ВОПРОСЫ ПО МАТФИЗИКЕ

Н. М. Ивочкина 09.06.2018

Основные вопросы

for notes

→ **1.** Классификация линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. Основные виды уравнении математической физики. Каноническая форма операторов разного типа

2. Характеристические поверхности линейных дифференциальных операторов и их уравнение. Приведение дифференциальных операторов к каноническому виду в случае двух переменных.

→ **3.** Волновое уравнение и постановка задач для него. Вывод формулы Даламбера решения задачи Коши для однородного волнового уравнении на плоскости.

4. Принцип Дюамеля дли неоднородного волнового уравнения.

5. Волновое уравнение в $\mathbb{R}^n$. Энергетическое неравенство. Единственность решения задачи Коши.

6. Волновое уравнение в $\mathbb{R}^3$. Формула Кирхгофа и принцип Гюйгенса.

7. Волновое уравнение на плоскости. Формула Пуассона. Диффузия волн.

→ **8.** Вывод уравнения теплопроводности. Постановка задач.

9. Закон сохранения для однородного уравнения теплопроводности.

10. Принцип максимума для однородного уравнения теплопроводности в ограниченной области.

11. Принцип максимума для однородного уравнения теплопроводности в полупространстве.

12. Единственность решения задачи Коши и первой начально-краевой задачи.

13. Автомодельные решения однородного уравнения теплопроводности.

14. Построение функции источника для уравнения теплопроводности при помощи автомодельного решения в одномерном случае.

15. Построение функции источника для уравнения теплопроводности в случае произвольной размерности.

16. Свойства функции источника.

17. Формула Пуассона решения задачи Коши для однородного уравнения теплопроводности.

18. Принцип Дюамеля для уравнения теплопроводности.

→ **19.** Фундаментальное решение уравнения Лапласа.

→ **20.** Представление C^2-функции в ограниченной области в виде суммы потенциалов.

→ **21.** Интегральное представление гармонической функции.

→ **22.** Теоремы о среднем значении для гармонических функций.

23. Обратная теорема о среднем значении.

→ **24.** Свойства гармонических функции. Теорема единственности решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона.

25. Свойства объёмного потенциала.

26. Формула Пуассона для гармонической функции в шаре.

27. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре.

→ **28.** Понятие о положительном самосопряжённом в L^2 линейном операторе, его собственные числа и собственные функции. Примеры.

29. Собственные числа и собственные функции оператора Лапласа в прямоугольнике.

30. Понятие о функциях Бесселя. Их свойства.

31. Собственные числа и собственные функции оператора Лапласа в круге. Цилиндрические функции.

→ **32.** Вариационная природа гармонических функций. Интеграл Дирихле.

33. Постановка задач вариационного исчисления. Примеры.

→ **34.** Первая вариация функционала и уравнения Эйлера-Лагранжа.

35. Привести примеры вариационных задач, в которых выполнение уравнений Эйлера-Лагранжа не достаточно для обращения в ноль первой вариации функционала.

→ **36.** Достаточные условия экстремума функционала. Примеры.

37. Естественные граничные условия и условие трансверсальности.

38. Изопериметрическая задача. Экстремальное свойство наименьшего собственного числа оператора Лапласа (рассмотреть одномерный случай).

→ **39.** Понятие об обобщённых функциях. Дифференцирование обобщённых функций.

40. Прямое произведение и свёртка обобщённых функций.

41. Фундаментальные решения линейных дифференциальных операторов.

42. Построение общего решения линейного обыкновенного дифференциального уравнения.

Дополнительные вопросы

1. Описать качественные различия постановки и решения задач для линейных уравнений с операторами разного типа на примере канонических.
2. Сравнить способы доказательства теорем единственности для уравнений с каноническими операторами.
3. Автомодельные решения канонических операторов и их роль в построении теории.
4. Сравнить фундаментальные решения различных задач математической физики.
5. Найти явные представлении решений различных задач математической физики и сравнить их.
6. Вывести достаточное условие экстремума вариационной задачи с условием трансверсальности.
7. Найти фрагменты теории, в которых явно или неявно присутствует δ-функция, и выявить связь с современным (в рамках теории обобщённых функций) её определением.
8. Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в шаре.