

(۱)

(الف)

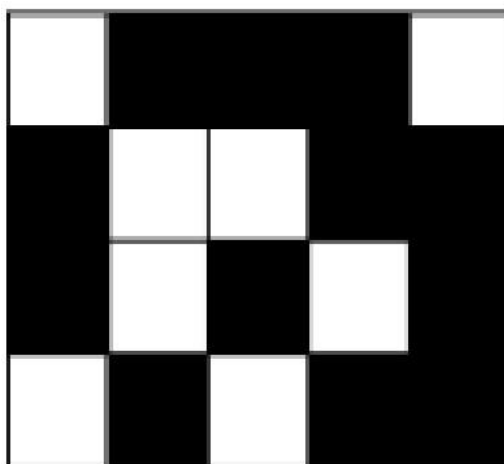
با استفاده از تبدیل موجک، می‌توان نویز تصاویر را کاهش داد. در این روش، تصویر ورودی با استفاده از تبدیل موجک به چندین سطح تجزیه می‌شود و نویز در هر سطح با استفاده از فیلترهای مخصوص حذف می‌شود. سپس تصویر با استفاده از تبدیل معکوس موجک به حالت اولیه بازگردانده می‌شود. برای کاهش نویز تصاویر، می‌توان از فیلترهای مختلفی مانند فیلترهای میانه و وینر استفاده کرد.

تبدیلاتی که به شکل هر می کار میکنند مثل Wavelet، عکسمان را به ۴ گروه تقسیم میکنند. در تبدیلات هر می کلیات تصویر را داریم ولی سعی می کنیم لبه ها یا اطلاعات فرکانس بالا را جدا قرار بدهیم. پس بخشی از اطلاعاتمان را از دست می دهیم. سائز عکس را کم میکنیم، ولی لبه ها که اطلاعات مهمی اند را نگه می داریم. نویز ها و لبه ها در قسمت فرکانس بالای تصویر قرار دارند. لبه ها باید عدد های قوی باشند، و عدد هایی که کوچک اند احتمالا مرتبط با نویزند. می توانیم یک آستانه گذاری انجام بدهیم روی بخش ها و عدد هایی را که خیلی کم و نزدیک صفر اند را حذف کنیم. مثل فوریه، که ما می آمیم حوزه فوریه، بعضی از فرکانس ها را حذف می کردیم (تقویت یا تضعیف می کردیم) بعد بر میگشتیم، اینجا هم میایم تو حوزه Wavelet آن چیز هایی را که زائد است را تضعیف یا حذفشان میکنیم بعد دوباره بر می گردیم و عکس را بازسازی میکنیم. همچنین بسته به نوع نویز و شدت آن در تصویر، ممکن است لازم باشد تعداد سطوح تجزیه و فیلتر کردن را تغییر دهیم. به این نکته توجه شود که تمام روشهای حذف نویز تا یک حدی می توانند خوب کار کنند.

(ب)

افزایش اندازه ماسک فیلتر median باعث کاهش نویز و افزایش کیفیت تصویر خواهد شد. با افزایش اندازه ماسک، تعداد پیکسل های مورد استفاده برای محاسبه مقدار median نیز افزایش می یابد و در نتیجه، تصویر بهتر با نویز کمتری را خواهیم داشت. با این حال، باید به یاد داشت که افزایش اندازه ماسک فیلتر median همچنین باعث کاهش وضوح تصویر خواهد شد، بنابراین بایستی به دقت تعادل را بین کاهش نویز و حفظ وضوح تصویر در نظر گرفت.

(۲)



سائز تصویر

4×5

۱	۰	۰	۰	۱
۰	۱	۱	۰	۰
۰	۱	۰	۱	۰
۱	۰	۱	۰	۰

[1 -2 1]

ماسک

اندازه ماسک: ۱×۳

نکته: هدف از Zero Padding این است که ما می خواهیم سایز تصویر خروجی مان برابر با تصویر ورودی باشد؛ و از آنجا که اندازه ماسک ما 3×3 است (3×3 یا 5×5 یا 7×7 ... نیست) ما Zero Padding را فقط به ستون اول و آخر اضافه میکنیم تا سایز خروجی ما برابر سایز ورودی باشد.

0	1	0	0	0	1	0
0	۰	۱	۱	۰	0	0
0	۰	۱	۰	۱	0	0
0	۱	۰	۱	۰	0	0

ماسک $\leq [1 \ -2 \ 1]$

Zero Padding \leq حاشیه زرد رنگ

خروجی

-2	1	0	1	-2
1	-1	-1	1	0
1	-2	2	-2	1
-2	2	-2	1	0

(۳)

تعدیل هیستوگرام تلاش میکند که آگه رنگ های تصویر مان متمرکز باشد، آنرا روی کل بازه رنگی ای که داریم پخش کند؛ و در این فرآیند ترتیب رنگ ها ثابت می مانند و تغییر پیدا نمی کنند. تعدیل هیستوگرام برای بهبود کیفیت تصویر استفاده میشود؛ زیرا هرچقدر هیستوگرام تصویر پخش تر باشد، کیفیت تصویر بهتر است. مراحل تعدیل هیستوگرام به ترتیب به صورت زیر است:

(۱) اول هیستوگرام تصویر را محاسبه میکنیم (یعنی اول تعداد تکرار هر رنگ در تصویر را محاسبه میکنیم، حالا ممکن است مسئله این بخش رو خودش داده باشد، اگر نداده باشد باید تعدادشان رو شمرده و در جدول بنویسیم)

(۲) بعد احتمالات رو حساب میکنیم (یعنی تعداد تکرار هر رنگ تقسیم بر تعداد کل پیکسل ها)

☆ تعداد کل پیکسل ها با ضرب طول و عرض تصویر در هم بدست می آید. مثلا آگه اندازه تصویر 64×64 در 64 باشد تعداد کل پیکسل ها میشود 4096 تا.

(۳) بعد توزیع تجمعی را بدست می آوریم (تعداد رنگ ها منهای ۱ را با جمع احتمال خودش و احتمال های ماقبلش ضرب میکنیم)

(۴) بعد مقدارش را گرد (رند) میکنیم.

(۵) عددی که بدست می آید، نقاطی را که باید در نمودار نهایی داشته باشیم است.

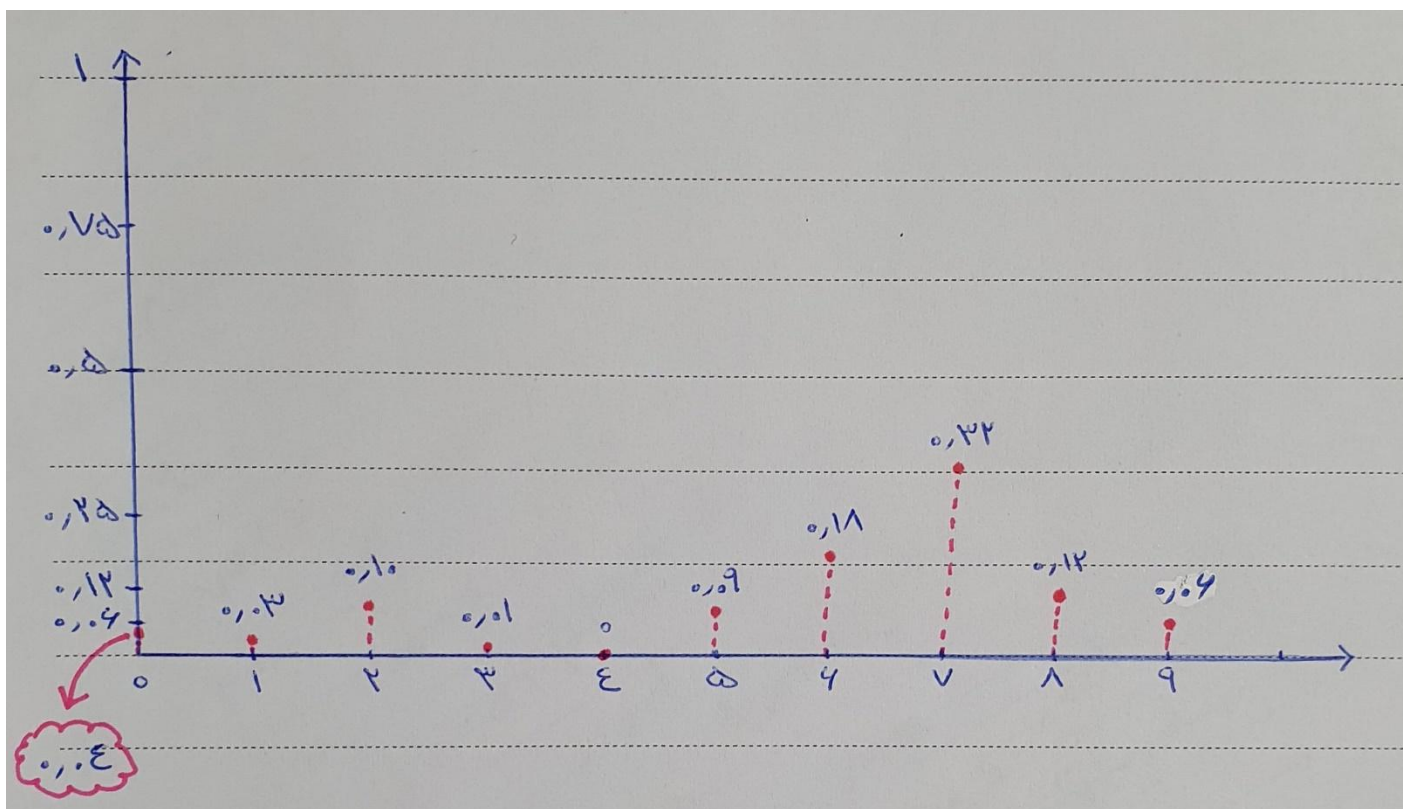
(۶) مقادیرش به این صورت محاسبه میشود که احتمالات پیکسل های تکراری جمع میشوند، و در غیر تکراری ها خود احتمالش نوشته میشود. برای اطمینان از نگاشت درست، احتمال تصویر اصلی و تصویر خروجی باید با هم برابر باشند.

(الف)

اندازه تصویر: $8 \times 8 = 64$

تعداد رنگ ها: ۱۰

	تعداد تکرار هر رنگ	احتمال رخداد
۰	۳	$\frac{3}{64} = 0.04$
۱	۲	$\frac{2}{64} = 0.03$
۲	۷	$\frac{7}{64} = 0.10$
۳	۱	$\frac{1}{64} = 0.01$
۴	۰	$\frac{0}{64} = 0$
۵	۶	$\frac{6}{64} = 0.09$
۶	۱۲	$\frac{12}{64} = 0.18$
۷	۲۱	$\frac{21}{64} = 0.32$
۸	۸	$\frac{8}{64} = 0.12$
۹	۴	$\frac{4}{64} = 0.06$



محاسبه توزیع تجمعی (ضرب تعداد رنگ ها منهای ۱ در جمع احتمال خودش با احتمال ماقبل هاش) و نتیجه را گرد میکنیم.

$$\text{Number of Colors} - 1 \times \sum_{j=0}^0 p_r(r_0) =$$

$$R0 = 9 \sum_{j=0}^0 p_r(r_0) = 9 \times 0.04 = 0.36 \approx 0$$

$$R0 = 9 \times 0.04 = 0.36 \approx 0$$

$$R1 = 9 \times (0.04+0.03) = 0.63 \approx 1$$

$$R2 = 9 \times (0.04+0.03+0.10) = 1.53 \approx 2$$

$$R3 = 9 \times (0.04+0.03+0.10+0.01) = 1.62 \approx 2$$

$$R4 = 9 \times (0.04+0.03+0.10+0.01+0) = 1.62 \approx 2$$

$$R5 = 9 \times (0.04+0.03+0.10+0.01+0+0.09) = 2.43 \approx 2$$

$$R6 = 9 \times (0.04+0.03+0.10+0.01+0+0.09+0.18) = 4.05 \approx 4$$

$$R7 = 9 \times (0.04+0.03+0.10+0.01+0+0.09+0.18+0.32) = 6.93 \approx 7$$

$$R8 = 9 \times (0.04+0.03+0.10+0.01+0+0.09+0.18+0.32+0.12) = 8.01 \approx 8$$

$$R9 = 9 \times (0.04+0.03+0.10+0.01+0+0.09+0.18+0.32+0.12+0.06) = 8.55 \approx 9$$

$$0 \Rightarrow P(r_0) \Rightarrow 0.04$$

$$1 \Rightarrow P(r_1) \Rightarrow 0.03$$

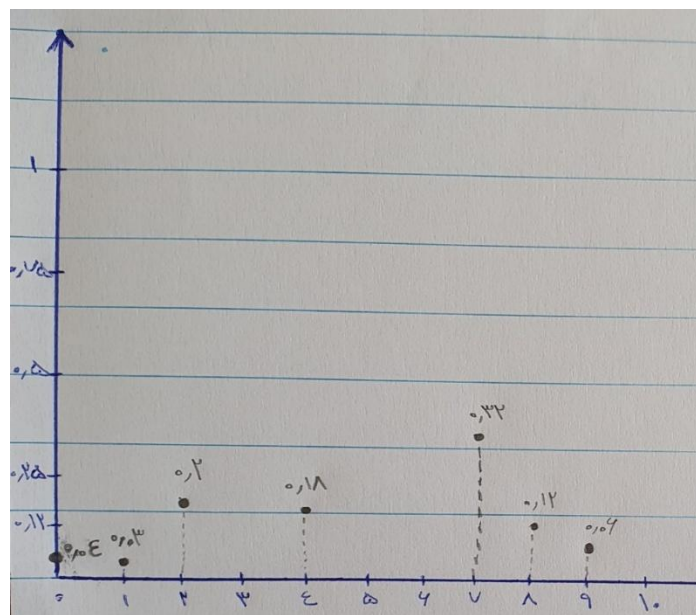
$$2 \Rightarrow P(r_2) + P(r_3) + P(r_4) + P(r_5) \Rightarrow 0.2$$

$$4 \Rightarrow P(r_6) \Rightarrow 0.18$$

$$7 \Rightarrow P(r_7) \Rightarrow 0.32$$

$$8 \Rightarrow P(r_8) \Rightarrow 0.12$$

$$9 \Rightarrow P(r_9) \Rightarrow 0.06$$



(ب)

هیستوگرام یک نموداری است که توزیع فراوانی یک مجموعه داده را نشان می دهد. تعدیل هیستوگرام به معنای تغییر توزیع فراوانی داده ها با حفظ تعداد کل داده ها است. تعدیل هیستوگرام برای بهبود کیفیت تصویر استفاده میشود؛ اگر تعدیل هیستوگرام را دو بار روی یک تصویر اعمال کنیم، توزیع فراوانی داده ها تغییر خواهد کرد و ممکن است باعث افزایش کیفیت تصویر شود. اما اگر تعدیل هیستوگرام بیش از حد اعمال شود، ممکن است باعث از بین رفتن جزئیات تصویر شود. لذا باید با دقت و با توجه به نیاز خود، تعدیل هیستوگرام را اعمال کنیم.

(۴)

(الف)

تفاوت مشتق اول و دوم \leq اگر Flat باشند هر دو مشتق صفر اند؛ اگر شیب داشته باشیم، مشتق دوم صفر می شود ولی مشتق اول غیر صفر. مشتق دوم، دو بار لبه را نشان می دهد (یک حالت دوگانه به لبه می دهد)؛ یکبار این سمت لبه مقدار غیر صفر می دهد و یکبار سمت دیگرش. تفاوت اصلی در آشکارسازی لبه ها، این است که مشتق اول به ما نحوه سرعت تغییرات یک تابع را نسبت به یک متغیر خاص نمایان می کند، در حالی که مشتق دوم به عنوان شیب (یا سرعت) تغییرات شیب یک تابع را در هر نقطه خاص، نمایان می کند.

(ب)

ماسک سوپل افقی

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

33	62	55	73
21	77	65	150
10	29	212	198
17	34	83	142

اضافه کردن Zero Padding

0	0	0	0	0	0
0	33	62	55	73	0
0	21	77	65	150	0
0	10	29	212	198	0
0	17	34	83	142	0
0	0	0	0	0	0

خروجی

-119	-240	-357	-365
79	-68	-406	-407
51	72	15	-2
49	280	651	608

(۵)

تحلیل مسئله:

در تصویر (a)، یک مستطیل توخالی داریم که دارای نویز در لبه‌های داخلی و خارجی است. این نویزها به دو صورت هستند:

۱. برآمدگی‌ها (Foreground noise): پیکسل‌های سفیدی که از لبه‌ها بیرون زده‌اند.

۲. فرو رفتگی‌ها (Background noise): پیکسل‌های سیاهی که وارد بدنه سفید شده‌اند.

هدف این است که با استفاده از المان ساختاری (Structuring Element) نمایش داده شده که یک مربع 3×3 است، تصویر به شکل صاف و یکدست (b) تبدیل شود.

پاسخ:

برای حذف هر دو نوع نویز و رسیدن به یک شکل صاف، بهترین پیشنهاد استفاده از ترکیب دو عملگر اصلی یعنی Opening و Closing است که به آن Morphological Filtering می‌گویند:

۱. مرحله اول: عملگر Opening (باز کردن)

فرمول: $A \circ B = (A \oplus B) \ominus B$ (ابتدا فرسایش، سپس گسترش)

کاربرد: این عملگر پیکسل‌های سفید اضافی (برآمدگی‌های کوچک روی لبه‌های خارجی و پیکسل‌های تک افتاده) را حذف می‌کند بدون اینکه اندازه کلی شکل تغییر زیادی کند.

۲. مرحله دوم: عملگر Closing (بستن)

فرمول: $A \bullet B = (A \ominus B) \oplus B$ (ابتدا گسترش، سپس فرسایش)

کاربرد: این عملگر حفره‌های سیاه کوچک و فرو رفتگی‌های روی لبه‌های داخلی را پر می‌کند و باعث یکدست شدن بدنه مستطیل می‌شود.

خلاصه جواب برای امتحان:

بهترین پیشنهاد استفاده از ترکیب دو عملگر Opening و Closing با المان ساختاری 3×3 داده شده است. ترتیب اجرای آن‌ها به این صورت است:

- ابتدا انجام Opening برای حذف نویزهای سفید (برآمدگی‌ها).
 - سپس انجام Closing بر روی نتیجه قبلی برای پر کردن حفره‌های سیاه (فرو رفتگی‌ها).
- این ترکیب باعث می‌شود لبه‌های تصویر (a) کاملاً صاف شده و به تصویر (b) تبدیل شود.