

Октябрь 2015 г.

**Программа коллоквиума по анализу**  
(1-й семестр)

*А. А. Лодкин*

**Введение**

1. Греческий алфавит.
2. Высказывания, кванторы, логические операции.
3. Множества и операции над множествами. Примеры.
4. Отображения: образ, прообраз, инъективность, сюръективность, график.
5. Композиция отображений, обратное отображение.
6. Аксиомы вещественных чисел.
7. Supremum, infimum, maximum, minimum. Их существование.
8. Натуральные числа, принцип индукции. Неравенство Бернулли.
9. Ограниченность множества натуральных чисел. Принцип Архимеда и следствие из него.
10. Существование  $\sqrt{2}$  и его иррациональность.
11. Теорема о вложенных отрезках.
12. Представимость вещественных чисел бесконечными дробями по основанию  $p$ .
13. Конечные и счётные множества. Примеры счетных множеств.
14. Счетность  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  и  $\mathbb{Q}$ .
15. Несчетность множества  $\mathbb{R}$ .

**Теория пределов**

16. Окрестности. Точка сгущения. Примеры.
17. Расширенная числовая прямая. Операции и окрестности в ней.
18. Определение предела последовательности.
19. Предел монотонной последовательности.
20. Определение предела функции на языке окрестностей и на языке неравенств.
21. Единственность предела, локальная ограниченность функции, имеющей предел.
22. Стабилизация знака.
23. Предельный переход в неравенстве и принцип «двух милиционеров».
24. Бесконечно малые, их свойства.
25. Арифметические операции над пределами.
26. Неопределенности при вычислении пределов.
27. Вычисление  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ .
28. Односторонние пределы и их связь с двусторонними.
29. Приближенное вычисление  $\sqrt{A}$ .
30. Предел подпоследовательности.
31. Принцип выбора Больцано – Вейерштрасса.
32. Предел на языке подпоследовательностей.