

• Дискретная математика. Вариант 7. Сергеев М.
 ЦУ-7-46Б(В)
 [Второе высшее]

• Задача 2

На множестве $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ заданы отношения
 $\rho = \{(x, y) : |(3-x)(3-y)| \leq 1\}$ и $\tau = \{(x, y) : x+y < 5\}$

Тогда

$$\rho(1) = \{3\}$$

$$\rho(2) = \{2, 3, 4\}$$

$$\rho(3) = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\rho(4) = \{2, 3, 4\}$$

$$\rho(5) = \{3\}$$

$$\tau(1) = \{1, 2, 3\}$$

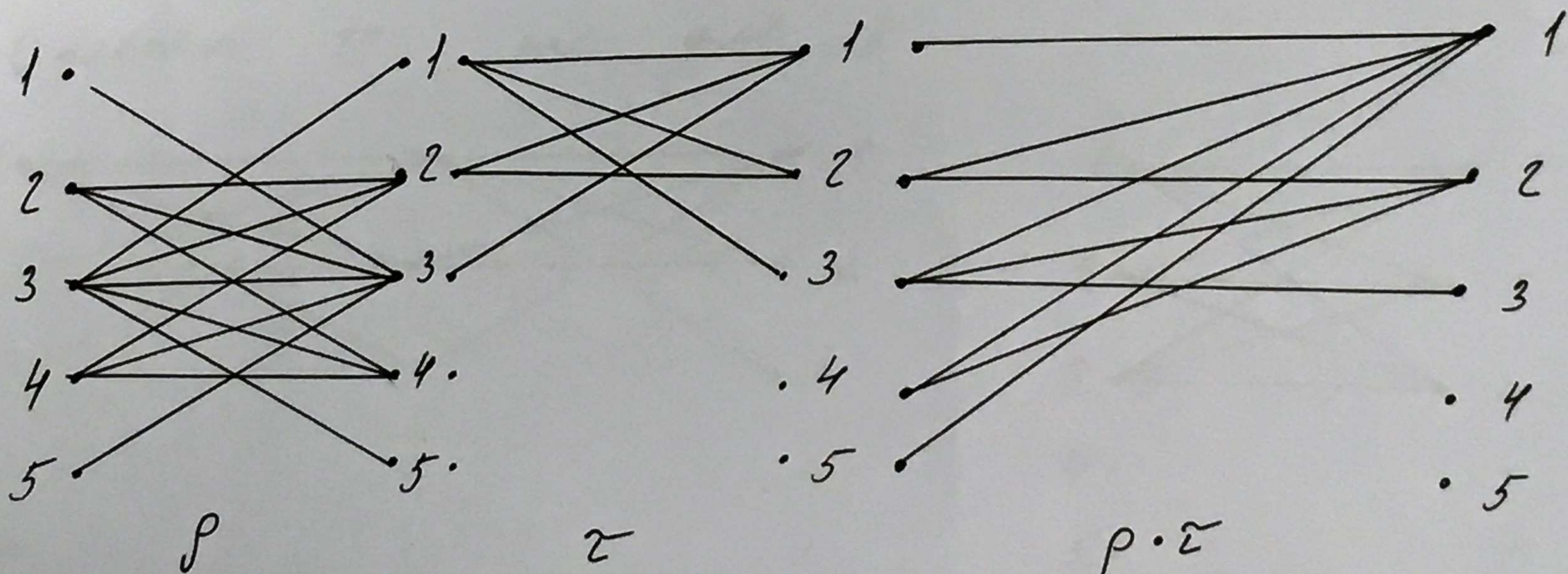
$$\tau(2) = \{1, 2\}$$

$$\tau(3) = \{1\}$$

$$\tau(4) = \emptyset$$

$$\tau(5) = \emptyset$$

Можно изобразить ρ , τ и $\rho \circ \tau$ следующим образом.



Запишем эти отношения в виде матриц:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ρ

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

τ

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

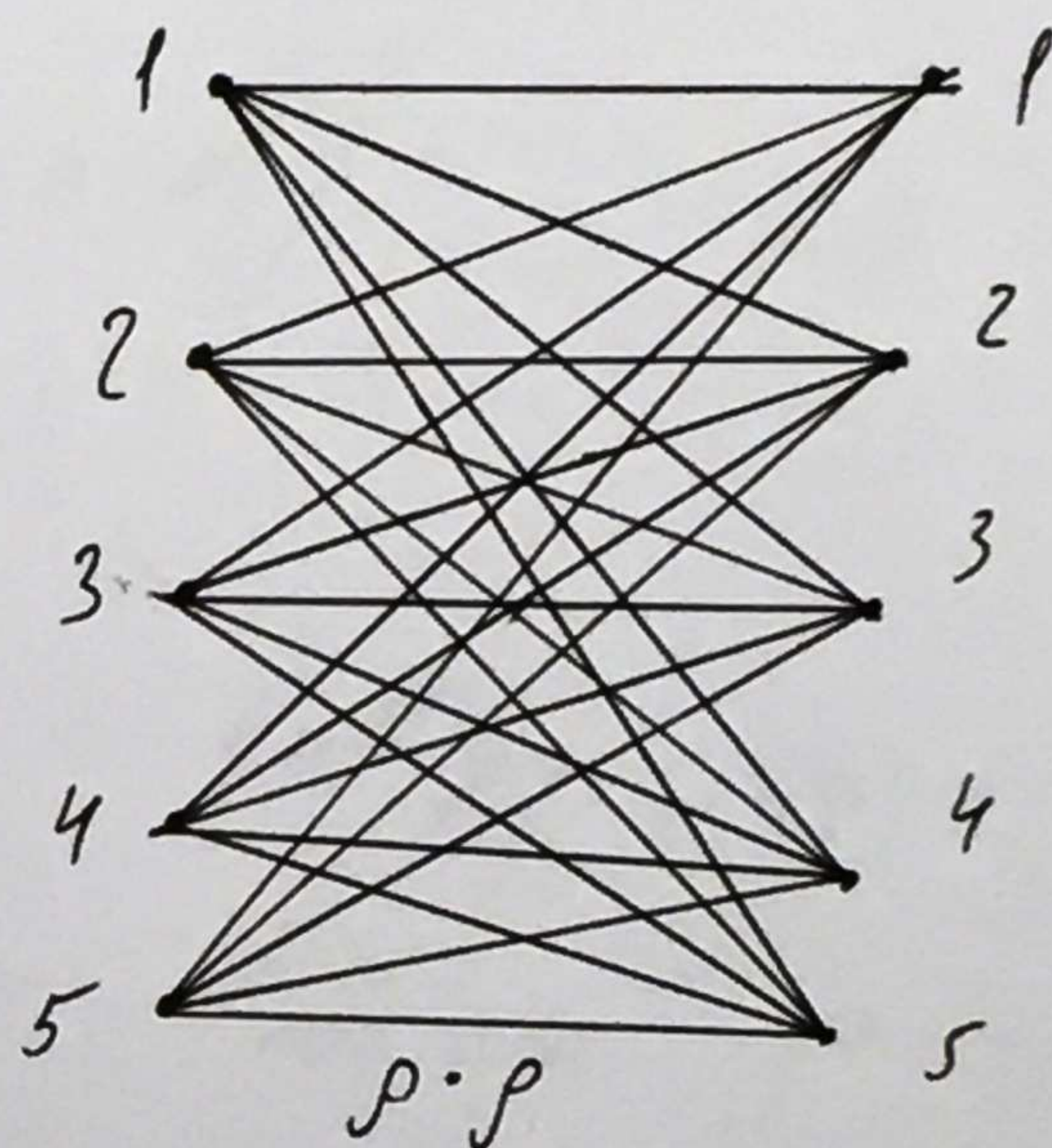
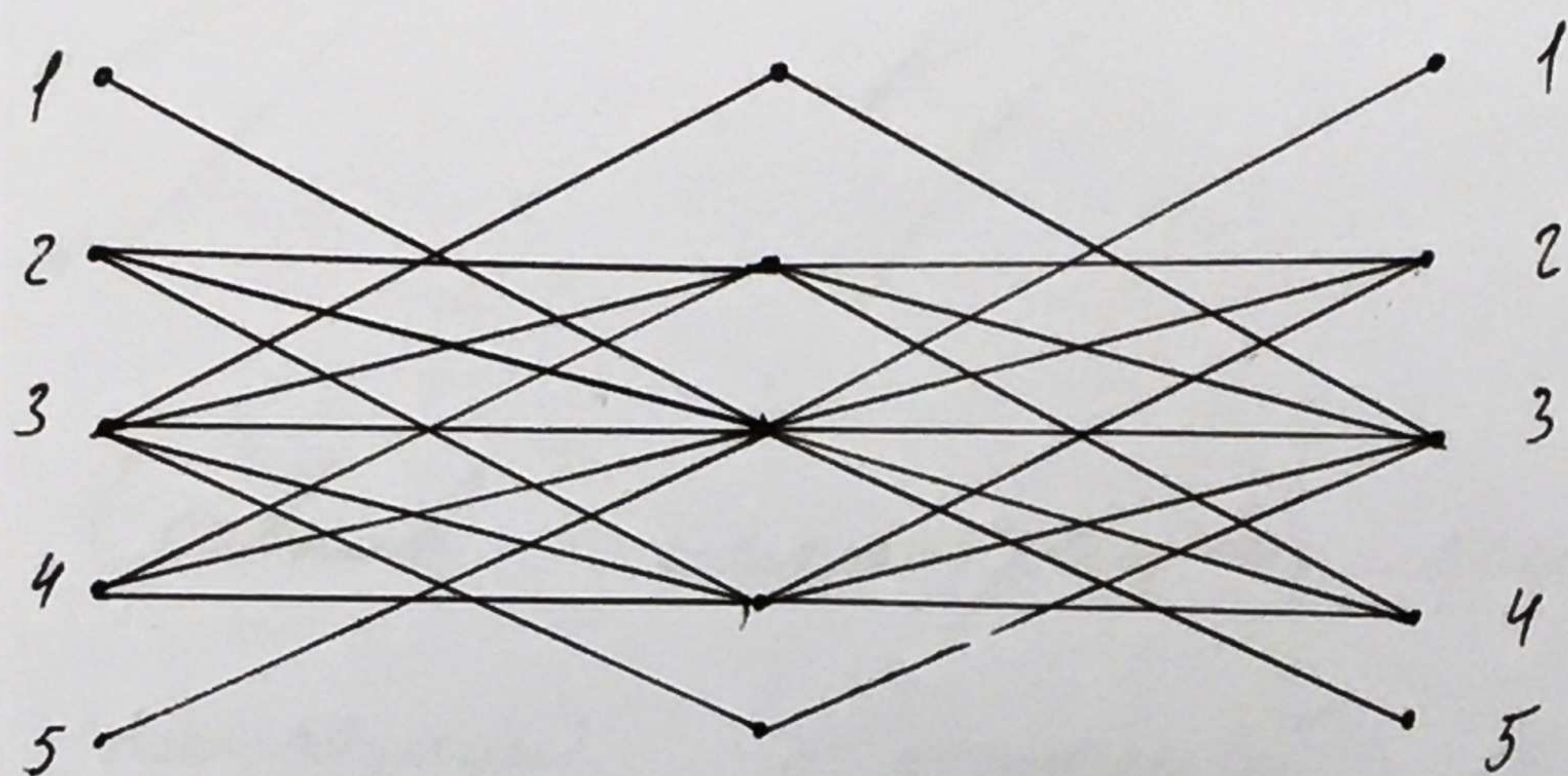
$\rho \circ \tau$

Все эти отношения ни рефлексивны, ни иррефлексивны.

Отношения ρ и τ являются симметричными, их композиция $\rho \circ \tau$ таковыми не является.

Все эти отношения не являются антисимметричными.

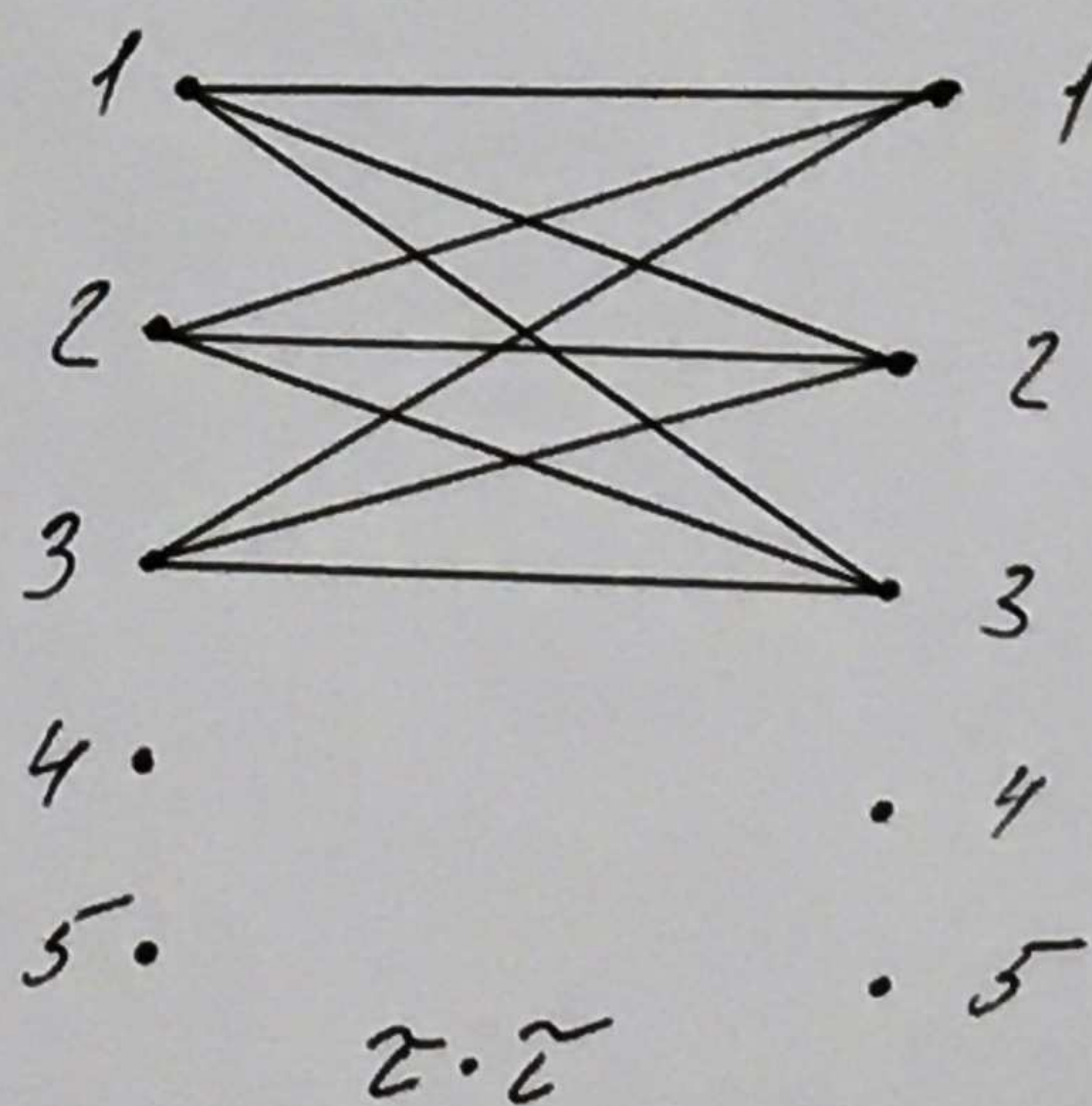
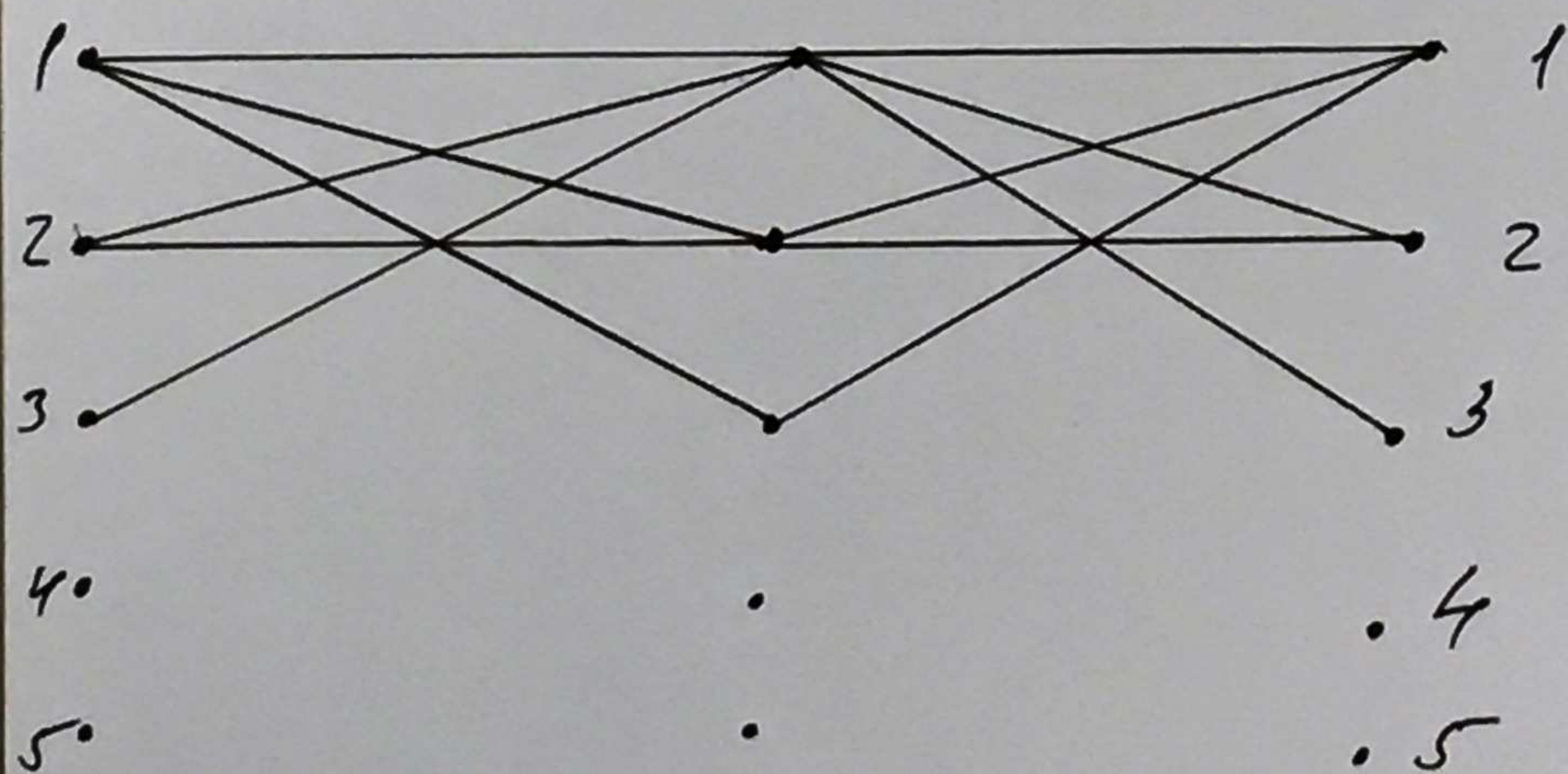
Изобразим исследование транзитивности этих отношений.



Очевидно, ρ - не транзитивное отношение.

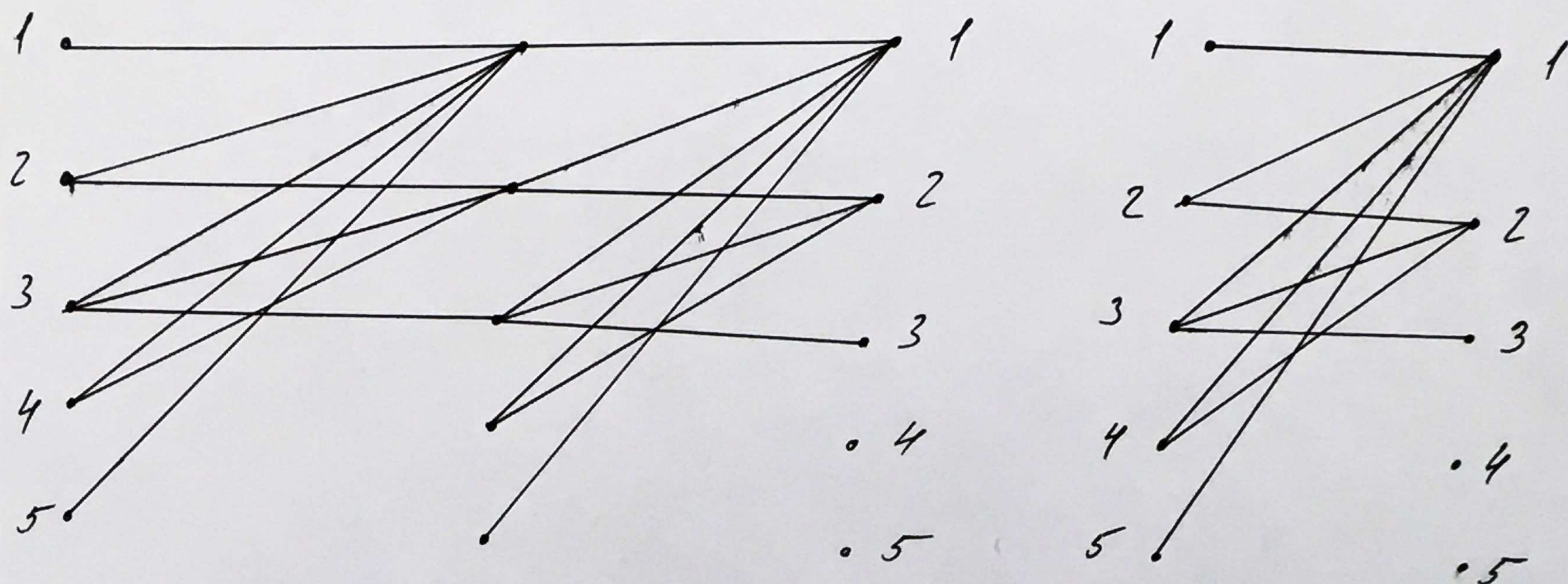
В этом убеждаемся, сравнив иллюстрацию справа с иллюстрацией на предыдущей странице.

Сделаем то же для τ :



Приходим к выводу, что отношение τ тоже не является транзитивным.

Теперь исследуем $\rho \cdot \tilde{\tau}$.



Сравнив иллюстрации, приходим к выводу, что композиция отношений ρ и $\tilde{\tau}$ (то есть $\rho \cdot \tilde{\tau}$) транзитивна.