

# Mikä matemaattisissa tieteissä viehättää?

"The most vitally characteristic fact about mathematics is, in my opinion, its quite peculiar relationship to the natural sciences, or more generally, to any science which interprets experience on a higher than purely descriptive level." –John V. Neumann

Kauneus on katsojan silmissä. Haluatko osata päätellä meteoriitin kolmiulotteisen muodon sen varjokuvien perusteella? Haluatko ymmärtää, miksi Maapallolla on aina olemassa piste, jossa sekä paine että lämpötila ovat täsmälleen samat kuin Maapallon vastakkaisella puolella vastaavassa pisteessä? Miksi toiset äänestysjärjestelmät ovat parempia kuin toiset? Haluatko ymmärtää miksi röntgenkuvalla on mahdollista saada käden poikkileikkauksen kuva? Miksi toisia ongelmia on mahdotonta ratkaista tietokoneella, kun taas toisia mahdollista? Voiko ongelmat laittaa vaativuusjärjestykseen? Haluatko ymmärtää miksi jotkut stereopiuhoihin tulleet solmut avautuvat itsestään ja toisia pitää avata vaivalla? Tiesitkö, että äärettömyyksiä on erikokoisia? Tiesitkö, että on olemassa joukko aksioomia, joista voi johtaa (melkein) koko matematiikan, vaikka tiedetään, että tällainen joukko ei koskaan voi olla täydellinen? Miten voidaan ennustaa, mitä tuotteita ostetaan vuoden päästä tai mikä nettisivu on suosituin? Miksi jokin lääketieteellinen koe on parempi kuin toinen mittaamaan sairautta?

Matematiikasta saattaa koulussa saada sellaisen kuvan, että se on laskemista, ei ymmärtämistä. Matemaatti-

siin tieteisiin siirryttäessä mielikuva jää elämään, vaikka matematiikka on vain pieni osa matemaattisia tieteitä ja todellisuudessa asiantuntijat eivät juuri laske, vaan pikemminkin keksivät uusia laskutapoja ja menetelmiä ja mittavat niiden tehokkuutta, eikä silloin kysymys ole usein ollenkaan luvuilla pelailemisesta, kuten yllä olevista esimerkeistä voi nähdä. Koetus voikin olla hankala yliopistoon siirryttäessä. Eteen tulee paljon enemmän todistuksia ja menetelmiä kuin laskuja ja kaavoja.

Keskeinen käsite on matemaattinen todistus. Todistuksen käsitteen oppiminen ja sisäistäminen on tärkein osa matematiikan opintojen alkuvaiheessa. Nyrkkisääntö: jos asia ei tunnu itsestään selvältä, et ole vielä ymmärtä-





nyt sen todistusta. Todistus on siis tapa nähdä miksi jokin väite seuraa annetuista oletuksista. Ei enemmän eikä vähemmän. Joskus tuntuu, että väite on itsestään selvä jo valmiiksi, mutta onko itsestään selvää, että se seuraa annetuista oletuksista? Kannattaa kuvitella viereensä maailman skeptisin kaveri ja yrittää perustella hänelle väitettä.

"My brain is open."

- Paul Erdös

#### VADIM KULIKOV





# Matemaatikon paikka työelämässä

"Matematiikan maisterin tutkintotodistus on merkki työnantajalle siitä, että henkilö on yrittänyt selviytyä jostain vaikeasta ja onnistunut siinä." –prof. Jouko Väänänen

Matemaattisten tieteiden tutkimus on mielenkiintoinen, vaativa ja monipuolinen ala. Onkin mahtavaa, että nykyään jokaisella on mahdollisuus tehdä sitä työkseen.

#### Suunnat

Matemaattisten tieteiden yhteys maailmaan sisältää: opetusta, riskienarviointia, filosofiaa, tietojenkäsittelytiedettä, algoritmeja, matkapuhelimia, kvanttitietokoneita, nanoteknologiaa, kvanttimekaniikkaa, kielitiedettä, geenikartoitusta, populaatioita, materiaalitiedettä, lääketieteelliset kuvantamismenetelmät, peliteorian, tilastollisen analyysin ja niin edelleen. Eri alueiden osaajia tarvitaan lähes joka alalla, ja töitä on tarjolla paljon, mutta ennen työelämään siirtymistä on selviydyttävä läpi kurssiviidakosta ja tehtävä valintoja.



Matemaattisten tieteiden kandidaattiopiskelijalla on valittavanaan neljä eri opintosuuntaa: matematiikka, tilastotiede, ekonometria ja tietojenkäsittelyteoria, joiden lisäksi Matematiikan ja tilastotieteen maisteriohjelmassa on jopa 11 eri opintosuuntaa, joten valinnanvaraa riittää. Vaikka tietyt valinnat, kuten tietojenkäsittelyn tai tilastotieteen opintojen aloitus pitää tehdä heti opintojen alkuvaiheessa, pätevä matemaatikko siirtyy halutessaan alalta toiselle myöhemminkin, joten omia valintoja voi miettiä aivan rauhassa.

Kandina matematiikan opintosuunnan valitsevat lukevat pitkälti teoreettista ja puhdasta matematiikkaa, kun taas tilastotieteen valitsevat pääsevät tilastojen saloihin käsiksi. Ekonometria ja tietojenkäsittelyteoria ovat taas useamman tieteenalan sekoituksia: ekonometrikot käyvät opintoja tilastotieteestä, matematiikasta ja taloustieteestä, kun taas tietojenkäsittelyteoreetikot opiskelevat matematiikkaa ja tietojenkäsittelytiedettä. Suurimmat yhdistävät tekijät näille ovat matematiikan perusopinnot (25op), jotka kuuluvat jokaisen opintosuunnan opintoihin sekä matemaattinen lähestymistapa omaan tieteeseen. Kuten suuntien laajasta kentästä kuvitella saattaa, vasta maisteri määrittää enemmän tulevan ammatin luonnetta.

Maisterissa opintosuuntana voi valita mitä tahansa maan ja taivaan väliltä. Analyysi, soveltava analyysi, finanssi-



ja vakuutusmatematiikka, stokastiikka, yhteiskuntatilastotiede, logiikka, matemaattinen mallintaminen, kuvantamisen matematiikka, matemaattinen fysiikka, tilastotiede sekä geometria, algebra ja topologia avaavat ovensa matemaattisten tieteiden opiskelijoille, jonka lisäksi voi tietyt ehdot täyttäessään myös vaihtaa tiedekuntaa valtiotieteelliseen tiedekuntaan taloutta lukemaan. On mahdollista vaihtaa myös matemaattis-luonnontieteellisen tiedekunnan sisällä maisteriohjelmaa vaikkapa Datatieteeseen tai Elämäntieteiden informatiikka -ohjelmaan, joten vain taivas on rajan työmahdollisuuksien kanssa.

Kannattaakin miettiä, mikä itseä kiinnostaa ja haluaako työskennellä yliopistolla tai muussa koulussa, sillä oman erikoisryhmänsä muodostavat tutkijan tai opettajan uran valinneet matemaatikot, jotka työskentelevät eri oppilaitosten sisällä. Eikö olisi mahtavaa saada palkkaa siitä, että opiskelee, ymmärtää, soveltaa ja luo matematiikkaa itselleen ja muille? Osastollamme toimiva inversio-ongelmien huippuyksikkö tutkii muun muassa miten rinnan ja selän ihon sähkövarauksesta ja -jännitteestä voi päätellä sydämen ja keuhkojen sijainnin ja muodon. Jännittäviä mahdollisuuksia löytyy muiltakin aloilta, sillä monet yritykset työllistävät puhtaita matemaatikoita, joten on hyvä, että erikoistumisvaraa riittää.

mia kiinnostavia kursseja ja katsoa, millainen kokonaisuus niistä syntyy. Kaikkea paitsi integroimisvakion unohtamista kannattaa kokeilla ainakin kerran, että tietää mistä aiheista pitää ja mistä ei. Nämä antavat hyvin osviittaa omiin valintoihin, ja oma ala saattaakin tulla täytenä yllätyksenä myös sinulle, sillä kaikkia tieteen aihealueita et saata vielä edes tuntea opintojesi alussa.

On kuitenkin hyvä tiedostaa, että kandin opintosuunnat rajoittavat tietyin ehdoin maisterin opintosuunnan valintaa (tilastotiedettä opiskelematta et voi esimerkiksi erikoistua tilastotieteeseen), joten jos jokin tuntuu kiinnostavalta, kannattaa siihen tarttua empimättä. Vaikka puhdasta matematiikkaa opiskellut voi työskennellä aivan hyvin soveltavan matematiikan parissa ja matematiikan opettaja toimia taas tutkijana, on siirtyminen huomattavasti helpompaa hyvän suunnitelman ja ajan kanssa.

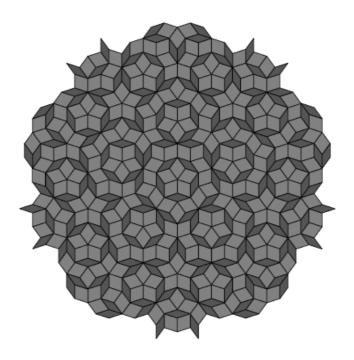
Tärkeintä missä tahansa opintojen vaiheessa on kuitenkin hallita laajasti eri taitoja, joten vaikka päätyisitkin alkuun väärälle tielle, ota kyydistä kaikki ilo irti ja mieti, miten voisit hyödyntää jo opittuja taitojasi tavoitteessasi. Loppujen lopuksi juuri ne saattavatkin olla tekijä, joka erottaa sinut eduksesi kaikista muista siirtohaussa.

Vadim Kulikov

### Monet ovet ovat auki

Koska valinnanvaraa on juuri niin paljon kuin sitä on, kannattaakin vain poi-





"Matematiikan ongelmat eivät lopu koskaan. Aiheet poikivat uusia ongelmia, eikä kaikkiin niihin löydy edes lopullista ratkaisua. Matematiikka elää huimaa kehityskautta, uusia työkaluja otetaan käyttöön kiivasta tahtia."

- Professori Maarit Järvenpää



## Matemaatikon sanasto

"Muutamia termejä, joiden ymmärtäminen auttaa kummasti opiskelun alkumetreillä"

#### Laskarit

Laskareista puhuttaessa tarkoitetaan joko laskuharjoitustehtäviä tai laskuharjoitusryhmiä. Kurssilla jaetaan yleensä 6 viikoittaista tehtävää, jotka opiskelijoiden tulee parhaansa mukaan ratkaista. Tämän jälkeen laskuharjoitukset katsotaan läpi laskariryhmissä, jolloin joku ryhmäläisistä pääsee esittelemään ratkaisunsa taululla.

Laskareiden pitäjä neuvoo ja opastaa – hänestä kannattaakin ottaa kaikki hyöty irti. Jos omaan ryhmään ei jollain viikolla pääse, mahtuu jossain toisessa laskariryhmässä yleensä kyllä vierailemaan.

# Ohjaukset

Kursseilla Raja-arvot, ja Differentiaalilaskenta (Sarjat?) laskuharjoitusryhmät on korvattu ohjausryhmillä. Tällöin osa laskuharjoitustehtävistä annetaan etukäteen ja tehdään ennen ohjausryhmän kaksituntista kokoontumista.

Osa tehtävistä annetaan vasta kokoontumisen alussa ja ratkaistaan pienryhmissä kokoontumisen aikana. Myös etukäteen annetut tehtävät käydään läpi. Ohjausryhmät kokoontuvat kaksi kertaa viikossa. Lisäksi sama ryhmä kokoontuu kerran viikossa ohjaajatuutorointiin saman ohjaajan johdolla.

# **OT-ryhmät**

Ohjaajatuutorointi- eli OT-ryhmissä ohjaajatuutori ohjaa ryhmää kaksi tuntia viikossa. Ryhmissä on viikkoteemoja, joiden aiheet vaihtelevat englanninkielisestä oman alan sanastosta opiskelutekniikoihin. Lisäksi pohditaan yhdessä luennoilla esiin nousseita kysymyksiä, tehdään henkilökohtaista opintosuunnitelmaa, käydään kaikkien ryhmien yhteisillä retkillä ja vaikka mitä muuta. Ryhmät toimivat fuksien toiveiden ja tarpeiden mukaan, eli sitä saa mitä tilaa! Aktiivisesta osallistumisesta voi saada opintopisteen. (Onko enää olemassa, vanhemmat opiskelijat tietänee?)

# Kurssikoe

Suurimman osan kursseista voi suorittaa kurssikokeilla, joita on kurssista riippuen 1–2 kappaletta periodien lopussa. Yleensä kurssikokeessa tehtäviä on neljä (joskus valitaan neljä tehtävää viidestä) ja niiden tekemiseen on yleensä aikaa kaksi tuntia. Yhdestä kurssikokeesta voi yleensä saada maksimissaan 24 pistettä ja kurssin lopuksi kaikkien kurssikokeiden pistemäärät lasketaan yhteen. Koepisteiden lisäksi lisätään kurssin aikana tehdyistä tehtävistä saatavat lisäpisteet.

Läpi pääsee noin puolella pisteistä,



mutta rajat vaihtelevat kursseittain. Jos koe sattuu olemaan jonkun toisen kurssin kokeen kanssa päällekkäin, ei kannata huolestua, sillä isoilla kursseilla järjestetään yleensä korvaava koe niille, jotka eivät päässeet paikalle varsinaisena koepäivänä.

#### Yleistentti

Yleistentissä koealueena on koko kurssin sisältö, ellei olla luennoitsijan kanssa sovittu jotain muuta. Yleensä tehtäviä on viisi kappaletta ja niiden tekemiseen on aikaa neljä tuntia. Tentteihin ilmoittaudutaan netissä WebOodissa (www.helsinki.fi/weboodi) tai ottamalla kurssin vastuuhenkilöön yhteyttä (luennoitsija). Kesän aikana voi suorittaa kursseja kesätenteissä.

## Kurssi-ilmoittautumiset

Kursseille ilmoittaudutaan WebOodissa ilmoittautumalla kyseisen kurssin laskuharjoitusryhmään. Ilmoittautumisella ei sinänsä ole kiirettä, kaikki mahtuvat varmasti mukaan, tosin parhaat laskuharjoitusajat täyttyvät aika äkkiä.

#### Ratkomo

Ratkomo eli sali C322 Exactumin kolmannessa kerroksessa on oiva paikka laskea laskareita ja pohtia muuten vain matikkaa yksin tai yhdessä. Ratkomosta saa apua lähes kaikkiin matemaattisten tieteiden kursseihin.

Ohjausluokan ohjaajat tunnistaa keltaisista huomioliiveistä, samalla tavalla kuin kisälliopetuskurssien ohjaajat. Ohjausta saa yleensä arkipäivisin klo 10–16 3.kerroksen käytävillä sekä Ratkomossa, joten muista katsoa myös kulman taakse liivien varalta.

Kannattaa myös käyttää hyväkseen muita ahertavia opiskelijoita, he ovat voineet pohtia juuri samaa kysymystä kuin sinäkin.

#### Arvostelu

Arvosteluasteikko on 0–5, nolla hylätty ja vain kokonaisluvut ovat käytössä. Arvosteluun vaikuttaa kurssista riippuen kurssikoemenestys, laskaritehtävien teko ja ohjauksissa käynti. Arvosanaa voi korottaa myös pyytämällä ylimääräisiä töitä, joita jotkut luennoitsijat





$$\frac{1}{n}\sin x = ?$$

$$\int_{\pi}^{1} \sin x =$$

$$six = 6$$

$$six = 6$$

Kursseissa tehtäviä on muita kursseja enemmän, mutta ne ovat pienempiä. Tehtävät myös palautetaan kirjallisena ja osa niistä tarkastetaan. Palautetuista tehtävistä saa pisteitä, jotka lisätään kokeista saatuihin pisteisiin. Tehtävien tekeminen siis todella kannattaa!

mielellään antavat.

Jos koet että sinua on kohdeltu kaltoin ja pisteet on laskettu väärin, käänny kokeentarkastajien ja kurssin luennoijan puoleen.

# **Opintopiirit**

Opintopiirejä pyritään järjestämään joka lukukausi muutamaan kurssiin. Opintopiiriä ohjaa vanhempi opiskelija ja piiri kokoontuu kaksituntiseen istuntoon kerran viikossa. Opintopiirissä mietitään kurssilla eteen tulleita käsitteitä, määritelmiä ja muuta kurssiin liittyvää. (Onko tämäkään enää käytössä?)

# Kisälliopetus

Jotkin ensimmäisen vuoden kurssit toteutetaan kisälliopetuksena, jolloin muita kursseja harvalukuisempien luentojen tukena on ympäri viikon auki oleva Ratkomo, johon voi mennä yhdessä tai yksin tekemään kurssin laskuharjoitustehtäviä. Paikalla on ohjaajia avustamassa tehtävien tekemisessä.



# Tärkeitä kursseja

# Perusopinnot

# Johdatus yliopistomatematiikkaan (5 op)

Tämä perusopintoihin kuuluva kurssi on ehdottoman suositeltava suorittaa heti opintojen alussa.

Kahden periodin mittaisen kurssin ensimmäisellä puoliskolla käydään läpi erilaisia joukkojen perusominaisuuksia ja niihin liittyviä käsitteitä ja tutustutaan erilaisiin joukkotodistuksiin. Lisäksi käydään läpi kompleksilukujen ominaisuuksia. Toisessa periodissa käydään läpi joukkojen alkioiden välisiä relaatioita ja kuvauksia sekä jatketaan kompleksilukujen läpikäyntiä.

Kurssilla käytävät matemaattisen todistamisen menetelmät ovat tärkeimpiä seikkoja jotka tukevat matemaattista ymmärrystä tulevia kursseja varten. Kurssilla käytävistä asioista erityisesti relaatioista ja ekvivalenssiluokista on hyötyä Algebralliset rakenteet I:n suorittamista varten.

JANI KAIPAINEN

# Raja-arvot & Differentiaalilaskenta (5 + 5 op)

Raja-arvot ja Differentiaalilaskenta ovat tuoreen matemaattisten tieteiden fuksin ensimmäisiä kursseja. Kursseilla käydään läpi periaatteessa lukiosta tuttuja käsitteitä, kuten lukujonojen raja-arvoja, funktioiden jatkuvuutta ja derivointia, mutta nyt matemaattisella tarkkuudella. Lukujonojen raja-arvon määritelmä tulee imeytymään selkärankaan, ja kurssin jälkeen jokainen ymmärtää miksi vanhemmat opiskelijat virnuilevat puhuessaan jostakin "epsilonia pienemmästä".

Kursseilla suuressa osassa on myöskin totuttautuminen matemaattiseen ajatteluun. Lukiossa on varsin yleistä jättää tekemättä kaikki tehtävät, joissa tarvitsee todistaa jotain, mutta ensimmäisen yliopistosyksyn kuluessa asia tulee muuttumaan. Jatkuva todistaminen ja todistuksien taustalla olevan idean tajuaminen voi tuntua aluksi jännittävältä, mutta onneksi apua on paljon saatavilla. Kurssilla on käytössä viikoittaiset ohjausryhmätapaamiset, joissa kokoonnutaan laskemaan ja tarkistamaan tehtäviä pienissä ryhmissä ohjaajan valvonnassa. Kannattaa myös yrittää tehdä kaikki tehtävät, vaikka et ymmärtäisi aiheesta hölkäsen pöläystä, sillä pelkkä yrityskin riittää pisteiden saantiin ja ohjaaja kyllä selittää loput, elleivät kurssitoverit ehdi ensin.

Luennoilla kannattaa ehdottomasti istua, sillä luentomateriaali kattaa vain kurssin virallisen matemaattisen osuuden, mutta luennoitsija saa luennoilla paukutettua päähän myös sitä, että miksi oikein olemme tekemässä tätä.

RAMI LUISTO



#### Sarjat & Integraalilaskenta (5 + 5 op)

Kevään kurssit Sarjat sekä Integraalilaskenta ovat jatkoa syksyisille Raja-arvotja Differentiaalilaskenta-kursseille, ja jatkaa luontevasti siitä, mihin syksyn lopussa jäätiin. Derivointi muuttuu integroinniksi ja lukujonot sarjoiksi. Vaikka käsitteet taaskin ovat useimmille luultavasti lukiosta tuttuja, tutkitaan niiden teoriaa taas matemaattisella tarkkuudella.

Kurssit muistuttavat käytännöiltään huomattavasti syksyn kursseja, ja monet kurssien käsitteet liittyvätkin saumattomasti syksyn asioihin. Integraali määritellään kurssilla, mutta syvimmät oivallukset ja ymmärrykset integraalin olemuksesta jäävät luultavasti odottamaan toisen tai kolmannen vuoden kurssia Mitta ja Integraali. (Kavereille lyhyesti Mitta.)

Nämä neljä kurssia liittyvät tiiviisti toisiinsa ja ne kannattaa suorittaa ensimmäisenä vuonna. Ne ovat osa perusopintoja mutta, mikä tärkeämpää, ne johdattavat tuoreen opiskelijan taidokkaasti matematiikan uuteen maailmaan.

RAMI LUISTO

# Todennäköisyyslaskenta I (5 op)

Tällä kurssilla syvennytään todennäköisyyksiin oikein olan takaa. Kurssi aloittaa todennäköisyyden määritelmästä ja jatkaa satunnaismuuttujien ja -jakaumien käsittelyllä sekä varianssien ja keskihajontojen laskukaavoilla. Tällä kurssilla tarkkuus on valttia, sillä jokaiseen tapahtumaan liittyy omat laskutapansa ja heitto laskuun syntyykin helposti. Omien laskujen tuplatarkistus onkin hyvä rutiini hankkia tälle kurssille: jos todennäköisyys ei ole nollan ja yhden välillä, on aika varmasti jotain pielessä ja korrelaationkin kanssa sallitaan vain itseisarvoltaan yhden alle olevat luvut.

Yleisesti ottaen tämä kurssi on rajapinta tilastotieteen ja matematiikan opintosuunnan välillä, joten kurssi on erityisen yleissivistävä kaikille opiskelijoille. Kurssin käytänteet ovatkin tuttuja erityisesti tilastotieteen opiskelijoille: viikoittaiset lasku- ja koodausharjoitukset, lähiohjaus sekä vertaisarvioinnit tuovat elävästi mieleen Tiltu I:n ja II:n kurssin käyneille. Silti Todennäköisyyslaskenta I eli Todari I tarjoaa jotain uutta kaikille, ja jos RStudio ei ollut vielä tuttu sinulle, niin nyt on. Koodaustehtäviä ei silti tarvitse pelätä: tärkein runko annetaan valmiina ja apua saa ohjaajilta. Käy siis rohkeasti päin, tämä kurssi on paitsi helppo ja hauska, myös hyvä yleiskatsaus tilastotieteen ja matematiikan lempilapseen, eli todennäköisyyteen.

# Syventävät opinnot

#### Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I+II (5+5 op)

Lineaarialgebran ja matriisilaskennan eli tuttavallisemmin "liniksen" kurssit johdattelevat opiskelijan matriisien, vektoreiden ja lineaarikuvausten maailmaan. Nämä kurssit kannattaa ehdot-



tomasti suorittaa yhdellä kertaa! Kurssit keskittyvät yksi- ja useampiulotteisten vektoriavaruuksien peruskäsittelyyn. Mikä on vektoriavaruuden kanta? Miten matriiseja kerrotaan keskenään? Miten vektorien laskutoimitukset yleistetään mielivaltaisen moneen ulottuvuuteen? Näihin ja moneen muuhun kysymykseen saa kursseilla vastauksen.

Homma pyörähtää käyntiin totuttelemalla vektorilaskentaan ja matriiseihin. Vektorit ovat eräs tapa puhua avaruuden pisteistä ja ne ovat tärkeä työkalu matematiikassa. Matriisit taas ovat eräänlaisia numerotaulukoita, joilla on omat laskutoimituksensa. Suuri paljastus ensimmäisellä kurssilla tuleekin, kun huomataan, että vektorit ovatkin oikeastaan eräänlaisia matriiseja. Matriiseja voi soveltaa monessa paikassa, kuten esimerkiksi yhtälöryhmien ratkaisussa, ja niiden avulla voidaan hahmottaa lineaarikuvausten toimintaa. Lineaarikuvaukset taas ovat eritvisiä funktioita, joilla on monia miellyttäviä ominaisuuksia. Kurssi tarjoaa monia tärkeitä matemaattisia työkaluja ja kurssin keskeisten asioiden osaaminen takaa hyvän pohjan esimerkiksi Topologia I -kurssille. Kurssit suoritetaan pitkälti pajaopetuksena, mikä tarkoittaa, että opiskelijan on syytä varautua lukemaan opintomonistetta itsekin, vaikka apua ja hyviä neuvoja on aina saatavilla pajaohjaajilta. Kurssit vaativat hieman työtä, mutta hyvin opitut asiat maksavat kyllä vaivan.

**TUOMAS SALONEN** 

#### Topologia IA+IB (5+5 op)

Topologia I on mahdollisesti hyödyllisin kurssi jonka voi (ja joka kannattaa) käydä ensimmäisenä vuonna. Kurssi tarjotaan syksyllä ja tällä kurssilla tapaa yleensä ensimmäistä kertaa kaunista matematiikkaa.

Kurssilla tutustutaan miten kursseilta Raja-arvot ja Differentiaalilaskenta tutuksi tulleet jatkuvuus ja suppeneminen voitaisiin yleistää abstraktimpiin tilanteisiin. Tämä toteutetaan kurssilla määrittelemällä etäisyyden käsite hyvinkin mielivaltaisissa tilanteissa. Esimerkiksi New Yorkissa kahden pisteen välinen kävelymatka voi olla eri kuin suoraa pitkin mitattu etäisyys. Kurssil-



HYVÄ ON. MERKITÄÄN VASTALISTA X:LLÄ. X:ÄÄN SISÄLTYY AINA KERTOLASKUI. JOTEN OTETAAN OSOITTAJA JA LAITETAAN SE YHTÄLÖN TOISELLE PUOLELLE.









la ei ole nimellisiä esitietovaatimuksia, mutta niin sanotusta "matemaattisesta kypsyydestä" on hyötyä. (Eli suomeksi syksyn kurssit ovat henkisesti tarpeen.)

Kurssin asioita tulee tarvitsemaan jatkuvasti (heh) jatkossa. Melkein jokainen kurssi tarvitsee topologian tietoja esitietoinaan. Kursseilla Topologia I ja II on oppimateriaalina samannimiset kirjat, jotka ovat suomenkielisten matematiikan kirjojen ehdotonta huippua.

RAMI LUISTO

#### Johdatus logiikkaan I+II (5+5 op)

Logiikka I on syksyisin tarjottava kurssi ja useat käyvätkin sen ensimmäisen tai toisen opiskeluvuoden syksyllä. Kurssilla ei tosin ole mitään esitietovaatimuksia, joten sen voi käydä melkein missä tahansa vaiheessa opintojaan. Kurssilla tutustutaan propositioja predikaattilogiikan alkeisiin, päättelyyn ja semanttisiin puihin. Kurssista on keväisin tarjolla myös englanninkielinen verkkokurssi, jos syksyllä ei kalenteri anna periksi. Ensimmäinen on vaikeustasoltaan varsin mukava, mutta on annettava pieni varoituksen sana toisesta. Logiikka I:llä käsitellään propositiologiikkaa, ja siinä tapahtuvia päättelyitä ynnä muita. Tämä on vielä varsin mekaanista toimintaa, mutta Logiikka II:ssa siirryttäessä predikaattilogiikkaan muuttuvat päättelyt haastavammiksi. Ei siis kannata tuudittautua ensimmäisellä kurssilla uneen vaikka asiat tuntuisivat helpoilta, sillä asiat muuttuvat salakavalasti haastavammiksi seuraavalla kurssilla.

Seuraavan kosketuksen logiikkaan saa esimerkiksi kurssilta Matemaattinen logiikka.

RAMI LUISTO

#### Differentiaaliyhtälöt I+II (5+5 op)

Kuinka kauan kestää jääpallon sulaminen? Mitä rataa pitkin juoksee susi, kun yrittää saada paraabelia pitkin juoksevaa jänistä kiinni? Miten taudit etenevät populaatioissa? Tämän tyyppiset kysymykset ovat motivaationa differentiaaliyhtälöiden tutkimukselle.

Näillä kursseilla tutustutaan differentiaaliyhtälöiden perusteisiin – opetellaan ratkaisemaan tiettyjä yksinkertaista muotoa olevia differentiaaliyhtälöitä ja tunnistamaan milloin nämä yhtälöt ovat yksinkertaista muotoa.

Ensimmäisessä osassa käsitellään lineaarisia ja homogeenisia differentiaaliyhtälöitä. Toisessa osassa käydään differentiaaliyhtälöiden yleistä teoriaa ja yhtälösysteemejä; tässä vaiheessa olisi hyvä jo osata osittaisderivoinnin lisäksi vähän lineaarialgebraa ja täsmällisen analyysin alkeitakin. Kurssi sopii hyvin 2. opiskeluvuoden kevääseen Vektorianalyysin rinnalle, tällöin esitiedotkin ovat varmasti kunnossa. Kurssia ovat viime aikoina pitäneet innostavat luennoitsijat, ja oppimateriaalina käytetty Petri Olan monistekin on varsin hyvä.

VADIM KULIKOV



#### Mitta ja integraali (5 op)

Pituus, pinta-ala ja tilavuus ovat meille pienestä tuttuja käsitteitä: nämä ovat esimerkkejä mitoista. Intuitiivisesti haluamme, että jokaiseen joukkoon (esim. tason osajoukkoon) liittyy luku, joka kertoo sen mitan (pinta-alan). Haluamme kenties, että kun joukkoa siirretään vähän sivulle, mutta pidetään saman muotoisena ja -kokoisena, sen mitta pysyisi muuttumattomana vaikka siitä tuleekin toinen tason osajoukko. Haluamme, että jos joukko A sisältyy joukkoon B, niin B:n mitta olisi vähintään A:n mitta. Kurssilla esitellään eräs tapa konstruoida mitta Euklidiseen avaruuteen, jonka erikoistapauksia pituus, pintaala ja tilavuus ovat. Valitettavasti kaikkia yllä mainittuja ehtoja ei voi noudattaa yhtä aikaa. Se mistä luovutaan on ensimmäinen: kaikkiin joukkoihin ei saada liitettyä lukua. Tällaisia joukkoja kutsutaan epämitallisiksi – niitä ei voi mitata.

Sittemmin kurssilla määritellään Lebesguen integraali, todistetaan, että se on monessa suhteessa parempi kuin Riemannin integraali. Muun muassa Riemannin integraali käyttää suhteellisen spesifisiä reaalilukujen ominaisuuksia, mutta Lebesguen integraali voidaan määritellä missä tahansa, missä on (jokin) mitta.

Kurssi on vain yhden periodin mittainen, mutta haastava. Laskuharjoituksia kannattaa tehdä ahkerasti ja käydä opintopiirissä, jos sellaista tarjotaan.

#### VADIM KULIKOV

### Vektorianalyysi I+II (5+5 op)

Entä jos funktiot menevätkin 3-ulotteisesta avaruudesta 2-ulotteiseen? Entä jos *n*-ulotteisesta *m*-ulotteiseen? Hiukkasen liikerataa avaruudessa kuvaa funktio 1-ulotteisesta avaruudesta 3-ulotteiseen.

Saippuakuplaa kuvaa pinnan (2-ulotteisen avaruuden) upotus (jatkuva bijektio) 3-ulotteiseen. Missä tällainen funktio saavuttaa maksiminsa? Mitä tarkoittaa tällaisen funktion derivaatta?

Vektorianalyysi on ainakin alkuviikoilla melko suoraa yleistystä Differentiaalilaskennan jatkuvuus- ja derivaattaopista useampiulotteiseen tapaukseen. Tämä on kenties yksi syy, miksi todistuksien yksityiskohtia ei käydä kovin tarkasti: uskotaan, että opiskelija osaavat täydentää itse puuttuvat kohdat. Historiallisesti vektorianalyysi on syntynyt Newtonin mekaniikasta. Planeettojen liikeradat, rakettien tarvitsema energia gravitaatio- tai magneettikentässä, nesteiden ja kaasujen virtaukset sekä painejakaumat ovat esimerkkejä luonnollisista vektorianalyysin sovelluksista.

Kurssi käyttää kurssia Topologia I esitietona. On ainakin hyvä ymmärtää, miksi jatkuvalla funktiolla on kompaktissa joukossa minimi ja maksimi.

Kurssi kuuluu ehdottomasti matemaatikon yleissivistykseen ja on välttämätön soveltavaan matematiikkaan, matemaattiseen fysiikkaan ja tilastotieteeseen suuntaville.



#### VADIM KULIKOV

### Algebralliset rakenteet I+II (5+5 op)

Kaikki tietävät, miten yhteen- ja kertolasku toimivat. Kuitenkin voidaan kysyä, miksi ne toimivat juuri näin. Voisivatko ne kenties toimia jotenkin muuten? Voiko olla muunlaisia laskutoimituksia? Algebralliset rakenteet asettaa tämän luonteiset kysymykset opiskelijan eteen kenties ensimmäistä kertaa. Kursseilla opiskelija joutuu taivuttamaan ajatuksiaan hyvin yleiselle tasolle. Kysymys on asioista, jotka porautuvat luvuilla laskemisen ytimeen.

Kurssit alkavat käymällä nopeasti läpi perusasiat joukoista, kuvauksista ja relaatioista ja etenee sitten vauhdikkaasti erilaisiin algebrallisiin rakenteisiin. Opiskelijalle tulee tutuksi, miten määritellään laskutoimitus ja milloin joukosta, jonka alkioille laskutoimitus on määritelty, tulee ryhmä. Käy ilmi, että tuntemamme laskusäännöt ja luvut ovat vain erikoistapauksia. Kurssin erikoisimpiin ja kiehtovimpiin asioihin kuulunevat sykliset ryhmät, ekvivalenssiluokat ja -relaatiot ja lopussa kaiken kruunaa ryhmien homomorfialause.

Tarjolla on siis tiukka paketti työkaluja ja uusia näkökulmia matematiikan maailmaan. Kurssi vaatii hieman aivojen nyrjäyttelyä, mutta avarakatseinen opiskelija saa kyllä palkkionsa, kun huomaa oppineensa voimakkaita työkaluja monimutkaistenkin ongelmien ratkontaan. Kyseessä on pajakurssi, joten siihen sisältyy paljon omatoimista

oppikirjan lukemista ja kunnon annos tehtäviä. Apua on kuitenkin tarjolla riittämiin kysymällä pajaohjaajilta, ja matematiikasta pitävälle kurssin aiheiden silkka mielenkiintoisuus pitää motivaatiota yllä.

Algebralliset rakenteet I & II ovat perustavanlaatuisia kursseja, joka on syytä käydä mahdollisimman pian. Sen sisältämät asiat ovat osa matemaattista perussivistystä ja niiden hallitseminen helpottaa tulevien asioiden omaksumista. Etukäteen on hyvä olla takataskussa tiedot kursseista Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I & II sekä kurssista Johdatus yliopistomatematiikkaan.

#### **TUOMAS SALONEN**

## Tilastotiede ja R tutuksi I ja II (5+5 op)

Näillä kursseilla aloitetaan tilastojen, tilasotjen analyysin ja todennäköisyyslaskennan opiskelu perusasioista ja siir-





rytään syventäviin asioihin, kuten big dataan, Bayesin kaavan sovellutuksiin muissa tieteissä sekä regressioon ja luottamusväliin.

Ensimmäinen kurssi käsittelee sellaisia asioita kuin keskeinen rajaarvolause, ehdollinen todennäköisyys ja R-ohjelmointikielen opettelu. Nämä ovat tärkeimpiä tilastotieteilijän työkaluja, eikä kurssilla kannata tinkiä materiaalin lukemisesesta ja koodaustehtävien tekemisestä, vaikkei kurssikoetta olekaan. Kurssilla palautetaan viikottain kuusi tehtävää, joihin kuuluu sekä laskuja että RStudiolla tehtävää koodia. Nämä tehtävät sinä ja kaksi kurssitoveriasi sitten arvostelette esimerkkivastausten mukaan (tästäkin saa pisteitä, joten arvostelu on hyvä tehdä) ja kurssin lopussa kuuden viikon pisteet ynnätään yhteen ja summa päättää kurssiarvosanasi. Jos tuntuu epäreilulta tai vaikealta, niin kurssin ohjaajat auttavat ja tarkistavat tilastollisesti merkittävästi toisistaan poikkeavia arvosteluja ja kurssin lopuksi voi myös valittaa arvosteluista, jos niillä on ollut vaikutusta kurssiarvosanaan.



# **Tilastotiede**

#### Yleistä

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetuer id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper ves-

tibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

# Tilastotieteen kursseja

# Tilastotiede ja R tutuksi I+II (5+5 op)

Näillä kursseilla aloitetaan tilastojen, tilasotjen analyysin ja todennäköisyyslaskennan opiskelu perusasioista ja siirrytään syventäviin asioihin, kuten big dataan, Bayesin kaavan sovellutuksiin muissa tieteissä sekä regressioon ja luottamusväliin.

Ensimmäinen kurssi käsittelee sellaisia asioita kuin keskeinen rajaarvolause, ehdollinen todennäköisyys ja R-ohjelmointikielen opettelu. Nämä



ovat tärkeimpiä tilastotieteilijän työkaluja, eikä kurssilla kannata tinkiä materiaalin lukemisesesta ja koodaustehtävien tekemisestä, vaikkei kurssikoetta olekaan. Kurssilla palautetaan viikottain kuusi tehtävää, joihin kuuluu sekä laskuja että RStudiolla tehtävää koodia. Nämä tehtävät sinä ja kaksi kurssitoveriasi sitten arvostelette esimerkkivastausten mukaan (tästäkin saa pisteitä, joten arvostelu on hyvä tehdä) ja kurssin lopussa kuuden viikon pisteet ynnätään yhteen ja summa päättää kurssiarvosanasi. Jos tuntuu epäreilulta tai vaikealta, niin kurssin ohjaajat auttavat ja tarkistavat tilastollisesti merkittävästi toisistaan poikkeavia arvosteluja ja kurssin lopuksi voi myös valittaa arvosteluista, jos niillä on ollut vaikutusta kurssiarvosanaan.

# Todennäköisyyslaskenta I (5 op)

Todennäköisyyslaskenta I on, kuten nimestä saattaa arvata, lyhyt johdatus todennäköisyyslaskennan perusteisiin. Kurssilla käydään läpi huomattavasti erilaisia todennäköisyyslaskennan saralla tärkeitä työkaluja, mutta todistukset jätetään kurssilla vähemmälle.

Kurssista tuleekin mieleen jossain määrin lukiokurssi, sillä päämääränä on oppia käyttämään todennäköisyyslaskentaa, ei niinkään ymmärtää sen matemaattisia perusteita. (Tämä johtuu aika voimakkaasti siitä, että todennäköisyyslaskennan matemaattinen pohja nojaa mittateoriaan, johon tutustutaan vasta kurssilla mitta ja integraali.) Kussilla ei ole erityisesti esitietovaatimuksia ja sen voi käydä hyvin ensim-

mäisen vuoden keräällä. Kurssi kestää vain yhden periodin, mutta seuraavassa periodissa luennoitava johdatus tilastolliseen päättelyyn on hyvä jatke kurssille.

RAMI LUISTO

#### Tilastollinen päättely I (5 op)

Tilastollinen päättely on useimman matematiikan opiskelijan ensimmäinen tilastotieteen kurssi. Kurssi ei varsinaisesti paneudu tilastollisen päättelyn matemaattiseen teoriaan. Sen sijaan siinä tutustutaan tilastotieteen peruskäsitteistöön ja -periaatteisiin. Kurssin jälkeen opiskelija ymmärtää tilastollisen päättelyn formaalin perustan (tai sen olemassaolon) sekä tilastollisten tulosten oikeat tulkintatavat. Kurssi sopii erinomaisesti opiskeltavaksi heti Johdatus todennäköisyyslaskentaan -kurssin jälkeen. Monille opiskelijoille tämä jää ainoaksi tilastotieteen kurssiksi. Heille kurssi antaa tietoja, joita tulee varmasti tarvitsemaan niin arkielämässä kuin tutkimustyössä. Tilastotieteestä enemmän kiinnostuneille kurssi tarjoaa "pehmeän laskun" teoreettisempiin tilastotieteen kursseihin kuten Tilastolliseen päättelyyn.

YILONG LI

# Data-analyysin harjoitustyö (5 op)

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac



venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetuer.

# Tilastotieteen aineopintokursseja

# Todennäköisyyslaskenta IIa/b (5+5 op)

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

### Tilastollinen päättely II (10 op)

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

### Lineaariset mallit I–II (5+5 op)

Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Donec odio elit, dictum in, hendrerit sit amet, egestas sed, leo. Praesent feugiat sapien aliquet odio. Integer vitae justo. Aliquam vestibulum fringilla lorem. Sed neque lectus, consectetuer at, consectetuer sed, eleifend ac, lectus. Nulla facilisi. Pellentesque eget lectus. Proin eu metus. Sed porttitor. In hac habitasse platea dictumst. Suspendisse eu lectus. Ut mi mi, lacinia sit amet, placerat et, mollis vitae, dui. Sed ante tellus, tristique ut, iaculis eu, malesuada ac, dui. Mauris nibh leo, facilisis non, adipiscing quis, ultrices a, dui.



#### Bayes-päättely (5 op)

Morbi luctus, wisi viverra faucibus pretium, nibh est placerat odio, nec commodo wisi enim eget quam. Quisque libero justo, consectetuer a, feugiat vitae, porttitor eu, libero. Suspendisse sed mauris vitae elit sollicitudin malesuada. Maecenas ultricies eros sit amet ante. Ut venenatis velit. Maecenas sed mi eget dui varius euismod. Phasellus aliquet volutpat odio. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Pellentesque sit amet pede ac sem eleifend consectetuer. Nullam elementum. urna vel imperdiet sodales, elit ipsum pharetra ligula, ac pretium ante justo a nulla. Curabitur tristique arcu eu metus. Vestibulum lectus. Proin mauris. Proin eu nunc eu urna hendrerit faucibus. Aliquam auctor, pede consequat laoreet varius, eros tellus scelerisque quam, pellentesque hendrerit ipsum dolor sed augue. Nulla nec lacus.

# Yleistetyt lineaariset mallit I (5 op)

Suspendisse vitae elit. Aliquam arcu neque, ornare in, ullamcorper quis, commodo eu, libero. Fusce sagittis erat at erat tristique mollis. Maecenas sapien libero, molestie et, lobortis in, sodales eget, dui. Morbi ultrices rutrum lorem. Nam elementum ullamcorper leo. Morbi dui. Aliquam sagittis. Nunc placerat. Pellentesque tristique sodales est. Maecenas imperdiet lacinia velit. Cras non urna. Morbi eros pede, suscipit ac, varius vel, egestas non, eros. Praesent malesuada, diam id pretium

elementum, eros sem dictum tortor, vel consectetuer odio sem sed wisi.

# Minustako tilastotieteilijä?

Sed feugiat. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Ut pellentesque augue sed urna. Vestibulum diam eros, fringilla et, consectetuer eu, nonummy id, sapien. Nullam at lectus. In sagittis ultrices mauris. Curabitur malesuada erat sit amet massa. Fusce blandit. Aliquam erat volutpat. Aliquam euismod. Aenean vel lectus. Nunc imperdiet justo nec dolor.

Etiam euismod. Fusce facilisis lacinia dui. Suspendisse potenti. In mi erat, cursus id, nonummy sed, ullamcorper eget, sapien. Praesent pretium, magna in eleifend egestas, pede pede pretium lorem, quis consectetuer tortor sapien facilisis magna. Mauris quis magna varius nulla scelerisque imperdiet. Aliquam non quam. Aliquam porttitor quam a lacus. Praesent vel arcu ut tortor cursus volutpat. In vitae pede quis diam bibendum placerat. Fusce elementum convallis neque. Sed dolor orci, scelerisque ac, dapibus nec, ultricies ut, mi. Duis nec dui quis leo sagittis commodo.

Aliquam lectus. Vivamus leo. Quisque ornare tellus ullamcorper nulla. Mauris porttitor pharetra tortor. Sed fringilla justo sed mauris. Mauris tellus. Sed non leo. Nullam elementum, magna in cursus sodales, augue est scelerisque sapien, venenatis congue nulla arcu et pede. Ut suscipit enim vel



sapien. Donec congue. Maecenas urna mi, suscipit in, placerat ut, vestibulum ut, massa. Fusce ultrices nulla et nisl. sus faucibus, augue.

Etiam ac leo a risus tristique nonummy. Donec dignissim tincidunt nulla. Vestibulum rhoncus molestie odio. Sed lobortis, justo et pretium lobortis, mauris turpis condimentum augue, nec ultricies nibh arcu pretium enim. Nunc purus neque, placerat id, imperdiet sed, pellentesque nec, nisl. Vestibulum imperdiet neque non sem accumsan laoreet. In hac habitasse platea dictumst. Etiam condimentum facilisis libero. Suspendisse in elit quis nisl aliquam dapibus. Pellentesque auctor sapien. Sed egestas sapien nec lectus. Pellentesque vel dui vel neque bibendum viverra. Aliquam porttitor nisl nec pede. Proin mattis libero vel turpis. Donec rutrum mauris et libero. Proin euismod porta felis. Nam lobortis, metus quis elementum commodo, nunc lectus elementum mauris, eget vulputate ligula tellus eu neque. Vivamus eu dolor.

Nulla in ipsum. Praesent eros nulla, congue vitae, euismod ut, commodo a, wisi. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Aenean nonummy magna non leo. Sed felis erat, ullamcorper in, dictum non, ultricies ut, lectus. Proin vel arcu a odio lobortis euismod. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Proin ut est. Aliquam odio. Pellentesque massa turpis, cursus eu, euismod nec, tempor congue, nulla. Duis viverra gravida mauris. Cras tincidunt. Curabitur eros ligula, varius ut, pulvinar in, cur-



Muista myös Matrixin ja Moodin (lisätkää linkkinne perään) tarjoamat kurssikuvaukset ja opinto-oppaat!

https://wiki.helsinki.fi/display/Matrix/Kurssikuvauksia