Optymalizacja kombinatoryczna – sprawozdanie z implementacji algorytmu metaheurystycznego  
Michał Stanoch, Bioinformatyka rok II, nr indeksu 145168

# Cele zadania, opis problemu i specyfikacja środowiska

**Celem zadania była implementacja jednego z trzech algorytmów metaheurystycznych: poszukiwania Tabu (*tabu search,* TS), algorytmu mrówkowego (*Ant Colony Optimisation*, ACO) lub algorytmu genetycznego (*Generic Algorithm,* GA) aby za jego pomocą poprawiać rozwiązania jednego z problemów zaproponowanych przez prowadzącego.** Poniżej zamieszczono opis wybranego problemu:

**Problem 5**: Dany jest graf spójny ze zbiorem wierzchołków V, zbiorem krawędzi E, zbiorem łuków A oraz wagami *wi* przypisanymi do każdej krawędzi i łuku (między parą wierzchołków może/nie musi istnieć równocześnie krawędź oraz łuk). Należy znaleźć ścieżkę łączącą wszystkie wierzchołki (każdy odwiedzony min. raz) taką, aby minimalizować jej koszt *S* który stanowi sumę wag użytych krawędzi i łuków. W ścieżce pierwsze 5 połączeń wierzchołków musi być po krawędziach, następne 5 po łukach, następnie 5 po krawędziach, itd. Jeżeli w którejkolwiek piątce nie zostanie użyta krawędź tylko łuk (np. w pierwszej piątce), to każdy taki łuk dodaje do S swoją wagę pomnożoną przez 5 (analogicznie, jeżeli w danej piątce mają być użyte łuki (np. połączenie w ścieżce od 6 do 10, czyli ‘druga piątka’) a zostały krawędzie, to każda taka krawędź dodaje do S swoją wagę pomnożoną przez 5).

Przyjąć początkowo: |V| minimum 100, deg(v, krawędź) = [1, 6], deg(v, łuk) = [0, 2], *wi* = [1, 100]

Zadanie zrealizowano w środowisku VS Code w języku C++ z wykorzystaniem kompilatora MinGW (32 bit) oraz MinGW-w64.

Specyfikacja komputera pomiarowego została podana poniżej:

|  |  |
| --- | --- |
| OS: | Windows 10 64-bit |
| Procesor: | Intel® Core™ i7 - 4790k @ 4.00GHz (8 CPUs), ~4.0GHz |
| Pamięć RAM: | 12 288 MB |

# Opis zastosowanych struktur danych i metod (reprezentacja problemu)

Problem postanowiono reprezentować za pomocą obiektów klas opisanych pokrótce poniżej:

* **Node** reprezentuje wierzchołki w grafie i zawiera pola: nazwy danego wierzchołka oraz ilości łuków i krawędzi wychodzących z danego obiektu.
* **Edge\_or\_Arc** reprezentuje połączenie pomiędzy Node’ami. Każdy obiekt tej klasy zawiera pointer do Node, do którego idzie, wagę tego połączenia, krotność oraz wartość bool mówiącą o tym, czy obiekt jest krawędzią, czy łukiem. Taka reprezentacja pozwala na dowolność przy wybieraniu połączeń przy przechodzeniu przez graf.
* **Graph** reprezentuje graf i zawiera:
  + **node\_map –** kolekcję Node’ów tworzących ten graf
  + **neighborhood\_map –** mapę sąsiedztwa, będącą dynamiczną tablicą z haszowaniem (hashtable) przypisującą pointerom na obiekty Node pointery na obiekty Edge\_or\_Arc.
  + **distance\_matrix –** macierz odległości każdej pary wierzchołków w zależności od parametrów: trybu łukowego lub krawędziowego, ilości pozostałych kroków w tym trybie, Node startowego i celu. Macierz jest aktualizowana w trakcie przechodzenia przez graf w celu przyspieszenia przechodzenia.
  + **penalty\_frame –** wielkość ramki kary, czyli ilość łuków/ krawędzi po których trzeba przejść, aby uniknąć kary za dane przejście. **Mnożnik kary za wykorzystanie nieadekwatnego rodzaju połączenia jest zawsze równy właśnie wielkości ramki kary (nie ulega zmniejszeniu przy przechodzeniu).**
  + **metody tworzenia grafu, połączeń itd.**
* **Specimen** reprezentuje pojedynczego osobnika do wykorzystania w algorytmie genetycznym. Klasa **Specimen** posiada następujące pola:
  + **S – wektor intów,** zawierający permutację *n* unikalnych intów wchodzących w skład danego obiektu Graph. Przy inicjalizacji nowego obiektu **Specimen, wektor S** jest inicjalizowany na podstawie informacji z **node\_map** z obiektu **Graph**, a po włożeniu do niego wszystkich intów obecnych w **node\_map**, jest on losowo przetasowany tyle razy, jaka jest wielkość **node\_map**. W ten sposób uzyskuje się zupełnie losowe pierwotne rozwiązania w nowych osobnikach. Na tym wektorze operuje się w GA – to on ulega zjawisku crossover i mutacji. Na jego podstawie opracowywana jest rzeczywista ścieżka **path**, opisana poniżej.
  + **path – wektor pointerów na obiekty Node,** zawierający rzeczywistą ścieżkę przejścia przez graf, budowaną na podstawie powyższego **wektora** **S**. Sposób budowy **path** jest oparty o zmodyfikowany algorytm Dijkstry, opisany poniżej.
  + **metody tworzenia i przejścia przez wektor S**, w tym wspomniany wcześniej algorytm tworzenia rzeczywistej ścieżki **path**. **Sposób** **przejścia jest następujący:** szukane są najkrótsze ścieżki między elementem na pozycji i-1-ej oraz i-tej w **wektorze S** zmodyfikowanym algorytmem Dijkstry, który jako argumenty otrzymuje m.in. informację o aktualnym trybie (krawędziowym bądź łukowym) oraz ilości pozostałych kroków w danym trybie, które zostają wykorzystane przy tworzeniu obiektów kolejki priorytetowej, zaimplementowanej do rozwiązania algorytmu Dijkstry. Obiekty kolejki priorytetowej przekazują między sobą informacje o tymże trybie oraz ilości kroków w nim pozostałych, odpowiednio je modyfikując i na podstawie tych informacji liczony jest rzeczywisty koszt przejścia, uwzględniający tryb oraz pozostałą w nim ilość kroków (oczywiście tryb jest zmieniany gdy wykorzystane zostaną wszystkie w pozostałe w nim kroki). Algorytm Dijkstry zwraca **wektor przejścia**, którego elementy są wkładane do wektora **path** oraz koszt tego przejścia, które razem zostają zapamiętane w macierzy **distance\_matrix.**

**Zdecydowano się na taką implementację osobników (Specimen) oraz przejścia przez graf, gdyż w takim przypadku istnieje gwarancja przejścia przez wszystkie wierzchołki w grafie**, nawet jeśli przejście to nie jest optymalne – wierzchołki mogą po raz pierwszy wystąpić w wektorach przejściowych przed ich wystąpieniem w zbiorze S – **oraz gdyż** **dopiero** **taka implementacja pozwoliła na uniknięcie ukrytej mutacji w procesie crossover GA i dała gwarancję odwiedzenia wszystkich wierzchołków przynajmniej raz również po zajściu crossover lub mutacji na wektorze S**. Ta implementacja pozwoliła też na wykorzystanie znanych algorytmów crossover GA dla problemu komiwojażera: PMX oraz OX, gdyż efektem takiej reprezentacji jest uzupełnienie grafu do pełnego o brakujące krawędzie, zastąpione przez wektory przejść (jest to możliwe dzięki gwarancji spójności grafu z opisu problemu).

# Opis metody rozwiązania problemu (algorytmu metaheurystycznego)

Jak wspomniano wcześniej, **do rozwiązania problemu zaimplementowano** **algorytm genetyczny (GA).** Celem wstępnej kontroli zróżnicowania populacji zaimplementowano tworzoną na nowo w każdej iteracji **mapę census** (spis powszechny populacji obiektów klasy Specimen), w której konkretnej permutacji wierzchołków (zapisanej w wektorze S każdego obiektu) przypisuje się liczbę jej wystąpień w populacji. **Mapa census** jest wykorzystywana w procesie selekcji do modyfikacji punktacji kandydata na czempiona, co zostało opisane poniżej. Poszczególne części algorytmu GA zostały opisane poniżej. Kolejność omawiania części algorytmu odpowiada kolejności wykonywania tych kroków w kodzie:

* **Selekcja** – wykorzystanym sposobem selekcji zostało **tournament selection**, w którym bierze udział *k* osobników. Sposób wyboru zwycięzcy turnieju jest następujący: *k* razy losowany jest losowy osobnik ze wektora populacji. Na podstawie **mapy census** zostaje zmodyfikowana wartość punktacji kandydata wg wzoru:

rzeczywista\_punktacja = (1.0 + 0.01 \* ilość\_wystąpień\_kandydata\_w\_census) \* punktacja\_kandydata\_w\_jego\_obiekcie\_S

Kandydat z najmniejszą ilością punktów po takiej modyfikacji zostaje czempionem turnieju i zostanie wykorzystany w dalszej części GA. Taki sposób liczenia ma na celu karanie rozwiązań występujących wielokrotnie w zbiorze rozwiązań i w konsekwencji – wstępną kontrolę zróżnicowania populacji. Warto zaznaczyć, że każdy kandydat może być wybrany dowolną ilość razy i nie jest oznaczany jako „zużyty” do selekcji lub crossover.

* **Crossover** – jak wspomniano wcześniej, zaimplementowano dwa popularne algorytmy crossover dla problemu komiwojażera (do którego, jak opisano, przetransformowano problem sposobem reprezentacji – opis pod koniec sekcji 2.): **Partially-mapped Crossover (PMX)** oraz **Order Crossover (OX)**, zaimplementowane wg ich opisów znalezionych w źródłach.

**W obu przypadkach na końcu danego algorytmu następuje sprawdzenie, czy uzyskane w wyniku crossover dziecko 1 jest lepsze lub tak samo dobre jak rodzic 1 i analogicznie dla dziecka 2 i rodzica 2. Jeśli dane dziecko nie spełnia oczekiwań, na jego miejsce przy zwracaniu wartości zostaje wpisany odpowiedni rodzic.** Początkowo testowano wartości bez implementacji powyższego sprawdzenia, jednak jest ono w źródłach wymieniane jako jedno z fundamentalnych założeń w GA (założenie o tym, że następne pokolenie ma być średnio lepsze niż poprzednie) i po zaobserwowaniu, że algorytm **OX** nie spełniał oczekiwań ulepszania rozwiązania – osiągał on bardzo szybko minimum lokalne (poprawiwszy rozwiązanie o zaledwie ok. 5-10%) i krążył w nim w kółko, postanowiono zaimplementować to rozwiązanie mimo potencjalnego zmniejszenia dywersyfikacji populacji. Dzięki temu OX zaczął działać poprawnie. Co ciekawe, algorytm PMX bez powyższego sprawdzania działał znacznie lepiej niż OX – nie zauważono znaczącego spadku w poprawie rozwiązań i algorytm PMX nie wpadał w minimum lokalne szybciej niż ze sprawdzaniem.

**W obu algorytmach wykorzystuje się dwa losowe punkty cięć, w związku z czym za każdym razem losowa jest też długość ramki wymiany elementów z rodzica do dziecka** (implementacja wg sugestii ze źródeł). Poniżej omówiono typowe dla tej implementacji elementy poszczególnych algorytmów crossover:

* + **PMX –** algorytm PMX rozbito na cztery kroki celem zwiększenia przejrzystości kodu. Krok rozwiązywania konfliktów postanowiono zaimplementować w sposób rekurencyjny, finalnie zwracając odpowiedni element z genomu drugiego rodzica i na końcu nadpisując element konfliktowy odnalezionym. Większa niż w przypadku OX złożoność tego algorytmu wynika z faktu, iż przy rozwiązywaniu konfliktów należy najpierw odnaleźć szukany element w wektorze S dziecka, zaś później ponownie przejść przez cały ten wektor w poszukiwaniu elementów powodujących konflikt, omijając element konfliktowy, co daje relatywnie dużą złożoność czasową w najgorszym przypadku O(n2) (ze względu na zagnieżdżenie jednej pętli for dla wszystkich wierzchołków w drugiej).
  + **OX –** algorytm OX rozbito na trzy główne kroki, z czego żaden nie ma złożoności tak dużej jak rozwiązywanie konfliktów w PMX, w związku z czym OX działał zdecydowanie szybciej niż PMX. Uzyskano to dzięki użyciu map do zapisania, które wierzchołki zostały zachowane w danym dziecku od danego rodzica. Szacowana złożoność obliczeniowa tej implementacji jest równa O(n), gdyż następuje przejście po wszystkich wierzchołkach każdego z rodziców tylko raz ( O(2n) = O(n) ), z zastosowaniem dwóch intów: jednego, input\_idx, określającego pozycję, na którą w dziecku należy wkładać elementy z rodzica na pozycji określonego przez drugi – lookup\_idx, zwiększany dodatkowo w przypadku, gdyby włożenie elementu, na który wskazuje spowodowałoby umieszczenie duplikatu elementu włożonego już w pierwszym kroku OX.
* **Mutacja –** jako mutację wykorzystano prostą zamianę dwóch elementów na losowych pozycjach z wektora S (oraz późniejsze odbudowanie autentycznej ścieżki **path** i obliczenie nowej wartości **score**). Taka implementacja gwarantuje brak ukrytych mutacji – zachowane są bowiem wszystkie elementy z wektora S. Prawdopodobieństwo zajścia mutacji jest dynamiczne i nie tylko maleje w późniejszych iteracjach (wzór na prawdopodobieństwo mutacji: (iteracje liczy się od 0) ), ale również zależy od tego, czy dane rozwiązanie występuje w **mapie census:** jeśli powstałe po crossover dziecko miałoby być klonem jakiegoś członka populacji rodziców, to prawdopodobieństwo zajścia mutacji jest pięciokrotnie większe niż normalnie. Ma to na celu zwiększenie dywersyfikacji rozwiązań i opóźnienie wpadania w minima lokalne przez GA.

# Badanie efektywności zastosowanych metod – opis przeprowadzonych testów

Poniżej zaprezentowane i omówione zostały testy przeprowadzone dla każdej z instancji z uwzględnieniem parametrów zmienianych podczas testowania. Warto zaznaczyć, że **wartości rozwiązań dla poszczególnych testów są wartościami średnimi ze wszystkich osobników przed (dla rodziców) lub po (dla dzieci) zastosowaniu GA**. Jak widać w tabelach, **dla każdego testowanego parametru** **przeprowadzono przynajmniej 30 testów, z których** **wyciągnięto średnią wartość poprawy jakości rozwiązania, zapisaną pod wynikami dla testów na dole tabeli**. Na dole tabeli zapisano także średnie wartości rozwiązań z tychże testów. Wartość **in local minimum na dole tabelinależy rozumieć jako ilość tych testów, co do których można mieć dużą pewność, że wpadły w minimum lokalne** – świadczy o tym wartość .00 na końcu wartości średnich rozwiązań, która powstać może dopiero, gdy wszystkie dzieci są prawie (gdy część ułamkowa jest tak mała, że zostanie przybliżona do wartości .00) lub całkowicie identyczne. Oczywiście wartość ta może być w rzeczywistości nieco większa niż wydedukowana za pomocą tej metody, gdyż wartości z inną częścią ułamkową też mogą pochodzić z jakiegoś minimum lokalnego, lecz zakłada się, że w takich przypadkach minimum nie zostało jeszcze (prawie) na pewno osiągnięte.

## Instancja 1: |V| = 100; deg(v, krawędź) = [1,6]; deg(v, łuk) = [0,2]; wi = [1,100]

**Instancja domyślna**. Cechuje się relatywnie dużą ilością krawędzi powstałych w wyniku podstawowej implementacji metody losowania ilości krawędzi wychodzących z danego wierzchołka (braku zmniejszania prawdopodobieństwa wylosowania większych ilości krawędzi – wszystkie możliwości na ilości krawędzi były równie prawdopodobne). Ilość łuków wychodzących z danego wierzchołka była losowana w ten sam sposób.

### penalty\_frame = 5

**Domyślna wartość ramki kary.** Wartość mnożnika wagi krawędzi/ łuku jest zawsze równa wartości ramki kary. Obserwuje się znacznie lepsze poprawianie rozwiązania oraz szybsze wpadanie w minimum lokalne przez algorytm OX w porównaniu do PMX.

### tournament = 2





### mutation = certain\_if\_clone

W tym przypadku prawdopodobieństwo mutacji jest stuprocentowe jeżeli dziecko powstałe w wyniku crossover miałoby być klonem jednego z osobników znajdujących się w populacji. **Obserwuje się bardzo podobną średnią jakość poprawy wartości rozwiązań przez GA w porównaniu do przypadków z innymi wartościami parametrów mutacji**. Minimum lokalne zostało oczywiście osiągnięte w mniejszej ilości testów (szczególnie w przypadku PMX), jednak w przypadku OX różnica nie jest duża (należy wziąć pod uwagę mniejszą ilość testów). Odpowiada to predykcjom – wartości parametrów mutacji mają w GA raczej znikomy wpływ na szybkość poprawy rozwiązań – wprowadzane zmiany zazwyczaj powodują pogorszenie jakości rozwiązań ze względu na losowość mutacji i nawet przy tak częstych mutacjach, mutanci będą odrzucani na etapie selekcji.



### tournament = 3

**Zwiększenie ilości osobników biorących udział w procesie selekcji powoduje szybsze osiąganie minimum lokalnego, szczególnie zauważalne w algorytmie OX**. Jest to spodziewane zjawisko, gdyż prawdopodobieństwo wielokrotnego wybrania osobników o lepszych wartościach rozwiązań jest w tym przypadku większe niż przy zastosowaniu turnieju binarnego.







### penalty\_frame = 7

**Zwiększenie ramki kary do 7 nie spowodowało znaczącego pogorszenia średnich rozwiązań rodziców dla algorytmu OX. Większa różnica w średnich rozwiązaniach rodziców jest zauważalna w przypadku algorytmu PMX**. Średnia poprawa jakości w przypadku zwiększenia wartości ramki odczytu jest nieco większa niż w przy poprzedniej wartości, prawdopodobnie ze względu na nieco gorsze średnie wartości rozwiązań pokolenia rodziców.

### tournament = 2





### tournament = 3

**W przypadku zwiększenia ilości osobników biorących udział w turnieju ponownie obserwuje się drastyczne zwiększenie wpadania GA w minima lokalne – jest to szczególnie zauważalne w przypadku algorytmu OX.** Poprawa jakości rozwiązania w przypadku PMX jest w zasadzie taka sama, jak przy zastosowaniu turnieju binarnego, zaś w przypadku OX jest nieco większa, choć nadal bardzo podobna.







### penalty\_frame = 9

**Zwiększenie ramki kary o 4 punkty w porównaniu do pierwszej wartości spowodowało duży wzrost średnich wartości rozwiązań pokolenia rodziców (rzędu 10000 jednostek).** Jest to spodziewane zjawisko, gdyż w parze ze zwiększonym mnożnikiem kary (zawsze równym wartości penalty\_frame) idzie częstsza potrzeba wybierania nieodpowiednich rodzajów połączeń (ze względu na małą ilość łuków w grafie). Obserwuje się również nieco większe wartości średniego poprawienia jakości rozwiązań przez GA.

### tourament = 2





## Instancja 2: |V| = 150; deg(v, krawędź) = [1,6]; deg(v, łuk) = [0,2]; wi = [1,100]

**Instancja 2 jest podobna do 1 – różnicą jest większa ilość wierzchołków w grafie**. Czas oczekiwania na rozwiązania wzrósł znacząco w porównaniu do Instancji 1. Większe średnie wartości rozwiązań są spodziewane i wynikają z potrzeby odwiedzenia większych ilości wierzchołków w grafie do rozwiązania problemu.

**Większa ilość wierzchołków w tej instancji oznacza możliwość dłuższego działania GA bez wpadanie w minimum lokalne niż w przypadku instancji 1**. Jest to widoczne w przypadkach 500 Specimen, 500 iteracji GA w obu instancjach – w instancji 1 po tym czasie w minimum lokalnym algorytmu OX znalazły się dzieci z 47 testów, a w przypadku 2 instancji – z 35 testów.

### penalty\_frame = 5

### tournament = 2







### penalty\_frame = 7

**Podobnie jak w przypadku zmiany wartości ramki kary w instancji 1, konsekwencją zmiany tego parametru w instancji 2 jest przede wszystkim większa średnia wartość rozwiązań**. Średnia jakość poprawy rozwiązań przez GA w przypadku zastosowania algorytmu OX jest mniejsza niż gdy penalty\_frame = 5, lecz powodem zmniejszenia tej wartości może być mniejsza ilość przeprowadzonych testów. Obserwuje się jednak podobne zachowanie algorytmu PMX przy obu wartościach penalty\_frame, więc **wnioskuje się relatywnie mały, choć niezerowy wpływ tego parametru na poprawę średnich wartości jakości przez GA**.



## Instancja 3: |V| = 100; deg(v, krawędź) = [1,6]; deg(v, łuk) = [0,5]; wi = [1,100]

**Instancja 3 od 1 różni się mniejszym prawdopodobieństwem wylosowania większych ilości krawędzi przy tworzeniu instancji, po przekłada się na spodziewaną nieco mniejszą ilość krawędzi w grafie, oraz przede wszystkim – większą ilością łuków w grafie.**

Konsekwencją większej ilości łuków w grafie jest mniejsza średnia wielkość rozwiązań zarówno u rodziców, jak i dzieci. Obserwuje się podobną wydajność w poprawie średniej jakości rozwiązań przez GA, co w przypadku instancji 1, czyli instancji o 100 wierzchołkach.

### penalty\_frame = 5

### tournament = 2





### penalty\_frame = 9

Pomimo większej ilości łuków, a więc potencjalnie większej szansy na unikanie kar przy przechodzeniu przez graf, średnia wartość poprawy jakości rozwiązań przez GA nie ulega drastycznym zmianom w porównaniu do wartości obserwowanych w przypadku tych samych wartości penalty\_frame w instancji 1. **Ponownie wnioskuje się więc relatywnie mały wpływ wartości tego parametru na średnią poprawę jakości rozwiązań przez GA.**

### tournament = 2



## Instancja 4: |V| = 100; deg(v, krawędź) = [1,6]; deg(v, łuk) = [0,5]; wi = [1,200]

**Instancja 4 wyróżnia się dwukrotnie większym maksymalnym kosztem połączeń w porównaniu do instancji 1.** Jak w przypadku instancji 3, tutaj także prawdopodobieństwo wylosowania większych ilości krawędzi przy tworzeniu instancji było mniejsze niż wylosowania mniejszej ich ilości.

Oczywistą konsekwencją zwiększenia maksymalnych wartości tego parametru są dużo większe średnie wartości rozwiązań dla danego testu. **Obserwuje się jednak podobne średnie wartości poprawiania jakości przez GA, co w przypadku poprzednich instancji.**





# Wnioski z testów

Zaprezentowane w poprzedniej sekcji dane sugerują, że **udało się zaimplementować poprawnie działający algorytm genetyczny dla wybranego problemu i wykorzystanej jego reprezentacji.**

* **Algorytm crossover OX działa lepiej niż PMX** **w GA** – poprawa jakości rozwiązania zachodzi zdecydowanie szybciej dla OX – w przeprowadzonych testach OX poprawiał rozwiązanie o ok. 40-45% przed zakończeniem testu bądź osiągnięciem minimum lokalnego, podczas gdy PMX poprawiał rozwiązanie o średnio ok. 10-15 mniej punktów procentowych. Warto zaznaczyć, że **OX ma też mniejszą złożoność obliczeniową, przez co czas oczekiwania na zakończenie testów z jego zastosowaniem był również krótszy niż PMX**. **Algorytm crossover OX szybciej niż PMX osiągał minima lokalne,** lecz pomimo tego faktu wartości rozwiązań przy zastosowaniu OX były lepsze niż PMX. Ocenia się, że lepsza poprawa jakości oraz szybsze osiąganie minimów lokalnych jest spowodowane specyfiką działania OX – w tym algorytmie przy tworzeniu dzieci średnio więcej elementów pozostaje w tym samym uszeregowaniu, co u ich rodziców, więc dobre rozwiązania są częściej zachowywane na przestrzeni pokoleń. PMX wprowadza relatywnie dużą ilość przetasowań elementów poza ramką wymiany elementów pomiędzy rodzicami a dziećmi, co powoduje większą dywersyfikację osobników w populacji kolejnych pokoleń, lecz zmniejsza efektywność algorytmu w porównaniu do OX (te przetasowania rzadko powodują poprawienie jakości rozwiązania). Najprawdopodobniej to ta właśnie cecha pozwoliła PMX działać prawidłowo w przypadku pominięcia kroku sprawdzania, czy dzieci powstałe w wyniku crossover mają lepsze wartości rozwiązań niż ich rodzice, podczas gdy OX w tym wypadku wpadał bardzo szybko w minimum lokalne i poprawiał rozwiązania bardzo słabo. W ogólności szacuje się, że algorytm PMX po prostu wolniej poprawia rozwiązania i ostatecznym wynikiem jego działania byłoby „dogonienie” wyników algorytmu OX.
* **Zwiększanie populacji pozwalało na wydłużenie czasu działania GA przed wpadnięciem w minimum lokalne –** co wywnioskować można z mniejszych ilości dzieci w minimach lokalnych. Jest to dość oczywisty wniosek, gdyż konsekwencjami większej ilość osobników w populacji naturalnie jest większa dywersyfikacja populacji i szersze pole działania dla GA.
* **Wielkości populacji mają mały wpływ na średnie poprawy jakości rozwiązań –** ta obserwacja zapewne wynika z faktu wyboru wystarczającej ilości osobników w populacji dla tego problemu w każdym przypadku. Jak pisano wyżej, większa populacja pozwala na dłuższy czas działania GA przed wpadnięciem przezeń w minimum lokalne, lecz to właśnie dłuższy czas działania, a nie sama wielkość populacji zdaje się mieć pozytywny wpływ na poprawienie średnich jakości rozwiązań.
* **Turniej binarny sprawdza się lepiej niż turniej trójkowy** – powoduje on wolniejsze wpadanie w minima lokalne, nie wpływając mocno negatywnie na poprawę średnich wartości rozwiązań (a możliwość późniejszego wpadnięcia w minimum lokalne powodować może dłuższe poprawianie rozwiązań i finalnie – lepszy wynik). Wniosek zgadza się z informacjami ze źródeł oraz Internetu.
* **Średnia poprawa jakości maleje wraz ze wzrostem liczby wierzchołków w grafie –** jest to widoczne przy porównaniu średnich wartości poprawy jakości rozwiązań instancji 1 i 2. Zależność ta jest obserwowalna nawet przy podobnej szybkości wpadania w minima lokalne w obu tych instancjach przez algorytmy OX i PMX. Szacuje się, że powodem tego zjawiska jest zwiększenie trudności problemu komiwojażera do rozwiązania (po transformacji problemu).
* **Wartość penalty\_frame ma znaczenie przede wszystkim dla wielkości średnich wartości jakości rozwiązań –** natomiast średnia poprawa jakości przez GA pozostaje podobna w przypadku algorytmu OX. W przypadku algorytmu PMX różnica jest bardziej zauważalna, jednak, jak pisano wyżej, algorytm PMX najprawdopodobniej po prostu „goni” wyniki algorytmu OX ze względu na wolniejsze poprawianie średnich jakości rozwiązań. Relatywnie stabilna poprawa średnich wartości jakości rozwiązań przez GA dla różnych wartości penalty\_frame jest widoczna chociażby przy porównaniu wyników z iteracji 1 dla wartości tournament = 2 i penalty\_frame = 5 oraz 9 dla 500 iteracji GA dla algorytmu OX. Jest to spodziewane zachowanie – GA poprawia jakości rozwiązań z podobną skutecznością dla różnych wartości tego parametru, gdyż mechanizm jego działania nie ulega zmianie. Ważniejsze dla poprawy średniej wartości jakości rozwiązań zdają się być czas działania GA oraz możliwość uniknięcia minimów lokalnych, choć większe wartości parametru penalty\_frame również dają GA nieco większe pole do działania.
* **Parametry mutacji mają znikome znaczenie dla średniej wartości poprawy jakości rozwiązań przez GA –** jest to zjawisko spodziewane, gdyż mutacja z założenia powoduje niewielką, częstą negatywną, zmianę w osobniku, zaś wpadanie w minima lokalne jest spowodowane zachowywaniem kombinacji dziesiątek wierzchołków na przestrzeni pokoleń – niewielkie losowe zmiany w pojedynczych osobnikach nie będą w stanie wybić całej populacji z minimum lokalnego. Nawet karanie klonów w zależności od ich ilości w populacji często nie będzie wystarczające do pogorszenia ich wyników do tak niskiego, jaki może potencjalnie spowodować losowa mutacja, więc w procesie selekcji w późniejszych etapach, gdy mutacja jest najpotrzebniejsza, mutanty będą po prostu odrzucane. Mutacja, mimo relatywnie małego wpływu na finalne rozwiązanie, pełni istotną rolę w przedłużaniu omijania wpadania w minima lokalne, więc jej obecność w GA jest istotna, lecz wartości jej parametrów zdają się mieć niewielkie znaczenie.

# Wnioski dotyczące projektu

Ze względu na podatność GA na ukryte mutacje oraz możliwość przechodzenia po każdym z wierzchołków każdym z połączeń dowolną ilość razy, **wybrany** **problem okazał się bardzo trudny w reprezentacji** **zanim wpadnięto na pomysł transformacji go do problemu komiwojażera z dynamicznie naliczanymi karami za wykorzystanie nieodpowiedniego rodzaju połączenia za pomocą uzupełnienia grafu do grafu pełnego wektorami przejść w miejsce brakujących połączeń**. Początkowo starano się zaimplementować naiwne rozwiązanie problemu, jednak okazało się to niemożliwe już na etapie projektowania części algorytmów GA, który postanowiono zaimplementować ze względu na dobre intuicyjne zrozumienie jego mechanizmu działania. **Z trudnością odpowiedniej dla GA reprezentacji problemu zmagano się prawie dwa miesiące**, próbując implementować różne rozwiązania z mizernym skutkiem – w końcu wpadnięto na pomysł przetransformowania grafu do pełnego. Poszlakami, które zasugerowały transformację problemu do komiwojażera były: problem ze znalezieniem algorytmów crossover dla problemów dopuszczających wielokrotne odwiedzanie wierzchołków – znane z literatury algorytmy crossover jak OX i PMX opierają swój mechanizm działania na unikalności elementów w genomach osobników populacji – oraz relatywna łatwość w odnalezieniu opisów działania tychże popularnych algorytmów crossover.

**Zaimplementowane rozwiązanie w sposób oczywisty nie rozwiązuje problemu do optymalności** – jak wspomniano wcześniej, wierzchołki mogą w path – rzeczywistej drodze przejścia przez graf –wystąpić przed ich teoretyczną lokalizacją w wektorze S. **Dopiero taka implementacja pozwoliła jednak jednocześnie unikać ukrytej mutacji przy crossover i mutacji, gwarantowała odwiedzenie każdego wierzchołka przynajmniej raz oraz pozwala na śledzenie pochodzenia danego osobnika w populacji**. **Istotą mechanizmu działania algorytmu genetycznego jest też nie odnajdowanie rozwiązania optymalnego problemu (choć może się to zdarzyć), a poprawianie jakości rozwiązania, który to efekt osiągnięto**, co wykazano w sekcji 4.

**Kolejną trudnością była implementacja odpowiedniej funkcji mierzącej jakość rozwiązania**, co wg źródeł jest dość częste w przypadku GA. W przypadku tego projektu problemem była może nie tyle implementacja samej tej funkcji, lecz **włączenie naliczania kar opartych o tryb przejść oraz ilość kroków w nim pozostałych w algorytm Dijkstry** do znajdowania najkrótszej odległości między parą wierzchołków. Początkowo myślano o tym, aby algorytm wybierał najkrótsze ścieżki nie uwzględniając kar, jednak nie oddawałoby to odpowiednio specyfiki wybranego problemu. **Ostatecznie udało się osiągnąć odpowiednie uwzględnianie kar w zmodyfikowanym algorytmie Dijkstry** dzięki przekazywaniu oraz aktualizowaniu wartości oznaczających tenże tryb oraz ilość pozostałych w nim kroków w obiektach kolejki priorytetowej wykorzystanej w algorytm.

**Kolejny problem pojawił się w wyniku zastosowania algorytmu Dijkstry do odnajdowania odległości między kolejnymi elementami z wektora S – tak częste wykorzystanie algorytmu Dijkstry powodowało wolne działanie programu**, które uniemożliwiałoby przeprowadzenie wystarczającej ilości testów z setkami iteracji w racjonalnym czasie. **Problem udało się rozwiązać przez dodanie czterowymiarowej macierzy odległości distance\_matrix** uwzględniającej aktualny tryb, pozostałą w nim ilość kroków oraz wierzchołki startowy i końcowy przejścia. Zastosowanie tej aktualizowanej na bieżąco macierzy znacznie przyspieszyło szybkość programu.