

Определения из дифуров

t a x u s

28 сентября 2016 г.

Определение 1 (Дифференциальное уравнение). Пусть $f \in C(G)$, $G \subset \mathbb{R}^2$. Тогда диффур — вот такая штука:

$$y' = f(x, y)$$

Определение 2. Решение — функция $y = \varphi(x)$, определённая на $\langle a, b \rangle$:

1. $\varphi(x)$ — дифференцируема
2. $(x, \varphi(x)) \in G$
3. $\varphi'(x) = f(x, \varphi(x))$

Определение 3 (Задача Коши и вокруг неё). Основные понятия тут:

1. (x_0, y_0) — начальные данные
2. Решение задачи Коши — *частное* решение диффура + выполнение начальных условий
3. Решение задачи Коши существует, если $\exists (a, b) \ni x_0, y = \varphi(x) : y_0 = \varphi(x_0)$
4. Решение задачи Коши единственно, если любые 2 решения совпадают в окрестности x_0

Определение 4. $(x_0, y_0) \in G$ — точка единственности, если решение задачи Коши в ней единственно.

Определение 5. $\tilde{G} \in G$ — область единственности, если каждая её точка — точка единственности.