

Análise Assintótica de Algoritmos

A solução das questões abaixo deve ser entregue em papel, escrito à caneta de cor azul ou preta, no início da aula do dia 23/09/2025. Não esqueça de colocar o seu nome nas folhas de resposta. Lembre de fazer as provas adequadamente: rabiscos jogados no papel ou cálculos jogados na folha sem nenhum texto explicativo não serão considerados.

1. (2.5 points) O algoritmo abaixo é um algoritmo muito famoso que resolve o problema de ordenação de um vetor de inteiros, ele é conhecido como BubbleSort. Ele **ordena** os elementos de um vetor de inteiros em ordem crescente. Calcule as complexidades (número de passos) de pior caso e de melhor caso do BubbleSort. **Prove** que suas respostas estão corretas.

```
1 void bubblesort(int A[], int n) {
2     for (int i = 0; i < n; i++)
3         for (int j = n-1; j > i; j--)
4             if (A[j] < A[j-1]) {
5                 int aux = A[j];
6                 A[j] = A[j-1];
7                 A[j-1] = aux;
8             }
9 }
```

2. (2.5 points) Prove cada uma das afirmações abaixo, justificando formalmente (usando definições, manipulações algébricas e implicações se for preciso). **Atenção:** Para resolver essa questão, você deve **obrigatoriamente** empregar a definição de notação Big-O vista em sala.

(a) Se $f(n) = 17$, então $f(n) = O(1)$

(b) $10n^2 + 200n + 500/n = O(n^2)$

(c) Seja $C(n, k)$ o número de combinações de n objetos tomados k a k . Prove que $C(n, 3) = O(n^3)$.

3. (2.5 points) Prove que $2n^2 - 20n - 50 \neq O(n)$

4. (2.5 points) Sejam as funções de complexidade $a(n) = n^2 - n + 549$ e $b(n) = 49n + 49$ referentes a certos algoritmos A e B , respectivamente. Para quais valores de n é melhor aplicar o Algoritmo A ? **Atenção:** Justifique a sua resposta mostrando todos os cálculos e o raciocínio que te levou até chegar à sua resposta.