# Wybrane Zagadnienia z Geodezji Wyższej

Ćwiczenie 1: Układy współrzędnych na elipsoidzie

Mateusz Kirpsza (311577)

15 stycznia 2022

# Spis treści:

# 1. Wstęp teoretyczny

## 1.1. Układy odniesienia na Ziemi

### a) Układ φλh

*Tak zwany układ współrzędnych geodezyjnych jest podstawą pomiarów geodezyjnych. Elipsoida obrotowa jest powierzchnią odniesienia, gdyż jest najbliższym przybliżeniem kształtu Ziemi. Elipsoidę charakteryzują długości półosi: dłuższej (oznaczana symbolem „a”), inaczej zwanej półosią równikową oraz krótszej (oznaczana symbolem „b”), inaczej półosi biegunowej. Na podstawie długości półosi można wyznaczyć wielkości typu: ekscentryczność/pierwszy mimośród (oznacza się symbolem $e^2$), eliptyczność/drugi mimośród (oznacza się symbolem $e'^2$) oraz spłaszczenie (oznacza się symbolem α). Ogólnym układem odniesienia jest elipsoida GRS80.*

*Wartościami definiującymi położenie w układzie φλh są:*

I. *Φ – czyli szerokość geodezyjna. Wartość oblicza się poprzez wyznaczenie kąta nachylenia normalnej do powierzchni elipsoidy, przechodzącej przez punkt pomiarowy, a płaszczyzną równika. Dla bieguna południowego wynosi -90°, dla równika 0°, a dla bieguna północnego 90°.*

II. *Λ – czyli długość geodezyjna. Wartość oblicza się poprzez wyznaczenie kąta dwuściennego pomiędzy płaszczyznami południków. Wartość 0° przypada dla południka przechodzącego przez Greenwich w Wielkiej Brytanii. Wartości rosną, aż do 360° w kierunku wschodnim.*

III. *H – wysokość nad powierzchnią elipsoidy. Wartość mierzy się wzdłuż normalnej do powierzchni elipsoidy.*

### b) Układ xyz

*Inaczej nazywany układem współrzędnych prostokątnych przestrzennych. Nawiązuje do układu kartezjańskiego, gdzie środkiem jest środek geometryczny elipsoidy. Płaszczyzna „xy” pokrywa się z płaszczyzną równika, a oś „z” z osią obrotu Ziemi. Można dokonać transformacji pomiędzy układem φλh, a xyz za pomocą następujących wzorów:*

$$x = (N + h)cos\phi cos\lambda$$
$$y = (N + h)cos\phi sin\lambda$$
$$z = [N(1 - e^2) + h]sin\phi$$

c) Układ neu

*Nazywany układem pomiarowym horyzontalnym geodezyjnym. Środkiem jest wybrany punkt na powierzchni Ziemi. Płaszczyzna „ne" jest prostopadła do normalnej w wybranym punkcie. Wartość „n" rośnie ku kierunkowi północnemu, „e" ku wschodowi, a „u: wraz z wzrostem wysokości. Aby otrzymać współrzędne w tym układzie należy zastosować odpowiednie wzory:*

$$\begin{bmatrix} n_{ij} \\ e_{ij} \\ u_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -sin\phi cos\lambda & -sin\phi sin\lambda & cos\phi \\ -sin\lambda & cos\lambda & 0 \\ cos\phi cos\lambda & cos\phi sin\lambda & sin\phi \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Delta X_{ij} \\ \Delta Y_{ij} \\ \Delta Z_{ij} \end{bmatrix}$$

*Wartości w ostatniej macierzy to przyrosty pomiędzy mierzonym punktem, a początkiem układu.*

## 1.2. Cel ćwiczenia

*Zadaniem było oswojenie się z nowo poznanymi układami współrzędnych oraz odnalezienie ich wad i zalet w tym ćwiczeniu.*

# 2. Przebieg ćwiczenia

## 2.1. Wyszukanie danych

*Na stronie flightaware.com wybrałem lot z Amsterdamu do Warszawy. Z zakładki Flight Track Log do oddzielnego pliku tekstowego wyselekcjonowałem dane z kolumn Latitude, Longitude oraz meteres. Dane zostały pobrane podczas lotu, więc trasa ucina się w Polsce zachodniej.*

## 2.2. Program

a) Inicjacja danych

*Zadanie zostało zrealizowane w środowisku MATLAB. W ćwiczeniu również użyto danych dla elipsoidy GRS80, a dokładnie wartości a i $e^2$. Do programu zostały wczytane dane z pliku tekstowego, które zostały zamienione na wektory wartości. Wczytane dane zostały podane w układzie geodezyjnym. Współrzędne lotniska w Amsterdamie zostały ręcznie wprowadzone w skrypcie.*

## b) Transformacja na xyz

*Kolejnym krokiem zadania była transformacja danych na układ xyz. Do obliczeń potrzebna była wartość pierwszego wertykału (oznaczona jako „N”). Następnie za pomocą wzorów została przeprowadzona transformacja współrzędnych lotu oraz lotniska.*

```
% współrzędne samolotu
N = (a./sqrt(1-e2 .* sind(phi) .* sind(phi)));
x = (N+h).*cosd(phi).*cosd(lambda);
y = (N+h).*cosd(phi).*sind(lambda);
z = (N.*(1-e2)+h).*sind(phi);

% lotniska współrzędne
NB = (a./sqrt(1-e2.*sind(phiB)));
XB = (NB+hB).*cosd(phiB).*cosd(lambdaB);
YB = (NB+hB).*cosd(phiB).*sind(lambdaB);
ZB = (NB.*(1-e2)+hB).*sind(phiB);
```

*Zdjęcie 1: Skrypt na obliczenie wertykału oraz transformacji współrzędnych*

## c) Transformacja na neu

*Następnym krokiem była transformacja danych z układu xyz na neu. Aby osiągnąć cel zostały stworzone dwie macierze: delt oraz obrotu. Dzięki temu zabiegowi uzyskaliśmy dane w neu z punktem przyłożenia na lotnisku w Amsterdamie.*

```
% zamiana xyz na neu
delta = [(x-XB)'
         (y-YB)'
         (z-ZB)'];

macierz_obrt = [-sind(phiB).*cosd(lambdaB) -sind(lambdaB) cosd(phiB).*cosd(lambdaB)
                -sind(phiB).*sind(lambdaB) cosd(lambdaB) cosd(phiB).*sind(lambdaB)
                cosd(phiB) 0 sind(phiB)];

macierz_obrt = transpose(macierz_obrt)

neu = macierz_obrt * delta

n = neu(1,:)';
e = neu(2,:)';
u = neu(3,:)';
```

*Zdjęcie 2: Transformacja danych na układ neu*

### d) Kolejne działania

*Aby uzyskać poprawne wyniki zostały obliczone również: odległość skośna (s), kąt zenitalny (zenit) oraz azymut(azymut). Dodatkowo została stworzona formuła do wyrównania wartości azymutu.*

```
%odległość skośna
s = sqrt(n.^n + e.^e + u.^u);

%kąt zenitalny
cosZenit = u ./ s
zenit = acosd(cosZenit);

%azymut
tanAzymut = e ./ n;
azymut = atand(tanAzymut);


%wyrównanie azymutów
 for i = 1:size(neu, 1)
 if ((n(i, 1) < 0) && (e(i, 1) > 0)) || ((n(i, 1) < 0) && (e(i, 1) < 0))
    azymut(i, 1) = azymut(i, 1) + 180
 elseif ((n(i, 1) > 0) && (e(i, 1) < 0))
     azymut(i, 1) = azymut(i, 1) + 360
 end
end
```

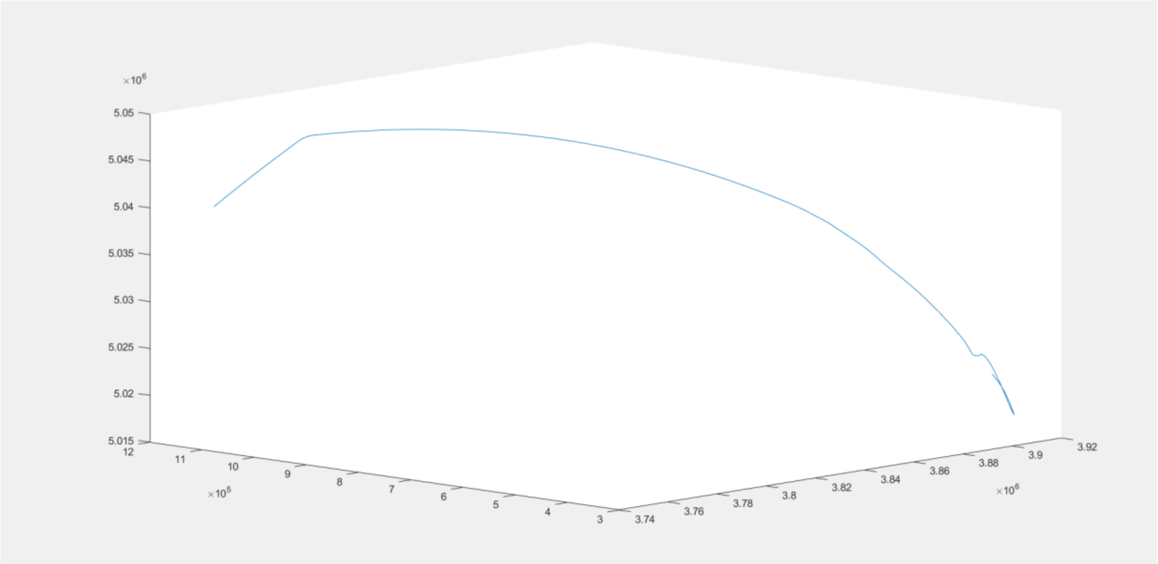
*Zdjęcie 3: Skrypt liczący odległość skośną, kąt zenitalny oraz azymut*

e) Wizualizacja danych i ich analiza

*Za pomocą polecenia geoscatter można zwizualizować trasę lotu w układzie φλh na tle mapy z siatką.W tym wypadku formuła wygląda następująco:* **geoscatter(phi,lambda,5,'ro').** *Podobnie trasa lotu wyglądała na stronie FlightAware.*

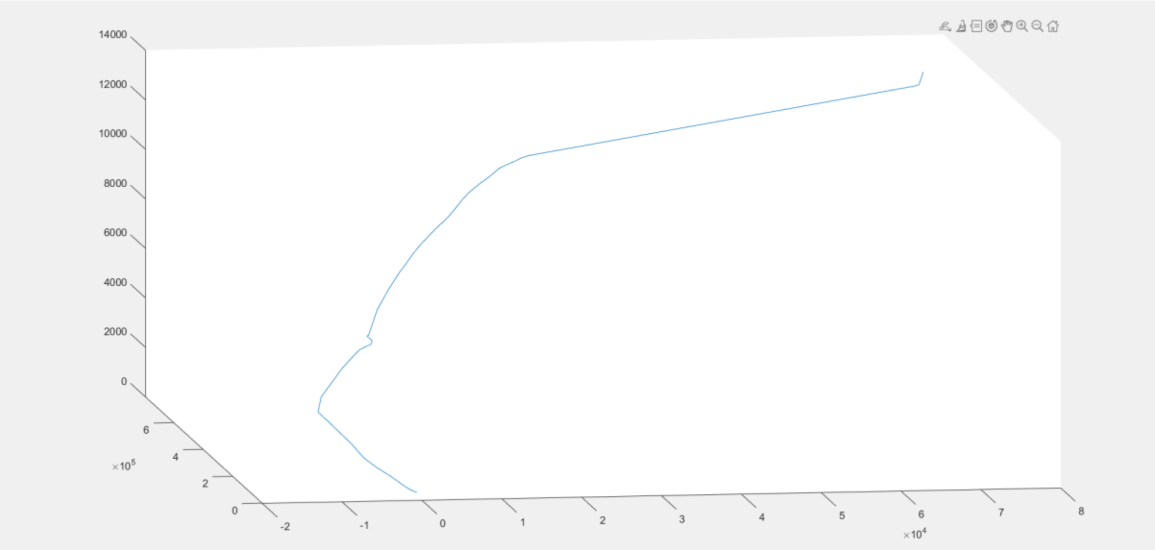

*Zdjęcie 4: Wizualizacja z polecenia geoscatter.*

*Kolejnym poleceniem wywołanym przez skrypt jest wykres lotu w układzie xyz. Została w tym celu użyta następująca komenda:* **plot3(x,y,z).**




*Zdjęcie 5: Wizualizacja w układzie xyz*

*Ostatnia wizualizacja obrazuje pułap lotu samolotu. Można zauważyć, że od pewnego momentu samolot utrzymuje jedną wysokość. Użyta do tego została następująca formuła:* ***plot3(n,e,h).***




*Zdjęcie 6: Wizualizacja wysokości samolotu*

# 3. Wnioski

I. *Mając dane jednego typu współrzędnych jesteśmy w stanie za pomocą różnych wzorów otrzymać je w innym układzie.*

II. *Układ neu jest niezbyt praktyczny, gdyż utrudnione jest śledzenie trasy lotu ze względu na jedno określone miejsce na Ziemi. Zaletą jest jednak dokładność pomiarów podczas lądowania i startu samolotu z lotniska, jeśli punktem odniesienia jest lotnisko.*

III. *Najbardziej przydatny wydaje się układ xyz, gdyż dane są uniwersalne w każdym miejscu na Ziemi. Przyczyną jest fakt, że środkiem układu jest geometryczny środek elipsoidy.*

IV. *Układ geodezyjny pozwala na odwzorowanie trasy bez wyznaczenia konkretnego punktu odniesienia jak w przypadku innych układów.*