FIB

MILAN WIKARSKI

NICK: WIKI

(A.) $\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1$ PRE $n \in \mathbb{N}$

DÔKAZ INDUKCIOU

PRE $n = 0$:

$F_0 = F_2 - 1$

$0 = 1 - 1$

$0 = 0$

UVAŽUJME, ŽE VÝRAZ PLATÍ PRE $n-1$

PRE n:

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = \sum_{i=0}^{n-1} F_i + F_n$$

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+1} - 1 + F_n$$

Z DEFINÍCIE PLATÍ $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$, A TEDA:

$$\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1$$

(B.) KAŽDÉ KLADNÉ ČÍSLO SA DÁ ZAPÍSAŤ AKO SÚČET ČLENOV FIBONNACIHO POSTUPNOSTI

DÔKAZ INDUKCIOU

PRE $n=1$, $n=2$, $n=3$:

$P_2 = 1$

$P_3 = 2$

$P_4 = 3$

PRE $n=4$:

$P_2 + P_4 = 1 + 3 = 4$

PRE n:

BUĎ n JE FIBONNACIHO ČÍSLO $\longrightarrow$ SME HOTOVÍ

ALEBO $\exists j: \ F_j < n < F_{j+1}$

NECH $k = n - F_j$; $k \leq F_{j-1}$, PRETOŽE $F_{j-1} + F_j = F_{j+1}$

UVAŽUJME, ŽE INDUKČNÝ PREDPOKLAD PLATÍ PRE VŠETKY $a < F_{j-1}$

TU SA OPÄŤ DOSTÁVAME DO SITUÁCIE, KEDY k JE BUĎ FIBONNACIHO ČÍSLO ALEBO SA DÁ ĎALEJ ROZKLADAŤ