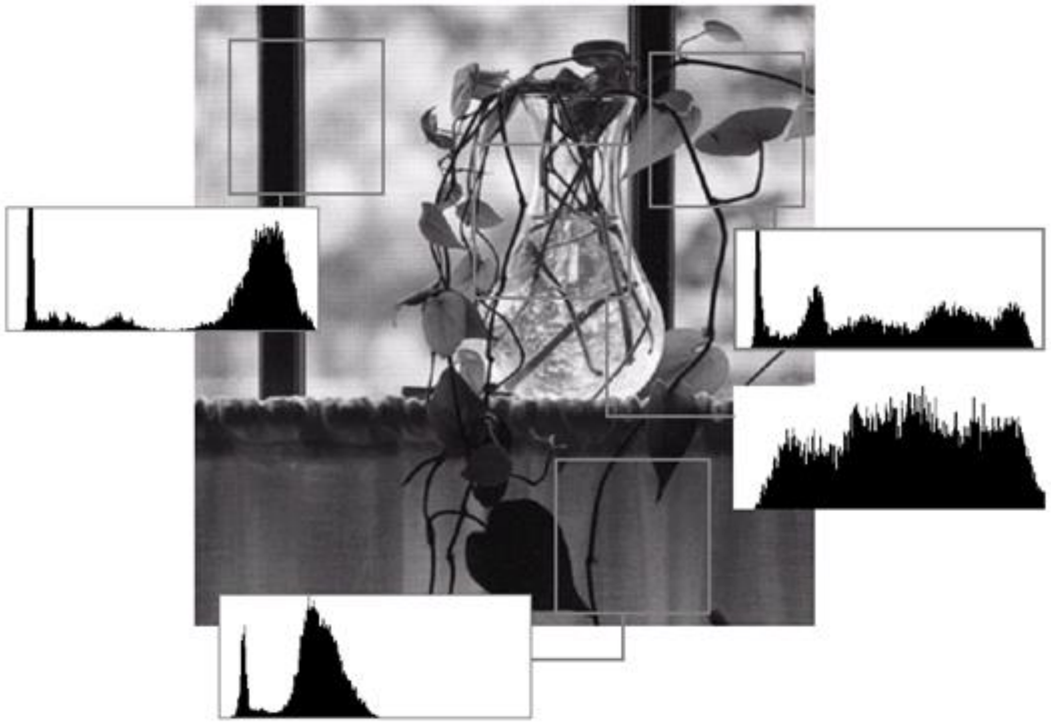
تصویر پردازی رقمی

دکتر ملیحه ثابتی
استادیار گروه کامپیوتر دانشگاه آزاد اسلامی
واحد تهران شمال

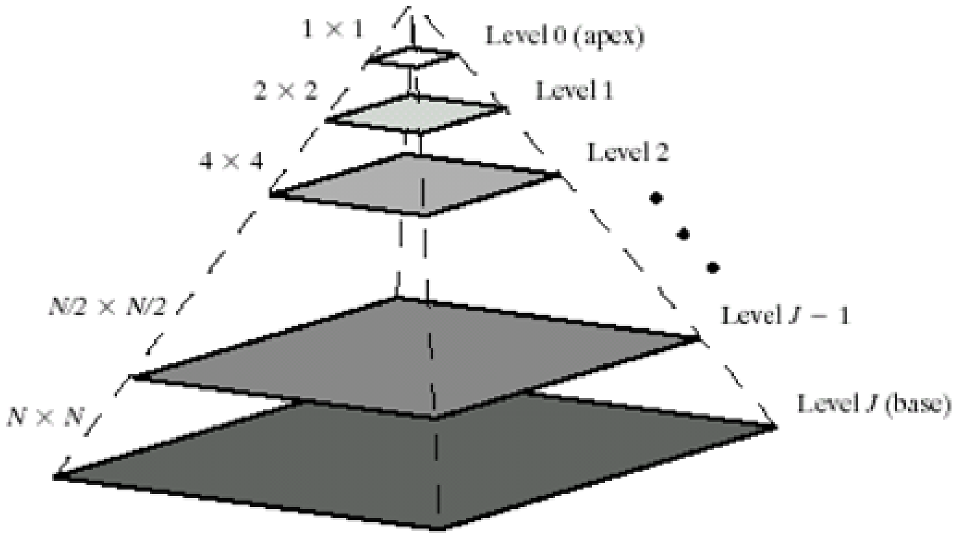
فصل ششم – موجک و پردازش چند دقتی

- مقدمه ای بر تبدیل موجک
  - وقتی به تصاویر نگاه می کنیم مناطق متصلی از متن مشابه یا سطوح شدت را خواهیم دید که ترکیب می شوند تا اشیا را ایجاد کنند اگر همزمان اشیای کوچک و بزرگ – یا اشیایی با کنتراست پایین و بالا – وجود داشته باشد خوب است آنها را در چندین دقت مطالعه کنیم البته این کار، انگیزه اصلی پردازش چند دقتی است
  - تصاویر آرایه های دوبعدی از مقادیر شدت با تغییر در آمارهای محلی اند که ناشی از ترکیبات مختلف ویژگی های ناگهانی مثل لبه ها و مقایسه مناطق همگن است همانطور که شکل روبرو نشان می دهد هیستوگرام محلی می تواند بطور چشمگیری از یک بخش تصویر به بخش دیگر آن تغییر کند بطوری که مدل سازی آماری روی کل تصویر را کاری دشوار یا غیر ممکن می سازد



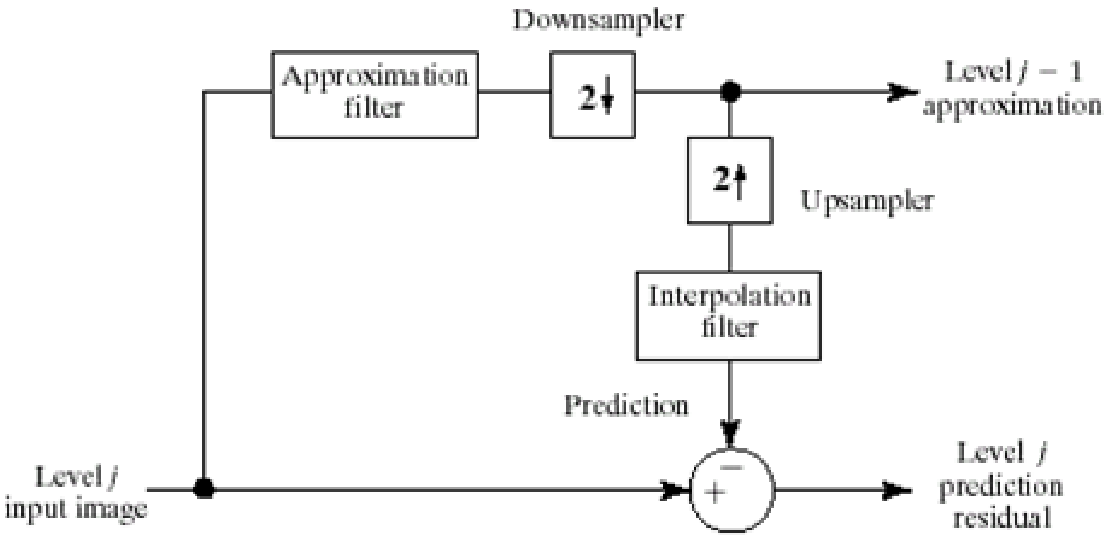
فصل ششم - موجک و پردازش چند دقتی

- هرم تصویری
  - قاعده هرم شامل نمایش با دقت بالایی از تصویر در حال پردازش است راس هرم شامل تصویری با دقت پایین است
  - هرچه به طرف بالای هرم پیش می روید از اندازه و دقت تصویر کاسته می شود سطح قاعده هرم N×N و سطح راس هرم به اندازه 1×1 است
  - اغلب هرم های تصویر به P+1 سطح تبدیل می شوند یعنی معمولا خود را به P تخمین دقت از تصویر اصلی محدود می کنیم



فصل ششم - موجک و پردازش چند دقتی

- هرم های پسماند پیشگویی و هرم های تقریب
  - مرحله اول: یک تخمین کاهش یافته را از تصویر ورودی سطح **i** محاسبه کنید این کار با فیلتر کردن و کاهش نرخ نمونه برداری نتیجه فیلتر شده با ضریب ۲ انجام می گیرد
  - مرحله دوم: برآوردی از تصویر ورودی سطح **i** را از تخمین با دقت کاهش یافته که در مرحله ۱ تولید شد ایجاد نمایید این کار با افزایش نرخ نمونه برداری و فیلتر کردن تخمین تولید شده انجام می گیرد
  - مرحله سوم: تفاوت بین تصویر پیشگویی مرحله ۲ و ورودی مرحله ۱ را محاسبه کنید

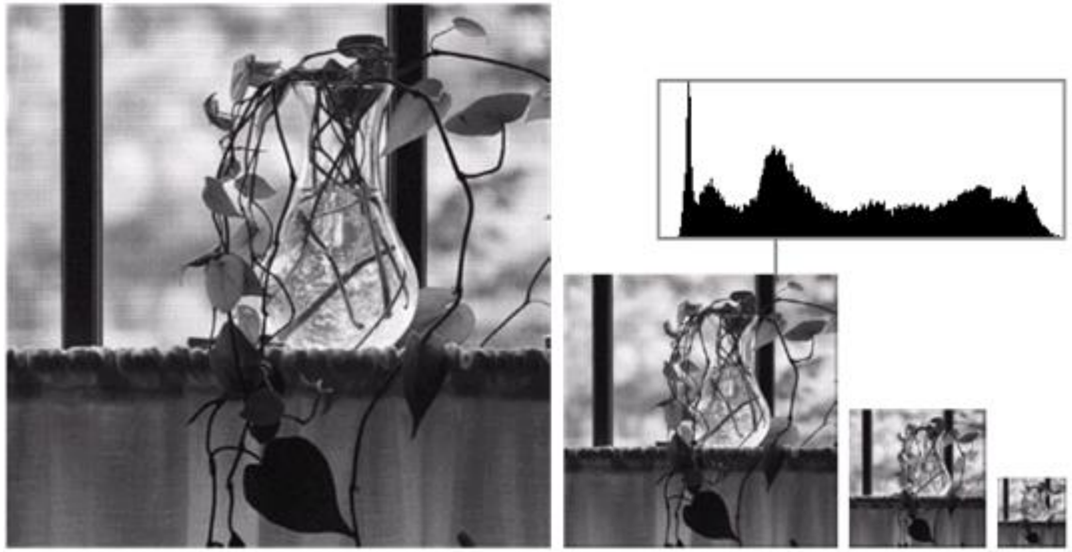


تکنیک های مفید فیلتر کردن تخمین، شامل میانگین گیری همسایگی است که هرم های میانگین را تولید می نماید. فیلتر کردن گوسی پایین گذر که هرم های گوسی را تولید می نماید

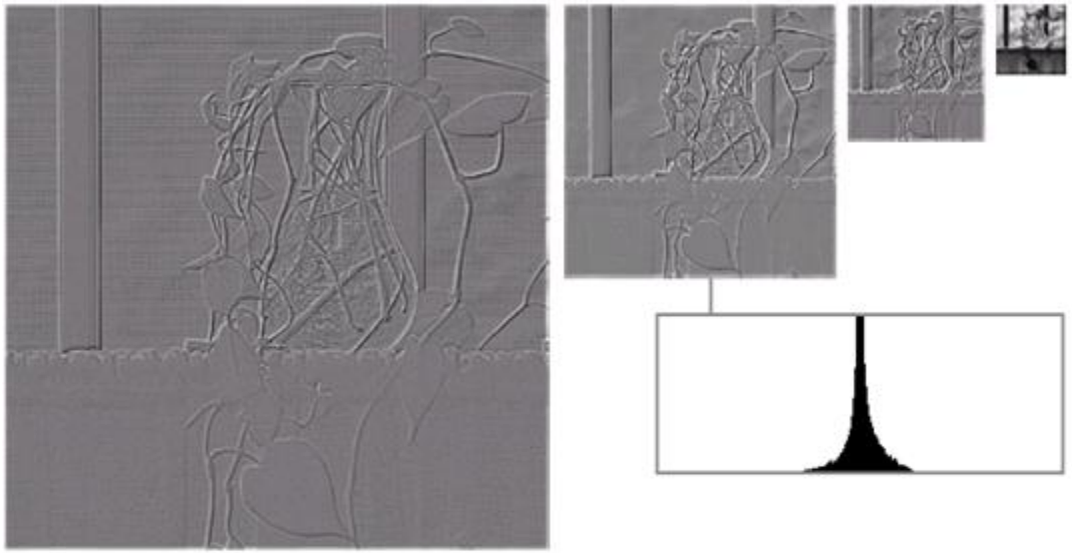
فصل ششم - موجک و پردازش چند دقتی

- هرم تقریب و هرم پسماند پیشگویی را برای گلدان نشان می دهد
  - بطور کلی، سطوحی با دقت پایین تر هرم می تواند برای تحلیل ساختارهای بزرگ یا کل زمینه تصویر بکار می رود تصاویری با دقت بالا، برای تحلیل هر یک از ویژگی های شی مناسب اند این روش تحلیل، برای تشخیص الگو مفید است

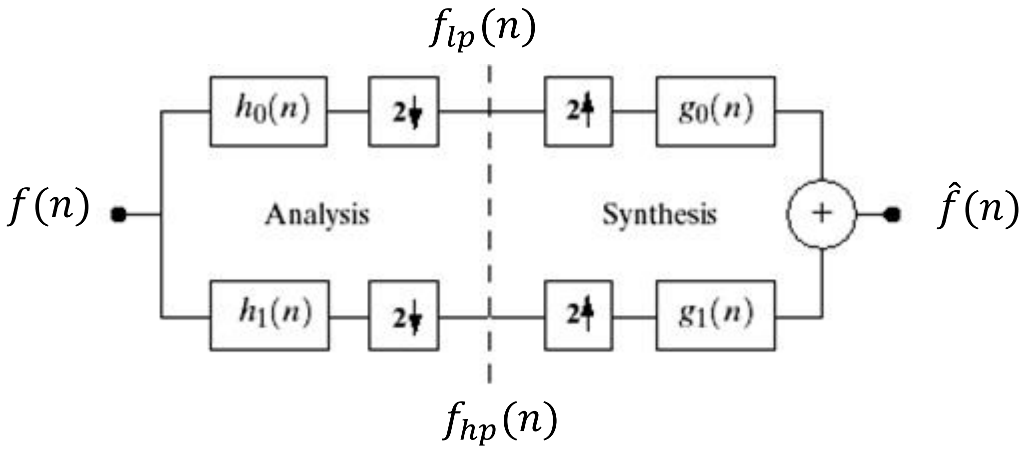
هرم تقریب

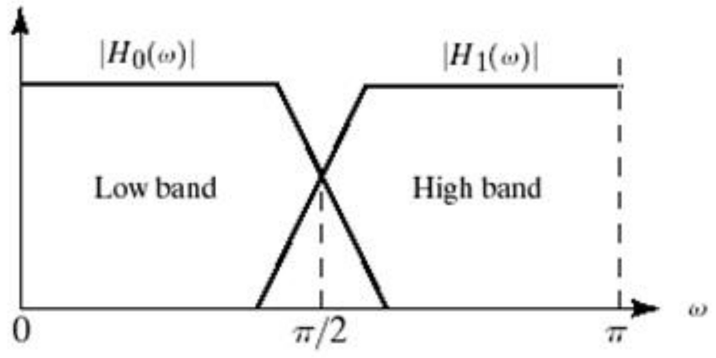


هرم پسماند پیشگویی



فصل ششم - موجک و پردازش چند دقتی





- بانک فیلتر تحلیل که شامل $h_0(n)$ و $h_1(n)$ است برای تبدیل دنباله ورودی $f(n)$ به دو دنباله به طول نصف $f_{lp}(n)$ و $f_{hp}(n)$ بکار می رود که زیر باندها برای نمایش ورودی اند
- فیلتر $h_0(n)$ یک فیلتر پایین گذر است که خروجی آن یعنی زیر باند $f_{lp}(n)$ تخمین $f(n)$ نام دارد
- فیلتر $h_1(n)$ یک فیلتر بالا گذر است که خروجی آن یعنی زیر باند $f_{hp}(n)$ به نام فرکانس بالا یا بخش جزییات $f(n)$ خوانده می شود
- فیلتر های بانک ترکیبی $g_0(n)$ و $g_1(n)$، دنباله های $f_{lp}(n)$ و $f_{hp}(n)$ را ترکیب می کنند تا تصویر $\hat{f}(n)$ بدست آید
- زمانی که $\hat{f}(n)$ برابر با $f(n)$ باشد می گوییم سیستم بازسازی کامل کرده است

فصل ششم - موجک و پردازش چند دقتی

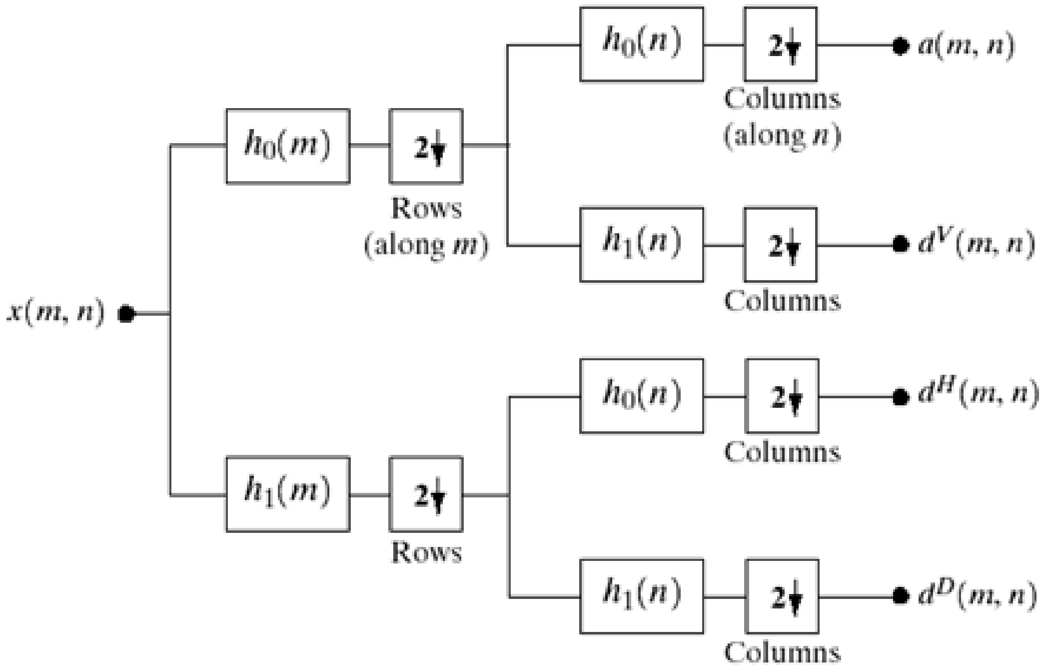
- فیلترهای بانک متعددی در منابع مربوط به بانک فیلتر وجود دارند لازم به ذکر است در تمام آنها، فیلترهای ترکیبی ($g_0(n)$ و $g_1(n)$) نسخه مدوله شده فیلترهای تحلیلی ($h_0(n)$ و $h_1(n)$) هستند
- برای بازسازی کامل، پاسخ های ضربه فیلترهای ترکیبی و تحلیلی باید به یکی از دو روش زیر مرتبط باشند
- $g_0(n) = (-1)^n h_1(n)$
- $g_1(n) = (-1)^{n+1} h_0(n)$

- $g_0(n) = (-1)^{n+1} h_1(n)$
- $g_1(n) = (-1)^n h_0(n)$

چهار تابع روبرو مدوله متقابل هستند

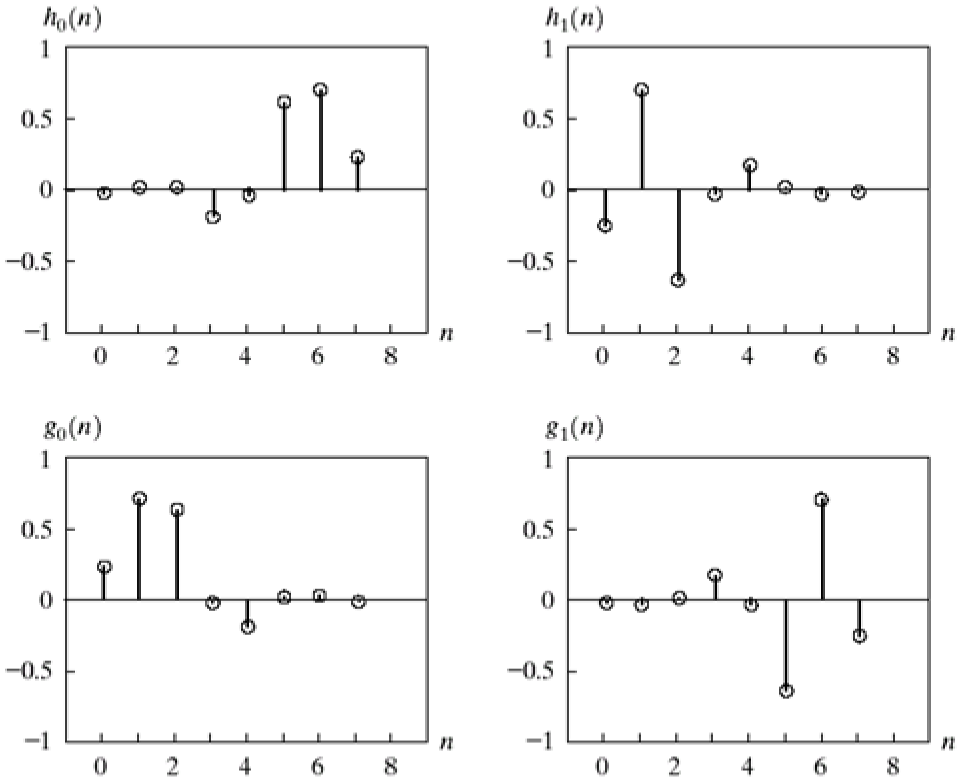
Cross-modulated

فصل ششم – موجک و پردازش چند دقتی



- فیلترهای متعامد و دو تعامدی یک بعدی می توانند بعنوان فیلترهای تفکیک پذیر دوبعدی برای پردازش تصاویر بکار روند
  - فیلترهای تفکیک پذیر ابتدا به یک بعد اعمال می شوند (مثلا عمودی) و سپس به بعد دیگر اعمال می شوند (مثلا افقی)
  - کاهش نرخ نمونه برداری در دو مرحله انجام می گیرد یکی قبل از فیلتر کردن، دومی برای کاهش محاسبات
  - خروجی های فیلتر شده حاصل به ترتیب به نام های تخمین، جزییات عمودی، جزییات افقی و جزییات قطری زیر باندهای تصویر ورودی نامیده می شوند این زیر باندها می توانند به چهار زیر باند کوچکتر تقسیم شوند و این روند می تواند ادامه یابد

فصل ششم – موجک و پردازش چند دقتی



- فیلتر متعامد **daubechies**
  - شکل روبرو پاسخ ضربه چهار فیلتر متعامد را نشان می دهد
  - با استفاده از اعداد می توانید نشان دهید که فیلترها هم دوتعامدی (**biorthognonality**) اند

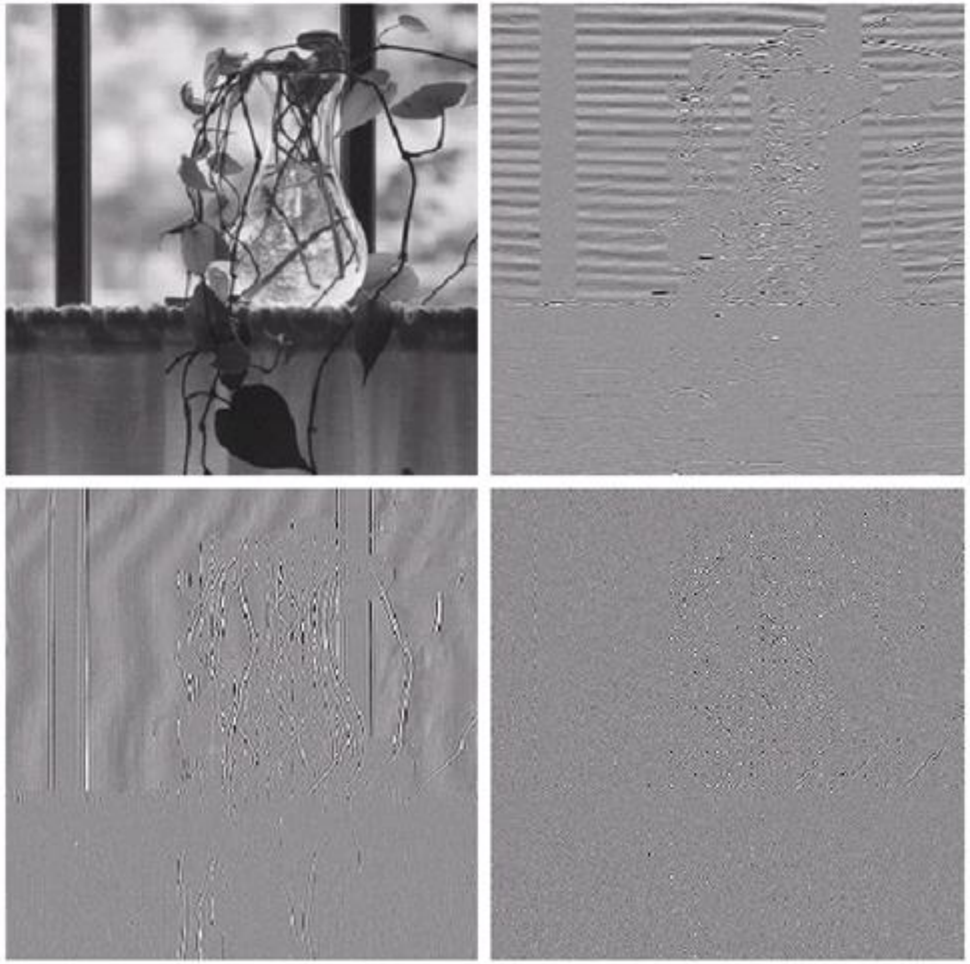
$$< h_i\ (2n-k), g_j(k) >= \delta(i-j)\delta(n)$$

  - و هم متعامدند

$$< g_i\ (n), g_j(n+2m) >= \delta(i-j)\delta(m)$$

فصل ششم – موجک و پردازش چند دقتی

- تقسیم چهار باندی گلدان



تخمین

جزییات افقی

جزییات عمودی

جزییات قطری

فصل ششم - موجک و پردازش چند دقتی

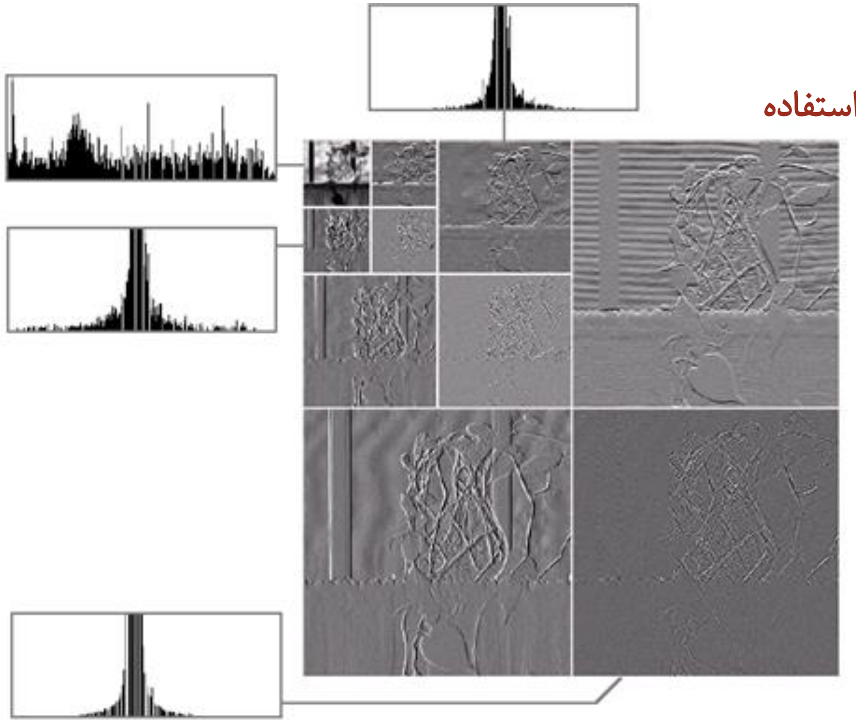
- تبدیل هار Haar
  - تبدیل هار می تواند به فرم ماتریسی زیر بیان شود

$$T=HFH^T$$

  - که F یک ماتریس تصویر و H ماتریس تبدیل هار است

$$H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \qquad H_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

  - علت علاقه اصلی ما به تبدیل هار این است که سطرهای H_2 می توانند برای تعریف فیلترهای تحلیل یعنی $h_0(n)$ و $h_1(n)$ از بانک فیلتر بازسازی کامل ۲ انشعابی بکار روند



تبدیل موجک با استفاده از تابع پایه H2

چندین تخمین مختلف

فصل ششم - موجک و پردازش چند دقتی

- بسط سری های موجک
  - تابع **f(x)** می تواند توسط بسط تابع مقیاس بندی و بسط تابع موجک نمایش داده شود

$$f(x)=\sum_{k}c_{j_0}\varphi_{j_0,k}(x)+\sum_{j=j_0}^{\infty}\sum_{k}d_j(k)\psi_{j,k}(x)$$

تخمین (ضرایب مقیاس بندی)
Approximation Coefficients

جزییات (ضرایب موجک)
Detail Coefficients

$$c_{j_0}(k)=\langle f(x),\varphi_{j_0,k}(x)\rangle=\int f(x)\varphi_{j_0,k}(x)dx$$

$$d_j(k)=\langle f(x),\psi_{j,k}(x)\rangle=\int f(x)\psi_{j,k}(x)dx$$

فصل ششم - موجک و پردازش چند دقتی

- تبدیل موجک گسسته (DWT)
  - همانند بسط سری های فوریه، بسط سری های موجک بخش قبل، تابعی از متغیر پیوسته را به دنباله ای از ضرایب نگاشت می کند اگر تابع در حال بسط، گسسته باشد ضرایب حاصل را تبدیل موجک (DWT) می نامند

$$W_{\varphi}(j_0,k)=\frac{1}{\sqrt{M}}\sum_{x} f(x)\varphi_{j_0,k}(x)$$

$$W_{\psi}(j_0,k)=\frac{1}{\sqrt{M}}\sum_{x} f(x)\psi_{j_0,k}(x)$$

$$\boxed{f(x)=\frac{1}{\sqrt{M}}\sum_{k} W_{\varphi}(j_0,k)\varphi_{j_0,k}(x)+\frac{1}{\sqrt{M}}\sum_{j=j_0}^{\infty}\sum_{k} W_{\psi}(j_0,k)\psi_{j_0,k}(x)}$$

فصل ششم - موجک و پردازش چند دقتی

- تبدیل موجک سریع
  - تبدیل موجک سریع (**FWT**) پیاده سازی کارآمدی از تبدیل موجک گسسته (**DWT**) است که رابطه عجیب ولی خوبی را بین ضرایب **DWT** و مقیاس های همجوار را نشان می دهد

$$\varphi(x)=\sum_{n} h_{\varphi}(n)\sqrt{2}\varphi(2x-n)$$

  - مقیاس بندی **x** توسط 2^j و انتقال آن به میزان **k**، و با قرار دادن **m=2k+n** خواهیم داشت

$$\boxed{\varphi(2^{j}x-k)=\sum_{m} h_{\varphi}(m-2k)\sqrt{2}\varphi(2^{j+1}x-m)}$$

$$\boxed{\psi(2^{j}x-k)=\sum_{m} h_{\psi}(m-2k)\sqrt{2}\varphi(2^{j+1}x-m)}$$

فصل ششم - موجک و پردازش چند دقتی

- معادلات زیر، معادلات تعریف کننده برای محاسبات تبدیل موجک سریع هستند

$$W_\psi(j,k)=\frac{1}{\sqrt{M}}\sum_x f(x)2^{j/2}\psi_{j,k}(2^j x-k)$$

$$W_\psi(j,k)=\frac{1}{\sqrt{M}}\sum_x f(x)2^{j/2}\left[\sum_m h_\psi(m,2k)\sqrt{2}\varphi(2^{j+1}x-m)\right]$$

$$W_\psi(j,k)=\sum_m h_\psi(m-2k)\left[\frac{1}{\sqrt{M}}\sum_x f(x)2^{(j+1)/2}\varphi(2^{j+1}x-m)\right]$$

$$\boxed{W_\psi(j,k)=\sum_m h_\psi(m-2k)W_\varphi(j+1,m)} \Rightarrow \boxed{W_\psi(j,k)=h_\psi(-n)*W_\varphi(j+1,n)\Big|_{n=2k,k\ge 0}}$$

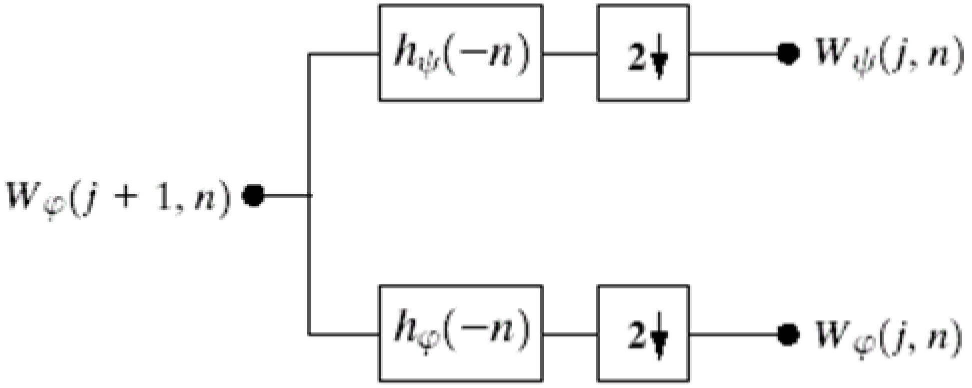
$$\boxed{W_\varphi(j,k)=\sum_m h_\varphi(m-2k)W_\varphi(j+1,m)} \Rightarrow \boxed{W_\varphi(j,k)=h_\varphi(-n)*W_\varphi(j+1,n)\Big|_{n=2k,k\ge 0}}$$

فصل ششم – موجک و پردازش چند دقتی

- معادلات تبدیل موجک سریع
  - بانک فیلتر شکل زیر می تواند تکرار شود تا ساختارهای چند مرحله ای را برای محاسبه ضرایب **DWT** در دو یا چند مقیاس متوالی ایجاد نماید

$$W_\psi(j,k) = h_\psi(-n) * W_\varphi(j+1,n)\Big|_{n=2k,k\geq 0}$$

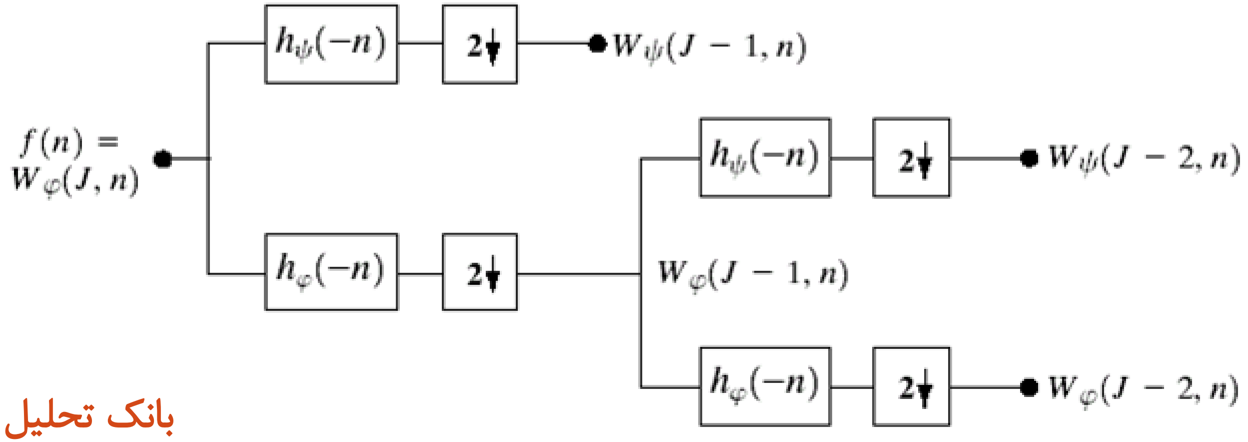
$$W_\varphi(j,k) = h_\varphi(-n) * W_\varphi(j+1,n)\Big|_{n=2k,k\geq 0}$$



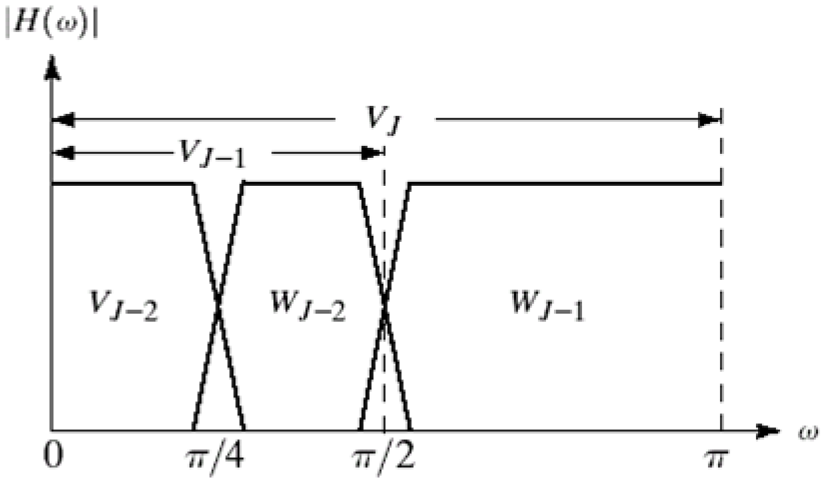
بانک تحلیل **FWT**

فصل ششم - موجک و پردازش چند دقتی

- تبدیل موجک سریع
  - شکل زیر یک بانک فیلتر دو مرحله ای را برای تولید ضرایب در دو بالاترین مقیاس تبدیل، نشان می دهد



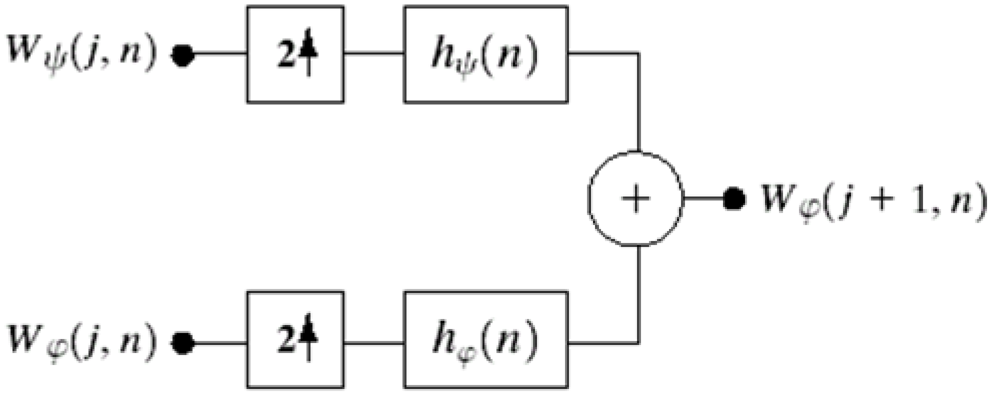
بانک تحلیل **FWT**
دو مرحله ای



ویژگیهای تقسیم فرکانس

فصل ششم - موجک و پردازش چند دقتی

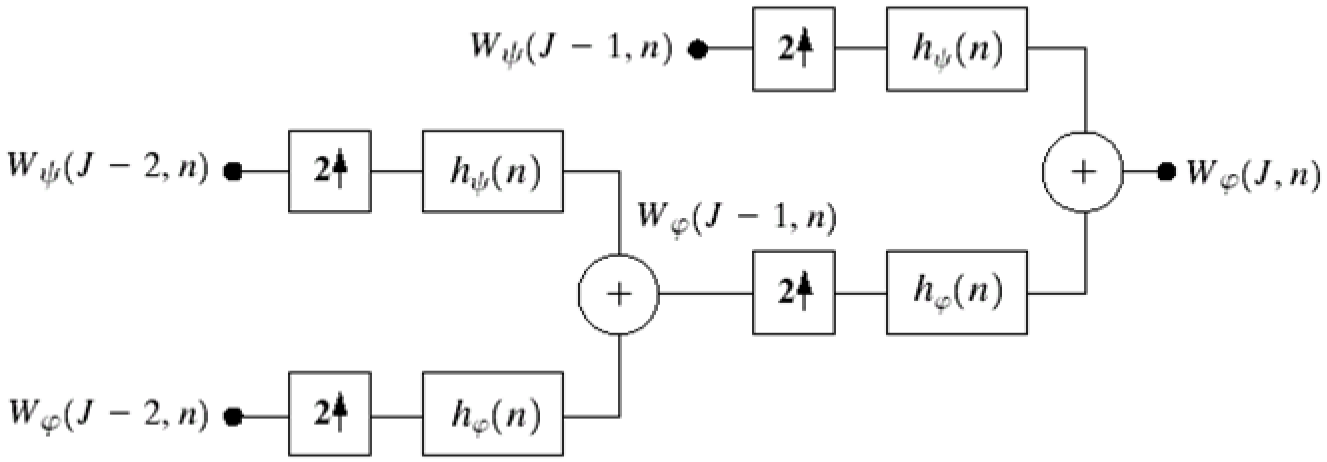
- تبدیل موجک سریع
  - شکل زیر معادل بخش ترکیبی سیستم رمز گذاری و رمزگشایی اسلاید شماره ۶ می باشد. ضرایب افزایش نرخ نمونه برداری توسط عمل پیچش با $h_\psi(n)$ و $h_\varphi(n)$ فیلتر می شوند و با هم جمع می گردند تا تخمینی با مقیاس بالاتر تولید گردد. در اصل، تخمین بهتری از دنباله **f(n)** با دقت و جزییات بیشتر ایجاد خواهد شد
  - همانند FWT مستقیم، بانک فیلتر معکوس می توانند مانند شکل اسلاید بعدی تکرار شود که در آن یک ساختار دو مقیاسی نهایی بازسازی FWT^{-1} داده شده است



بانک فیلتر ترکیبی FWT^{-1}

فصل ششم - موجک و پردازش چند دقتی

- بانک ترکیبی FWT^{-1} دو مرحله ای
  - این فرایند ترکیب ضرایب، می تواند به هر تعدادی از مقیاس ها بسط داده شود و بازسازی کامل دنباله **f(n)** را تضمین می کند

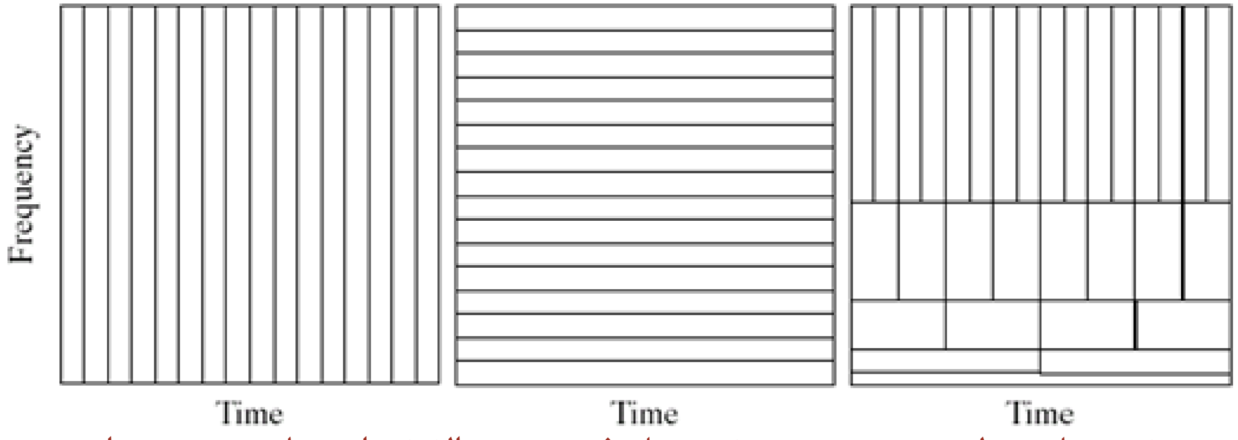


- گرچه توابع پایه فوریه (یعنی منحنی های سینوسی) وجود **FFT** را تضمین می کند وجود **FWT** به وجود توابع مقیاس بندی برای موجک های مورد استفاده و قابلیت تعامد تابع مقیاس بندی و موجک های متناظر بستگی دارد

فصل ششم - موجک و پردازش چند دقتی

- در هنگام نمایش توابع، زمان و فرکانس به عنوان حوزه های مختلفی در نظر گرفته می شود ولی پیوند ناگسستی با هم دارند اگر می خواهید اطلاعات دقیقی درباره زمان داشته باشید باید ابهاماتی را درباره فرکانس بپذیرید و برعکس.

- شکل زیر را در نظر بگیرید
- الف) لحظه ها را در هنگامی که رویدادها رخ می دهند تعیین می کند اما هیچ اطلاعات درباره فرکانس ها ارائه نمی کند. ب) فرکانس هایی را مشخص می کند که در رویدادهایی وجود دارند که در دوره های زمانی طولانی رخ می دهند اما هیچ راه حل زمانی ارائه نمی کنند. ج) کاشی ها در فرکانس های پایین، کوتاه تر هستند (دارای دقت فرکانسی بهتر یا ابهام کمتری درباره فرکانس هستند) ولی وسیع تر می باشند (متناظر با دقت زمانی کمتر یا ابهام بیشتر در زمان است) در فرکانس های بالا، پهنای کاشی کوچک تر است (در نتیجه دقت زمانی بهبود می یابد و ارتفاع کاشی بزرگ تر است که به معنای پایین بودن دقت فرکانس است

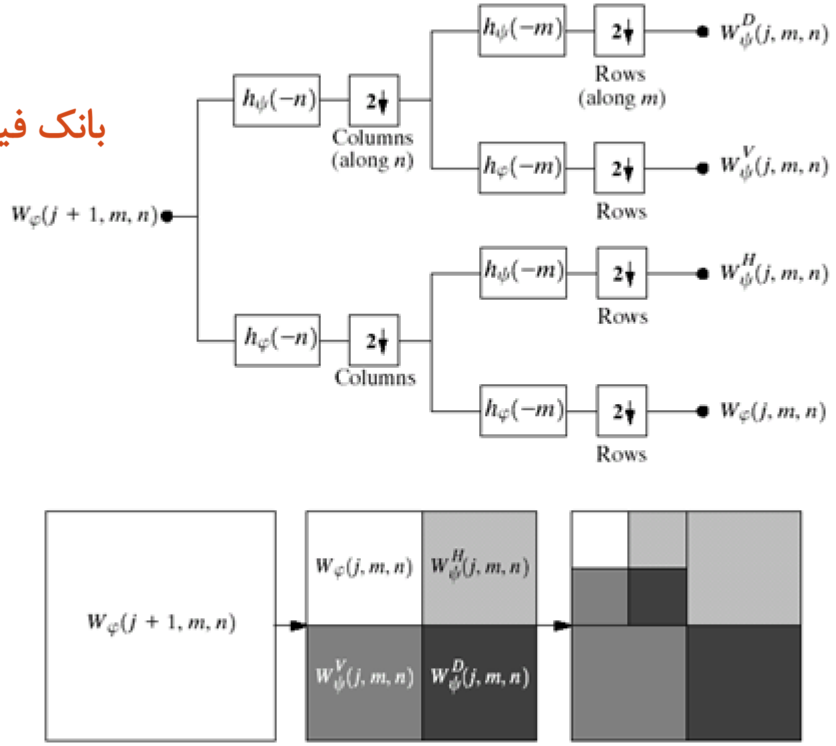


الف) داده های نمونه برداری شده   ب) تبدیل فوریه   ج) تبدیل ویولت

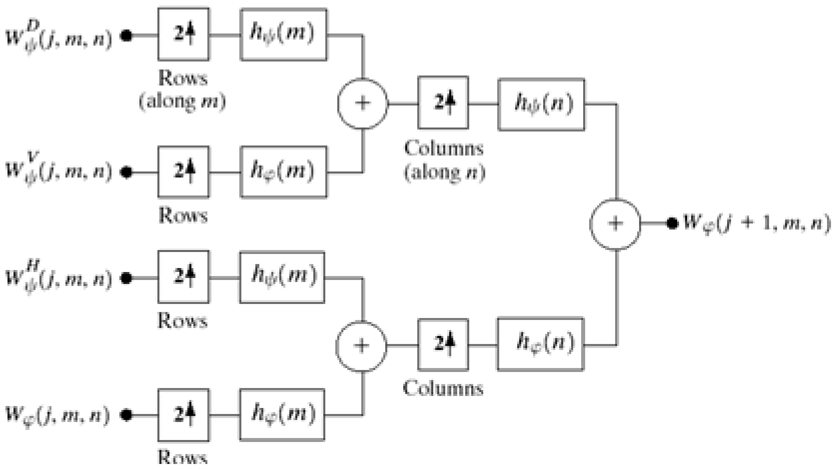
فصل ششم - موجک و پردازش چند دقتی

- تبدیلات موجک در دوبعد
  - در حالت دوبعدی، سه مجموعه از ضرایب جزییات را انتخاب می کنیم: جزییات افقی، عمودی و قطری

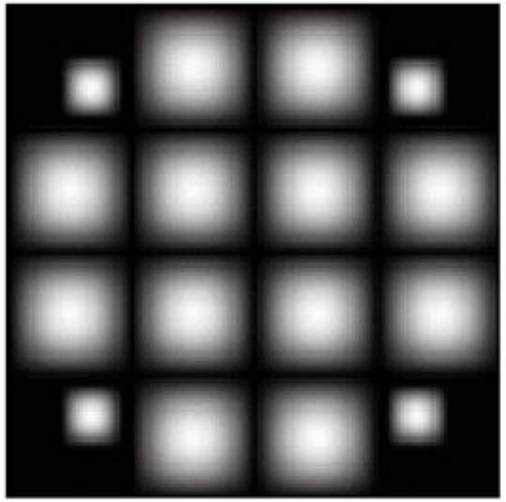
بانک فیلتر تحلیل



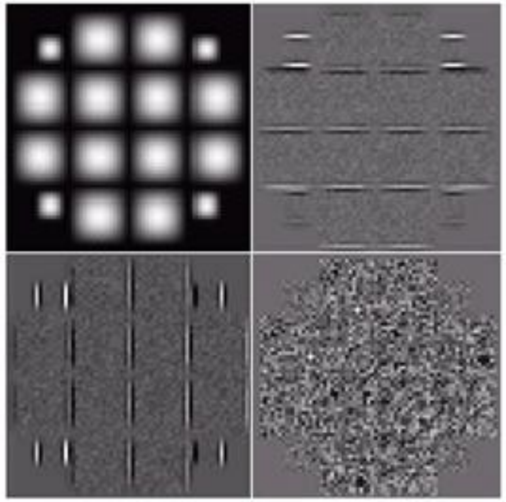
بانک فیلتر ترکیبی



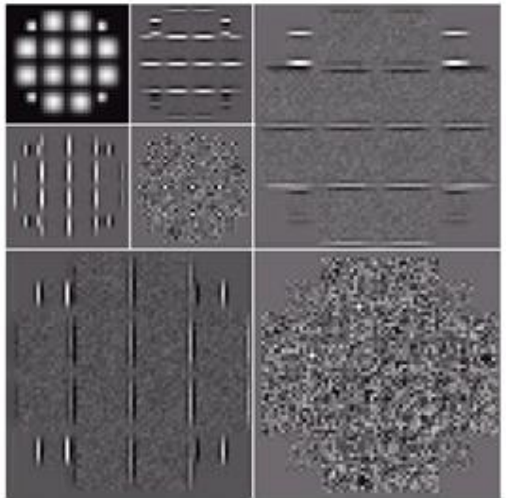
فصل ششم - موجک و پردازش چند دقتی



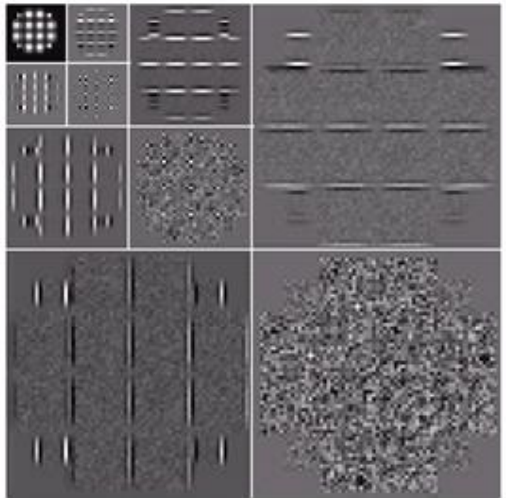
تصویر اصلی



FWT یک مقیاسی

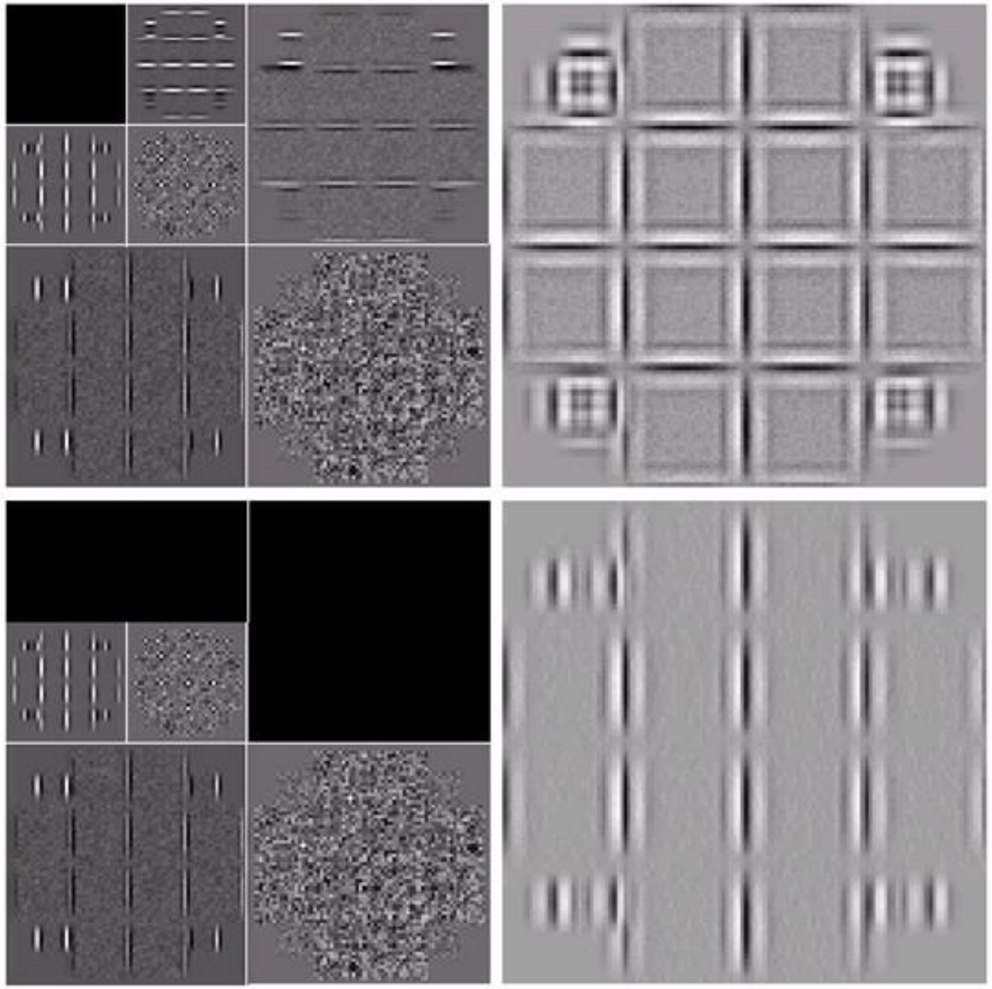


FWT دو مقیاسی



FWT سه مقیاسی

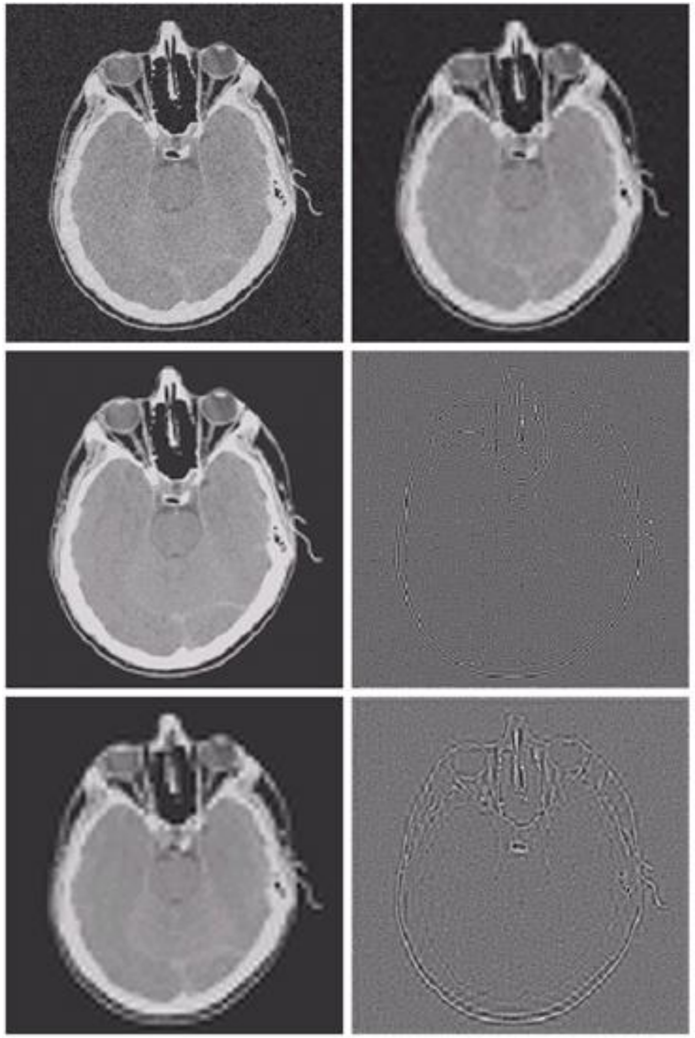
فصل ششم – موجک و پردازش چند دقتی



- تشخیص لبه مبتنی بر موجک
  - مرحله اول: تبدیل موجک دو بعدی تصویر را محاسبه کنید
  - مرحله دوم: تبدیل را تغییر دهید (بعنوان مثال پایین ترین مولفه تخمین مقیاس تبدیل موجک گسسته را صفر کنید صفر کردن مقادیر آن معادل با ارتقای لبه است که شبیه نتایج تیز کردن تصویر مبتنی بر تبدیل فوریه است)
  - مرحله سوم: تبدیل معکوس را محاسبه کنید

فصل ششم - موجک و پردازش چند دقتی

- حذف نویز مبتنی بر موجک
  - مرحله اول: تبدیل موجک دو بعدی تصویر را محاسبه کنید
  - مرحله دوم: ضرایب جزییات را آستانه گیری کنید که به معنای صفر کردن عناصری است که مقادیر مطلق آنها کمتر از یک آستانه است
  - مرحله سوم: تبدیل معکوس را محاسبه کنید



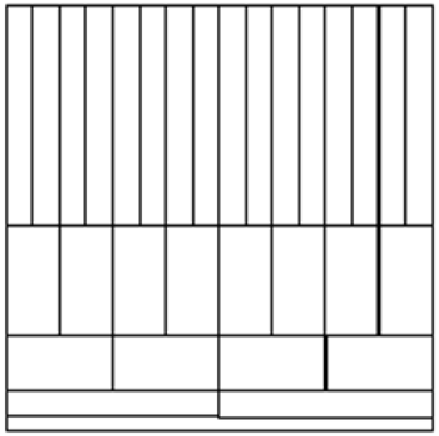
تصویر نویزی

بازسازی های مختلف
پس از تعیین آستانه
برای ضرایب جزییات

اطلاعات حذف شده
در اثنای بازسازی

فصل ششم - موجک و پردازش چند دقتی

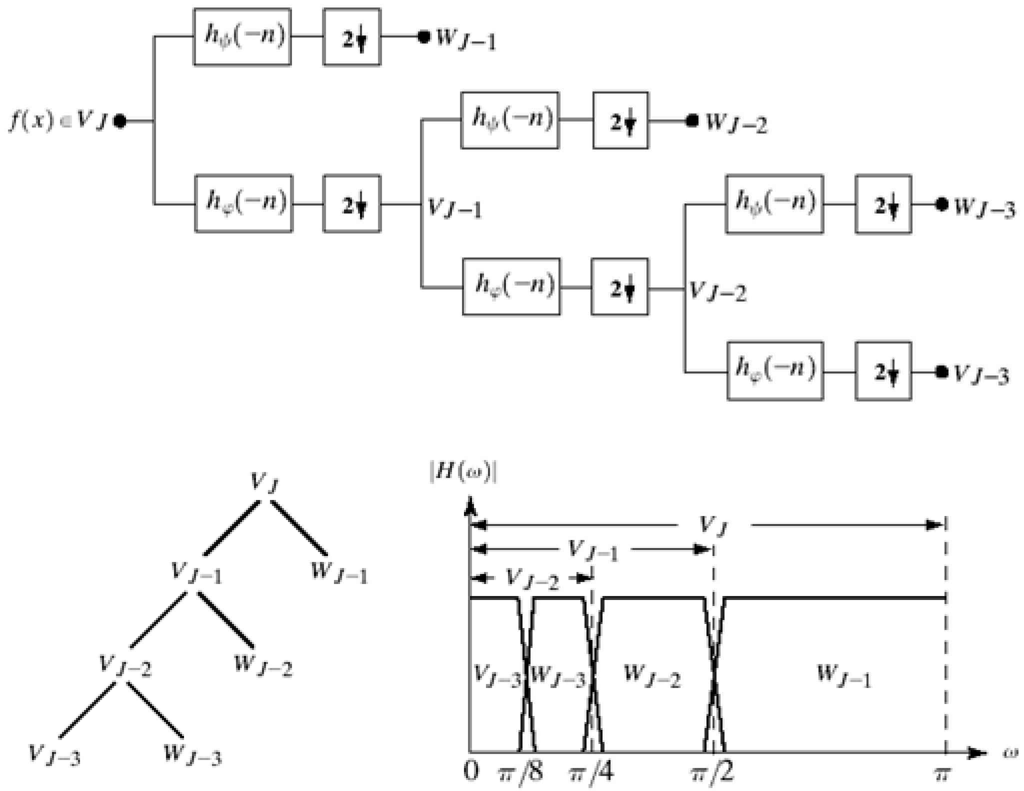
- بسته های موجک (**wavelet packet**)
  - تبدیل موجک سریع، تابعی را به مجموع توابع موجک و مقیاس بندی تجزیه می کند که پهنای باند آنها بطور لگاریتمی به هم ربط دارند یعنی محتوای فرکانسی پایین تابع با استفاده از توابع (موجک و مقیاس بندی) با پهنای باند باریک نمایش داده می شود در حالی که محتوای فرکانسی بالا با پهنای باند بیشتر نمایش داده می شود اگر در راستای محور فرکانس صفحه زمان فرکانس نگاه کنید این نکته کاملا قابل مشاهده است
  - هر نوار افقی از کاشی هایی با ارتفاع ثابت که شامل توابع پایه برای یک مقیاس FWT است با بالا رفتن از محور فرکانس، از نظر ارتفاع بطور لگاریتمی افزایش می یابد اگر نیازمند کنترل بیشتری روی تقسیم بندی صفحه زمان-فرکانس باشیم (مثلا باندهای کوچکتر در فرکانس های بالاتر)، FWT باید تعمیم یابد تا تجزیه قابل انعطاف تری به نام بسته موجک بوجود آید.

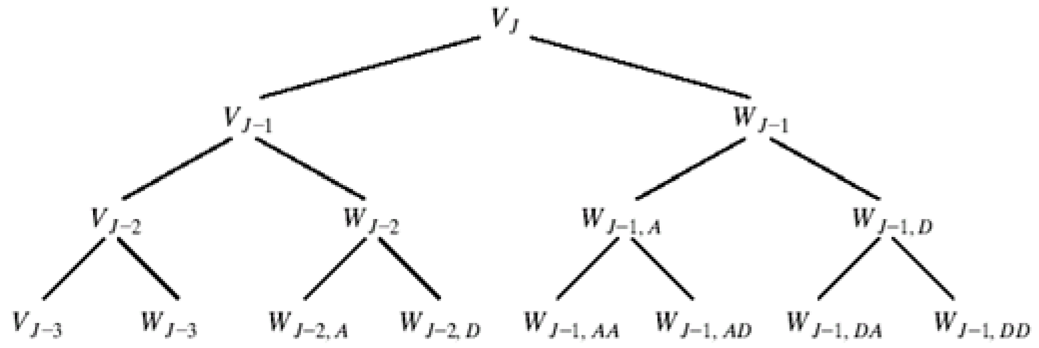


فصل ششم – موجک و پردازش چند دقتی

- بسته های موجک
  - درخت های تحلیل راهکار موثری برای نمایش بسته های موجک هستند بسته های موجک چیزی بیش از تبدیلات موجک معمولی نیستند که در آنها جزییات بطور تکراری فیلتر می شوند بینابراین درخت تحلیل شکل (الف) به درخت تحلیل (ب) تبدیل می شود

الف) بانک فیلتر **FWT** سه مقیاسی

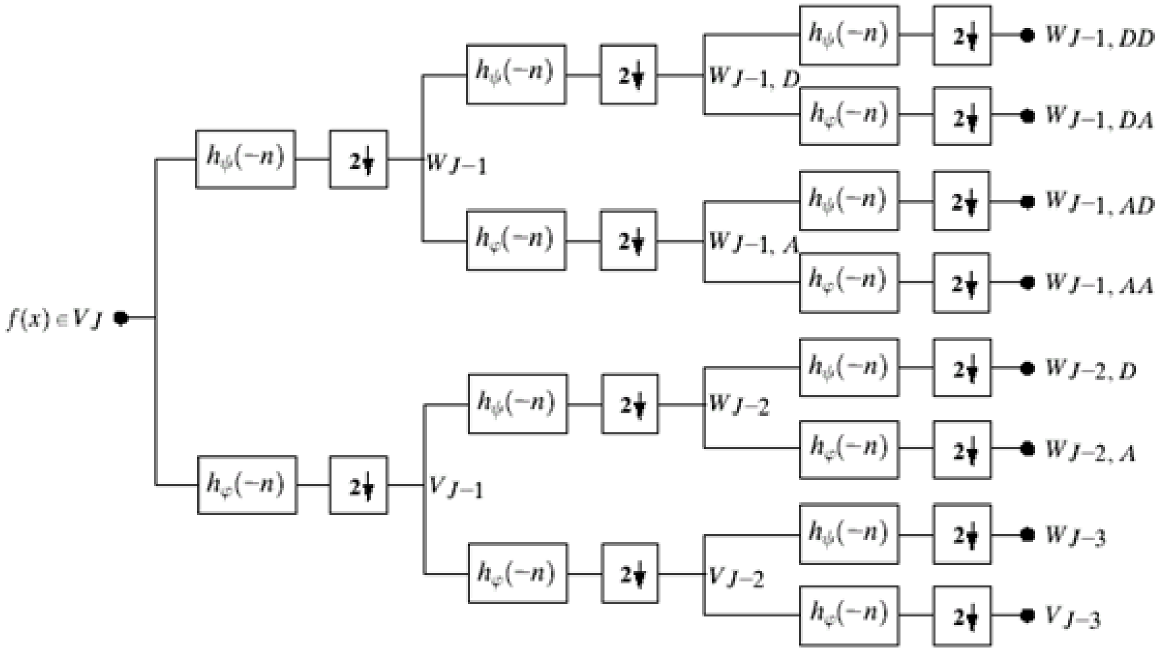


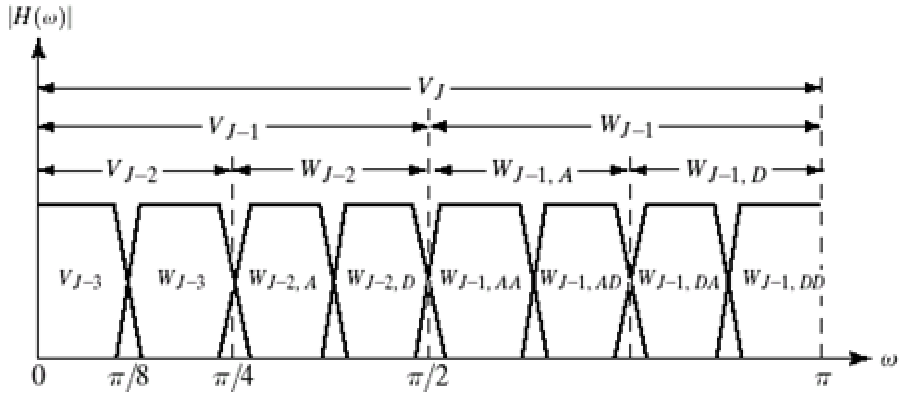


ب) درخت تحلیل بسته موجک سه مقیاسی

فصل ششم - موجک و پردازش چند دقتی

- بسته های موجک
  - شکل زیر بانک فیلتر و ویژگی های تقسیم بندی طیف مربوط به بسته موجک سه مقیاسی را نشان می دهد

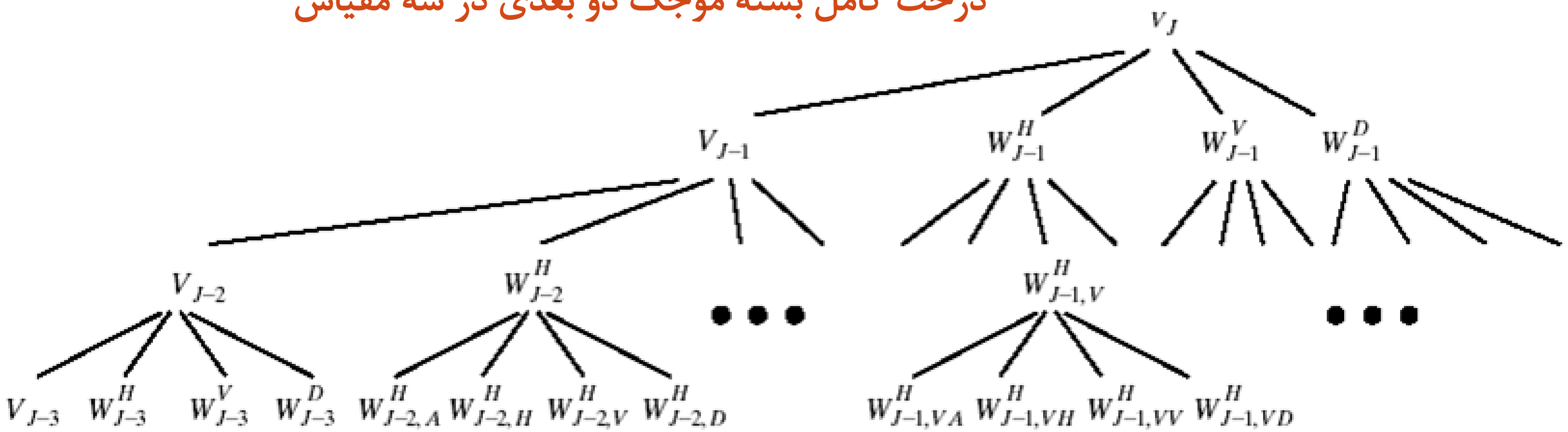




فصل ششم – موجک و پردازش چند دقتی

- بسته های موجک
  - اکنون بانک فیلتر دوبعدی را در نظر بگیرید همانگونه که شکل زیر نشان می دهد درخت بسته موجک، چندین تجزیه را عرضه می کند در حقیقت، تعداد تجزیه های ممکن اغلب به حدی زیاد است که شمارش یا امتحان کردن هر یک از آنها غیر عملی است
  - معمولا به یک الگوریتم کارآمد برای یافتن تجزیه ها برای کاربردهای خاص، نیاز است توابع مبتنی بر انرژی و آنتروپی در بسیاری از وضعیت ها قابل استفاده اند

درخت کامل بسته موجک دو بعدی در سه مقیاس

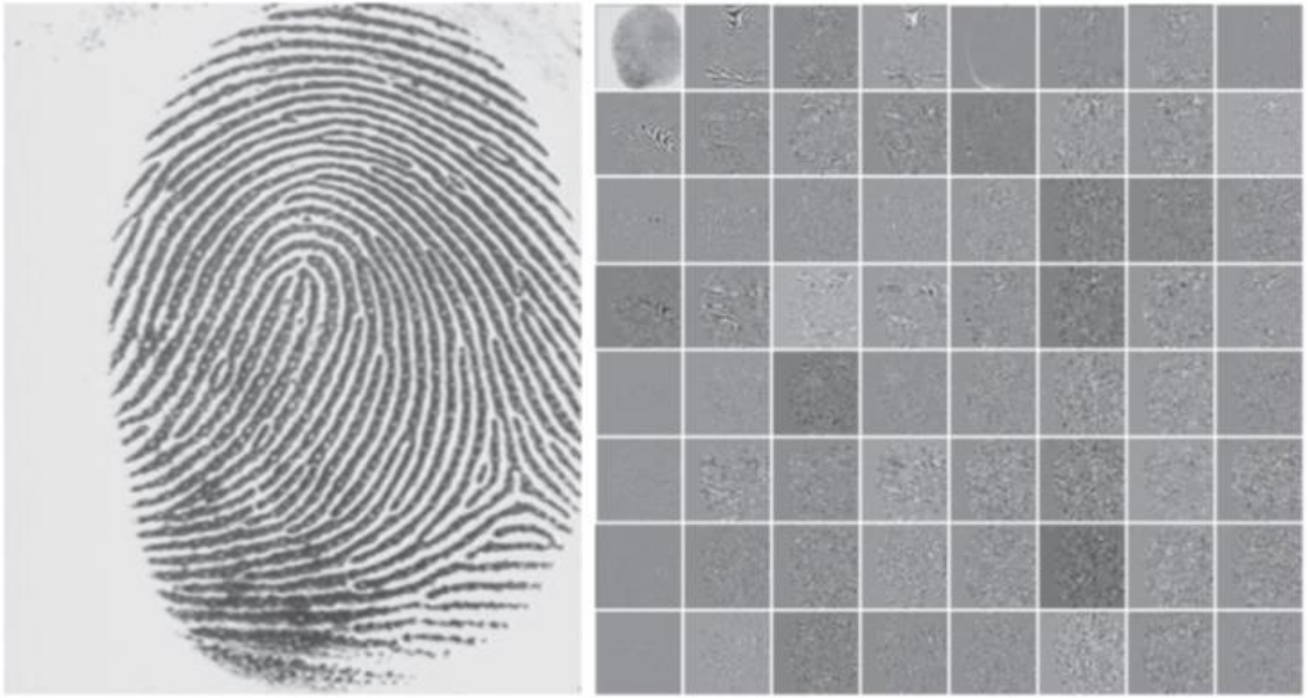


فصل ششم - موجک و پردازش چند دقتی

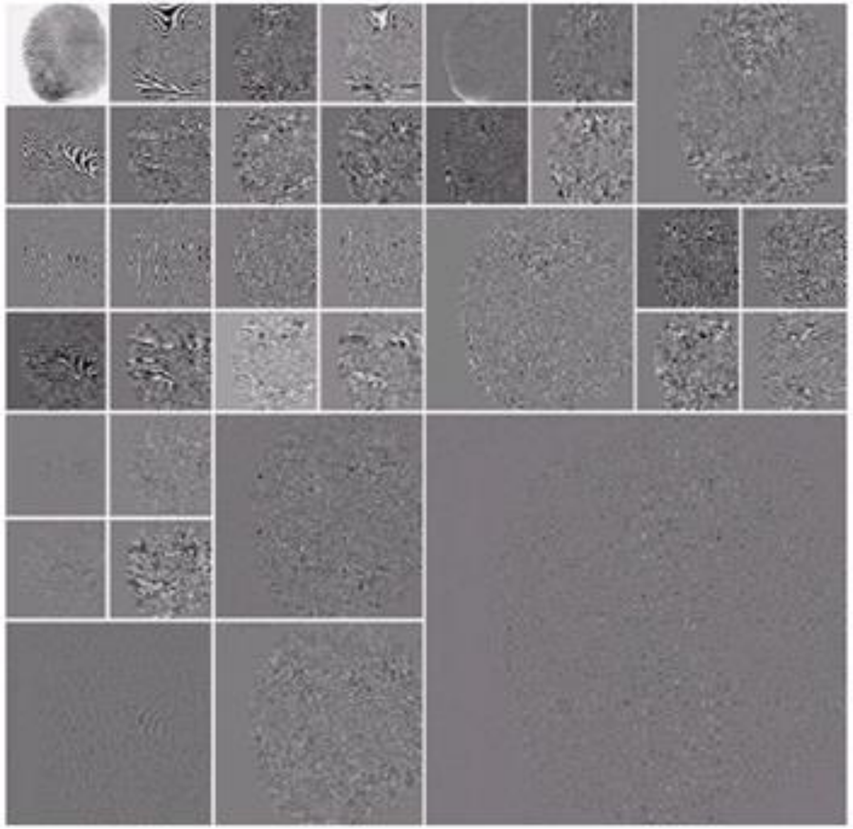
- بسته های موجک
  - در این مثال می خواهیم بهترین تجزیه بسته موجک سه مقیاسی را بعنوان نقطه شروعی برای فرایند فشرده سازی بیابیم یک انتخاب معقول برای انتخاب تجزیه، محتوای انرژی تابع دوبعدی **f** می باشد

یک معیار ممکن از محتوای انرژی تابع

$$E(f) = \sum_{m,n} |f(m,n)|$$



فصل ششم - موجک و پردازش چند دقتی



- یک الگوریتم کارآمد برای یافتن راه حل های حداقل انرژی بصورت زیر بدست می آید
- برای هر گره از درخت تحلیل از ریشه شروع کرده و سطح به سطح به سمت برگ ها بروید.
  - مرحله اول: انرژی هر گره و چهار فرزند آن را بدست آورید
  - مرحله دوم: اگر مجموع انرژی های فرزندان کمتر از انرژی والد باشد فرزندان را در درخت تحلیل قرار دهید اگر مجموع انرژی فرزندان بزرگتر یا مساوی انرژی والد باشد فرزندان را هرس کنید و فقط والد را نگه دارید این گره برگ درخت تحلیل، بهینه شده است

مقادیر بالای E نشان دهنده توابعی با چندین مقدار غیر صفر است از آنجایی که اغلب طرح های فشرده سازی بوسیله آستانه گیری ضرایب کوچک به صفر کار می کنند تابع هزینه ای که تعداد مقادیر نزدیک به صفر را بیشینه کند معیار معقولی از دیدگاه فشرده سازی می باشد