تصویر پردازی رقمی

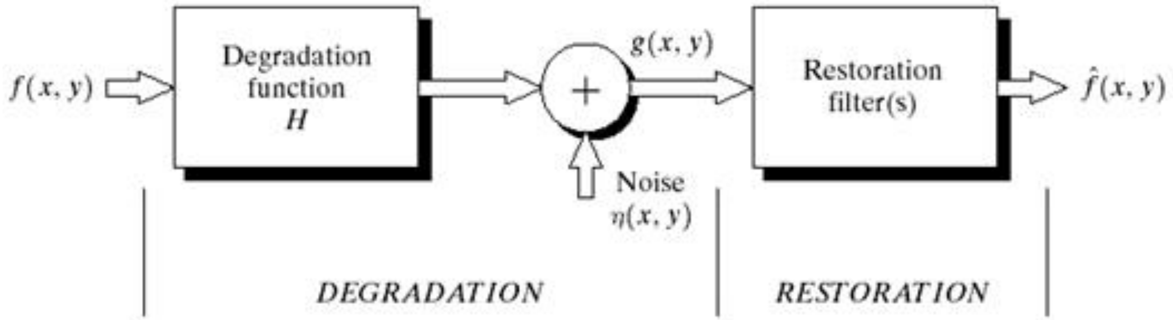
دکتر ملیحه ثابتی
استادیار گروه کامپیوتر دانشگاه آزاد اسلامی
واحد تهران شمال

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- همانند ارتقای تصویر، هدف اصلی تکنیک های بازیابی تصویر، بهبود تصویر با توجه تکنیک های از قبل تعریف شده است
- مدل فرایند تنزل کیفیت – بازیابی تصویر
  - تابع تنزل به همراه جمله نویز افزایشی بر روی تصویر ورودی $f(x,y)$ عمل می کند تا تصویر تنزل یافته $g(x,y)$ را تولید نماید
  - با توجه به وجود $g(x,y)$، اطلاعات مربوط به تابع تنزل $h(x,y)$ و اطلاعات مربوط به جمله نویز افزایشی $n(x,y)$، هدف بازیابی و بدست آوردن تخمین تصویر اصلی یعنی $\hat{f}(x,y)$ است
  - می خواهیم این تخمین تا حد امکان به تصویر ورودی اصلی نزدیک باشد. بطور کلی هر چه بیشتر راجع به $h(x,y)$ و $n(x,y)$ بدانیم تخمین ما به واقعیت نزدیک تر خواهد شد

$$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y) + n(x,y)$$

$$G(u,v) = H(u,v)F(u,v) + N(u,v)$$



فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- مقایسه دو تصویر f و $\hat{f}$
  - معیار کیفی
    - وابسته به احساس بشر است
  - معیار کمی
    - میانگین مربعات خطا (MSE)
    - نسبت توان سیگنال به نویز (SNR)
    - Peak signal to noise ratio (PSNR)

$$MSE = \frac{\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}\left|f(m,n)-\hat{f}(m,n)\right|^2}{MN}$$

$$SNR = \frac{\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}\left|f(m,n)\right|^2}{\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}\left|f(m,n)-\hat{f}(m,n)\right|^2}$$

$$PSNR = 10\times\log\left(\frac{255^2}{MSE}\right)$$

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- معیار SNR
  - تصاویری با نویز اندک، **SNR** بالایی دارند و برعکس همان تصویر با سطوح بالاتر نویز، **SNR** پایینی دارد
  - این کمیت نسبت توان سیگنال حامل اطلاعات (تصویر اصلی تنزل نیافته) به توان نویز را به دست می دهد
- معیار PSNR

$$PSNR = 10 \times \log\left(\frac{255^2}{MSE}\right)$$

- بصورت کلی، اگر هر پیکسل را با **B** بیت بتوان نشان داد فرمول مذکور بصورت زیر تغییر می نماید

$$PSNR = 10 \times \log\left(\frac{(2^B - 1)^2}{MSE}\right)$$

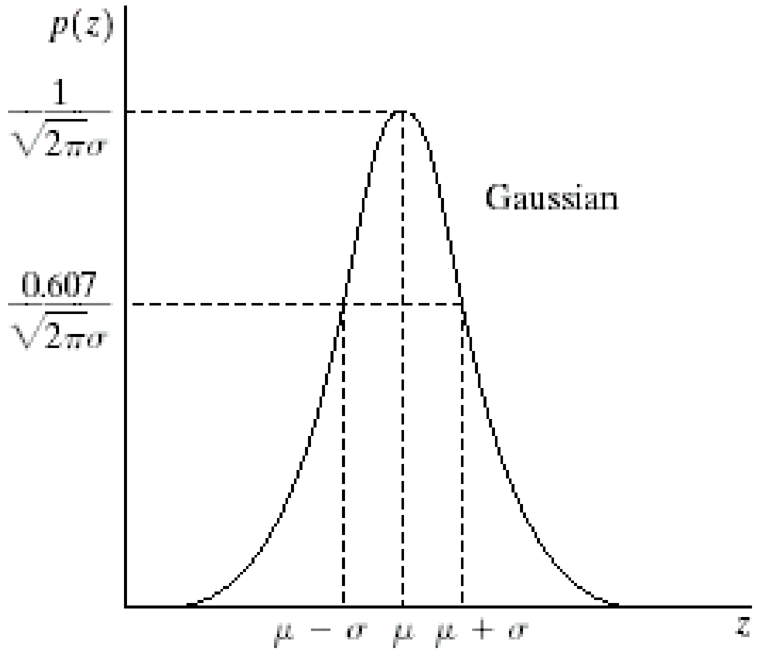
فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- خواص فرکانسی نویز
  - وقتی طیف فوریه نویز ثابت است نویز را سفید گویند
- خواص مکانی نویز
  - در این فصل فرض می کنیم که نویز مستقل از مختصات مکانی است و با خود تصویر، همبستگی ندارد (یعنی بین مقادیر پیکسل و مقادیر مولفه های نویز، همبستگی وجود ندارد)
- توابع مهم چگالی احتمال نویز
  - نویز گوسی
  - نویز رایلی
  - نویز ارلانگ
  - نویز توانی
  - نویز یکنواخت
  - نویز ضربه ای

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

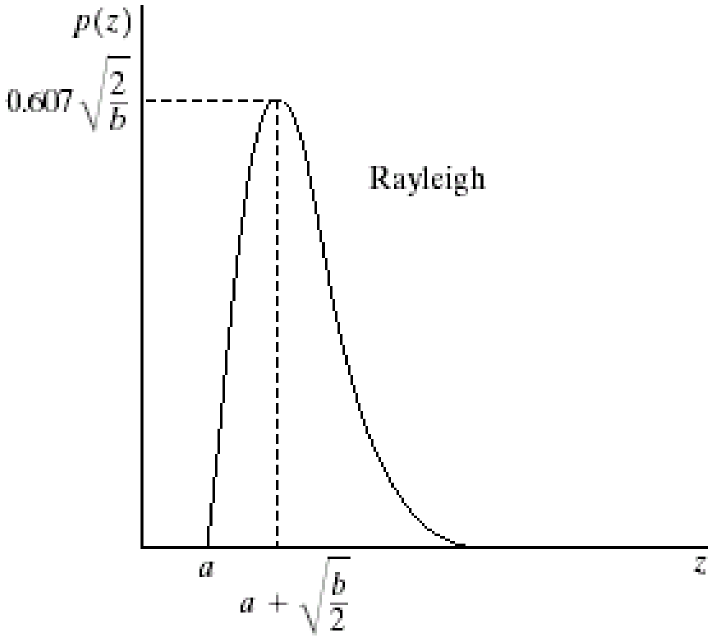
- نویز گوسی
  - مدل های نویز گوسی (که نرمال نیز نامیده می شود) غالبا در عمل بکار می روند در حقیقت این قابلیت ردیابی، به حدی ساده است که منجر به مدل های گوسی می شود که حتی در وضعیت هایی که تا حدی قابل اعمال هستند نیز بکار می رود

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-(z-\mu)^2/2\sigma^2}$$



- که **z** نشان دهنده شدت، μ مقدار میانگین و σ انحراف استاندارد است

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر



- نویز رایلی
  - PDF مربوط به نویز رایلی بصورت زیر مشخص می شود

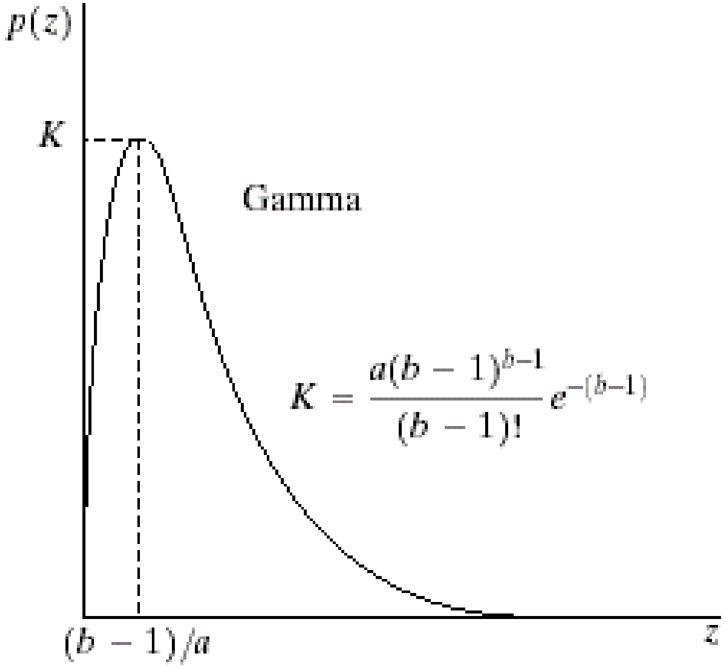
$$p(z)=\begin{cases}\frac{2}{b}(z-a)e^{-(z-a)^2/b} & \text{for } z\geq a\\ 0 & \text{for } z<a\end{cases}$$

  - چگالی رایلی می تواند برای هیستوگرام اریب، تخمینی مفید باشد

$$\mu=a+\sqrt{\pi b/4}\ \text{ and } \sigma^2=\frac{b(4-\pi)}{4}$$

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- نویز ارلانگ (گاما)
  - PDF نویز ارلانگ بصورت زیر مشخص می شود



$$p(z) = \begin{cases} \dfrac{a^b z^{b-1}}{(b-1)!} e^{-az} & \text{for } z \geq 0 \\ 0 & \text{for } z < 0 \end{cases}$$

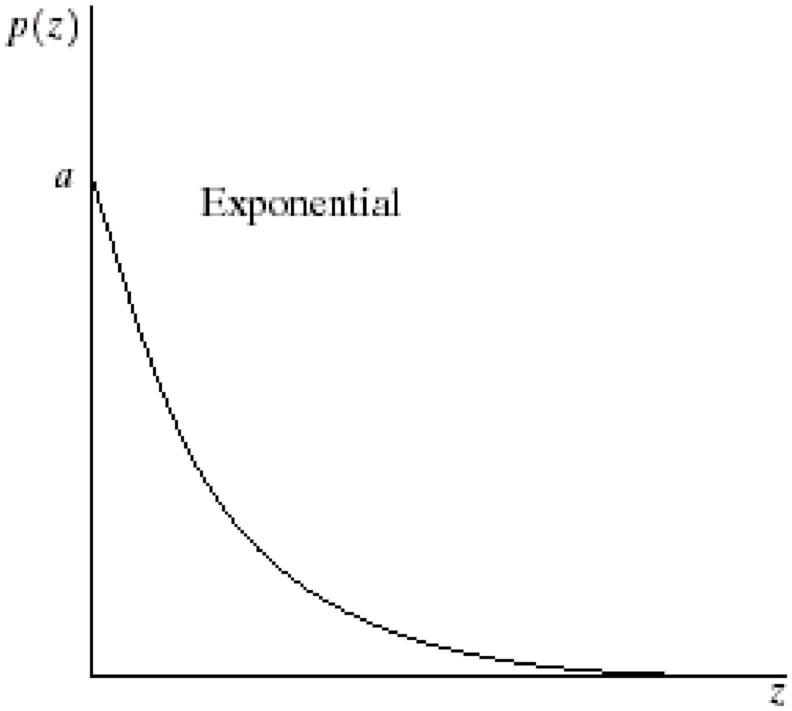
$$\mu = b/a \text{ and } \sigma^2 = \frac{b}{a^2}$$

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- نویز توانی (نمایی)
- PDF مربوط به نویز توانی بصورت زیر مشخص می شود که a>0 است

$$p(z) = \begin{cases} ae^{-az} & \text{for } z \geq 0 \\ 0 & \text{for } z < 0 \end{cases}$$

$$\mu = 1/a \ \text{ and } \sigma^2 = \frac{1}{a^2}$$

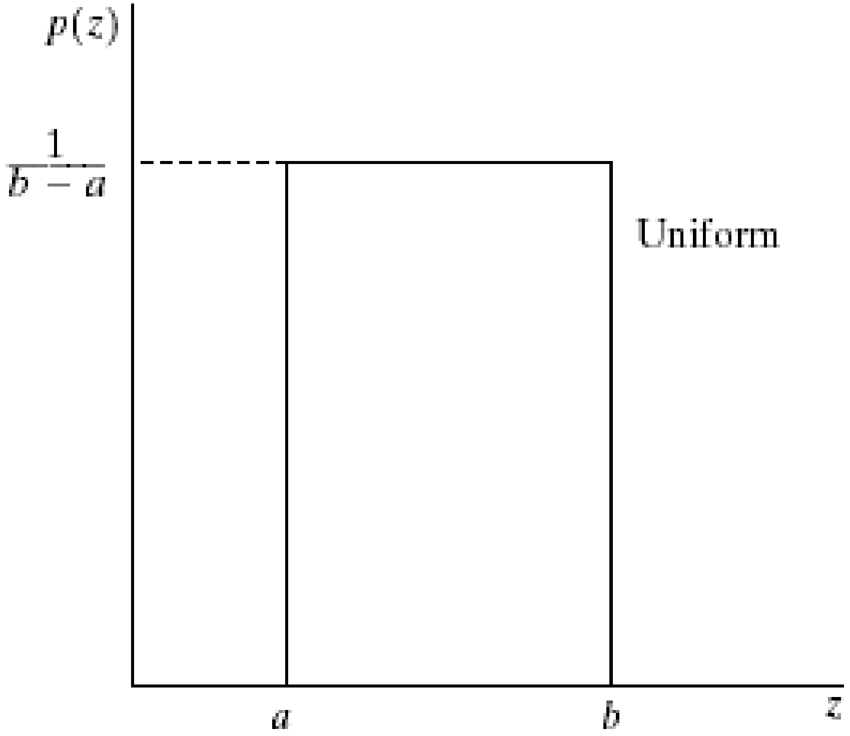


فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- نویز یکنواخت
  - PDF نویز یکنواخت بصورت زیر مشخص می شود

$$p(z)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a} & \text{if } a\le z\le b\\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}$$

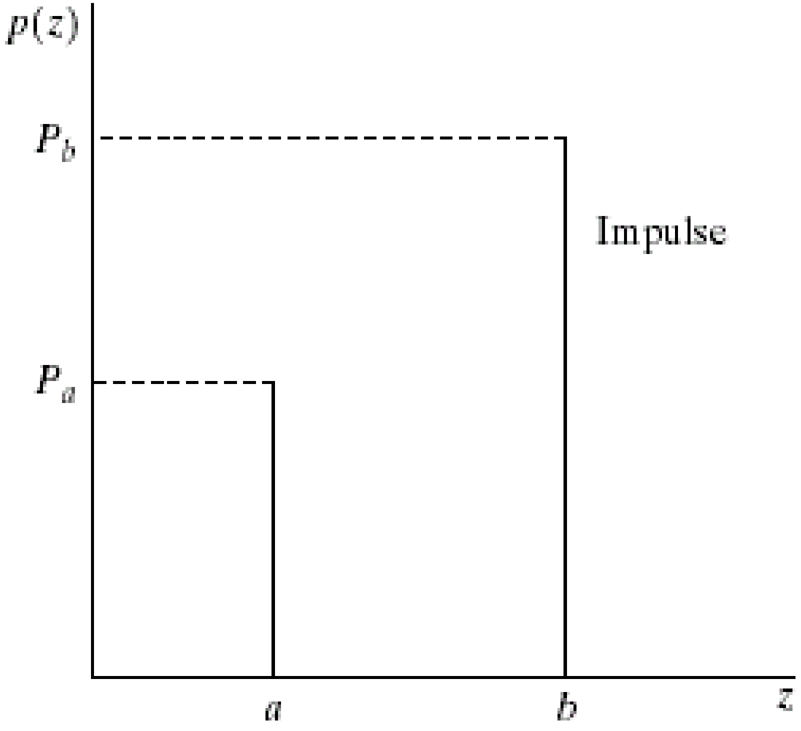
$$\mu=(a+b)/2 \text{ and } \sigma^2=\frac{(b-a)^2}{12}$$



فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- نویز ضربه ای (نمک و فلفل)
  - PDF نویز ضربه ای (دوقطبی) بصورت زیر مشخص می شود

$$p(z)=\begin{cases} P_a & \text{for } z=a \\ P_b & \text{for } z=b \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



- اگر P_a یا P_b صفر باشند نویز ضربه را تک قطبی می نامند
- اگر P_a و P_b تقریبا برابر باشند مقادیر نویز ضربه شبیه دانه های نمک و فلفل هستند که بطور تصادفی توزیع شده اند به همین دلیل ضربه دوقطبی را نویز نمک و فلفل می نامند
- ضربه های نویز می توانند منفی یا مثبت باشند
  - ضربه های منفی بصورت نقاط سیاه (فلفل) و ضربه های مثبت بصورت نویز سفید (نمک) در تصویر ظاهر می گردند

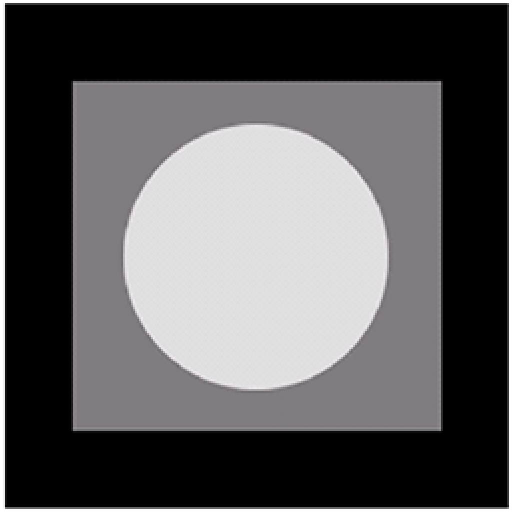
فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

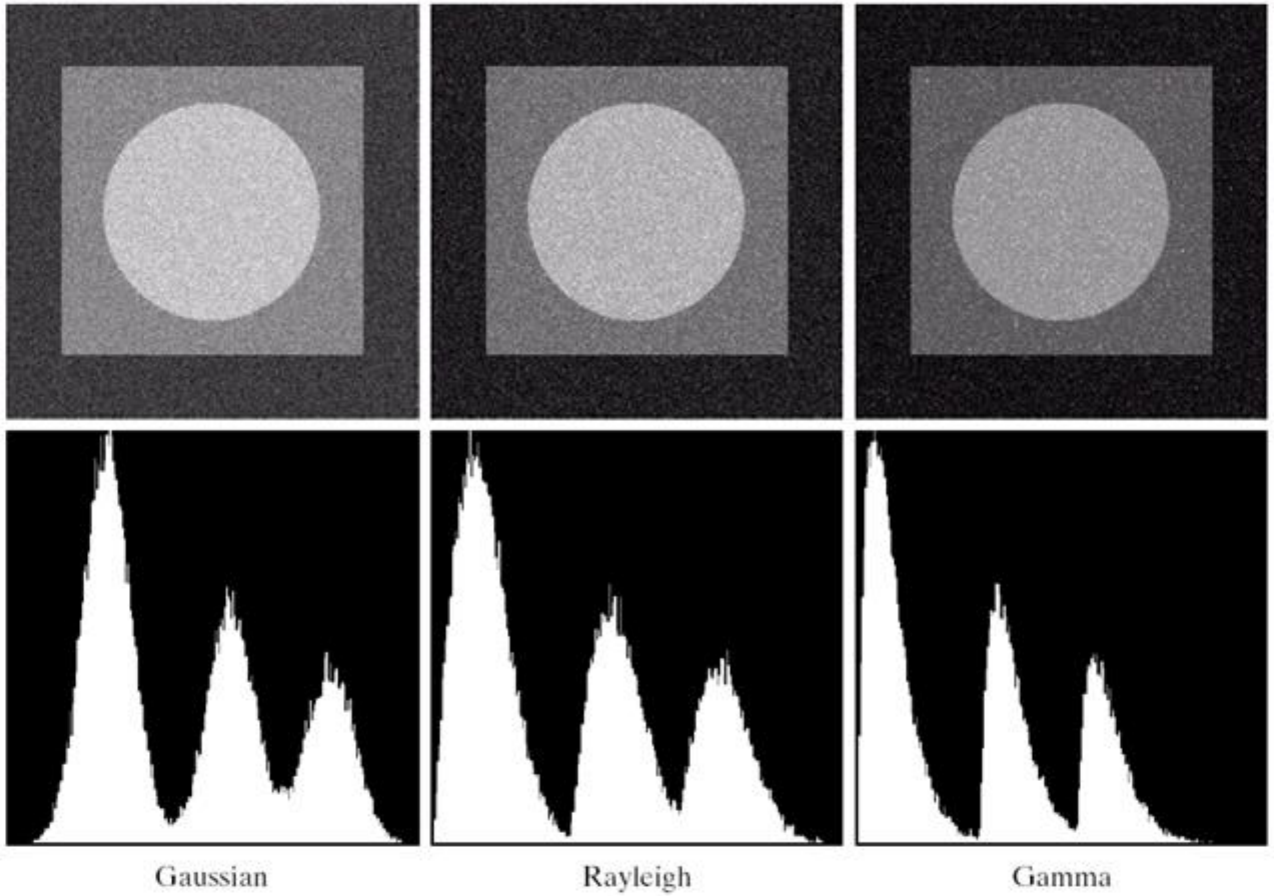
- PDF های قبلی، بعنوان یک گروه، ابزار مفیدی برای مدل سازی گستره وسیعی از وضعیت های تخریب است که در عمل مشاهده می شود
  - عواملی مثل نویز مدار الکترونیک و نویز حسگر به خاطر نور ضعیف یا حرارت بالا، نویز گوسی در تصویر بوجود می آید
  - شدت رایلی در مشخص کردن پدیده نویز در تصویر برداری محدوده ای مفید است
  - شدت های گاما و توانی، کاربردهایی در تصویربرداری لیزری پیدا کردند
  - نویز ضربه در و ضعیت هایی پیدا می شود که گذارهای سریع مثل سوئیچینگ نادرست، در اثنای تصویربرداری اتفاق می افتند
  - چگالی یکنواخت در وضعیت های عملی کمتر اتفاق می افتد اما شدت یکنواخت بعنوان مبنایی برای مولدهای اعداد تصادفی محسوب می شود که در شبیه سازی بکار می آیند

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- تصاویر نویز دار و هیستوگرام های آنها

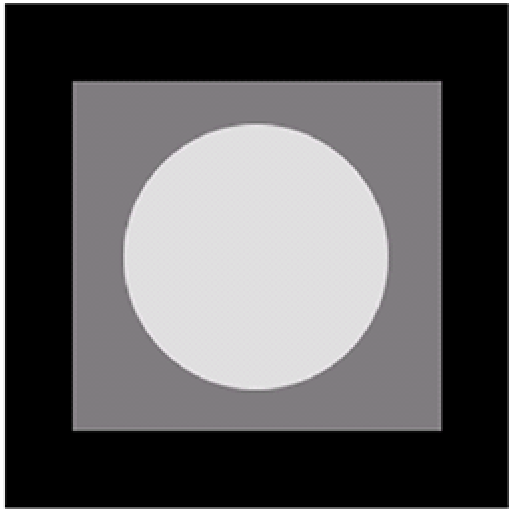
تصویر اصلی

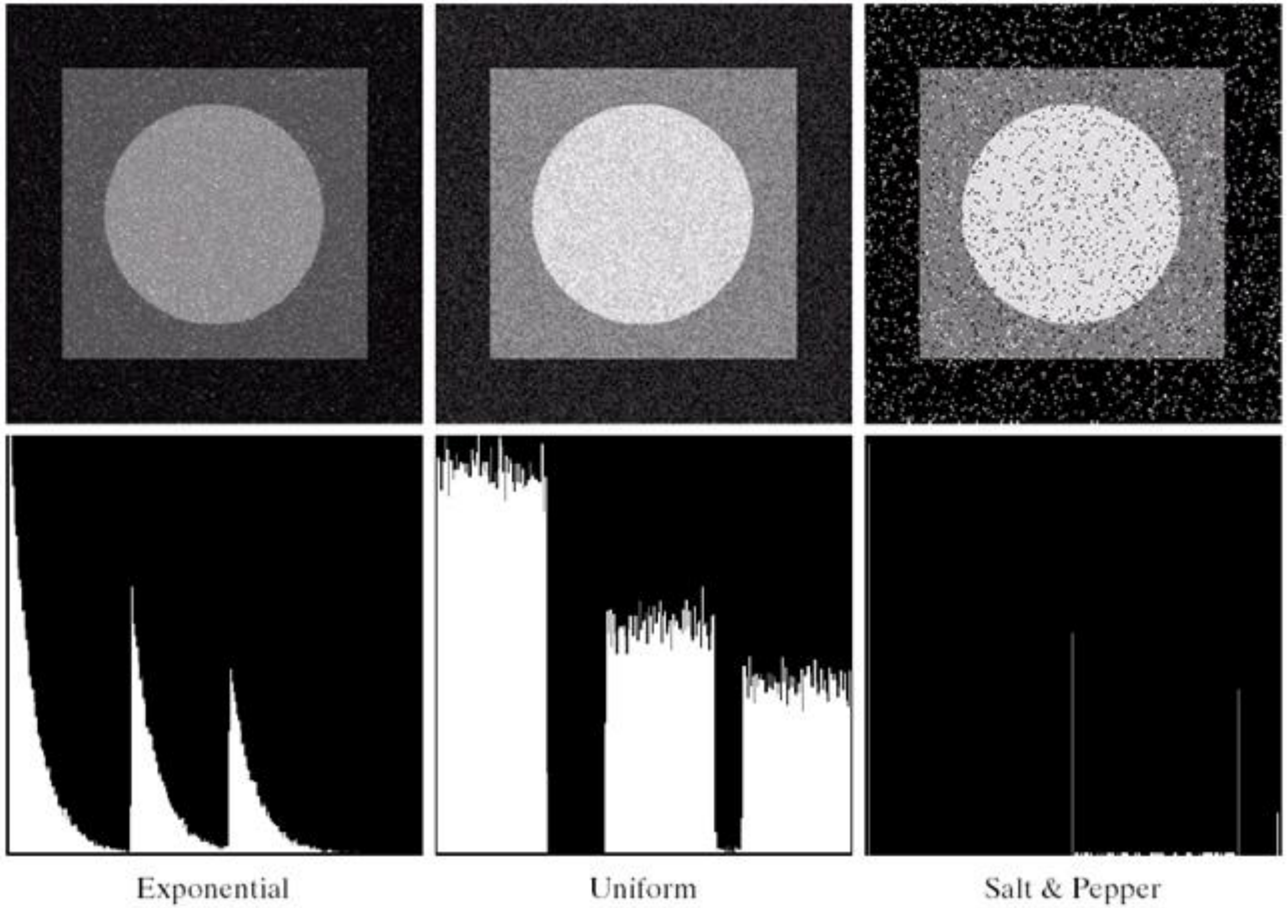




فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

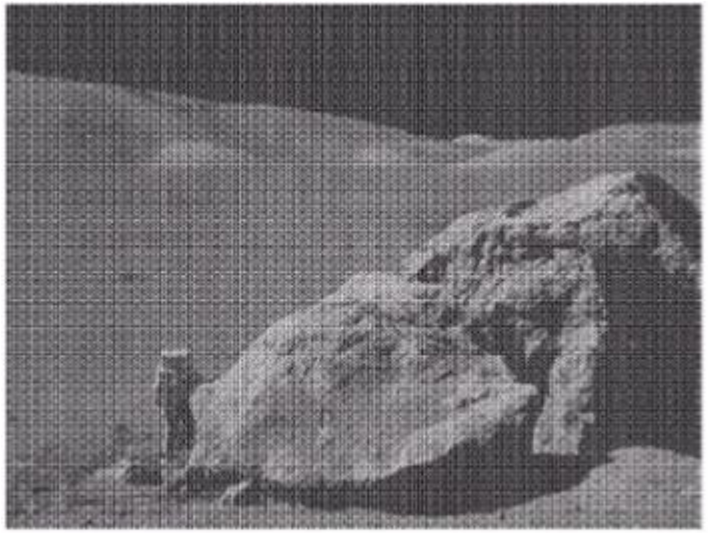
تصویر اصلی





فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- نویز متناوب (پریودیک)
  - نویز متناوب در یک تصویر، ناشی از تداخل الکترومغناطیسی یا الکتریکی در اثنای تصویربرداری است این نویز تنها نویز وابسته به مکان است که در این فصل بررسی خواهد شد
  - نویز متناوب می تواند از طریق فیلتر کردن حوزه فرکانس، کاهش یابد



فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- تابع چگالی احتمال نویز:
  - بر اساس مدل کردن: مشخصات حسگر
  - بر اساس آزمایش: در صورت در دسترس بودن دوربین، تهیه تصاویری از یک صحنه یکنواخت
  - بر اساس مشاهده: اگر تنها تصویر نویزی در دسترس است، انتخاب بخش از تصویر که مربوط به یک صحنه یکنواخت باشد

برآورد پارامترهای نویز

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- در بیشتر موارد، فقط نیاز به تخمین میانگین و واریانس است و بقیه پارامترها را می‌توان با استفاده از میانگین و واریانس تخمین زد. فرض کنید یک زیر تصویر با صحنه‌ای ساده در دسترس است و با **S** نشان داده می‌شود:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{N_S} \sum_{(x_i, y_i) \in S} z(x_i, y_i)$$

$$\hat{\sigma}_2^{\,2} = \frac{1}{N_S - 1} \sum_{(x_i, y_i) \in S} \left(z(x_i, y_i) - \hat{\mu}\right)^2$$

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- بازیابی تصویر با حضور فقط نویز
  - وقتی تنها عامل تنزل کیفیت تصویر، نویز باشد

$$
\begin{cases}
g(x,y) = f(x,y) + n(x,y) \\
G(u,v) = F(u,v) + N(u,v)
\end{cases}
$$

  - فیلتر کردن مکانی، در مواردی که فقط نویز تصادفی افزایشی وجود دارد مناسب است
- فیلترهای میانگین
  - فیلتر میانگین حسابی
  - فیلتر میانگین هندسی
  - فیلتر میانگین هارمونیک
  - فیلتر میانگین ضدهارمونیک

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- فیلتر میانگین حسابی

- این فیلتر، ساده ترین فیلتر میانگین است فرض کنید **S_{xy}**، مجموعه ای از مختصات را در پنجره چهارگوش زیر تصویری با اندازه **$m \times n$** نمایش می دهد که مرکز آن نقطه **(x,y)** است. فیلتر میانگین حسابی، مقدار میانگین تصویر تخریب شده **g(x,y)** را در ناحیه تعریف شده توسط **S_{xy}** نشان می دهد

$$\hat{f}(x,y) = \frac{1}{mn} \sum_{(s,t) \in S_{x,y}} g(s,t)$$

- فیلتر میانگین، تغییرات محلی را در تصویر هموار می کند و نویز در اثر مات شدگی کاهش می یابد

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- فیلتر میانگین هندسی
  - تصویر بازیابی شده با استفاده از فیلتر میانگین هندسی، با عبارت زیر مشخص می شود

$$\hat{f}(x,y)=\left[\prod_{(s,t)\in S_{x,y}} g(s,t)\right]^{\frac{1}{mn}}$$

  - فیلتر میانگین هندسی، هموار سازی را مثل فیلتر میانگین حسابی انجام می دهد اما در این فرایند، جزییات کمتری از تصویر از دست می رود

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- فیلتر میانگین هارمونیک
  - عملیات فیلتر کردن میانگین هارمونیک، با عبارت زیر مشخص می شود

$$\hat{f}(x,y)=\frac{mn}{\sum_{(s,t)\in S_{x,y}}\frac{1}{g(s,t)}}$$

  - فیلتر میانگین هارمونیک، برای نویز نمکی کار می کند ولی برای نویز فلفلی با شکست مواجه می شود علاوه بر این، با سایر انواع نویز مثل نویز گوسی نیز خوب کار می کند

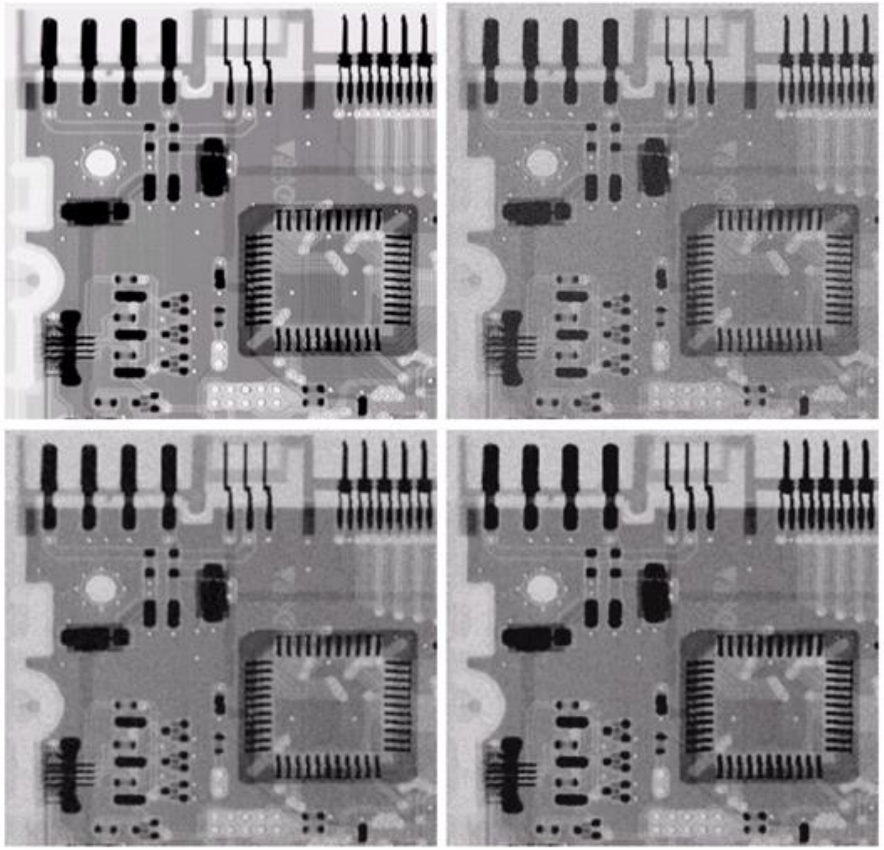
فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- فیلتر میانگین ضد هارمونیک
  - عملیات فیلتر کردن میانگین ضد هارمونیک، با عبارت زیر مشخص می شود

$$\hat{f}(x,y)=\frac{\sum_{(s,t)\in S_{x,y}} g(s,t)^{Q+1}}{\sum_{(s,t)\in S_{x,y}} g(s,t)^{Q}}$$

  - که Q مرتبه فیلتر نام دارد این فیلتر برای کاهش یا حذف مجازی آثار نویز نمک و فلفل بکار می رود
  - برای مقادیر مثبت Q، این فیلتر نویز فلفلی را حذف می کند برای مقادیر منفی Q نویز نمکی حذف می شود
  - اگر Q=0 باشد فیلتر ضد هارمونیک به فیلتر میانگین حسابی و اگر Q=-1 باشد فیلتر ضد هارمونیک به میانگین هارمونیک تبدیل می شود

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر



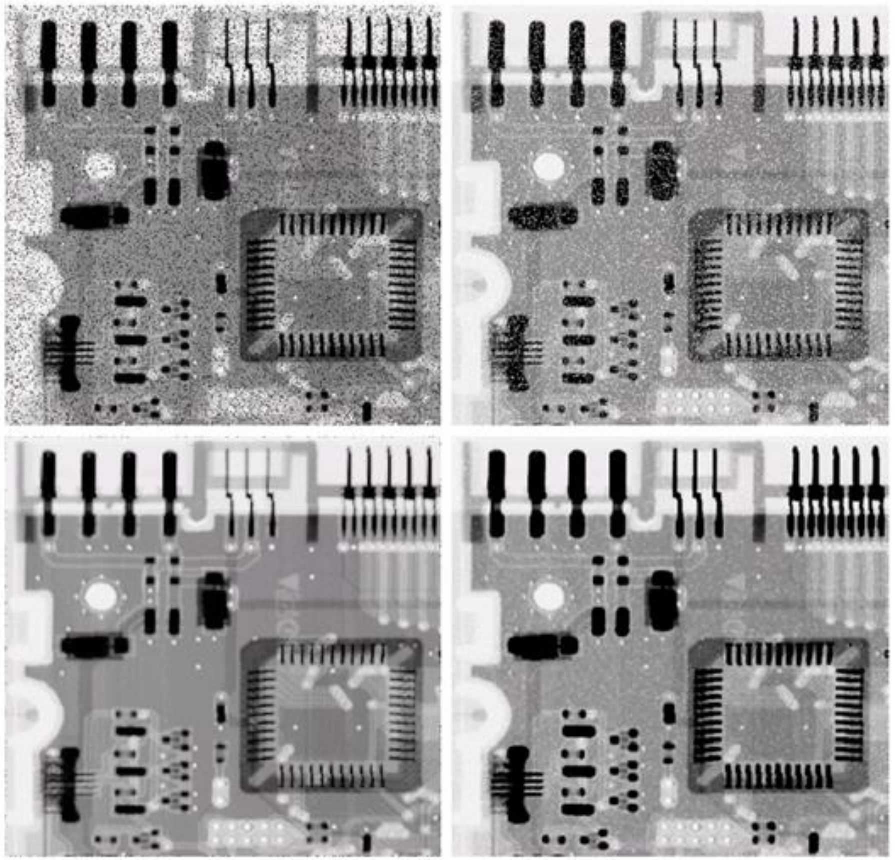
تصویر اصلی — تصویرنویزی

نتیجه فیلتر میانگین حسابی — نتیجه فیلتر میانگین هندسی

- تصویر روبرو، تصویر اشعه ایکس از برد مدار را نشان می دهد
  - این تصویر با نویز گوسی افزایشی با میانگین صفر و واریانس ۴۰۰ تخریب شده است
  - گرچه هر دو فیلتر کار تضعیف نویز را انجام می دهند ولی فیلتر میانگین هندسی، تصویر را به اندازه فیلتر حسابی مات نمی کند

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

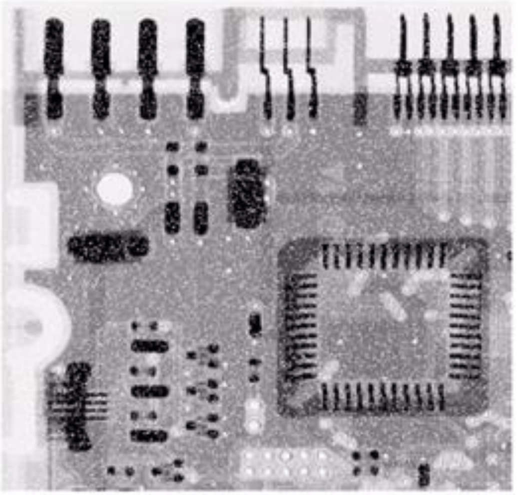
- تصویر روبرو، تصویر اشعه ایکس از برد مدار را نشان می دهد
  - تصاویری که بوسیله نویز نمک و فلفل با احتمال ۰.۱ بطور جداگانه تخریب شدند
  - هر دو فیلتر، کار خوبی را درکاهش اثر نویز انجام می دهند فیلتری با مرتبه مثبت، پس زمینه را بهتر تمیز می کند ولی ناحیه های تاریک را نازک و مات می کند برای فیلتری با مرتبه منفی، نتیجه برعکس است
  - بطور کلی، فیلترهای میانگین حسابی و هندسی برای نویز تصادفی مثل نویز گوسی یا یکنواخت مناسب است فیلتر ضدهارمونیک برای نویز ضربه ای مناسب است اما عیبش این است که باید معلوم باشد که آیا نویز، تاریک یا روشن است تا بتوان علامت مناسبی را برای Q انتخاب کرد


تصویرآغشته به نویز نمک | تصویرآغشته به نویز فلفل
فیلتر ضدهارمونیک مرتبه ۱.۵- | فیلتر ضدهارمونیک مرتبه ۱.۵

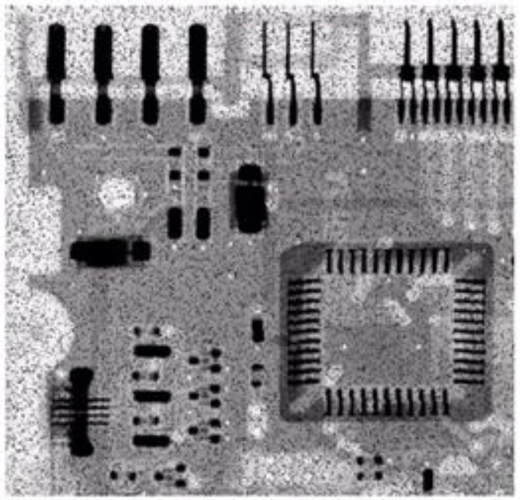
فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

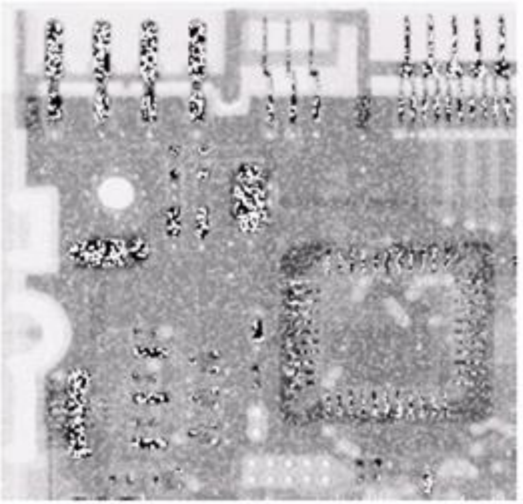
- تصویر زیر، نتیجه انتخاب نادرست علامت Q در فیلتر ضد هارمونیک را نشان می دهد

تصویرآغشته به نویز نمک

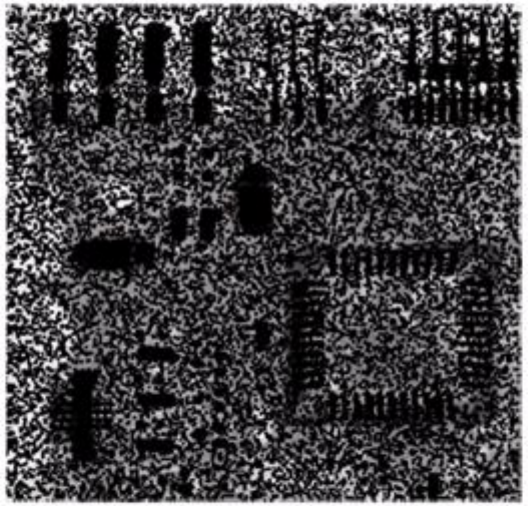


تصویرآغشته به نویز فلفل





فیلتر ضدهارمونیک مرتبه ۱.۵



فیلتر ضدهارمونیک مرتبه -۱.۵

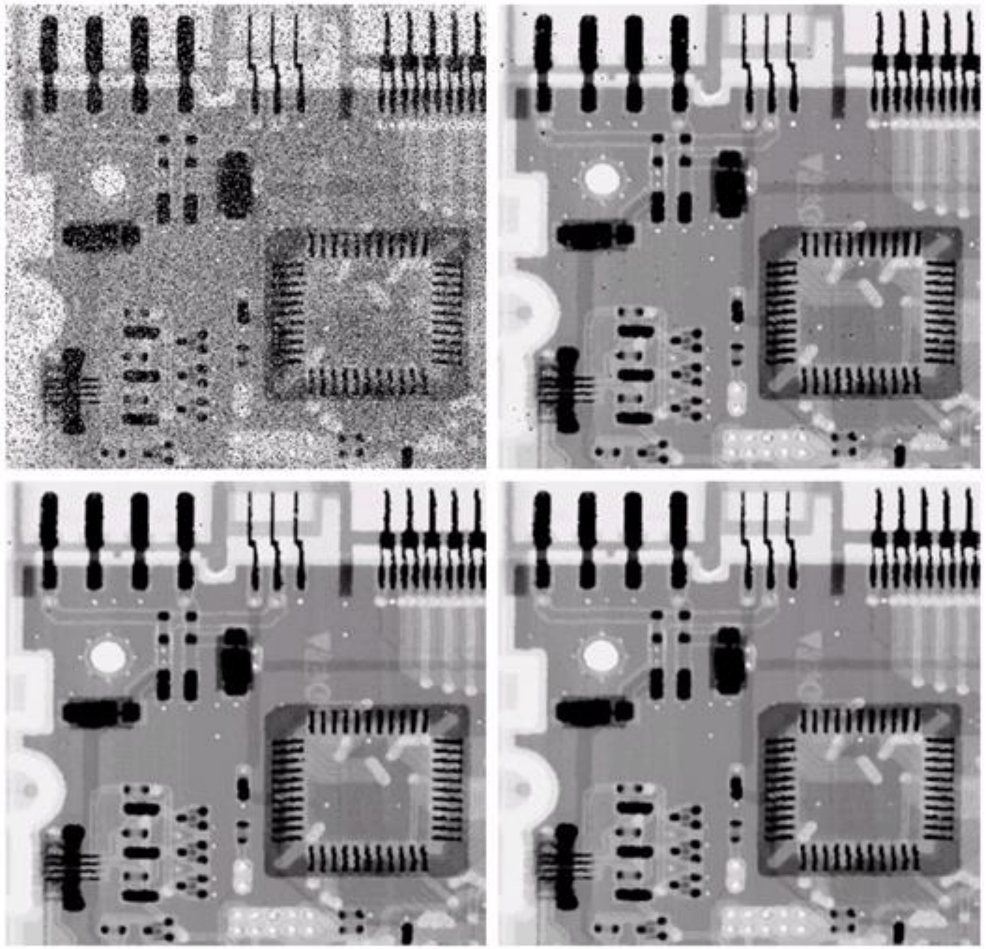
فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- فیلترهای مرتبه آماری
  - فیلتر میانه
  - فیلتر **max** و **min**
  - فیلتر نقطه میانی
  - فیلتر میانگین حذف آلفا

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

مرحله اول فیلتر میانه

تصویرآغشته به نویز نمک و فلفل



مرحله سوم فیلتر میانه

مرحله دوم فیلتر میانه

- فیلتر میانه
  - معروف ترین فیلتر مرتبه آماری، فیلتر میانه است که به جای مقدار یک پیکسل، میانه سطوح شدت در همسایگی آن پیکسل را قرار می دهد

$$\hat{f}(x,y) = \underset{(s,t)\in S_{x,y}}{\text{median}}\{g(s,t)\}$$

  - فیلترهای میانه معروف اند زیرا برای بعضی از انواع نویز تصادفی، قابلیت های هوشمند کاهش نویز را فراهم می کنند که نسبت به فیلترهای هموار ساز خطی هم اندازه، تصویر را کمتر مات می کنند
  - فیلترهای میانه خصوصا با حضور نویز ضربه ای تک قطبی و دو قطبی موثراند
  - شکل روبرو، مثال خوبی از توان فیلتر کردن میانه در اداره کردن نویز افزایشی ضربه مانند است بخاطر داشته باشید که اعمال پی در پی فیلتر میانه، تصویر را مات خواهد کرد و در نتیجه مطلوب است که تعداد دفعات فیلتر کردن حتی الامکان کم باشد

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- فیلتر **max** و **min**
  - گرچه فیلتر میانه، پرکاربردترین فیلتر مرتبه آمای است ولی تنها فیلتر آماری نیست. فیلتر **max** با استفاده از صدک صدم بصورت زیر بدست می آید

$$\hat{f}(x,y) = \max_{(s,t)\in S_{xy}} \{g(s,t)\}$$

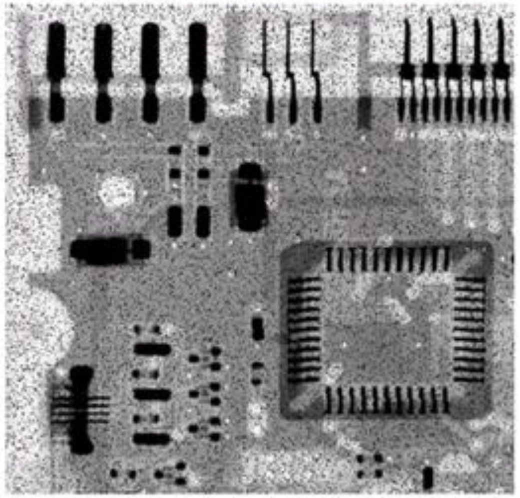
  - این فیلتر برای یافتن روشن ترین نقاط در تصویر بکار می رود همچنین، چون نویز فلفلی مقادیر بسیار پایینی دارد با فرایند انتخاب **max** در ناحیه زیر تصویر **Sxy**، کاهش می یابد
  - فیلتر **min** فیلتر صدک صفر بصورت زیر تعریف می شود

$$\hat{f}(x,y) = \min_{(s,t)\in S_{xy}} \{g(s,t)\}$$

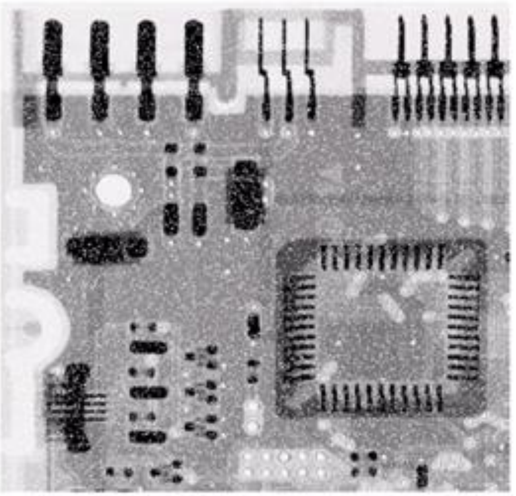
  - این فیلتر برای یافتن تاریک ترین نقاط در تصویر بکار می رود علاوه بر این، عملیات **min** موجب کاهش نویز نمکی می شود

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

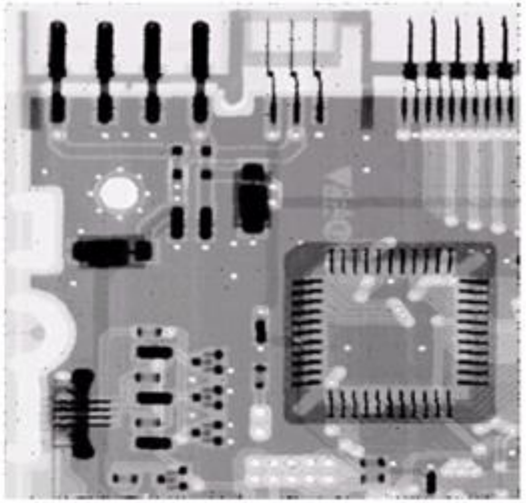
تصویرآغشته به نویز فلفل



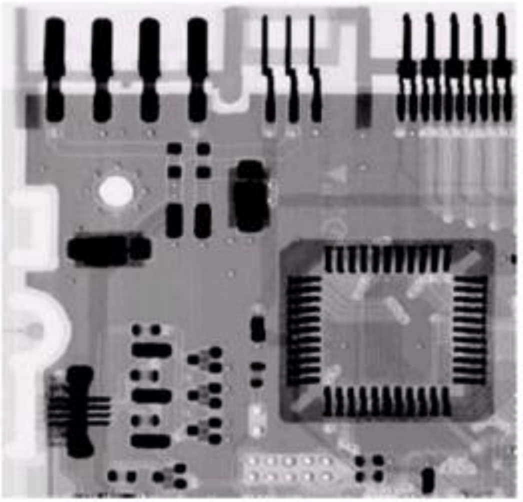
تصویرآغشته به نویز نمک



فیلتر **max**



فیلتر **min**



فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- فیلتر نقطه میانی
  - فیلتر نقطه میانی، نقطه وسط بین مقادیر **max** و **min** را در ناحیه برگرفته شده توسط فیلتر، محاسبه می کند

$$\hat{f}(x,y)=\frac{1}{2}\left[\max_{(s,t)\in S_{xy}}\{g(s,t)\}+\min_{(s,t)\in S_{xy}}\{g(s,t)\}\right]$$

  - این فیلتر، فیلترهای مرتبه آماری و میانگین گیری را ترکیب می کند برای نویز توزیع شده مثل نویز یکنواخت و گوسی خوب کار می کند

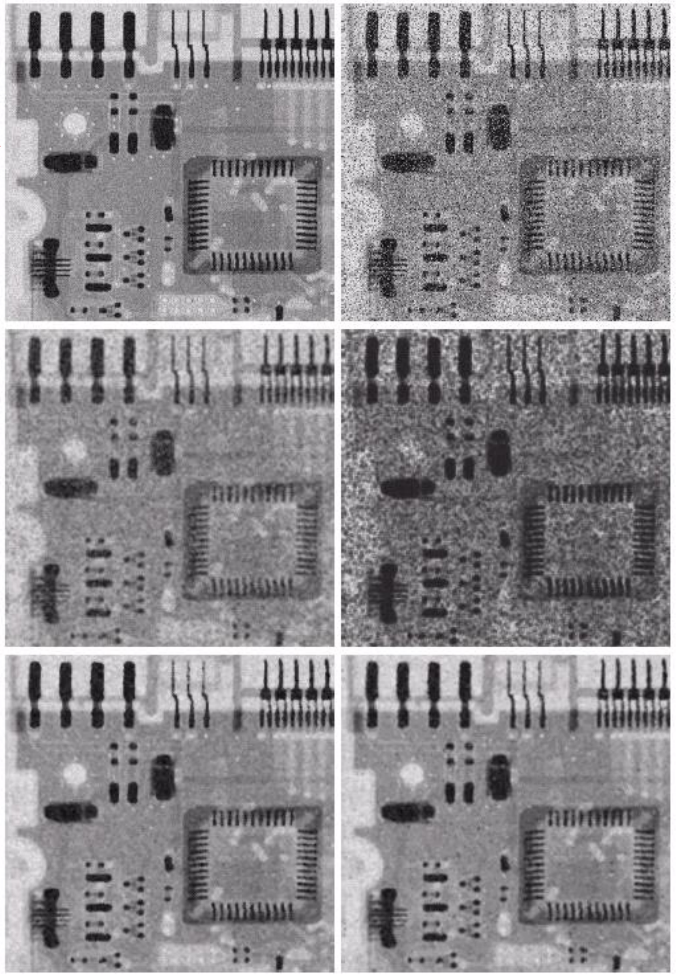
فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- فیلتر میانگین حذف آلفا
  - فرض کنید $d/2$ از پایین ترین و $d/2$ از بالاترین مقادیر شدت $g(s,t)$ را در همسایگی S_{xy} حذف کردیم فرض کنید $g_r(s,t)$ بقیه $mn-d$ پیکسل را نشان می دهد فیلتری که با محاسبه میانگین این پیکسل های باقیمانده شکل می گیرد فیلتر میانگین نام دارد

$$\hat{f}(x,y) = \frac{1}{mn-d} \sum_{(s,t)\in S_{xy}} g_r(s,t)$$

  - زمانی که $d=0$ باشد فیلتر حذف آلفا به فیلتر میانگین حسابی تبدیل می شود اگر $d=m-1$ باشد این فیلتر به فیلتر میانه تبدیل می گردد. فیلتر حذف آلفا در وضعیت هایی مفید است که شامل انواع گوناگونی از نویز است (مثل ترکیب نویز گوسی و نمک و فلفل)

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر



تصویری با نویز نمک و فلفل اضافی

تصویر با نویز یکنواخت

فیلتر میانگین حسابی

فیلتر میانگین هندسی

فیلتر میانه

فیلتر میانه با حذف آلفا

- آن طور که انتظار می رود فیلترهای حسابی و هندسی (مخصوصا هندسی) به دلیل وجود نویز ضربه ای، خوب عمل نکردند
- فیلترهای میانه و حذف آلفا خیلی بهتر عمل کردند حتی فیلتر حذف آلفا، نویز را بهتر کاهش داد (فیلتر حذف آلفا، کارایی فیلتر میانه را خواهد داشت اما هنوز بعضی از قابلیت های هموار سازی را دارا خواهد بود)

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- فیلترهای تطبیقی (**adaptive filters**)
  - در این بخش، دو فیلتر تطبیقی را در نظر می گیریم که رفتار آنها براساس ویژگی های آماری تصویر در داخل منطقه فیلتر که توسط پنجره چهارگوش $\mathbf{S_{xy}}$ با ابعاد **m×n** تعریف شده است تغییر می کند
- انواع فیلتر های تطبیقی بررسی شده در این فصل
  - فیلتر تطبیقی کاهش نویز محلی
    - فرض کنید واریانس نویز (σ_η^2) یا معلوم است و یا با تخمین خوبی بدست می آید. عملیات فیلترینگ در نواحی مختلف، متناسب با واریانس محلی σ_L^2 محاسبه شده در هر ناحیه **M×N** متفاوت است
  - فیلتر میانه تطبیقی

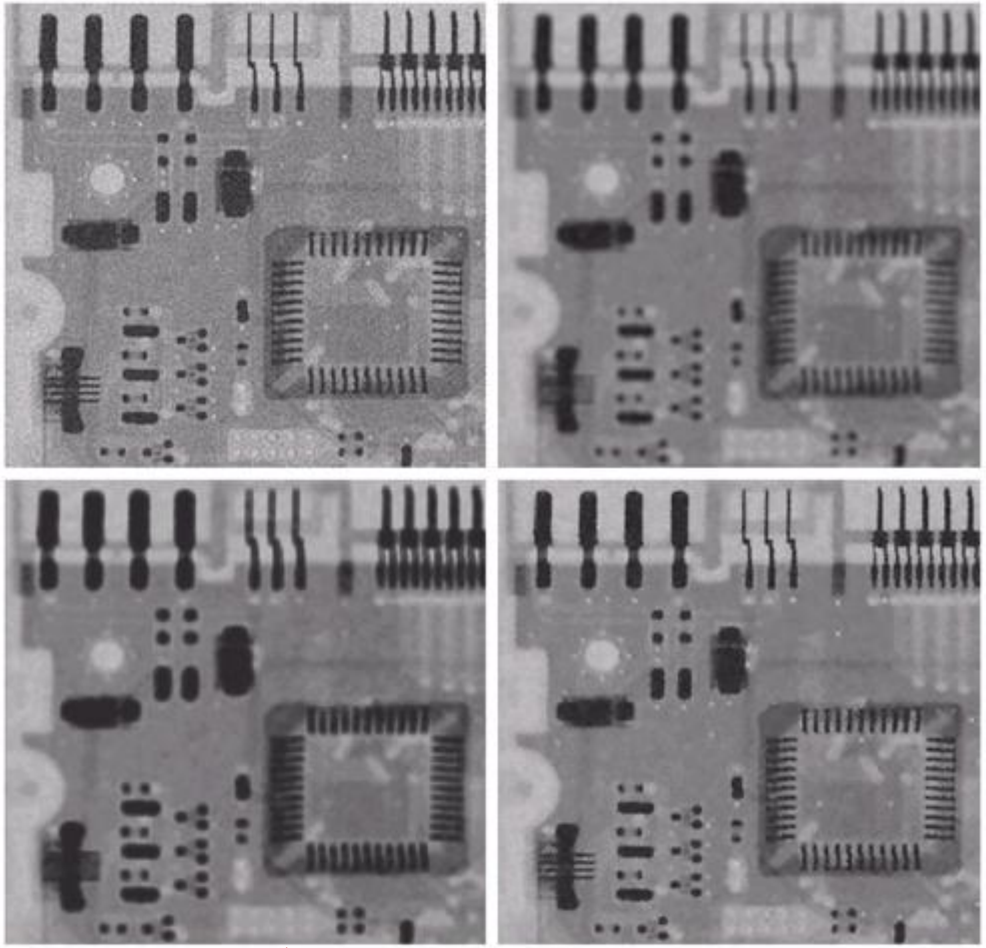
فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- فیلتر تطبیقی کاهش نویز محلی
  - ساده ترین معیارهای آماری مربوط به متغیر تصادفی، میانگین و واریانس هستند این ها پارامترهای معقولی اند که فیلتر تطبیقی مبتنی بر آنهاست زیرا این کمیت ها ارتباط نزدیکی با ظاهر تصویر دارند. میانگین، معیاری از شدت میانگین را در داخل منطقه فیلتر نشان می دهد و واریانس معیاری از کنتراست را در آن منطقه ارائه می کند

$$\hat{f}(x,y) = g(x,y) - \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_L^2}[g(x,y) - m_L]$$

  - تنها کمیتی که باید معلوم باشد واریانس کل نویز یعنی σ_η^2 است فرض تاکتیکی در معادله بالا این است که $\sigma_\eta^2 \le \sigma_L^2$ است نویز در مدل ما، افزایشی و مستقل از مکان است و این فرض معقولی است زیرا S_{xy} زیرمجموعه **g(x,y)** است اما به ندرت اطلاعات دقیقی از σ_η^2 داریم بنابراین ممکن است این فرض در عمل نقض شود
  - اگر واریانس نویز صفر باشد فیلتر باید مقدار **g(x,y)** را برگرداند
  - اگر واریانس محلی نسبت به واریانس نویز زیاد باشد فیلتر باید مقداری نزدیک به **g(x,y)** را برگرداند
  - اگر دو واریانس برابر باشند می خواهیم که فیلتر، مقدار میانگین حسابی پیکسل ها در S_{xy} را برگرداند

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر



- مثالی از فیلتر تطبیقی
  - تصویر اصلی بوسیله نویز گوسی با میانگین صفر و واریانس ۱۰۰۰ تخریب شده است
  - شکل روبرو نتیجه استفاده از فیلتر تطبیقی را با واریانس نویز ۱۰۰۰ نشان می دهد و با فیلترهای میانه حسابی و فیلتر هندسی مقایسه می کند (اندازه تمام فیلترها ۷×۷ در نظر گرفته شده است)
  - برحسب میزان کاهش نویز، فیلتر تطبیقی نتایجی شبیه فیلترهای حسابی و هندسی را ارائه می کند اما تصاویر فیلتر شده با فیلتر تطبیقی خیلی تیزتر هستند
  - نتیجه روبرو به ازای مقداری از واریانس نویز بدست آمد که با واریانس واقعی نویز دقیقا تطبیق داشته است اگر این کمیت معلوم نباشد و برآوردی که بکار می رود بسیار پایین باشد الگوریتم منجر به تصویری می شود که خیلی شبیه به تصویر نویزدار اصلی است زیرا اصلاحات کوچکتر از چیزی است که باید باشد

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- فیلتر میانه تطبیقی
  - فیلتر میانه در صورتی بخوبی عمل می کند که چگالی مکانی نویز ضربه ای بزرگ نباشد. فیلتر میانه تطبیقی می تواند نویز ضربه ای با احتمالات بزرگتر از اینها را اداره کند حسن دیگر فیلتر میانه تطبیقی این است که سعی می کند جزییات را حفظ کند در حالی که نویز غیر ضربه ای را هموار می کند
  - بنابراین این الگوریتم سه هدف مهم دارد: حذف نویز (ضربه ای) نمک و فلفل، هموار سازی نویزهای دیگری که ممکن است ضربه ای نباشد و کاهش تخریب مثل باریک کردن و ضخیم کردن بیش از حد مرزها

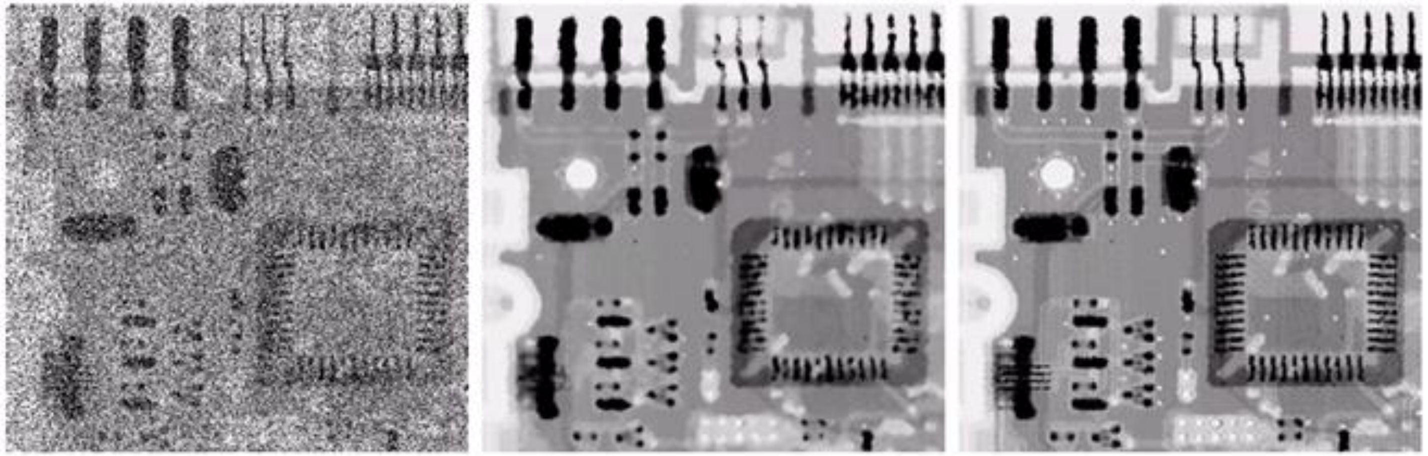
- نمادگذاری زیر را در نظر بگیرید
  - z_{min} نشان دهنده کمترین مقدار شدت در S_{xy} می باشد
  - z_{max} نشان دهنده بیشترین مقدار شدت در S_{xy} می باشد
  - z_{med} نشان دهنده میانه مقدار شدت در S_{xy} می باشد
  - z_{xy} نشان دهنده مقدار شدت در مختصات (x,y) می باشد
  - S_{max} نشان دهنده حداکثر مقدار مجاز S_{xy} می باشد

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- الگوریتم میانه تطبیقی در دو مرحله کار می کند:
  - مرحله الف :
    - $A1 = Z_{med} - Z_{min}$
    - $A2 = Z_{med} - Z_{max}$
    - اگر $A1 > 0$ و $A2 < 0$ به مرحله (ب) بروید در غیر اینصورت سایز پنجره را افزایش دهید اگر (S_{max} =>سایز پنجره) مرحله الف را تکرار کنید در غیر اینصورت (Z_{med} =خروجی)
  - مرحله ب:
    - $B1 = Z_{xy} - Z_{min}$
    - $B2 = Z_{xy} - Z_{max}$
    - اگر $B1 > 0$ و $B2 < 0$ در اینصورت (Z_{xy} =خروجی) در غیر اینصورت (Z_{med} =خروجی)

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

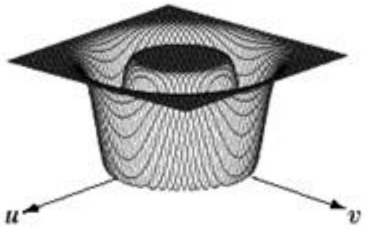
- در فیلتر میانه، گرچه نویز به خوبی حذف شد ولی فیلتر، جزییات را نیز بطور چشمگیری از تصویر حذف کرد، اما فیلتر تطبیقی، کار حفظ تیزی و جزییات را بهتر انجام داد بازوهای رابط کمتر تخریب شدند و سایر ویژگی هایی که در اثر عدم تشخیص فیلتر میانه آسیب دیدند یا تخریب شدند در این فیلتر، تیزتر ظاهر شده و بهتر تعریف شدند



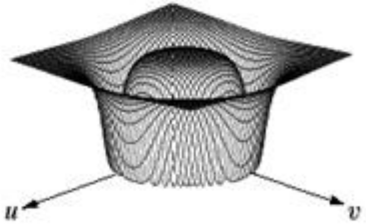
تصویرآغشته به نویز نمک و فلفل — نتیجه فیلتر میانه — نتیجه فیلتر میانه تطبیقی

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

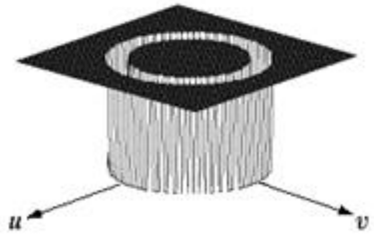
- کاهش نویز متناوب با فیلتر کردن حوزه فرکانس
  - فیلترهای حذف باند
  - فیلترهای میان گذر
  - فیلترهای فاقی
- فیلترهای حذف باند
  - در فصل قبلی، توابع انتقال حذف باند گوسی، باتروورث و ایده آل معرفی شدند



فیلتر گوسی



فیلتر باتروورث

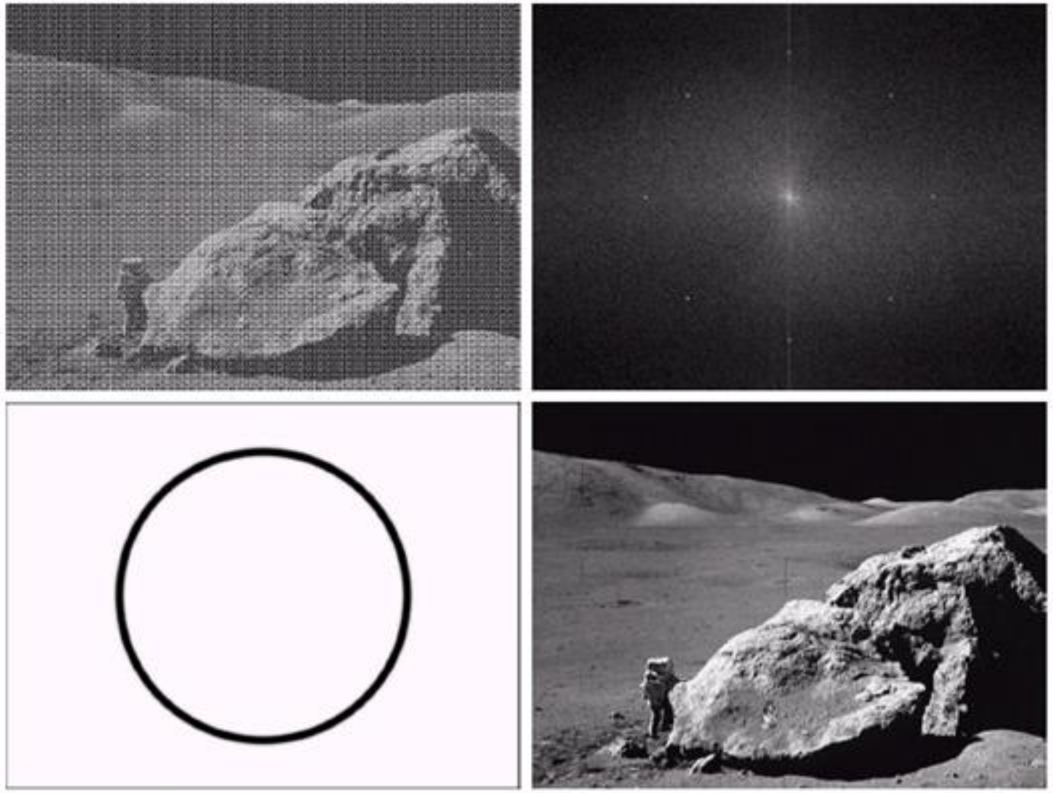


فیلتر ایده آل

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- فیلترهای حذف باند
  - یکی از کاربردهای اصلی فیلتر حذف باند، در کاربردهایی است که در آنها، مکان کلی مولفه های نویز در حوزه فرکانس، تقریبا معلوم است
  - شکل زیر تصویری را نشان می دهد که بوسیله نویز سینوسی در فرکانس های مختلف، تخریب شده است مولفه های نویز بصورت جفت های متقارن از نقاط روشن در طیف فوریه دیده می شود
  - در این مثال، مولفه ها روی یک دایره حول مبدا تبدیل قرار دارند لذا فیلتر حذف باند متقارن حلقوی انتخاب مناسبی است

تصویر اصلی — طیف تصویر



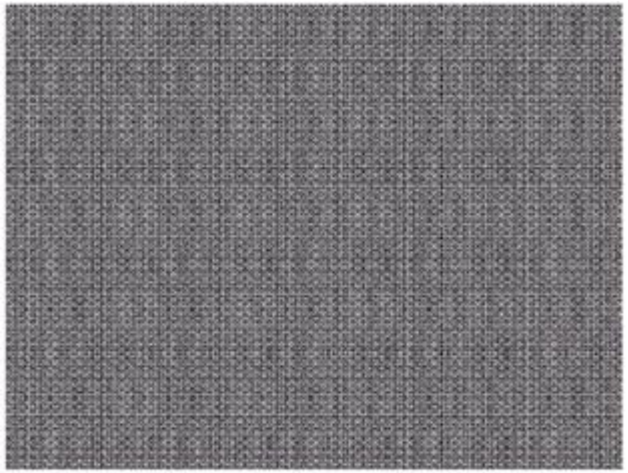
فیلتر حذف باند باتروورث — نتیجه فیلتر

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- فیلترهای میان گذر (band pass)
  - فیلتر میان گذر، عملیات عکس فیلتر حذف باند را انجام می دهد. فیلتر میان گذر با استفاده از معادله زیر از فیلتر حذف باند متناظر با تابع انتقال $\mathbf{H_{br}(u,v)}$ بدست می آید

$$H_{bp}(u,v) = 1 - H_{br}(u,v)$$

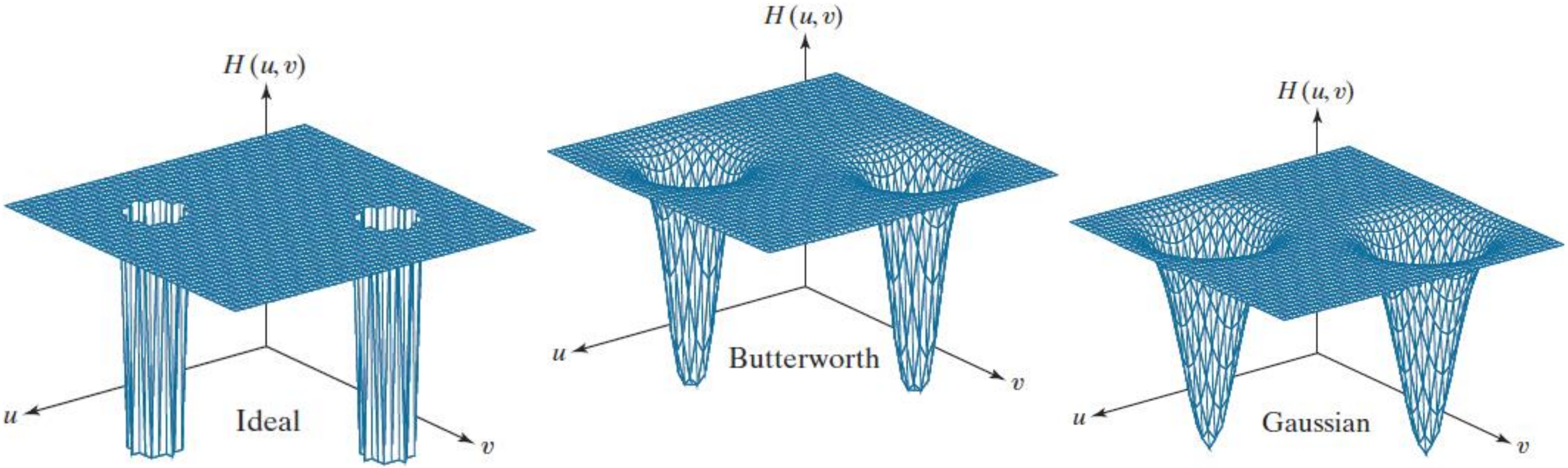
  - اعمال مستقیم فیلتر میان گذر روی یک تصویر، رویه متداولی نیست زیرا جزییات بسیاری را از تصویر حذف می کند اما فیلتر کردن میان گذر در تفکیک آثار روی تصویر، که ناشی از باندهای فرکانس انتخاب شده است مفید می باشد
  - فیلتر کردن میان گذر به تفکیک الگوی نویز کمک می کند این نتیجه مفید است زیرا تحلیل نویز را آسان می سازد و مستقل از محتویات تصویر می باشد



الگوی نویز مربوط به اسلاید قبلی که با فیلتر میان گذر بدست می آید

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- فیلترهای فاقی
  - فیلترهای فاقی، فرکانس های موجود در همسایگی از پیش تعریف شده حول فرکانس مرکزی را حذف می کنند
  - با توجه به متقارن بودن تبدیل فوریه، فیلترهای فاقی باید بصورت جفت های متقارن حول مبدا باشند تا نتایج معناداری بدست آید یک استثنای این قانون این است که اگر فیلتر فاقی در مبدا باشد تنها خواهد بود

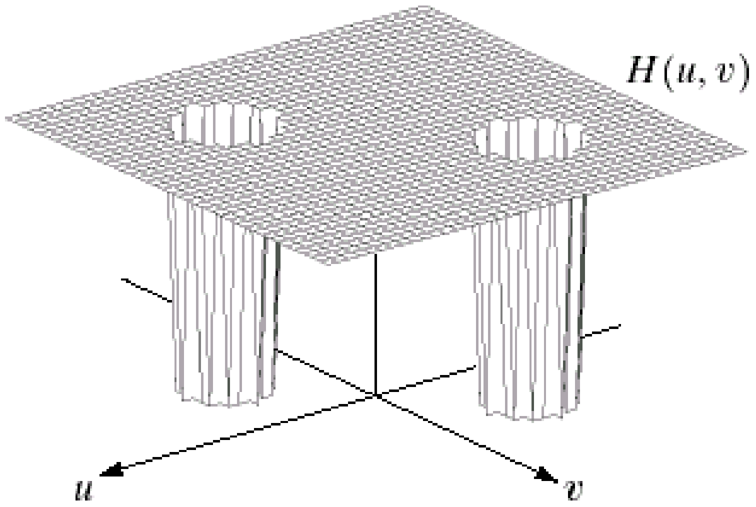


فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- فیلتر فاقی (**Notch**) ایده آل

$$H(u,v)=\begin{cases}0 & if\ D_1(u,v)\le D_0\ or\ D_2(u,v)\le D_0\\ 1 & otherwise\end{cases}$$

$$D_1(u,v)=\left[\left(u-M/2-u_0\right)^2+\left(v-N/2-v_0\right)^2\right]^{1/2}$$
$$D_2(u,v)=\left[\left(u-M/2+u_0\right)^2+\left(v-N/2+v_0\right)^2\right]^{1/2}$$

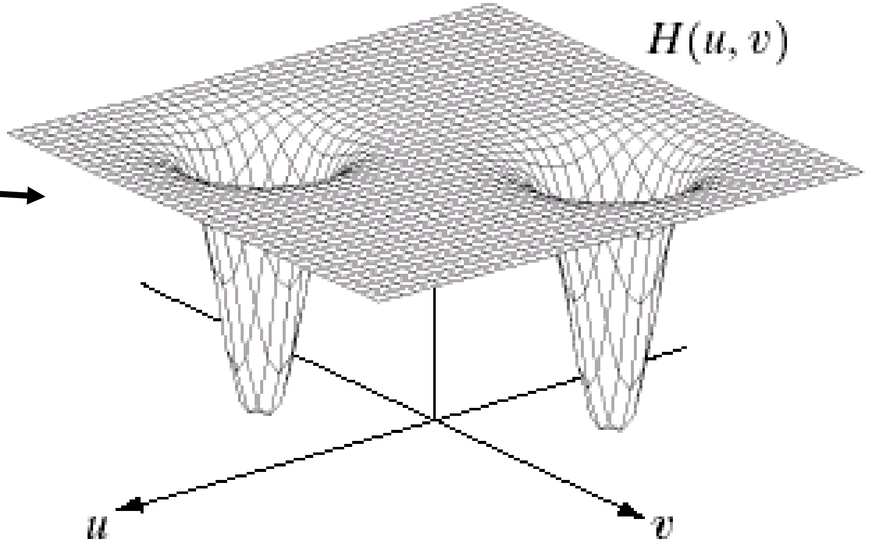


فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- فیلتر فاقی باترورث

$$H(u,v)=\frac{1}{1+\left[\frac{D_0^2}{D_1(u,v)D_2(u,v)}\right]^{2n}}$$

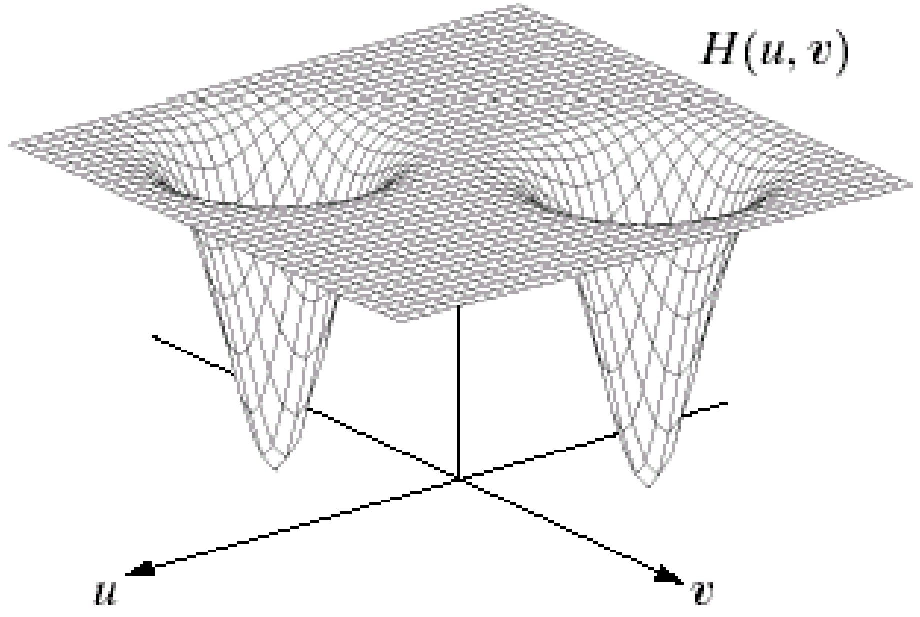
n=2



فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- فیلتر فاقی گوسی

$$H(u,v) = 1 - e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{D_1(u,v)D_2(u,v)}{D_0^2}\right]}$$

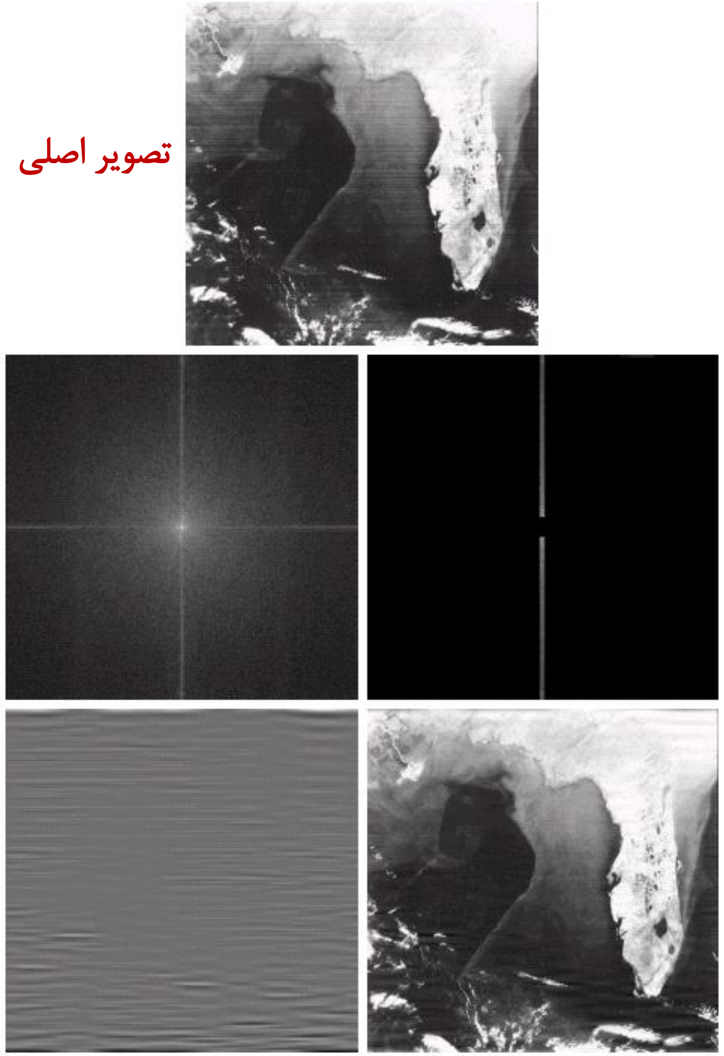


فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- فیلتر حذف فاقی و فیلتر گذر فاقی
  - می توانیم فیلترهایی بدست آوریم که به جای جلوگیری از فرکانس های موجود در ناحیه های مورد نظر، آنها را عبور دهد این فیلترها دقیقا عکس فیلترهای حذف فاقی عمل می کنند

$$H_{np}(u,v) = 1 - H_{nr}(u,v)$$

- $\mathbf{H_{np}(u,v)}$ تابع انتقال فیلتر گذر فاقی و $\mathbf{H_{nr}(u,v)}$ تابع انتقال فیلتر حذف فاقی می باشد



فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- ترمیم تصویر درعدم حضور نویزجمع شونده

$$g(x,y) = H[f(x,y)] + \eta(x,y)$$

- بنابراین فعلا فرض می کنیم

$$\eta(x,y) = 0$$

- و خواهیم داشت

$$g(x,y) = H[f(x,y)]$$

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- مدل خرابی خطی و تغییرناپذیر با مکان در غیاب نویز جمع شونده:
  - برای مقادیر عددی **a** و **b**، **H** خطی است اگر:

$$H[a\, f_1(x,y) + b\, f_2(x,y)] = a\, H[f_1(x,y)] + b\, H[f_2(x,y)]$$

  - اگر **H** عملگر خطی باشد پاسخ به مجموع دو ورودی برابر با مجموع دو پاسخ است

  - **H** مستقل از مکان است اگر:

$$g(x,y) = H[f(x,y)] \Rightarrow H[f(x-\alpha, y-\beta)] = g(x-\alpha, y-\beta)$$

  - این تعریف نشان می دهد پاسخ در هر نقطه تصویر فقط به مقدار ورودی در آن نقطه بستگی دارد

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- مدل خرابی خطی و تغییرناپذیر با مکان
- در حضور نویز جمع شونده

$$g(x,y)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha,\beta)h(x-\alpha,y-\beta)d\alpha\, d\beta+\eta(x,y)$$

$$g(x,y)=h(x,y)*f(x,y)+\eta(x,y)$$

$$G(u,v)=H(u,v)F(u,v)+N(u,v)$$

- بیشتر انواع خرابی‌ها را می‌توان با فرایندهای خطی مستقل از مکان تخمین زد
- در این جا، عمل ترمیم به **deconvolution** تبدیل می‌شود

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- تخمین تابع تنزل کیفیت تصویر (تخمین مدل خرابی)
  - تخمین از طریق مشاهده تصویر
  - تخمین بوسیله آزمایش
  - تحمین بوسیله مدل سازی

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- تخمین مدل خرابی با استفاده از مشاهده
  - فرض کنید هیچ اطلاعاتی راجع به تابع تنزل **H** نداریم براساس این فرض که تصویر بوسیله یک فرایند خطی مستقل از مکان تنزل یافته یک روش تخمین **H**، جمع آوری اطلاعات از خود تصویر است
  - ابتدا در تصویر بدنبال ناحیه‌ای می‌گردیم که دارای سیگنال قوی $\mathbf{g_s(x,y)}$ باشد. سپس سیگنال خراب نشده برای آن ناحیه را حدس می‌زنیم

$$H_s(u,v) = \frac{G_s(u,v)}{\hat{F}_s(u,v)}$$

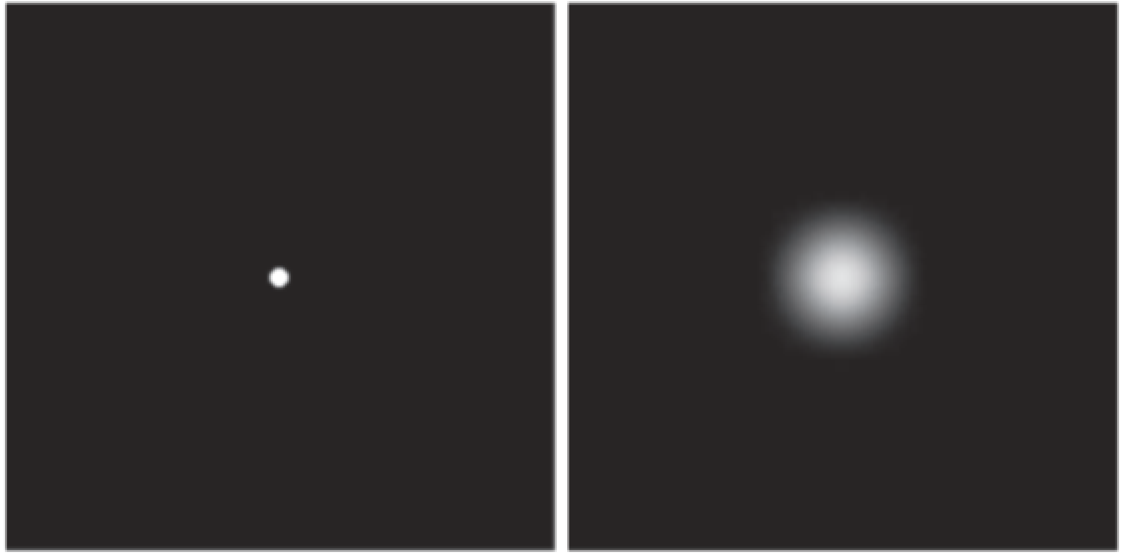
  - سپس، تابع **H(u,v)** را در مقیاس بزرگ اما با همان شکل می‌سازیم.

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- تخمین مدل خرابی با استفاده از آزمایش
  - اگر تجهیزاتی مشابه با تجهیزات مورد استفاده برای گرفتن تصویر تنزل یافته در اختیار باشد می توان تخمین دقیقی از تابع تنزل را بدست آورد
  - ضربه بوسیله نقطه ای نورانی شبیه سازی می شود برای بدست آوردن پاسخ ضربه خرابی، با استفاد از سیستم، از یک ضربه (نقطه کوچک نورانی) تصویر تهیه می‌کنیم. لذا

$$H(u,v)=\frac{G(u,v)}{A}$$

تبدیل فوریه ضربه ثابت است **A** ثابتی است که قدرت ضربه را توصیف می کند



فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

تلاطم ناچیز

تلاطم شدید k=0.0005

k=0.001 تلاطم ملایم

k=0.00025 تلاطم پایین

- تخمین مدل خرابی بوسیله مدل سازی تلاطم جوی
  - مدل تنزل پیشنهاد شده توسط هافناگل و استانلی مبتنی بر ویژگی های فیزیکی تلاطم های جوی بودند این مدل به شکل زیر است

$$h(i, j) = \exp\left(-k \cdot \left(i^2 + j^2\right)^{5/6}\right)$$

  - که **k** ثابتی است که به ماهیت تلاطم بستگی دارد

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- تخمین بوسیله مدل سازی تاری ناشی از حرکت خطی
- تصویر با حرکت خطی یکنواخت بین تصویر و حسگر در اثنای تصویربرداری، مات می شود فرض کنید **f(x,y)** دارای حرکت هموار است و **$x_0(t)$** و **$y_0(t)$** به ترتیب مولفه های حرکتی در جهت های **x** و **y** هستند. با فرض این که باز کردن و بستن روکش بطور لحظه ای اتفاق می افتد و فرایند تصویربرداری نوری کامل است تنها اثر حرکت می ماند سپس اگر **T** مدت نوردهی باشد نتیجه می شود

$$g(x,y)=\int_0^T f[x-x_0(t),y-y_0(t)]dt$$

- که **g(x,y)** تصویر مات شده است تبدیل فوریه تابع **g(x,y)** برابر است با

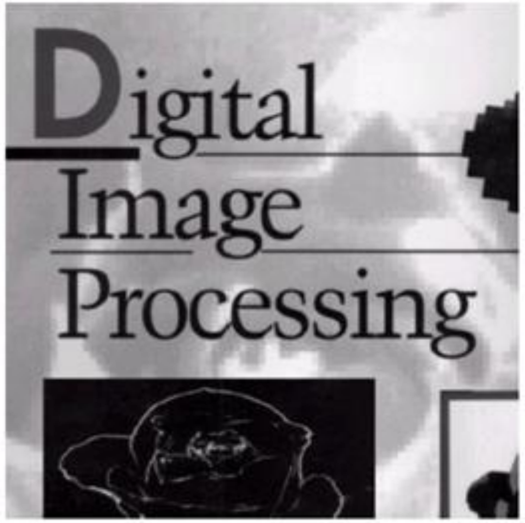
$$G(u,v)=F(u,v)\int_0^T e^{-j2\pi[ux_0(t)+vy_0(t)]}dt \quad \Rightarrow \quad H(u,v)=\int_0^T e^{-j2\pi[ux_0(t)+vy_0(t)]}dt$$

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

زمانی که تصویر تنها در جهت **x** دارای حرکت خطی یکنواخت است

- تخمین بوسیله مدل سازی تاری ناشی از حرکت خطی
  - در صورتی که $\mathbf{x_0(t)}$ و $\mathbf{y_0(t)}$ معلوم باشند تابع تبدیل **H(u,v)** می تواند مستقیما بدست آید

$$if \;\; x_0(t) = at/T \;\; and \;\; y_0(t) = 0 \;\; \Rightarrow \;\; H(u,v) = \int_0^T e^{-2\pi uat/T} dt = \frac{T}{\pi ua} \sin(\pi ua) e^{-j\pi ua}$$



تصویر اصلی

نتیجه مات کردن تصویر

زمانی که تصویر در هر دو جهت **x** و **y** دارای حرکت خطی یکنواخت است

$$if \;\; x_0(t) = at/T \;\; and \;\; y_0(t) = bt/T$$

$$\Downarrow$$

$$H(u,v) = \frac{T}{\pi(ua+vb)} \sin[\pi(ua+vb)] e^{-j\pi(ua+vb)}$$

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- فیلتر کردن معکوس
  - ساده ترین روش بازیابی، فیلتر کردن معکوس مستقیم است که در آن، تخمین تبدیل تصویر اصلی یعنی $\hat{F}(u,v)$ را با تقسیم تبدیل تصویر تنزل یافته یعنی **G(u,v)** بر تابع تنزل زیر، محاسبه می کنیم

$$\hat{F}(u,v) = \frac{G(u,v)}{H(u,v)}$$

حتی اگر تابع تنزل **H(u,v)** را بدانیم، نمی توانیم تصویر خراب نشده را دقیقا بازیابی نماییم

$$\hat{F}(u,v) = F(u,v) + \frac{N(u,v)}{H(u,v)}$$

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- فیلتر کردن معکوس
- حتی اگر تابع تنزل را بدانیم، نمی توانیم تصویر تنزل نیافته (معکوس تبدیل فوریه **F(u,v)**) را دقیقا ترمیم کنیم زیرا **N(u,v)** معلوم نیست. نکات منفی دیگری نیز وجود دارند اگر تابع تنزل دارای مقدار صفر یا مقادیر خیلی کوچک باشد آنگاه **N(u,v)/H(u,v)** می تواند بر تخمین $\hat{F}(u,v)$ غالب شود

$$G(u,v) = H(u,v)F(u,v) + N(u,v)$$

$$\hat{F}(u,v) = G(u,v)/H(u,v)$$
$$= F(u,v) + \frac{N(u,v)}{H(u,v)}$$

اگر تابع تنزل مقادیر کوچک یا صفر داشته باشد، نسبت N/H بر تخمین ما از F چیره می شود.

یک روش برای حل مشکل مقادیر صفر یا مقادیر کوچک محدود کردن فرکانسهای فیلتر به مقادیر نزدیک به مبدأ است (می دانیم که **H(0,0)** معمولا بزرگ ترین مقدار **H(u,v)** در حوزه فرکانس است)

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- فرض کنید تابع تنزل مورد استفاده بصورت زیر است

$$H(u,v) = e^{-k[(u-M/2)^2+(v-N/2)^2]^{5/6}}$$

- می دانیم تابع به شکل گوسی فاقد مقدار صفر است و در نتیجه اینجا بکار نمی آید اما علیرغم این وضعیت، مقادیر تنزل آنقدر کوچک می شوند که نتیجه فیلتر کردن معکوس کامل بی فایده خواهد بود

نتیجه قطع **H** خارج از شعاع ۴۰

نتیجه فیلتر کامل

نتیجه قطع **H** خارج از شعاع ۸۵

نتیجه قطع **H** خارج از شعاع ۷۰

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- فیلتر کردن مینیمم میانگین مربع خطا (Wiener Filter)
  - در این روش، تصاویر و نویز بعنوان متغیرهای تصادفی در نظر گرفته می شوند هدف یافتن تخمین $\hat{f}$ از تصویر سالم f است بطوری که خطای مربع میانگین بین آنها مینیمم می شود خطا بصورت زیر محاسبه می شود

$$e^2 = E[(f - \hat{f})^2]$$

  - که E{.} مقدار امید ریاضی آرگومان است

Image and noise
are random
process

$$e^2 = E[(f - \hat{f})^2]$$

هدف یافتن یک تخمین برای **f** است به طوری که مقدار e^2 مینیمم شود.

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- فیلتر کردن مینیمم میانگین مربع خطا (**Wiener Filter**)
  - فرض می شود که نویز و تصویر همبستگی ندارند یکی از آنها دارای میانگین صفر است و سطوح شدت در تخمین، تابع خطی از این سطوح در تصویر تنزل یافته است بر این اساس این شرایط، مینیمم تابع خطا در حوزه فرکانس با عبارت زیر مشخص می شود
  - فیلتر وینر، فیلتر مینیمم میانگین مربع خطا یا فیلتر کمترین مربع خطا نیز خوانده می شود

$$\hat{F}(u,v)=\frac{|H(u,v)|^2}{|H(u,v)|^2+S_\eta(u,v)/S_f(u,v)}\cdot\frac{G(u,v)}{H(u,v)} \Rightarrow \hat{F}(u,v)=\frac{|H(u,v)|^2}{|H(u,v)|^2+K}\cdot\frac{G(u,v)}{H(u,v)}$$

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

$$\hat{F}(u,v)=\left[\frac{H^*(u,v)S_f(u,v)}{S_f(u,v)\left|H(u,v)\right|^2+S_\eta(u,v)}\right]G(u,v)$$

$$=\left[\frac{H^*(u,v)}{\left|H(u,v)\right|^2+S_\eta(u,v)/S_f(u,v)}\right]G(u,v)$$

$$=\left[\frac{1}{H(u,v)}\frac{\left|H(u,v)\right|^2}{\left|H(u,v)\right|^2+S_\eta(u,v)/S_f(u,v)}\right]G(u,v)$$

در صورت صفر بودن نویز، فیلتر وینر به فیلتر معکوس تبدیل می شود.

$$S_\eta(u,v)=\left|N(u,v)\right|^2$$ طیف قدرت نویز

$$S_f(u,v)=\left|F(u,v)\right|^2$$ طیف قدرت تصویر اصلی خراب نشده

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

$$\hat{F}(u,v) = \left[\frac{1}{H(u,v)} \frac{|H(u,v)|^2}{|H(u,v)|^2 + S_\eta(u,v)/S_f(u,v)} \right] G(u,v)$$

مقدار ثابت

نامعلوم

$$\hat{F}(u,v) = \left[\frac{1}{H(u,v)} \frac{|H(u,v)|^2}{|H(u,v)|^2 + K} \right] G(u,v)$$

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

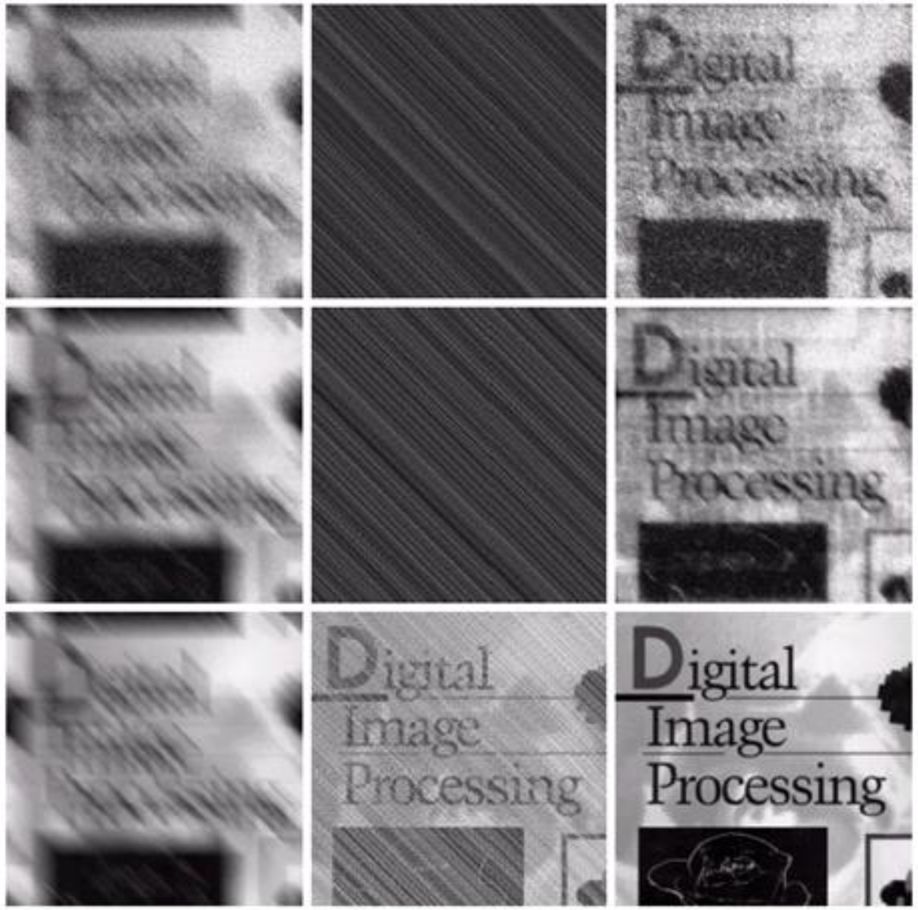
- مقایسه فیلترهای معکوس و وینر
  - امتیاز فیلتر وینر نسبت به روش معکوس در این مثال مشهود است

نتیجه فیلتر معکوس با شعاع محدود

نتیجه فیلتر معکوس کامل

نتیجه فیلتر وینر

تصویر نویزی | فیلتر معکوس | فیلتر وینر



فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- فیلتر کردن کمترین مجذورات مقید
  - فیلتر وینر مشکل دیگری نیز دارد: طیف های قدرت تصویر تنزل نیافته و نویز باید معلوم باشند در اسلاید قبلی نتایج جالبی بدست آمد اما برآورد ثابت نسبت طیف های قدرت، همواره راه حل مناسبی نیست
  - نکته مهم در این روش، حساسیت **H** به نویز است یک روش کاهش حساسیت به نویز این است که بهینگی را به معیارهایی مثل هموار بودن ارتباط دهیم مثل مشتق دوم. برای اینکه بازیابی معنادار باشد باید توسط پارامترهای موجود مقید شود

$$\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}[\nabla^2 f(x,y)]^2 \qquad \textbf{subject to} \quad \left\|g - H\hat{f}\right\|^2 = \|\eta\|^2$$

$$\hat{F}(u,v) = \left[\frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + k|P(u,v)|^2}\right]G(u,v)$$

عملگر لاپلاسین

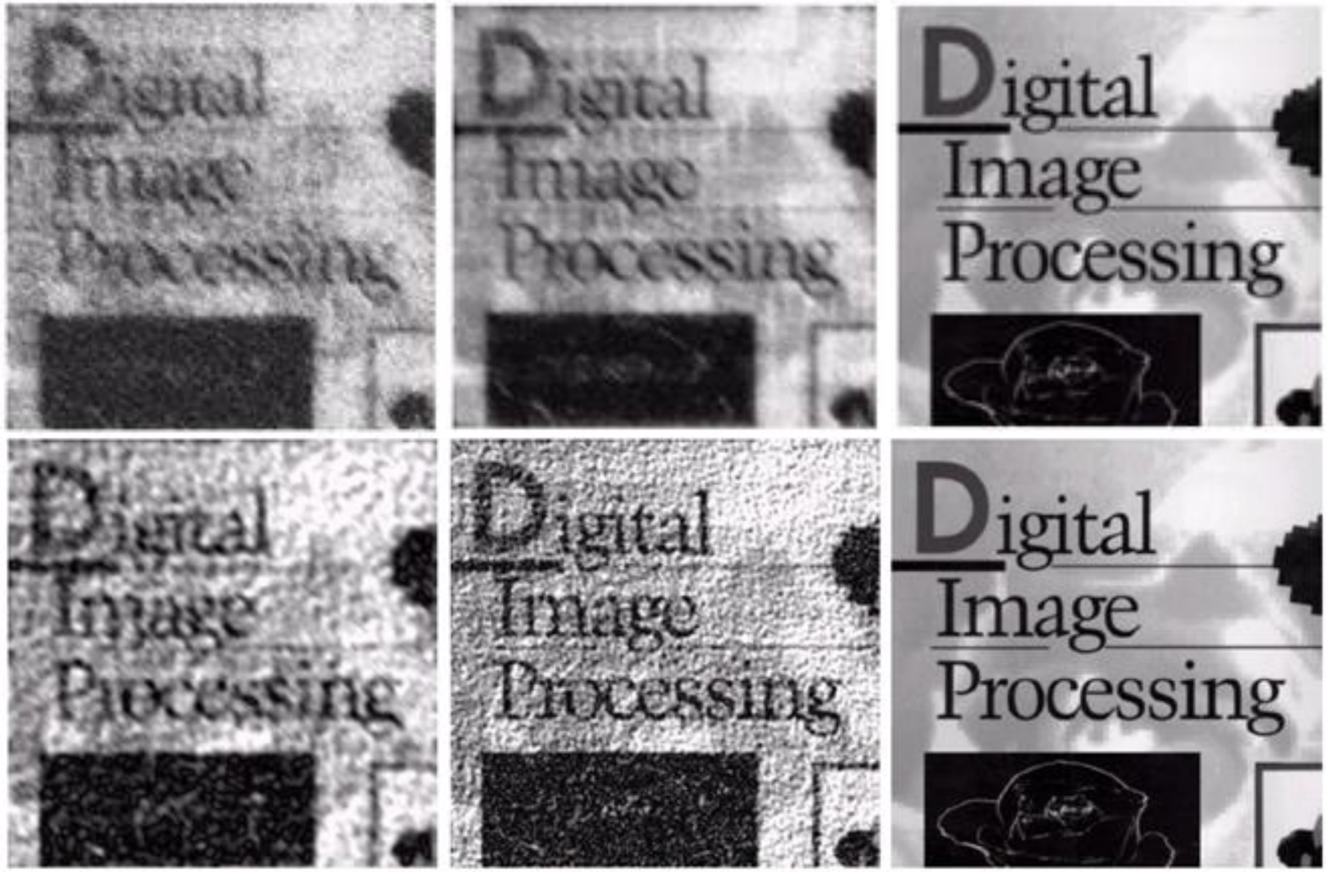
$$P(x,y) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

- که **k** پارامتری است که می بایست طوری تنظیم شود که قید موجود را برآورده کند

فصل پنجم – بازیابی و بازسازی تصویر

- مقایسه نتایج فیلتر کمترین مجذورات مقید و وینر، متوجه می شویم که کمترین مجذورات مقید برای مواردی که نویز بالا و متوسط دارند نتایج بهتری تولید می نماید و برای حالت نویز پایین، نتیجه هر دو فیلتر یکسان است
- وقتی پارامترهای فیلتر به روش دستی تعیین می شوند تا نتایج دیداری بهتری به دست آید غیرمنتظره نیست که فیلتر کمترین مجذورات مقید نسبت به فیلتر وینر بهتر عمل نماید

فیلتر وینر



فیلتر کمترین مجذورات مقید