposition \vec{P}_0 og hastighed \vec{v} . For de to både følger bevægelsesligningen

$$\vec{P}(t) = \vec{P}_0 + \vec{v} \cdot t$$

Vi definerer en kollision ved at bådene har samme position ved samme tidspunkt.

For at vurdere om bådene er på kollisionskurs er det angiveligt nyttigt at benytte pejlingen. Vi definerer i matematisk forstand pejlingen θ_{HB} fra HB som vinklen mellem kursen til HB og sigtelinjen fra HB til KB. Dette er illustreret på figur X. (INDSÆT BILLEDE)

III. RESULTATER

A. Pejlingens betydning for kollisionskurs

Siden vi antager at bådene bevæger sig med konstant hastighed kan vi bruge en lineær transformation til at skifte koordinatsystem til intertialsystemet hvor HB er i ro (HB's intertialsystem). Med andre så kan vi frit vælge at beskrive positionen til KB som den opleves for en iagtager ombord på HB. Positionen \vec{P}'_{KB} til KB i det nye intertialsystem kan skrives:

$$\begin{aligned}\vec{P}'_{KB}(t) &= \vec{P}_{KB}(t) - \vec{P}_{HB}(t) \\ &= \vec{P}_{0,KB} + \vec{v}_{KB}t - \vec{P}_{0,HB} - \vec{v}_{HB}t \\ &= (\vec{P}_{0,KB} - \vec{P}_{0,HB}) + (\vec{v}_{KB} - \vec{v}_{HB})t \\ &= \vec{P}'_{0,KB} + \vec{v}'_{KB}t\end{aligned}$$

Vi ser at P'_{KB} også beskriver en retlinjet bevægelse. I tilfældet hvor bådene er på kollisionskurs ved vi at $P'_{KB}(t_k) = 0$ ved kollisionsstidspunktet t_k . Dette medfører sammenhængen:

$$\begin{aligned} \vec{P}'_{0,KB} &= -\vec{v}'_{KB} t_k \\ \left(\frac{x'_{0,KB}}{y'_{0,KB}} \right) \frac{1}{t_k} &= - \left(\frac{v'_{x,KB}}{v'_{y,KB}} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

Vi kan da finde pejlingen θ_{HB} via ved at omskrive P'_{KB} til polære koordinater. Her er vi bare interesseret i vinkelkoordinat ϕ_{KB} som vi kan bestemmes som

$$\begin{aligned} \phi_{KB}(t) &= \arctan \left(\frac{y'(t)}{x'(t)} \right) \\ &= \arctan \left(\frac{y'_{0,KB} + v'_{y,KB} t}{x'_{0,KB} + v'_{x,KB} t} \right) \end{aligned}$$

Vi bruger da sammenhængen fra ligning 1 og finder

$$\begin{aligned} \phi_{KB}(t) &= \arctan \left(\frac{y'_{0,KB} - y'_{0,KB} \frac{t}{t_k}}{x'_{0,KB} - x'_{0,KB} \frac{t}{t_k}} \right) \\ &= \arctan \left(\frac{y'_{0,KB} \left(1 - \frac{t}{t_k} \right)}{x'_{0,KB} \left(1 - \frac{t}{t_k} \right)} \right) \\ &= \arctan \left(\frac{y'_{0,KB}}{x'_{0,KB}} \right) = \text{konst.} \end{aligned}$$

Fra dette ser vi at vinkelkoordinat ϕ_{KB} er konstant (uafhængig af tid) hvilket medfører at pejlingen også er konstant:

$$\theta_{HB} = \frac{\pi}{2} - \phi_{KB} = \text{konst.}$$

Fra dette ræsonement har vi altså vist at pejlingen vil være konstant i tilfældet hvor bådene er på kollisionskurs. Hvis bådene følger kollisionskursen men i modsat retning (bevæger sig væk fra hinanden), kan vi indføre betingelsen $P'_{KB}(t_i) = 0$ for et tidspunkt $t_i < 0$. Derved kan vi opstille en ligning analog til 1 og derved finde at pejlingen også vil være konstant i dette tilfælde. Hvis ikke bådene er på kollisionskurs er ligning 1 ikke længere gyldig og P'_{KB} kan tage hvilken som helst retlinjet bane. Det betyder at ϕ_{KB} og dermed også at pejlingen θ_{KB} ændre sig som funktion af tid. Dette fører til slutningen:

Teorem 1 *Hvis og bare hvis to både har kollisionskurs og nærmer sig i afstand vil pejlingen fra den ene båd til den anden være konstant.*

1. Gengivelse af konstant-pejling-udledningen uden matematisk notation

Siden begge bådene antages at bevæge sig med konstant fart og i en ret linje vil en iagtager på HB også se

at KB bevæger sig med konstant fart og i en ret linje. I tilfældet hvor bådene er på kollisionskurs vil en iagtager på HB se at KB har kurs direkte mod iagteren. Dette er den eneste måde at KB kan kollidere med HB under antagelsen om at fart og retning er konstant. Derfor følger det at pejlingen også vil være konstant i tilfældet med kollisionskurs.

B. Grænsebetingelser for brug af kystens relative bevægelse som indikator

Med udgangspunkt i teorem 1 kan vi undersøge hvorvidt brugen af baggrundens relative bevægelse kan bruges som en pålidelig indikator for en fremtidig kollision. Vi antager at den nærliggende kystlinje er retlinjet. I tilfældet med kollisionskurs ved vi fra teorem 1 at sigtelinjen fra HB gennem KB vil have en konstant vinkel i forhold til kystlinjen. I det enkle tilfælde hvor kystlinjen er parallel med kursen til HB vil sigtelinjens skæring med kystlinjen flytte sig med samme hastighed som HB. Altså vil baggrunden bag KB set fra HB's perspektiv flytte sig på trods af at bådene er på kollisionskurs. Dette bekræftes ved simuleringen vist på figur 1.

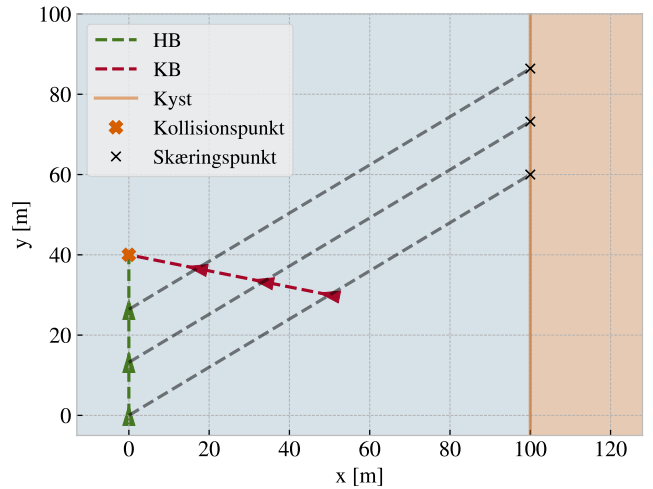


Figure 1. En simulering af bådene HB og KB på kollisionskurs, med kollisionspunkt 100 meter fra kysten. Her plottes fire positioner for bådene (inklusive kollisionspunktet) jævnt fordelt i tid. Fra de sorte stiplede linjer ser vi hvordan sigtelinjen fra HB gennem KB skærer med kysten. Dette skæringspunkt forflytter sig som forventet i henhold til HB's bevægelse.

Hvis kystlinjen ikke er parallel med kursen til HB vil afstanden mellem skæringspunkterne være større, mens vinkelen mellem de to punkter vil være det samme (Vis dette?).

Hvis skæringspunktets forflytning er kendelig selvom bådene er på kollisionskurs vil dette medføre at baggrundsmetoden ikke er pålidelig i et sådan tilfælde.

1. Definering af kendelig forflytning

For at vurdere hvorvidt baggrundsmetoden kan anvendes må vi definere hvad en kendelig forflytning er. Det meneskelige øje har en vinkelopløsning på 1 arcminut (ca. 0.02°) hvilket tilsvare 30 cm fra en afstand af 1 km [6]. Det betyder strengt taget at vi kan skelne mellem objekter som er placeret 30 cm fra hinanden set fra 1 km afstand. Dette er dog ikke så relevant for kendelig hastighed?

Vi kan antage at vi iagttager bådens relative bevægelse i forhold til KB over 5 sekunder. Naturlig vil man da benytte et centralt punkt på båden som reference punkt for sammenligning med baggrunden. Vi siger da at hvis dette baggrundspunktet har flyttet sig ud over bådens udstrækning i løbet af de 5 sekunder, så er forflytningen kendelig. Det vil sige at punktet har forflyttet sig med en relativ hastighed på en halv bådlængde/bådbredde pr. 5 sekunder. Vi bruger at den effektive bådlængde er 8 meter. Vi kan antage at båden befinder sig omtrent 200 meter væk ved vurderingen, hvilket giver en vinkelhastighed ω på

$$\omega = \frac{\arctan\left(\frac{4\text{m}}{200\text{m}}\right)}{5\text{s}} \approx 0.004\text{s}^{-1} = 0.2^\circ\text{s}^{-1}$$

2. Hvis at kystvinkel er irrelevant

C. Resultat for grænse

forflytning s , afstand til kyst via sigtelinjen d og bådshastighed parallel med kysten v_t . Kriterium for brug

af regel

$$\begin{aligned} v_t &\leq d \sin(\omega) \\ \frac{v_t}{\sin(\omega)} &\leq d \\ \frac{v_t}{0.004} &\lesssim d \end{aligned}$$

En typisk bådshastighed kan være 4 knob hvilket tilsvare omtrent 2 m/s. Indsætter vi dette i kriteriet får vi

$$500\text{m} \lesssim d$$

1. Modbevis af baggrundsmetoden

2. Sammenfald mellem baggrundsmetode og lokalt pejlemærke

IV. DISKUSSION

Bemærk at vi i praksis må tage hensyn til at båden har en hvis udstrækning og at den dermed også kolliderer når punkterne passerer tæt forbi hinanden. Dette har dog ikke betydning for den teoretiske model, og ved anvendelse af modellen i praksis må man bruge resultaterne i overensstemmelse med en ønsket sikkerhedsradius ved forbi passering. (Se diskussion for mere info om dette.)

V. KONKLUSION

-
- [1] Duelighed.dk. Date. Edition. Skipper-kursus (slide 03-02), tilgængelig ved http://www.duelighed.dk/tutorial_soevejsregler/03_02.htm (sidst læst: 05/01/2021)
- [2] Hjemmeværnet: Maritime udtryk, tilgængelig ved <https://www.hjv.dk/oe/HVF122/Sider/Maritime-udtryk.aspx> (sidst læst: 05/01/2021)
- [3] Søren Toftegaard O. (2013), *LystSejlads*, s. 19 (afsnit 1.4), tilgængelig ved <http://studienoter.dk/Sejlads/Noter/LystSejlads.pdf> (sidst læst: 05/01/2021)
- [4] retsinformation.dk: *Bekendtgørelse om søvejsregler* 20/11/2009. Regel 7: fare for sammenstød (d) (20/11/2009), tilgængelig ved <https://www.retsinformation.dk/eli/lt/2009/1083> (sidst læst: 05/01/2021)
- [5] Albrechten S. (2007). *Sejlads for Begyndere* <http://www.groensund.dk/upl/website/sejlads/SejladsforBegyndere2.pdf>
- [6] Wikipedia: Naked eye https://en.wikipedia.org/wiki/Naked_eye (sidst læst: 11/01)

APPENDIX

A. Plots for simuleringer der bekræfter det matematiske teorem