

جواب نمونه سوال امتحانی

(۱)

الف)

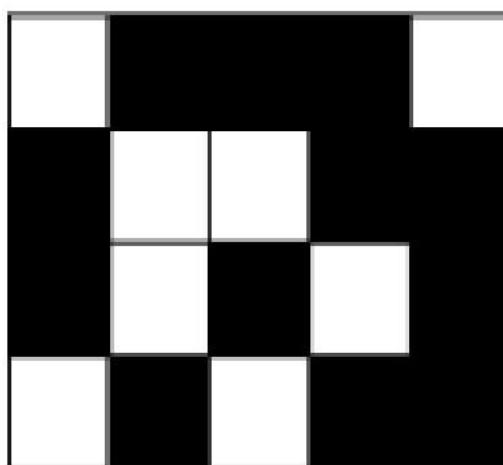
با استفاده از تبدیل موجک، می‌توان نویز تصاویر را کاهش داد. در این روش، تصویر ورودی با استفاده از تبدیل موجک به چندین سطح تجزیه می‌شود و نویز در هر سطح با استفاده از فیلترهای مخصوص حذف می‌شود. سپس تصویر با استفاده از تبدیل معکوس موجک به حالت اولیه بازگردانده می‌شود. برای کاهش نویز تصاویر، می‌توان از فیلترهای مختلفی مانند فیلترهای میانه و وینر استفاده کرد.

تبدیلاتی که به شکل هرمی کار می‌کنند مثل Wavelet، عکسمن را به ۴ گروه تقسیم می‌کنند. در تبدیلات هرمی کلیات تصویر را داریم ولی سعی می‌کنیم لبه‌ها یا اطلاعات فرکانس بالا را جدا قرار بدهیم. پس بخشی از اطلاعاتمن را از دست می‌دهیم. سایز عکس را کم می‌کنیم، ولی لبه‌ها که اطلاعات مهمی اند را نگه می‌داریم. نویز‌ها و لبه‌ها در قسمت فرکانس بالای تصویر قرار دارند. لبه‌ها باید عدد های قویی باشند، و عددهایی که کوچک اند احتمالاً مرتبط با نویزند. می‌توانیم یک آستانه گذاری کنام بدھیم روی بخش‌ها و عددهایی را که خیلی کم و نزدیک صفر اند را حذف کنیم. مثل فوریه، که ما می‌آمدیم حوزه فوریه، بعضی از فرکانس‌ها را حذف می‌کردیم (تقویت یا تضعیف می‌کردیم) بعد بر می‌گشتم، اینجا هم می‌ایم تو حوزه Wavelet آن چیزهایی را که زائد است را تضعیف یا حذفشان می‌کنیم بعد دوباره بر می‌گردیم و عکس را بازسازی می‌کنیم. همچنین بسته به نوع نویز و شدت آن در تصویر، ممکن است لازم باشد تعداد سطوح تجزیه و فیلتر کردن را تغییر دهیم. به این نکته توجه شود که تمام روش‌های حذف نویز تا یک حدی می‌توانند خوب کار کنند.

(ب)

افزایش اندازه ماسک فیلتر median باعث کاهش نویز و افزایش کیفیت تصویر خواهد شد. با افزایش اندازه ماسک، تعداد پیکسل‌های مورد استفاده برای محاسبه مقدار median نیز افزایش می‌یابد و در نتیجه، تصویر بهتر با نویز کمتری را خواهیم داشت. با این حال، باید به یاد داشت که افزایش اندازه ماسک فیلتر median همچنین باعث کاهش وضوح تصویر خواهد شد، بنابراین بایستی به دقت تعادل را بین کاهش نویز و حفظ وضوح تصویر در نظر گرفت.

(۲)



سایز تصویر

4×5

۱	۰	۰	۰	۱
۰	۱	۱	۰	۰
۰	۱	۰	۱	۰
۱	۰	۱	۰	۰

[1 -2 1]

ماسک

اندازه ماسک: ۳×۳

نکته: هدف از Zero Padding این است که ما می خواهیم سایز تصویر خروجی مان برابر با تصویر ورودی باشد؛ و از آنجا که اندازه ماسک 3×3 است (3×3 و یا 5×5 و یا 7×7 و ... نیست) ما Zero Padding را فقط به ستون اول و آخر اضافه میکنیم تا سایز خروجی ما برابر سایز ورودی باشد.

0	1	0	0	0	1	0
0	.	1	1	.	0	0
0	.	1	0	1	0	0
0	1	0	1	.	0	0

ماسک $= [1 \ -2 \ 1]$

حاشیه زرد رنگ = Zero Padding

خروجی

-2	1	0	1	-2
1	-1	-1	1	0
1	-2	2	-2	1
-2	2	-2	1	0

(۳)

تعديل هیستوگرام تلاش میکند که اگه رنگ های تصویرمان متمرکز باشد، آنرا روی کل بازه رنگی ای که داریم پخشش کند؛ و در این فرآیند ترتیب رنگ ها ثابت می مانند و تغییر پیدا نمی کنند. تعديل هیستوگرام برای بهبود کیفیت تصویر استفاده میشود؛ زیرا هرچقدر هیستوگرام تصویر پخش تر باشد، کیفیت تصویر بهتر است. مراحل تعديل هیستوگرام به ترتیب به صورت زیر است:

(۱) اول هیستوگرام تصویر را محاسبه میکنیم (یعنی اول تعداد تکرار هر رنگ در تصویر را محاسبه میکنیم، حالا ممکن است مسئله این بخش رو خودش داده باشد، اگر نداده باشد باید تعدادشان رو شمرده و در جدول بنویسیم)

(۲) بعد احتمالات رو حساب میکنیم (یعنی تعداد تکرار هر رنگ تقسیم بر تعداد کل پیکسل ها)

☆ تعداد کل پیکسل ها با ضرب طول و عرض تصویر درهم بدست می آید. مثلا اگه اندازه تصویر 64×64 در 4069 تا میشود

(۳) بعد توزیع تجمعی را بدست می آوریم (تعداد رنگ ها منهای ۱ را با جمع احتمال خودش و احتمال های ماقبلش ضرب میکنیم)

(۴) بعد مقدارش را گرد (رند) میکنیم.

(۵) عددی که بدست می آید، نقاطی را که باید در نمودار نهایی داشته باشیم است.

(۶) مقادیرش به این صورت محاسبه میشود که احتمالات پیکسل های تکراری جمع میشوند، و در غیر تکراری ها خود احتمالش نوشته میشود.

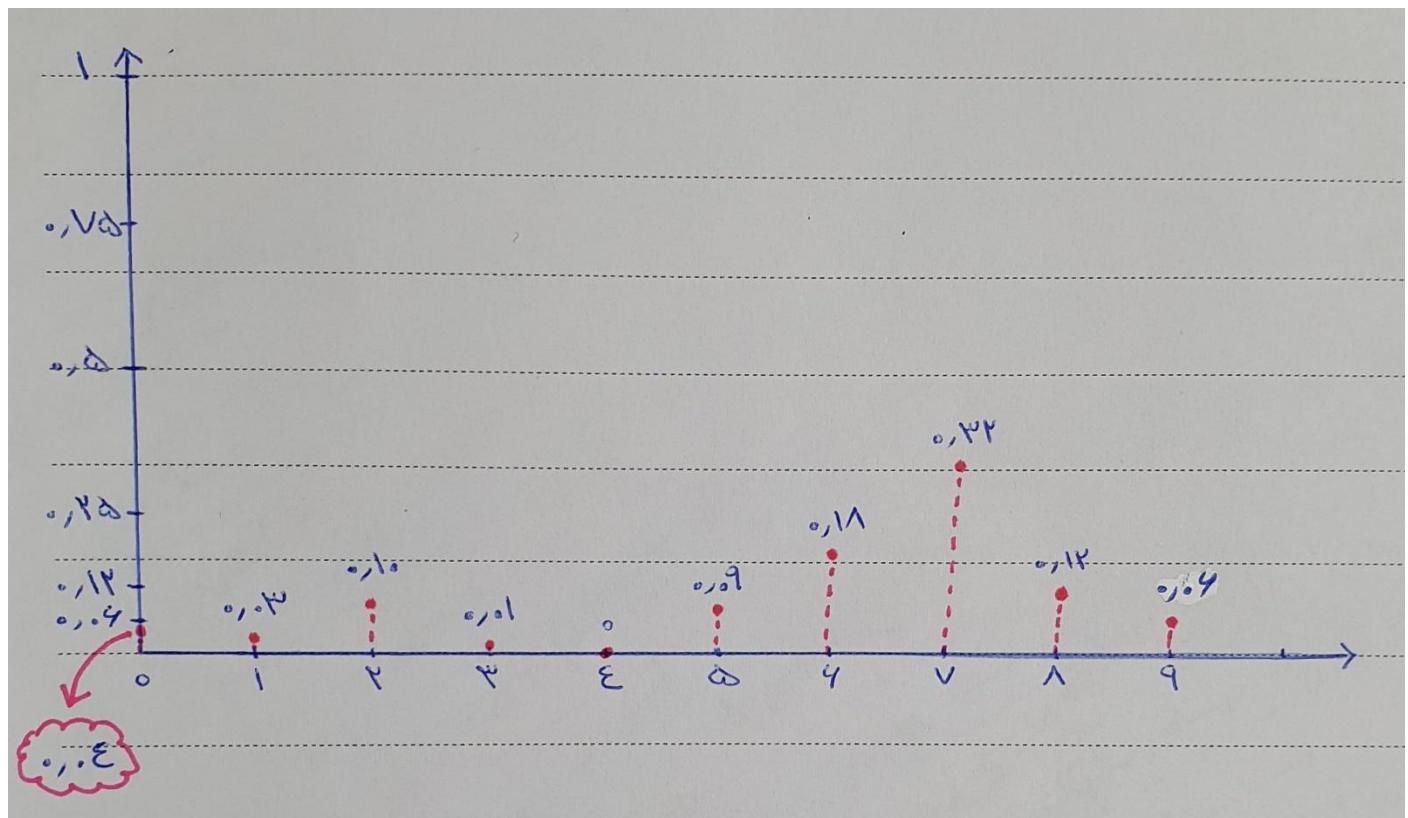
برای اطمینان از نگاشت درست، احتمال تصویر اصلی و تصویر خروجی باید با هم برابر باشند.

(الف)

تعداد رنگ ها: ۱۰

اندازه تصویر: $8 \times 8 = 64$

	تعداد تکرار هر رنگ	احتمال رخداد
۰	۳	$\frac{3}{64} = 0.04$
۱	۲	$\frac{2}{64} = 0.03$
۲	۷	$\frac{7}{64} = 0.10$
۳	۱	$\frac{1}{64} = 0.01$
۴	۰	$\frac{0}{64} = 0$
۵	۶	$\frac{6}{64} = 0.09$
۶	۱۲	$\frac{12}{64} = 0.18$
۷	۲۱	$\frac{21}{64} = 0.32$
۸	۸	$\frac{8}{64} = 0.12$
۹	۴	$\frac{4}{64} = 0.06$



محاسبه توزیع تجمعی (ضرب تعداد رنگ ها منهای ۱ در جمع احتمال خودش با احتمال ماقبل هاش) و نتیجه را گرد میکنیم.

$$\text{Number of Colors} - 1 \times \sum_{j=0}^0 p_r(r_0) =$$

$$R_0 = 9 \sum_{j=0}^0 p_r(r_0) = 9 \times 0.04 = 0.36 \approx 0$$

$$R_0 = 9 \times 0.04 = 0.36 \approx 0$$

$$R_1 = 9 \times (0.04 + 0.03) = 0.63 \approx 1$$

$$R_2 = 9 \times (0.04 + 0.03 + 0.10) = 1.53 \approx 2$$

$$R_3 = 9 \times (0.04 + 0.03 + 0.10 + 0.01) = 1.62 \approx 2$$

$$R_4 = 9 \times (0.04 + 0.03 + 0.10 + 0.01 + 0) = 1.62 \approx 2$$

$$R_5 = 9 \times (0.04 + 0.03 + 0.10 + 0.01 + 0 + 0.09) = 2.43 \approx 2$$

$$R_6 = 9 \times (0.04 + 0.03 + 0.10 + 0.01 + 0 + 0.09 + 0.18) = 4.05 \approx 4$$

$$R_7 = 9 \times (0.04 + 0.03 + 0.10 + 0.01 + 0 + 0.09 + 0.18 + 0.32) = 6.93 \approx 7$$

$$R_8 = 9 \times (0.04 + 0.03 + 0.10 + 0.01 + 0 + 0.09 + 0.18 + 0.32 + 0.12) = 8.01 \approx 8$$

$$R_9 = 9 \times (0.04 + 0.03 + 0.10 + 0.01 + 0 + 0.09 + 0.18 + 0.32 + 0.12 + 0.06) = 8.55 \approx 9$$

$$0 \Rightarrow P(r_0) \Rightarrow 0.04$$

$$1 \Rightarrow P(r_1) \Rightarrow 0.03$$

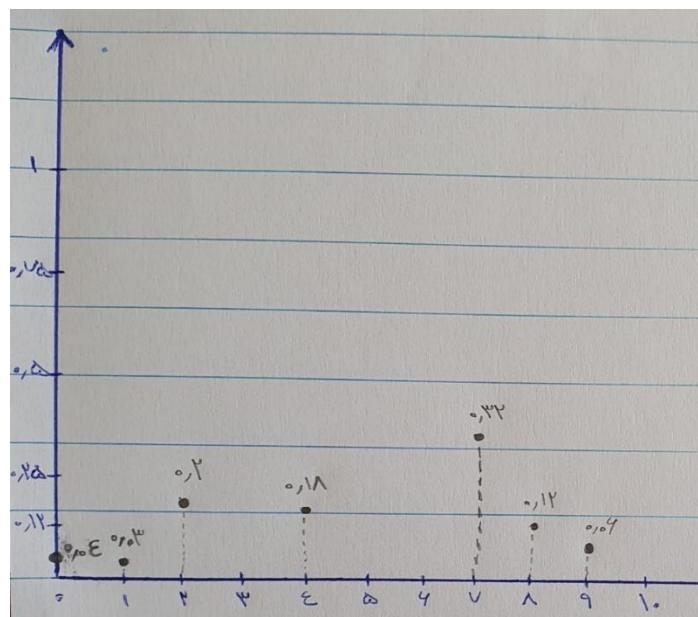
$$2 \Rightarrow P(r_2) + P(r_3) + P(r_4) + P(r_5) \Rightarrow 0.2$$

$$4 \Rightarrow P(r_6) \Rightarrow 0.18$$

$$7 \Rightarrow P(r_7) \Rightarrow 0.32$$

$$8 \Rightarrow P(r_8) \Rightarrow 0.12$$

$$9 \Rightarrow P(r_9) \Rightarrow 0.06$$



(ب)

هیستوگرام یک نموداری است که توزیع فراوانی یک مجموعه داده را نشان می‌دهد. تعديل هیستوگرام به معنای تغییر توزیع فراوانی داده‌ها با حفظ تعداد کل داده‌ها است. تعديل هیستوگرام برای بهبود کیفیت تصویر استفاده می‌شود؛ اگر تعديل هیستوگرام را دو بار روی یک تصویر اعمال کنیم، توزیع فراوانی داده‌ها تغییر خواهد کرد و ممکن است باعث افزایش کیفیت تصویر شود. اما اگر تعديل هیستوگرام بیش از حد اعمال شود، ممکن است باعث از بین رفتن جزئیات تصویر شود. لذا باید با دقت و با توجه به نیاز خود، تعديل هیستوگرام را اعمال کنیم.

(۴)

(الف)

تفاوت مشتق اول و دوم => اگر شبیه داشته باشیم، مشتق دوم صفر می‌شود ولی مشتق اول غیر صفر. مشتق دوم، دو بار لبه را نشان می‌دهد (یک حالت دوگانه به لبه می‌دهد)؛ یکبار این سمت لبه مقدار غیر صفر می‌دهد و یکبار سمت دیگر. تفاوت اصلی در آشکارسازی لبه‌ها، این است که مشتق اول به ما نحوه سرعت تغییرات یک تابع را نسبت به یک متغیر خاص نمایان می‌کند، در حالی که مشتق دوم به عنوان شبیب (یا سرعت) تغییرات شبیب یک تابع را در هر نقطه خاص، نمایان می‌کند.

(ب)

ماسک سوبل افقی

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

33	62	55	73
21	77	65	150
10	29	212	198
17	34	83	142

اضافه کردن Zero Padding

0	0	0	0	0	0
0	33	62	55	73	0
0	21	77	65	150	0
0	10	29	212	198	0
0	17	34	83	142	0
0	0	0	0	0	0

خروجی

-119	-240	-357	-365
79	-68	-406	-407
51	72	15	-2
49	280	651	608

(۵)

تحلیل مسئله:

در تصویر (a)، یک مستطیل توخالی داریم که دارای نویز در لبه‌های داخلی و خارجی است. این نویزها به دو صورت هستند:

۱. برآمدگی‌ها (Foreground noise): پیکسل‌های سفیدی که از لبه‌ها بیرون زده‌اند.

۲. فرورفتگی‌ها (Background noise): پیکسل‌های سیاهی که وارد بدنه سفید شده‌اند.

هدف این است که با استفاده از المان ساختاری (Structuring Element) نمایش داده شده که یک مربع 3×3 است، تصویر به شکل صاف و یکدست (b) تبدیل شود.

پاسخ:

برای حذف هر دو نوع نویز و رسیدن به یک شکل صاف، بهترین پیشنهاد استفاده از ترکیب دو عملگر اصلی یعنی **Opening** و **Closing** است که به آن **Morphological Filtering** می‌گویند:

۱. مرحله اول: عملگر **Opening** (باز کردن)

$$A \circ B = (A \oplus B) \ominus B$$

(ابتدا فرسایش، سپس گسترش) فرمول:

کاربرد: این عملگر پیکسل‌های سفید اضافی (برآمدگی‌های کوچک روی لبه‌های خارجی و پیکسل‌هایی که از لبه‌ها بیرون زده‌اند) را حذف می‌کند بدون اینکه اندازه کلی شکل تغییر زیادی کند.

۲. مرحله دوم: عملگر **Closing** (بستن)

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

(ابتدا گسترش، سپس فرسایش) فرمول:

کاربرد: این عملگر حفره‌های سیاه کوچک و فرورفتگی‌های روی لبه‌های داخلی را پر می‌کند و باعث یکدست شدن بدنه مستطیل می‌شود.

خلاصه جواب برای امتحان:

بهترین پیشنهاد استفاده از ترکیب دو عملگر **Opening** و **Closing** با المان ساختاری 3×3 داده شده است. ترتیب اجرای آن‌ها به این صورت است:

- ابتدا انجام **Opening** برای حذف نویزهای سفید (برآمدگی‌ها).
- سپس انجام **Closing** بر روی نتیجه قبلی برای پر کردن حفره‌های سیاه (فرورفتگی‌ها).

این ترکیب باعث می‌شود لبه‌های تصویر (a) کاملاً صاف شده و به تصویر (b) تبدیل شود.