

**Universidad de San Andrés**  
**Práctica D: Polinomio de Taylor**  
 CON RESULTADOS.

**Recordar:** Sea  $f$  una función  $n$  veces derivable en  $x = x_0$ . El polinomio de Taylor de  $f$  de orden  $n$  desarrollado en  $x = x_0$  está dado por la fórmula

$$p_n(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}(x - x_0)^3 + \cdots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n.$$

1. Hallar el polinomio de Taylor de las siguientes funciones hasta el orden indicado en el punto dado.

- (a)  $p_4(x) = 1 + 3x + 3x^2 + x^3$ ;
- (b)  $p_5(x) = (x - 1) - \frac{1}{2}(x - 1)^2 + \frac{1}{3}(x - 1)^3 - \frac{1}{4}(x - 1)^4 + \frac{1}{5}(x - 1)^5$ ;
- (c)  $p_5(x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{5}x^5$ ;
- (d)  $p_4(x) = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4$ ;
- (e)  $p_3(x) = 1 + x + x^2 + x^3$ ;
- (f)  $p_4(x) = 2x - \frac{4}{3}x^3$ ,  $p_5(x) = 2x - \frac{4}{3}x^3 + \frac{4}{15}x^5$ ;
- (g)  $p_4(x) = 1 - \frac{9}{2}x^2 + \frac{27}{8}x^4$ ;
- (h)  $p_3(x) = 2 + \frac{1}{2}(x - 2) - \frac{1}{16}(x - 2)^2 + \frac{1}{64}(x - 2)^3$ ;
- (i)  $p_3(x) = 1 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{9}x^2 - \frac{5}{81}x^3$ ;
- (j)  $p_3(x) = 1 + 3(x - 1) + \frac{9}{2}(x - 1)^2 + \frac{9}{2}(x - 1)^3$ ;
- (k)  $p_2(x) = 5 - \frac{5}{3}(x - 5) + \frac{107}{54}(x - 5)^2$ .

2. Escribir los siguientes polinomios en potencias de  $(x - x_0)$  para los  $x_0$  indicados.

- (a)  $p(x) = -1 - 9(x - 1) - 17(x - 1)^2 - 12(x - 1)^3 - 3(x - 1)^4$   
 $= -46 + 93(x + 2) - 71(x + 2)^2 + 24(x + 2)^3 - 3(x + 2)^4$
- (b)  $p(x) = 12 - 7(x + 1) + (x + 1)^2$   
 $= 6 - 5x + x^2$

3. (a) Reconstruir el polinomio  $p(x)$  de grado 3 del que se sabe que ...  
 $p(x) = 2 + 3x + 3x^2 - \frac{2}{3}x^3$
- (b) Sea  $q(x)$  un polinomio de grado 2 tal que  $q(2) = -1$ ,  $q'(2) = 3$  y  $q''(2) = 4$  ...  
 $q(x) = -1 + 3(x - 2) + 2(x - 2)^2$ .
- (c) Expresar el polinomio  $q(x)$  del ítem anterior en la forma habitual...  
 $q(x) = 1 - 5x + 2x^2$ .

4. En cada caso, aproximar el valor pedido usando del ejercicio anterior el polinomio ...

No se dan resultados. Hay que usar calculadora para ver la diferencia entre los siguientes números.

- (a)  $(1.02)^3 = f_{(a)}(0.02) \approx p_4(0.02)$ .  
 (b)  $\ln(1.1) = f_{(b)}(1.1) = f_{(c)}(0.1)$ .  
 (c)  $\sin(0.5) = f_{(f)}(0.25) \approx p_{4,5}(0.25)$ .  
 (d)  $\sqrt{4.2} = f_{(h)}(2.1) \approx p_3(2.1)$ .  
 (e)  $\sqrt[3]{0.5} = f_{(i)}(0.5) \approx p_3(0.5)$ .  
 (f)  $e^{-1} = f_{(j)}(\frac{2}{3}) \approx p_3(\frac{2}{3})$
5. Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una función cuatro veces derivable tal que su polinomio de Taylor ...  
 (a)  $f(2) = 5, f'(2) = -3, f''(2) = -6, f'''(2) = -3$ .  
 (b)  $h(-1) = 5, h'(-1) = 2, h''(-1) = -170$ .  
 (c)  $p_2(x) = 5 + 2(x + 1) - 85(x + 1)^2$ .
6. Sea  $f$  una función tres veces derivable tal que su polinomio de Taylor de orden 3 ...  
 $p_3(x) = -2 - (x - 1) - 2(x - 1)^2 - 6(x - 1)^3$ .
7. Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una función cuatro veces derivable tal que su polinomio de Taylor ...  
 (a)  $f(0) = 7, f'(0) = 0, f''(0) = -10, f'''(0) = 6$ .  
 (b)  $f^{(iv)}(0) = 0$ .  
 (c)  $p_4(x) = 7 - 5(x - 2)^2 - 9(x - 2)^3 - 2(x - 2)^4$ .
8. Sea  $p(x) = x^3 - 3x^2 + x$ , el polinomio de Taylor de orden 3 de una función  $f$  ...  
 $p_3(x) = 1 + (x - 2) + \frac{7}{2}(x - 2)^2 + \frac{25}{6}(x - 2)^3$
9. Sean  $p$  y  $q$  los polinomios de Taylor de orden 2 de  $f$  y  $g$  respectivamente ...  
 (a)  $p_2(x) = 1 - 2(x + 1) + 9(x + 1)^2$ , (c)  $p_2(x) = -4 + 2(x + 1) - 11(x + 1)^2$ ,  
 (b)  $p_2(x) = -4 + 2(x + 1) + 5(x + 1)^2$ , (d)  $p_2(x) = 5 - 4(x + 1) - 20(x + 1)^2$ .
10. Sean  $f$  y  $g$  dos funciones 3 veces derivables tales que el polinomio de Taylor de orden 2 ...  
 $p_2(x) = \frac{1}{2} + 4(x - 2) - (x - 2)^2$ .
11. Sea  $p(x) = x^2 - 3x + 3$ , el polinomio de Taylor de orden 2 de una función  $f$  ...  
 $p_2(x) = -4 - 4(x - 1) + 3(x - 1)^2$
12. Hallar todos los valores de  $a$  y  $b \in \mathbb{R}$  tal que el polinomio de Taylor de orden 2 de  
 $f(x) = (1 + bx)e^{ax}$  ...  
 $a = 3, b = 0$ .
13. Determine los valores de  $a$  y  $b$  para que el polinomio de Taylor de ...  
 $a = \frac{1}{2}, b = -1$ . Empieza con potencia 3.
14. Determinar todos los valores de  $a \neq 0$  para que el polinomio de Taylor centrado en ...  
 $a = -1$ , empieza con potencia 4.
15. Hallar  $a$  y  $b$  para que los polinomios de Taylor de orden 2 centrados en  $x = 0$  ...  
 $a = -\frac{1}{4}, b = -2$  y  $a = \frac{1}{4}, b = 2$ .