Przykład 8. Wykażemy, że funkcje

$$f(x) = -arctgx \quad \text{i} \quad g(x) = arccos\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

różnią się jedynie o stałą $B = -\frac{\pi}{2}$

Dla każdego $x \in \mathbb{R}$ mamy:

$$f'(x) = \frac{-1}{1+x^2},$$

$$g'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}})^2}} \cdot \frac{\sqrt{1+x^2} - \frac{2x^2}{2\sqrt{1+x^2}}}{1+x^2} = \frac{-1}{1+x^2};$$

oznacza to, że:

$$f'(x) = g'(x),$$

więc na podstawie statniego wniosku możemy napisać:

$$\forall x \in \mathbb{R}: \quad f(x) = g(x) + B$$

Jednocześnie, np. dla $x = 0$ mamy:

$$f(0) = 0, \quad g(0) = \frac{\pi}{2},$$

zatem nietrudno zauważyć, że ostatnie równość ma miejsce, gdy $B = -\frac{\pi}{2}$.