**#57: Kamila Wachulec**

**Modelowanie Matematyczne**
**Zadanie projektowe nr 2: Estymacja parametrów modelu**
**semestr zimowy 2024/25**

Dane zawarte w pliku *data_57.csv* reprezentują wyniki pomiaru położenia trzech obiektów o identycznych masach, przyciągających się grawitacyjnie. Trajektorie ruchu tych obiektów opisane są następującym układem nieliniowych równań różniczkowych zwyczajnych drugiego rzędu:

$$
\begin{cases}
\dfrac{d^2x_1(t)}{dt^2} = Gm_2\dfrac{x_2(t)-x_1(t)}{r_{12}^3(t)} + Gm_3\dfrac{x_3(t)-x_1(t)}{r_{31}^3(t)} \\
\dfrac{d^2y_1(t)}{dt^2} = Gm_2\dfrac{y_2(t)-y_1(t)}{r_{12}^3(t)} + Gm_3\dfrac{y_3(t)-y_1(t)}{r_{31}^3(t)} \\
\dfrac{d^2x_2(t)}{dt^2} = Gm_3\dfrac{x_3(t)-x_2(t)}{r_{23}^3(t)} + Gm_1\dfrac{x_1(t)-x_2(t)}{r_{12}^3(t)} \\
\dfrac{d^2y_2(t)}{dt^2} = Gm_3\dfrac{y_3(t)-y_2(t)}{r_{23}^3(t)} + Gm_1\dfrac{y_1(t)-y_2(t)}{r_{12}^3(t)} \\
\dfrac{d^2x_3(t)}{dt^2} = Gm_1\dfrac{x_1(t)-x_3(t)}{r_{31}^3(t)} + Gm_2\dfrac{x_2(t)-x_3(t)}{r_{23}^3(t)} \\
\dfrac{d^2y_3(t)}{dt^2} = Gm_1\dfrac{y_1(t)-y_3(t)}{r_{31}^3(t)} + Gm_2\dfrac{y_2(t)-y_3(t)}{r_{23}^3(t)}
\end{cases}
$$

gdzie:

- $t$ oznacza czas,
- $x_k(t)$ i $y_k(t)$ to współrzędne położenia $k$-tego obiektu dla $k = 1, 2, 3$,
- $m_k$ to masa $k$-tego obiektu dla $k = 1, 2, 3$,
- $G$ to stała grawitacyjna,
- $r_{jk}(t) \equiv \sqrt{\left[x_k(t) - x_j(t)\right]^2 + \left[y_k(t) - y_j(t)\right]^2}$ dla $j, k = 1, 2, 3$.

Wyznacz współrzędne położenia tych obiektów w chwilach $t$ zapisanych w pliku *query_57.csv*.

---

Do oceny dokładności uzyskanego rozwiązania można wykorzystać funkcję środowiska MATLAB zawartą w pliku *test_solution_57.p*. Jej składnia jest następująca:

```
function test_solution_57(x1, y1, x2, y2, x3, y3)
```

gdzie `x1`, `y1`, `x2`, `y2`, `x3` i `y3` oznaczają wektory estymat współrzędnych $x_1$, $y_1$, $x_2$, $y_2$, $x_3$ i $y_3$, odpowiadających wartościom $t$ zapisanym w pliku *query_57.csv*. Funkcja ta umożliwia wyznaczenie wartości pewnego wskaźnika dokładności rozwiązania $\Delta$. Za w pełni zadowalające można uznać rozwiązanie charakteryzujące się wartością $\Delta < 6 \cdot 10^{-3}$.

Wskazówka: $m_1 = m_2 = m_3 \in [\frac{1}{10G}, \frac{10}{G}]$.