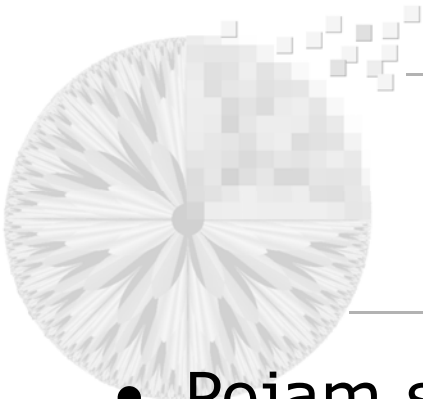


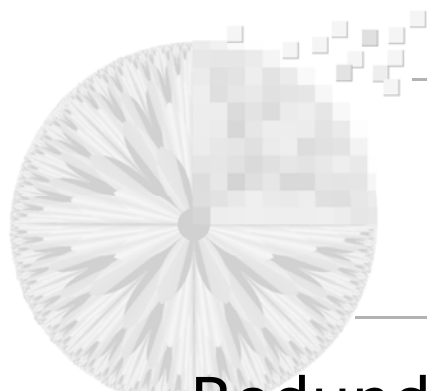
KOMPRESIJA SLIKE

POGLAVLJE 7



KOMPRESIJA SLIKE

- Pojam smanjenja količine podataka potrebnih za predstavljanje digitalne slike
- Matematički gledano – transformacija 2D matrice u skup statistički nekorelisanih podataka
- Zasniva se na uklanjanju redundantnih podataka
- Primjenjuje se pre zapisivanja ili prenosa
- Dekompresijom se dobija "originalna" slika
- Kompresija bez oštećenja (*lossless compression*)
 - Rekonstruisana slika identična je originalnoj (medicina)
- Kompresija sa oštećenjem (*lossy compression*)
 - Rekonstruisana slika razlikuje se od originalne u meri u kojoj to dozvoljava aplikacija (video prenos, fotografija,...)



OSNOVI KOMPRESIJE

- Redundansa podataka
 - Višak podataka za predstavljanje iste količine informacija
 - Ako su n_1 i n_2 broj simbola potrebnih za predstavljanje iste informacije, odnos kompresije je C_R , a relativna redundansa R_D

$$R_D = 1 - \frac{1}{C_R}, \quad C_R = \frac{n_1}{n_2}$$

- Tri vrste redundanse koriste se u kompresiji slike
 - Redundansa kodovanja (predstavljanja)
 - Predstavljanje vrednosti piksela na različite načine
 - Prostorna redundansa (*Spatial redundancy*)
 - Susedni pikseli imaju slične vrednosti – “konstantne” razlike
 - Psihovizuelna redundansa
 - Moć opažanja je ograničena, pa nije potrebno sve prenositi



REDUNDANSA KODOVANJA

- Postoji kada vrednosti piksela nisu kodovane u skladu sa njihovim verovatnoćama pojavljivanja
 - Slike najčešće nemaju potpuno uniforman histogram, pa su neke vrednosti osvetljaja verovatnije od drugih
- Gotovo uvek postoji u slikama čiji su pikseli direktno binarno kodovani (n bita po pikselu)
 - Isti broj bita dodeljen je svim vrednostima u skali sivog
- Kod sa promenljivom dužinom kodne reči
 - $p_r(r_k)$ odgovara vrednostima normalizovanog histograma, a $l(r_k)$ je dužina reči koja je dodeljena vrednosti r_k
$$p_r(r_k) = \frac{n_k}{n}, \quad k = 0, 1, \dots, L - 1$$
 - L_{avg} je prosečna dužina koda
$$L_{avg} = \sum_{k=0}^{L-1} l(r_k) p_r(r_k)$$

REDUNDANSA KODOVANJA

- Kod sa promenljivom dužinom kodne reči

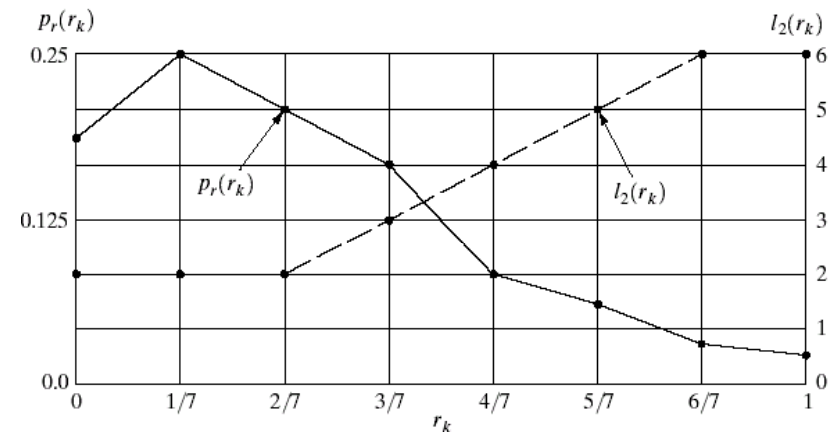
- Kod 1 sa fiksnom
- Kod 2 sa promenljivom
- Prosečna dužina kodne reči manja je kod koda 2
- Kako je faktor kompresije veći od 1, postoji redundansa ~ 0.1

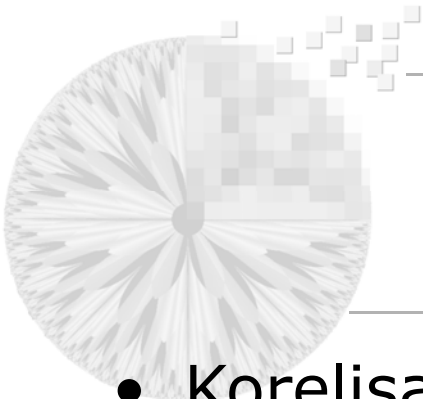
$$L_{avg1} = \sum_{k=0}^7 3p_r(r_k) = 3 \text{ bita}$$

$$L_{avg2} = \sum_{k=0}^7 l_2(r_k)p_r(r_k) = 2.7 \text{ bita}$$

$$R_D = 1 - \frac{1}{\frac{L_{avg1}}{L_{avg2}}} = 1 - \frac{1}{1.11} = 0.099$$

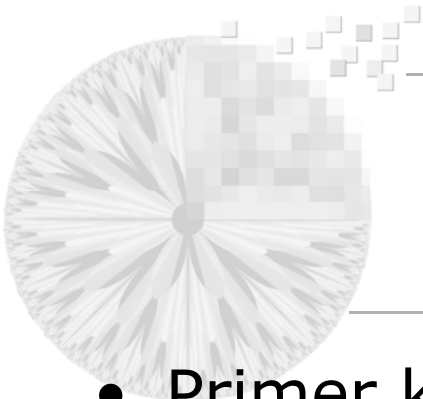
r_k	$p_r(r_k)$	Code 1	$l_1(r_k)$	Code 2	$l_2(r_k)$
$r_0 = 0$	0.19	000	3	11	2
$r_1 = 1/7$	0.25	001	3	01	2
$r_2 = 2/7$	0.21	010	3	10	2
$r_3 = 3/7$	0.16	011	3	001	3
$r_4 = 4/7$	0.08	100	3	0001	4
$r_5 = 5/7$	0.06	101	3	00001	5
$r_6 = 6/7$	0.03	110	3	000001	6
$r_7 = 1$	0.02	111	3	000000	6





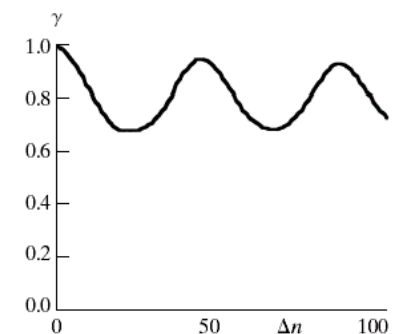
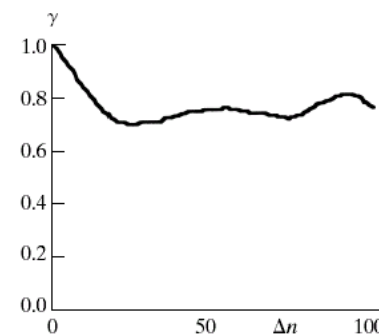
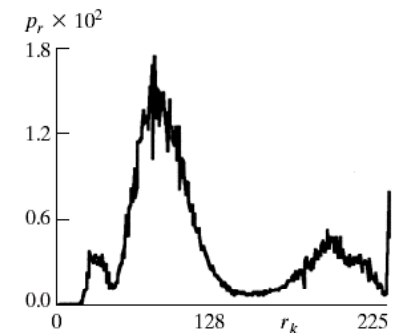
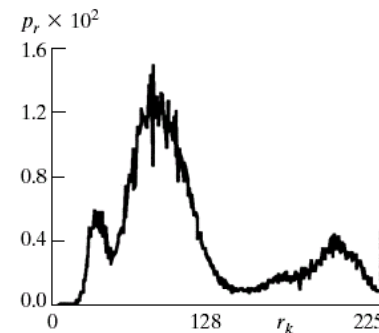
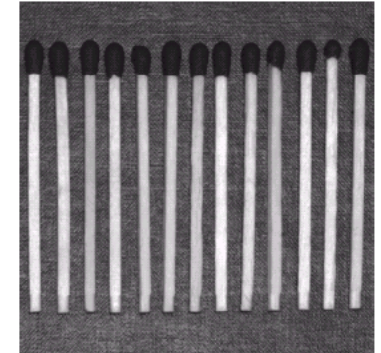
PROSTORNA REDUNDANSA

- Korelisanost piksela u slici usled geometrijskih relacija između piksela
 - Vrednost piksela može se dobro predvideti na osnovu vrednosti suseda, pa jedan piksel nosi malo informacija
 - Vrednost piksela redundantna je u odnosu na okolinu
- Preslikavanje (*mapping*) je transformacija kojom se smanjuje prostorna redundansa u slici
 - 2D matrica kojom je slika normalno vizuelno predstavljena transformiše se u efikasniji format (vizuelno nejasan)
 - Ukidaju se geometrijske zavisnosti između piksela
 - Slika se npr. može predstaviti preko razlike susednih piksela koja se može kodovati sa manjim brojem bita
 - Preslikavanje je reverzibilno ako se originalna slika može dobiti iz transformisanog skupa



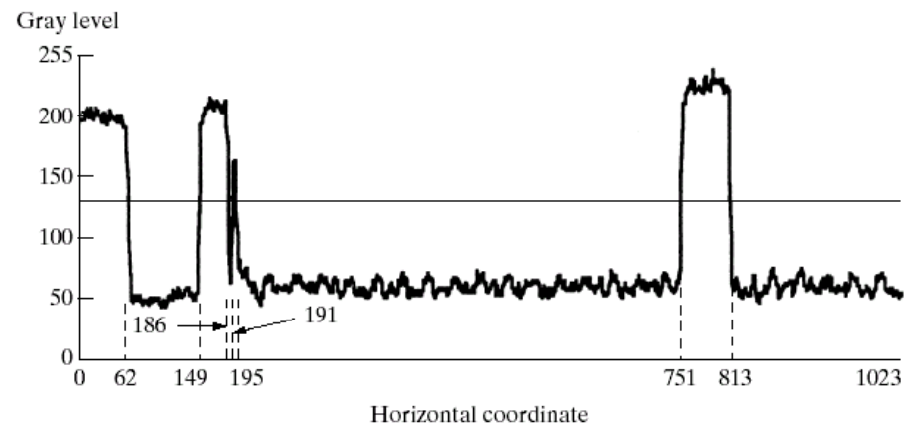
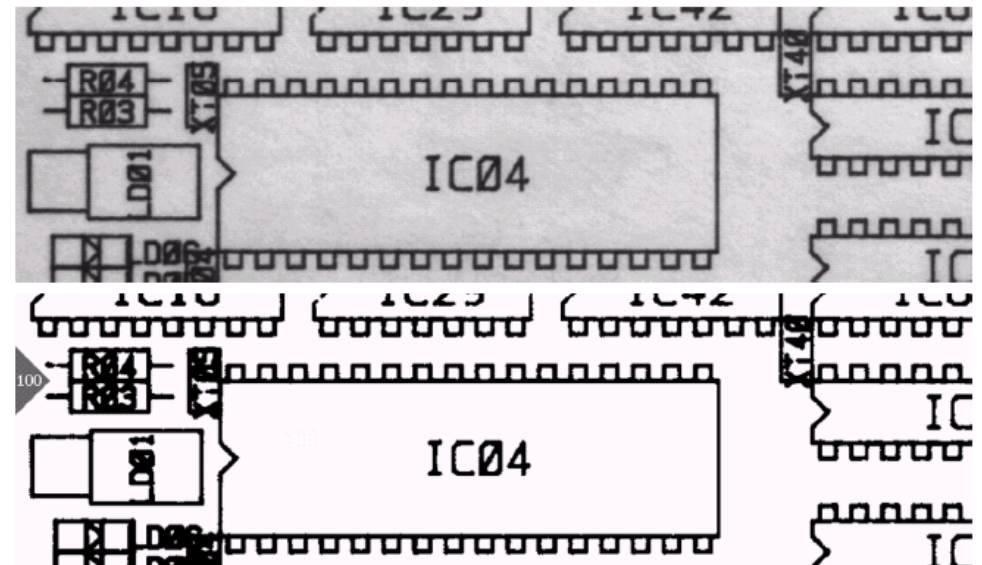
PROSTORNA REDUNDANSA

- Primer korelisanosti piksela
 - Dve slike sa istim sadržajem po vrednostima piksela, ali sa različitim geometrijama
 - Histogrami dve slike veoma su slični, pa slike imaju istu redundansu kodovanja
 - Upotreba koda promenljive dužine dala bi isti rezultat
 - Autokorelacije u okviru jedne linije slike bitno se razlikuju
 - Autokorelacija desne slike periodična je zbog geometrije
 - Najbliži susedi piksela imaju u oba slučaja bliske vrednosti (za $\Delta n=1$, $\gamma \sim 1$)

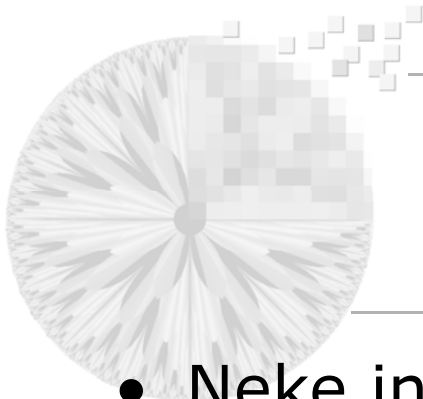


PROSTORNA REDUNDANSA

- Primer preslikavanja
 - Slika šeme štampane ploče i ista slika nakon binarizacije
 - Ako se iskoristi RLC kodovanje (*Run-Length*) moguće je čitavu liniju od 1024 piksela (bita), predstaviti sa 88 bita
 - Ostvarena kompresija je 2.63, a relativna redundansa 0.62
 - RLC kodovanje jeste preslikavanje u drugi (nevizuelni) format

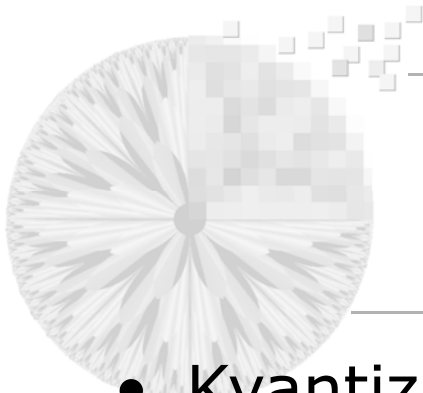


Line 100: (1, 63) (0, 87) (1, 37) (0, 5) (1, 4) (0, 556) (1, 62) (0, 210)



PSIHOVIZUELNA REDUNDANSA

- Neke informacije imaju manju važnost od drugih pri vizuelnoj obradi slike u ljudskom mozgu
- Psihovizuelna redundansa može se eliminisati bez smanjenja kvaliteta slike koji doživljavamo
 - Mozak ne analizira svaki piksel u slici posebno već traži i kombinuje karakteristična obeležja – ivice i teksture
- Smanjenje psihovizuelne redundanse implicira gubitak kvantitativne informacije – kvantizacija
 - Kvantizacija je preslikavanje kojim se veliki skup ulaznih vrednosti prevodi u manji skup izlaznih
- Ireverzibilan proces koji prouzrokuje trajni gubitak informacije - kompresija sa oštećenjem



PSIHOVIZUELNA REDUNDANSA

- Kvantizacija sa 8 na 4 bita
 - Kompresija 2:1

Pixel	Gray Level	Sum	IGS Code
$i - 1$	N/A	0000 0000	N/A
i	0110 1100	0110 1100	0110
$i + 1$	1000 1011	1001 0111	1001
$i + 2$	1000 0111	1000 1110	1000
$i + 3$	1111 0100	1111 0100	1111

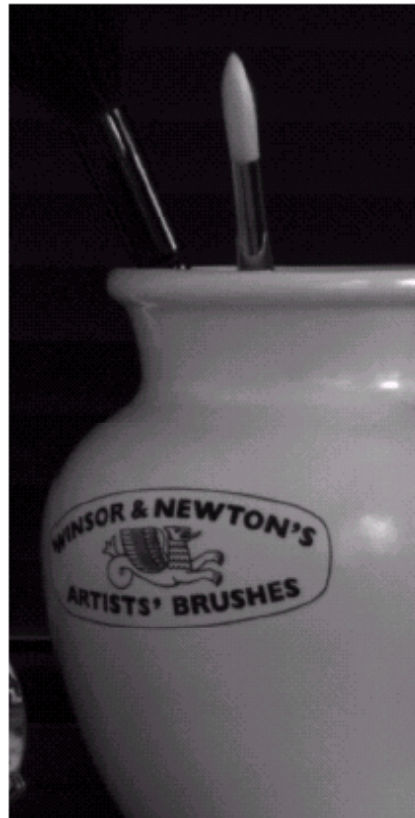
-Originalna slika

-Slika nakon klasične kvantizacije

-Slika nakon IGS kvantizacije (*Improved Gray-Scale quantization*)

Za vrednosti originalne slike bliske pragu, klasična kvantizacija daće bitno različite vrednosti (lažne konture)

IGS veštački dodaje šum pre kvantizacije kako bi se izbeglo stvaranje lažnih kontura – skoro kao original





KRITERIJUMI KVALITETA KOMPRESIJE SA OŠTEĆENJEM

- Kriterijumi vernosti (*Fidelity criterion*)
- Objektivni kriterijumi - MSE, PSNR i sl.
- Subjektivni kriterijum – utisak posmatrača (ocena)

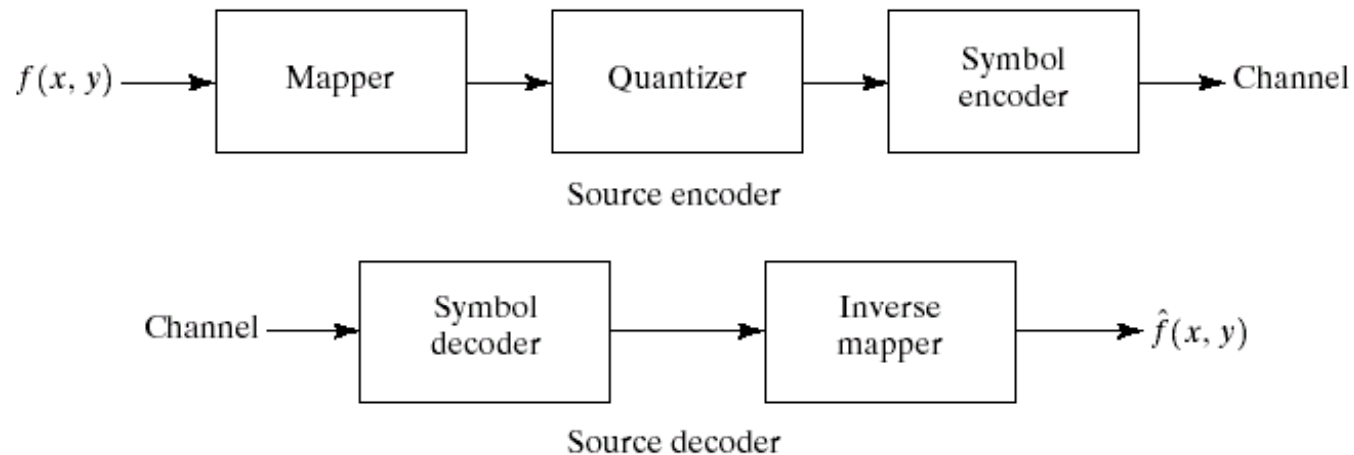
$$PSNR = 10 \log \frac{(L - 1)^2}{\frac{1}{M} \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} [f(x, y) - \hat{f}(x, y)]^2}$$

Value	Rating	Description
1	Excellent	An image of extremely high quality, as good as you could desire.
2	Fine	An image of high quality, providing enjoyable viewing. Interference is not objectionable.
3	Passable	An image of acceptable quality. Interference is not objectionable.
4	Marginal	An image of poor quality; you wish you could improve it. Interference is somewhat objectionable.
5	Inferior	A very poor image, but you could watch it. Objectionable interference is definitely present.
6	Unusable	An image so bad that you could not watch it.



MODEL KOMPRESIJE SLIKE

- Preslikavanje (*Mapper*) – smanjuje prostornu redundansu
- Simbolski koder – redundansa kodovanja (predstavljanja)
- Kvantizer – smanjuje psihovizuelnu redundansu
 - U kompresiji bez gubitaka izostavlja se kvantizacija
- Dekompresija obuhvata suprotne procese
 - Kvantizacija je ireverzibilan proces, pa je nema u dekompresiji





KOMPRESIJA SLIKE BEZ GUBITAKA

- Uobičajeni algoritmi za kompresiju bez gubitaka (u izvornom obliku ili prilagođeni za sliku - 2D algoritmi)
 - Kodovi sa promenljivom dužinom kodne reči (Huffman)
 - Najkraću kodnu reč ima najverovatniji podatak
 - Aritmetičko kodovanje
 - Kodnu reč predstavlja broj u opsegu $[0, 1]$
 - Lempel-Ziv algoritam (GIF, TIFF, PDF formati)
 - Zasniva se na ponavljanju nizova – kodna reč se sastoji od relativne pozicije i dužine ponovljenog niza
 - Kodovanje bitskih ravni
 - Dekompozicijom na bitske ravni omogućava se njihovo nezavisno kodovanje – Grejov kod povećava kompresiju
 - Prediktivno kodovanje
 - Na osnovu vrednosti nekoliko piksela vrši se predikcija, pa se koduje razlika između stvarne i predikovane vrednosti

KOMPRESIJA SLIKE BEZ GUBITAKA

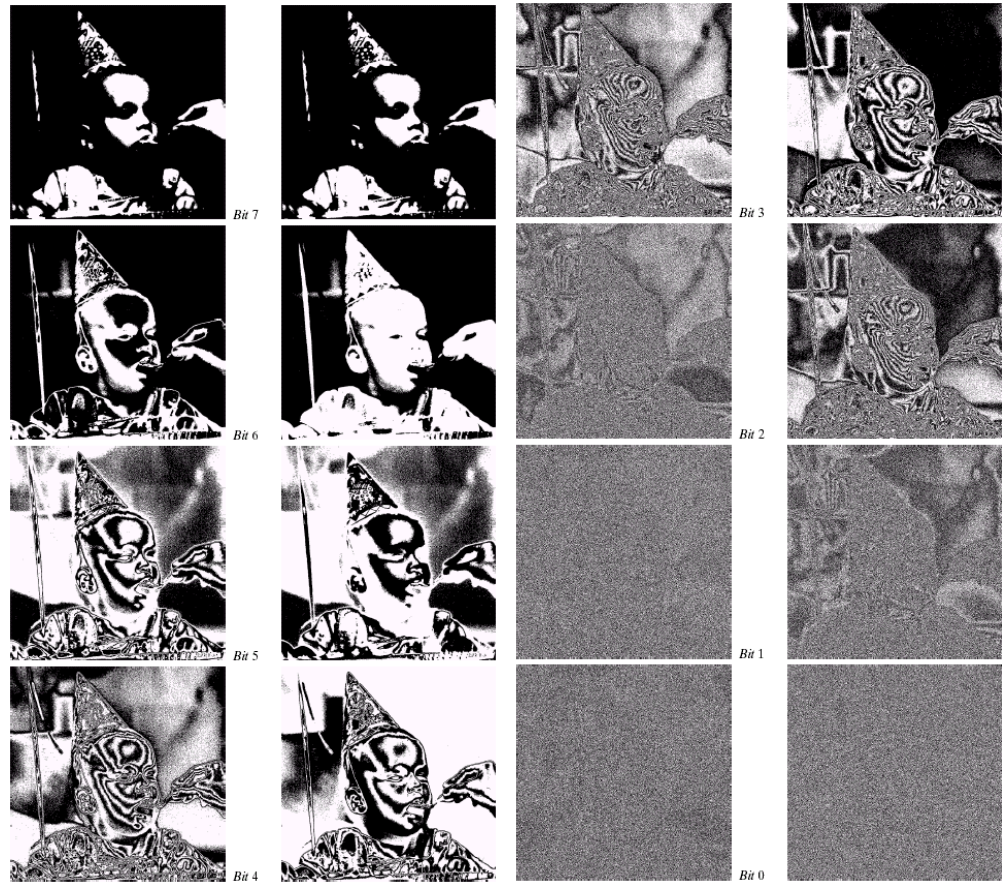
- Kodovanje bitških ravni
- Susedne kodne reči u Grejovom kodu razlikuju se samo za jedan bit
- m -bitni Grejov kod

$$g_i = a_i \oplus a_{i+1}, \quad 0 \leq i \leq m - 2$$

$$g_{m-1} = a_{m-1}$$

- RLC kodovanje ostvaruje veću kompresiju sa Grejovim kodom
- Iz bitških ravni prirodnog i Grejovog koda uočava se veća prostorna redundansa kod Grejovog koda

RLC	Kompresija po bitškim ravnim i ukupni odnos kompresije								
Kod	7	6	5	4	3	2	1	0	Rc
Prirodni	0.09	0.19	0.51	0.68	0.87	1.00	1.00	1.00	1.5:1
Grejov	0.09	0.13	0.40	0.33	0.51	0.85	1.00	1.00	1.9:1



PREDIKTIVNO KODOVANJE

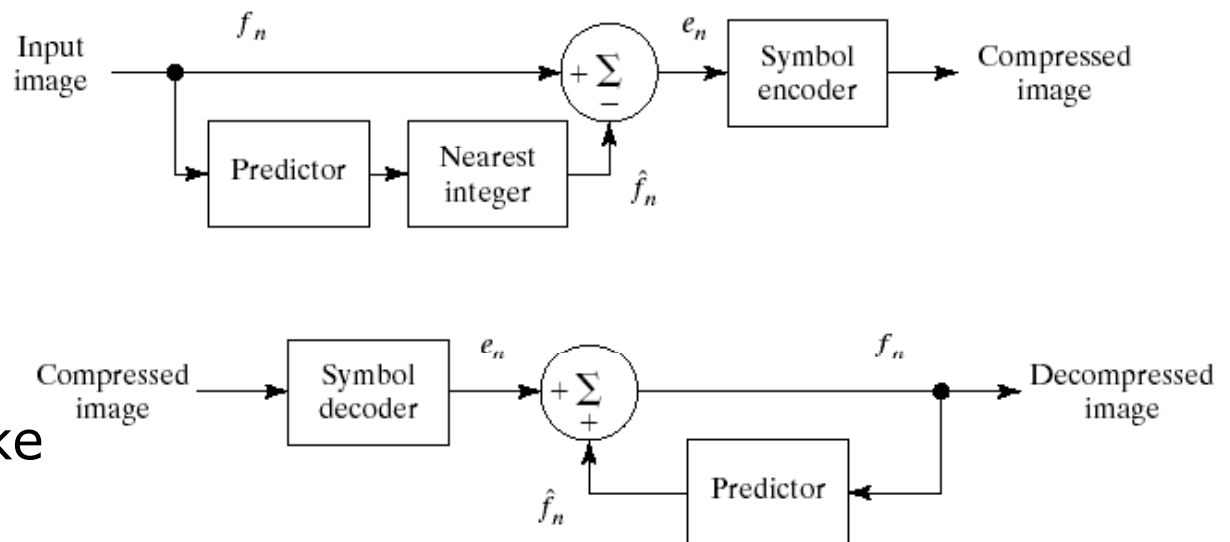
- Koduje se razlika između stvarne i predikovane vrednosti
- Predikcija je zaokružena vrednost linearne kombinacije m susednih piksela
- Rekonstrukcija se vrši sabiranjem razlike sa predikovanom vrednošću
- Postoji mogućnost akumulacije (prostiranja) greške

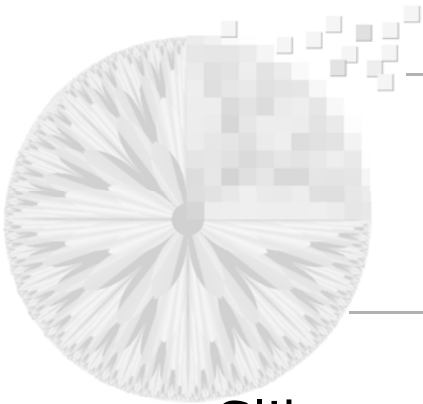
$$f_n = e + \hat{f}_n$$

$$\hat{f}_n = \text{round} \left[\sum_{i=1}^m \alpha_i f_{n-i} \right]$$

-1D predikcija slike po y osi

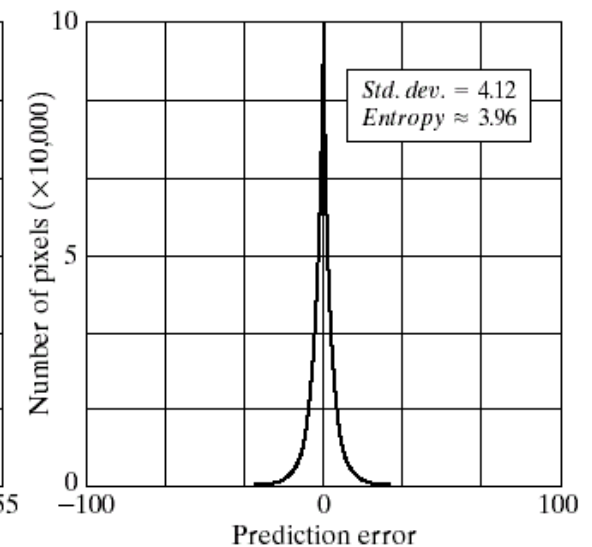
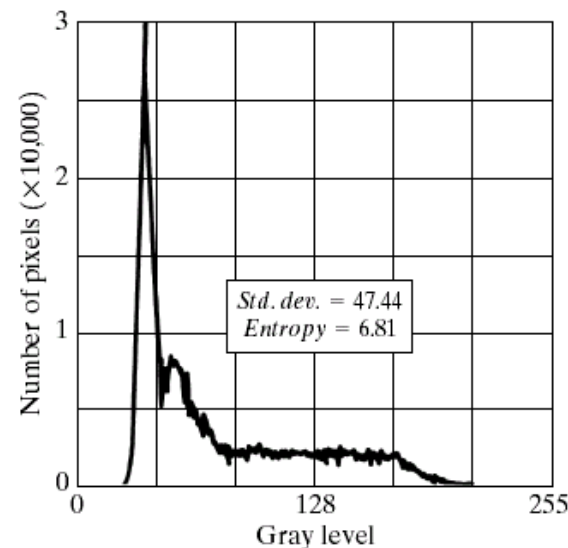
$$\hat{f}(x, y) = \text{round} \left[\sum_{i=1}^m \alpha_i f(x, y - i) \right]$$





PREDIKTIVNO KODOVANJE

- Slika nakon prediktivnog kodovanja vizuelno ne zadovoljava, ali je njen histogram mnogo uži (veća redundansa kodovanja) pa omogućava veću kompresiju (modeluje se Laplasovom raspodelom)
- Manji dinamički opseg koduje se sa manjim brojem bita





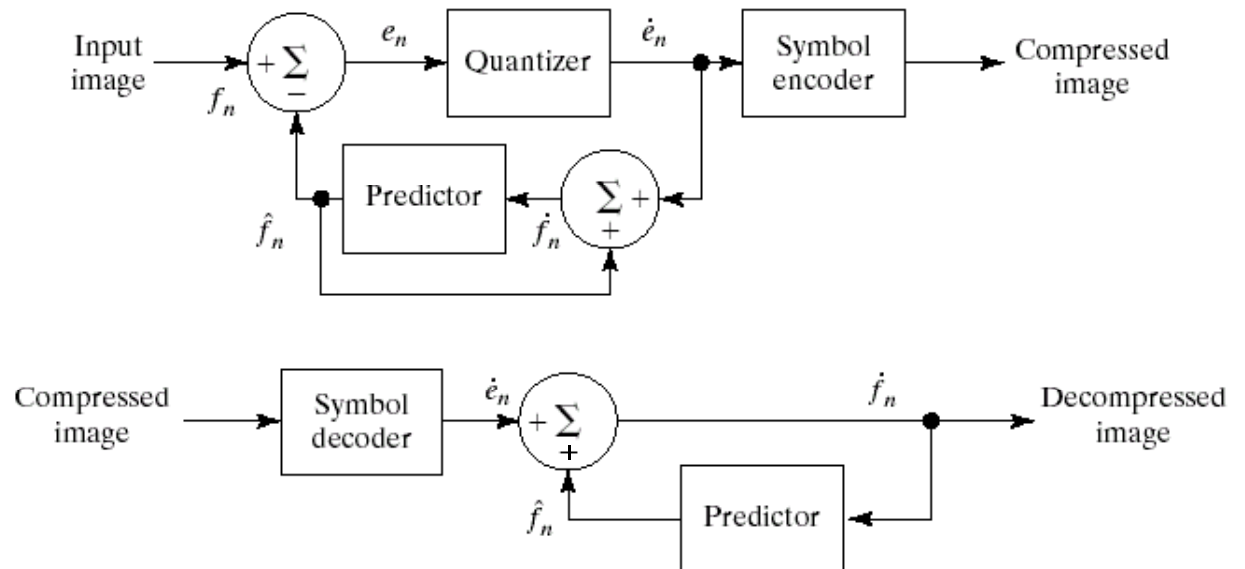
KOMPRESIJA SLIKE SA GUBICIMA

- Smanjena tačnost rekonstrukcije originalne slike na račun povećanja kompresije
 - Moguće je ostvariti značajna povećanja kompresije, ukoliko se oštećenja slike (vidljiva ili ne) mogu tolerisati
 - Kompresija prosečne slike bez oštećenja retko može da ostvari odnos kompresije 3:1
 - Kompresija sa oštećenjem ostvaruje odnose od 50:1 bez vidljivih oštećenja, a preko 100:1 sa vidljivim oštećenjima koja se mogu tolerisati – sadržaj slike je prepoznatljiv
- Kompresija sa oštećenjem u prostornom domenu
 - Prediktivno kodovanje
- Kompresija u transformacionom domenu
 - DFT, WHT, DCT, Wavelet transformacija

PREDIKTIVNO KODOVANJE

- Kvantizer omogućava povećanje kompresije, pri čemu stvara oštećenja u slici
 - Preslikava razliku (grešku) u konačan broj vrednosti
 - Sadrži i funkciju zaokruživanja prediktora bez oštećenja
 - Postavljanje prediktora u petlju onemogućava prostiranje greške usled kvantizacije na izlazu dekodera

$$\dot{f}_n = \dot{e}_n + \hat{f}_n$$
$$\hat{f}_n = \sum_{i=1}^m \alpha_i \dot{f}_{n-i}$$





PREDIKTIVNO KODOVANJE

• Delta modulacija

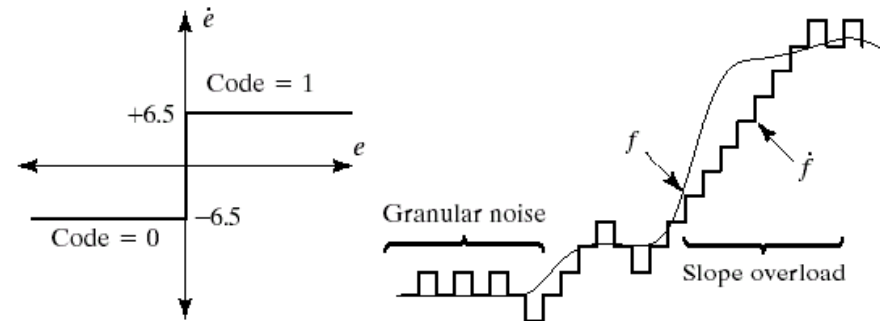
- Jednostavna dobro poznata varijanta prediktivnog kodovanja sa oštećenjem
- 1-bitno kodovanje izlaza (kodna brzina 1 bit/pikselu)

$$\dot{e}_n = \begin{cases} +\zeta, & e_n > 0 \\ -\zeta, & e_n \leq 0 \end{cases}$$

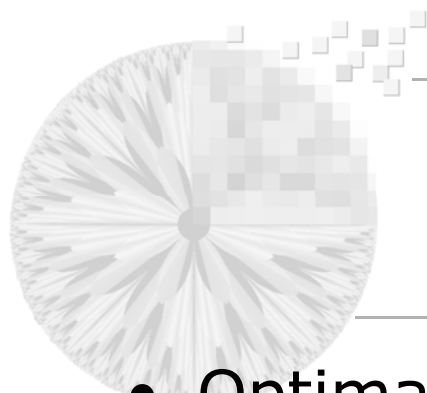
α – koeficijent predikcije (~ 1)

ζ – pozitivna konstanta

- **Zasićenje nagiba** (*slope overload*)
Na strmom delu signala korak je previše mali da bi ispratio promenu (Zamućenje ivica u slici)
- **Zrnasti šum** (*Granular noise*)
Na ravnom delu ($n=0-7$) javlja se šum zbog velikog koraka (Šum u uniformnim oblastima slike)
- Dva protivurečna zahteva



Input		Encoder				Decoder		Error
n	f	\hat{f}	e	\dot{e}	\dot{f}	\hat{f}	$\dot{\hat{f}}$	$[f - \hat{f}]$
0	14	—	—	—	14.0	—	14.0	0.0
1	15	14.0	1.0	6.5	20.5	14.0	20.5	-5.5
2	14	20.5	-6.5	-6.5	14.0	20.5	14.0	0.0
3	15	14.0	1.0	6.5	20.5	14.0	20.5	-5.5
·	·	·	·	·	·	·	·	·
·	·	·	·	·	·	·	·	·
14	29	20.5	8.5	6.5	27.0	20.5	27.0	2.0
15	37	27.0	10.0	6.5	33.5	27.0	33.5	3.5
16	47	33.5	13.5	6.5	40.0	33.5	40.0	7.0
17	62	40.0	22.0	6.5	46.5	40.0	46.5	15.5
18	75	46.5	28.5	6.5	53.0	46.5	53.0	22.0
19	77	53.0	24.0	6.5	59.6	53.0	59.6	17.5
·	·	·	·	·	·	·	·	·
·	·	·	·	·	·	·	·	·



PREDIKTIVNO KODOVANJE

• Optimalni prediktor

- Minimizuje srednju kvadratnu grešku linearne predikcije (određivanje koeficijenata α izjednačavanjem prvog izvoda sa nulom, uz pretpostavku da f_n ima srednju vrednost 0 i varijansu σ^2)
- Zanemaruje se greška kvantizera
- DPCM (*Differential Pulse Code Modulation*)
- \mathbf{R} je autokorelaciona matrica
- Računanje optimalnih koeficijenata za svaku sliku nema baš puno smisla pa se koristi model slike (npr. 2D Markovljev izvor)
- Uslov da izlaz prediktora bude u očekivanom opsegu i da se izbegne prostiranje greške

$$\sum_{i=1}^m \alpha_i \leq 1$$

$$E\{e_n^2\} = E\left\{\left[f_n - \hat{f}_n\right]^2\right\}$$

$$\dot{f}_n = \dot{e}_n + \dot{\hat{f}}_n \approx e_n + \dot{\hat{f}}_n = f_n$$

$$E\{e_n^2\} = E\left\{\left[f_n - \sum_{i=1}^m \alpha_i f_{n-i}\right]^2\right\}$$

$$\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} E\{f_{n-1}f_{n-1}\} & E\{f_{n-1}f_{n-2}\} & \dots & E\{f_{n-1}f_{n-m}\} \\ E\{f_{n-2}f_{n-1}\} & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ E\{f_{n-m}f_{n-1}\} & E\{f_{n-m}f_{n-2}\} & \dots & E\{f_{n-m}f_{n-m}\} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} E\{f_n f_{n-1}\} \\ E\{f_n f_{n-2}\} \\ \dots \\ E\{f_n f_{n-m}\} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \dots \\ \alpha_m \end{bmatrix}$$

$$\sigma_e^2 = \sigma^2 - \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{r} = \sigma^2 - \sum_{i=1}^m E\{f_n f_{n-i}\} \alpha_i$$



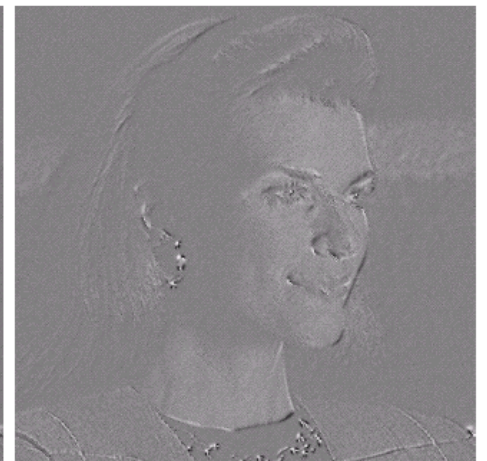
PREDIKTIVNO KODOVANJE

- Greške predikcije DPCM linearnih prediktora

1. $\hat{f}(x, y) = 0.97f(x, y - 1)$
2. $\hat{f}(x, y) = 0.5f(x, y - 1) + 0.5f(x - 1, y)$
3. $\hat{f}(x, y) = 0.75f(x, y - 1) + 0.75f(x - 1, y) - 0.5f(x - 1, y - 1)$
4. $\hat{f}(x, y) = \begin{cases} 0.97f(x, y - 1), & \Delta h \leq \Delta v \\ 0.97f(x - 1, y), & \Delta h > \Delta v \end{cases}$
 $\Delta h = |f(x - 1, y) - f(x - 1, y - 1)|$
 $\Delta v = |f(x, y - 1) - f(x - 1, y - 1)|$

-Greška predikcije smanjuje se sa povećanjem reda prediktora (broja koeficijenata)

-Za red veći od 3 kompleksnost se povećava bez većeg doprinosa kompresiji



PREDIKTIVNO KODOVANJE

- Optimalni kvantizer

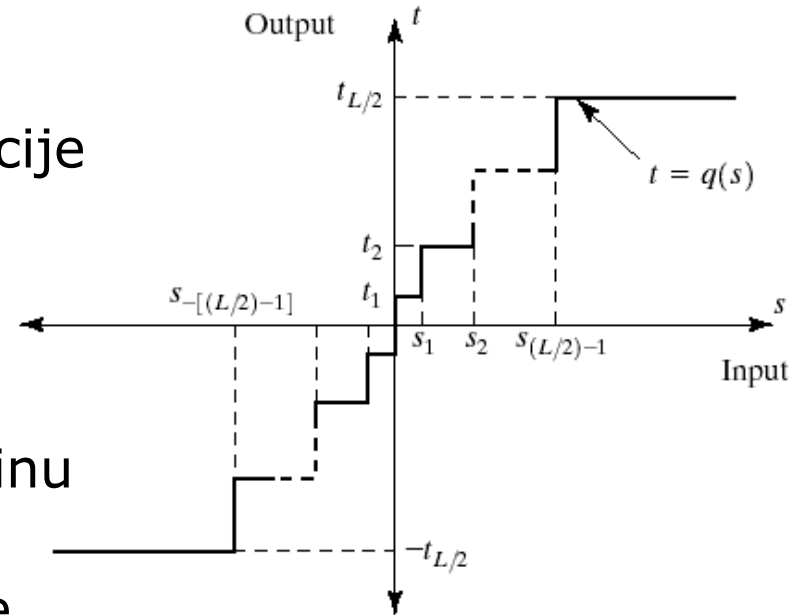
- Stepenasta funkcija kvantizacije $t=q(s)$ je neparna i definisana sa $L/2$ vrednosti s_i i t_i (nivoi odluke i rekonstrukcije)

- Izbor najboljih s_i i t_i za dati kriterijum optimizacije i gustinu raspodele verovatnoće $p(s)$

- Uslovi za minimizaciju greške kvantizacije $E\{(s-t_i)^2\}$ (**Lloyd-Max**-ov kvantizer)

- * Nivoi rekonstrukcije su centriidi oblasti ispod krive $p(s)$ nad datim intervalom odluke

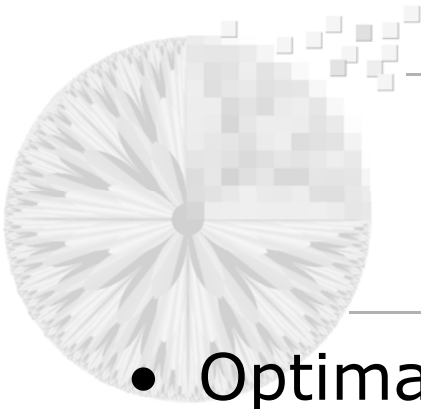
- * Nivoi odluke su na sredini intervala rekonstrukcije



$$\int_{s_{i-1}}^{s_i} (s - t_i) p(s) ds = 0, \quad i = 1, 2, \dots, L/2$$

$$s_i = \begin{cases} 0, & i = 0 \\ (t_i + t_{i+1}) / 2, & i = 1, 2, \dots, L/2 \\ \infty, & i = L/2 \end{cases}$$

$$s_{-i} = -s_i, \quad t_{-i} = -t_i$$

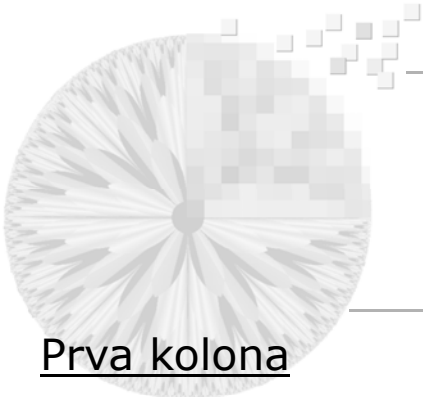


PREDIKTIVNO KODOVANJE

- Optimalni kvantizer
 - Nivoi odluke i rekonstrukcije *Lloyd-Max*-ovog kvantizera sa 2, 4 i 8 nivoa, za Laplasovu raspodelu varijanse 1

Levels	2		4		8	
i	s_i	t_i	s_i	t_i	s_i	t_i
1	∞	0.707	1.102	0.395	0.504	0.222
2			∞	1.810	1.181	0.785
3					2.285	1.576
4					∞	2.994
θ	1.414		1.087		0.731	

- θ je korak **optimalnog uniformnog kvantizera** koji uz ostale zadovoljava i dodatni uslov $t_i - t_{i-1} = s_i - s_{i-1} = \theta$
- Optimalni uniformni kvantizer sa kodom promenljive dužine daje manju kodnu brzinu od Lloyd-Maxovog kvantizera sa kodom konstantne dužine reči za Laplasovu raspodelu
- Performanse ovih kvantizera značajno se mogu popraviti adaptivnom primenom u zavisnosti od lokalne raspodele
 - Fina kvantizacija regiona slike sa malom varijansom i obrnuto
 - Dovodi do smanjenja zasićenja nagiba i prisustva zrnastog šuma



PREDIKTIVNO KODOVANJE

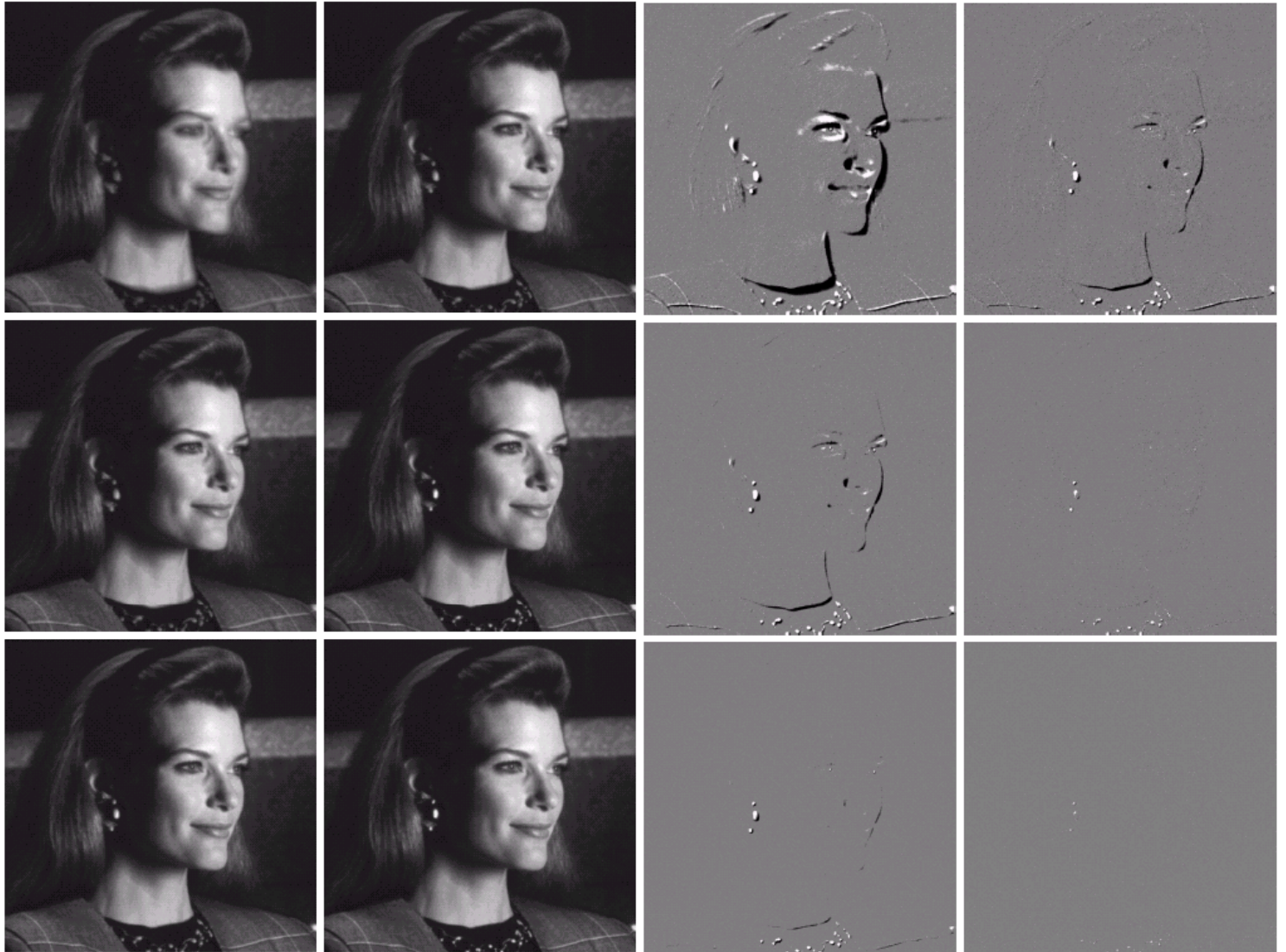
Prva kolona

DPCM i *Lloyd-Max* kvantizacija sa 2, 4 i 8 nivoa

Druga kolona

Adaptivna kvantizacija – u svakom bloku od 16 piksela odabran je najbolji od 4 kvantizera

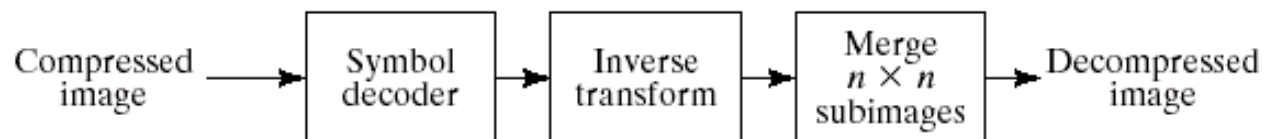
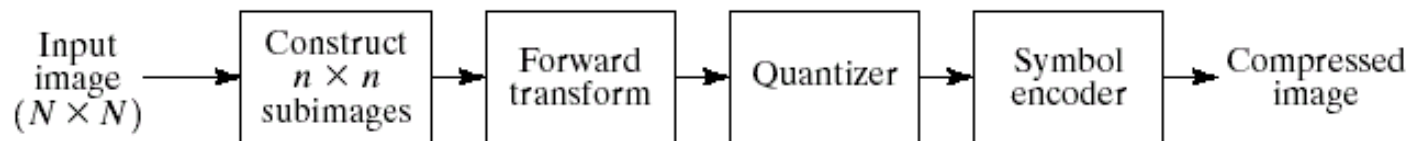
Greška je značajno manja kod adaptivne kvantizacije – zbog prefiksa za izbor kvantizera kompresija je manja od *Lloyd-Max* kvant.





TRANSFORMACIONO KODOVANJE

- Slika se preslikava u skup transformacionih koeficijenata, koji se potom kvantizuju i koduju
 - Veliki broj mogućih transformacija (DFT, WHT, DCT,...)
 - Slika dimenzija $N \times N$ deli se na $(N/n)^2$ slika od $n \times n$ piksela
 - Pod slike se transformišu u $n \times n$ koeficijenata u cilju dekorelacije susednih piksela – kompakcija energije
 - Za većinu prirodnih slika, veliki broj koeficijenata ima male vrednosti i mogu se grubo kvantizovati ili eliminisati bez značajnog gubitka u kvalitetu slike





TRANSFORMACIONO KODOVANJE

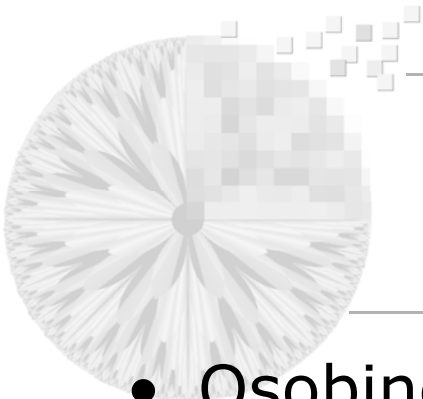
- Izbor transformacije

- Zavisi od greške rekonstrukcije koja se može tolerisati i raspoložive računarske platforme
- Kompresija se ostvaruje kvantizacijom koeficijenata, a ne transformacijom
- Za sliku $f(x,y)$ dimenzija $N \times N$ diskretna transformacija $T(u,v)$ definisana je kao

$$T(u, v) = \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) g(x, y, u, v), \quad u, v = 0, 1, 2, \dots, N - 1$$

$$f(x, y) = \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{N-1} T(u, v) h(x, y, u, v), \quad x, y = 0, 1, 2, \dots, N - 1$$

- $g(x,y,u,v)$ i $h(x,y,u,v)$ su jezgra (kerneli) direktne i inverzne transformacije respekt.– nazivaju se i bazne funkcije/slike



TRANSFORMACIONO KODOVANJE

- Osobine transformacije

- Kernel je separabilan ako važi

$$g(x, y, u, v) = g_1(x, u)g_2(y, v)$$

- 2D transformacija može se realizovati preko dve sukcesivne 1D transformacije - po vertikali i horizontali

- Kernel je simetričan ako važi

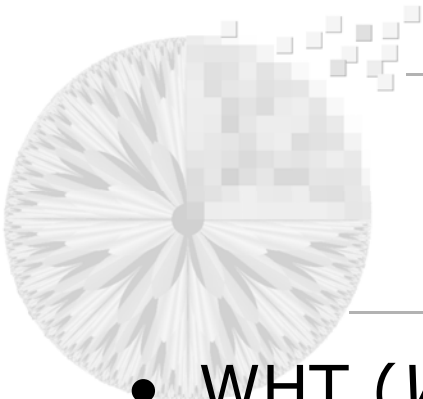
$$g(x, y, u, v) = g_1(x, u)g_1(y, v)$$

- DFT – diskretna Furijeova transformacija

- Najpoznatiji par transformacionih kernela

$$g(x, y, u, v) = \frac{1}{N^2} e^{-j2\pi(ux+xy)/N}$$

$$h(x, y, u, v) = e^{j2\pi(ux+xy)/N}$$



TRANSFORMACIONO KODOVANJE

- WHT (*Walsh-Hadamard transform*)

$$g(x, y, u, v) = h(x, y, u, v) = \frac{1}{N}(-1)^{\sum_{i=0}^{m-1} [b_i(x)p_i(u) + b_i(y)p_i(v)]}, \quad N = 2^m$$

$b_k(z)$ – k -ti bit (s desna na levo) u binarnoj predstavi z

$$p_0(u) = b_{m-1}(u)$$

$$p_1(u) = b_{m-1}(u) + b_{m-2}(u)$$

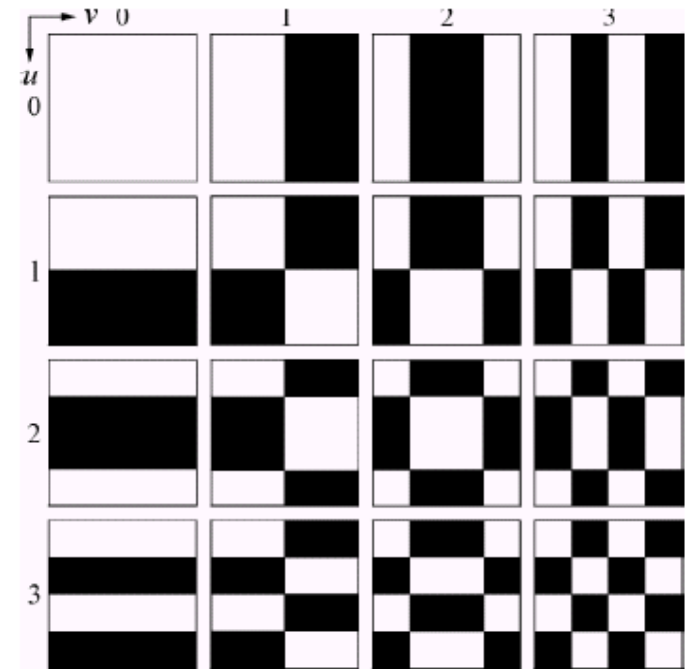
$$p_2(u) = b_{m-2}(u) + b_{m-3}(u)$$

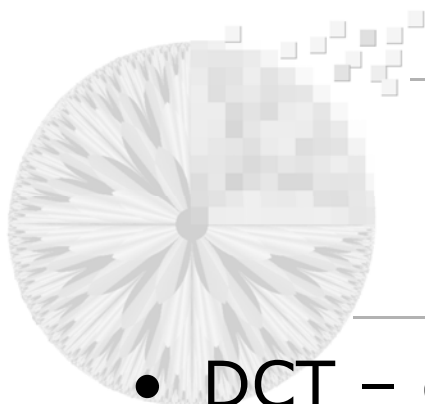
...

$$p_{m-1}(u) = b_1(u) + b_0(u)$$

Sva sabiranja su po modulu 2!

- Kernel se sastoji od naizmeničnih +1 i -1 u formi šahovskog polja
- Jednostavno za implementaciju
- WHT bazne slike za $N=4 \rightarrow \rightarrow \rightarrow$





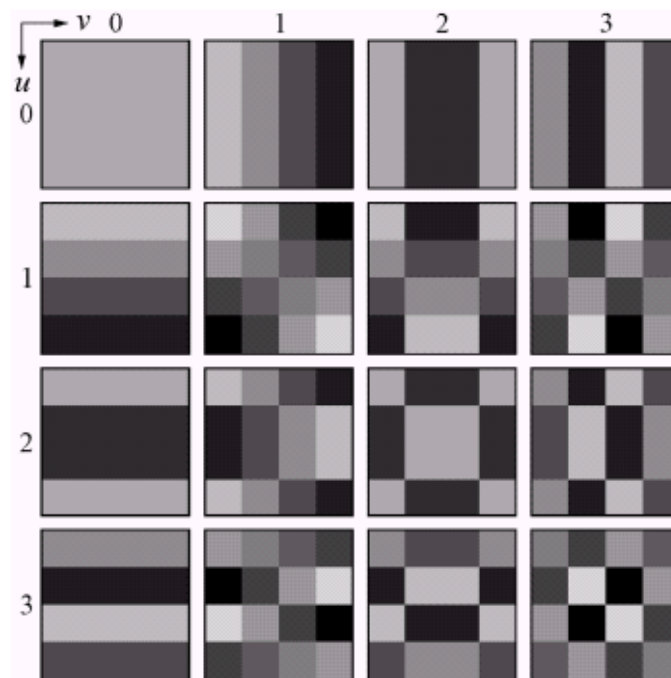
TRANSFORMACIONO KODOVANJE

- DCT – diskretna kosinusna transformacija

$$g(x, y, u, v) = h(x, y, u, v) = \alpha(u)\alpha(v) \cos \left[\frac{(2x+1)u\pi}{2N} \right] \cos \left[\frac{(2y+1)v\pi}{2N} \right]$$

$$\alpha(u) = \begin{cases} \sqrt{1/N}, & u = 0 \\ \sqrt{2/N}, & u = 1, 2, \dots, N-1 \end{cases}$$

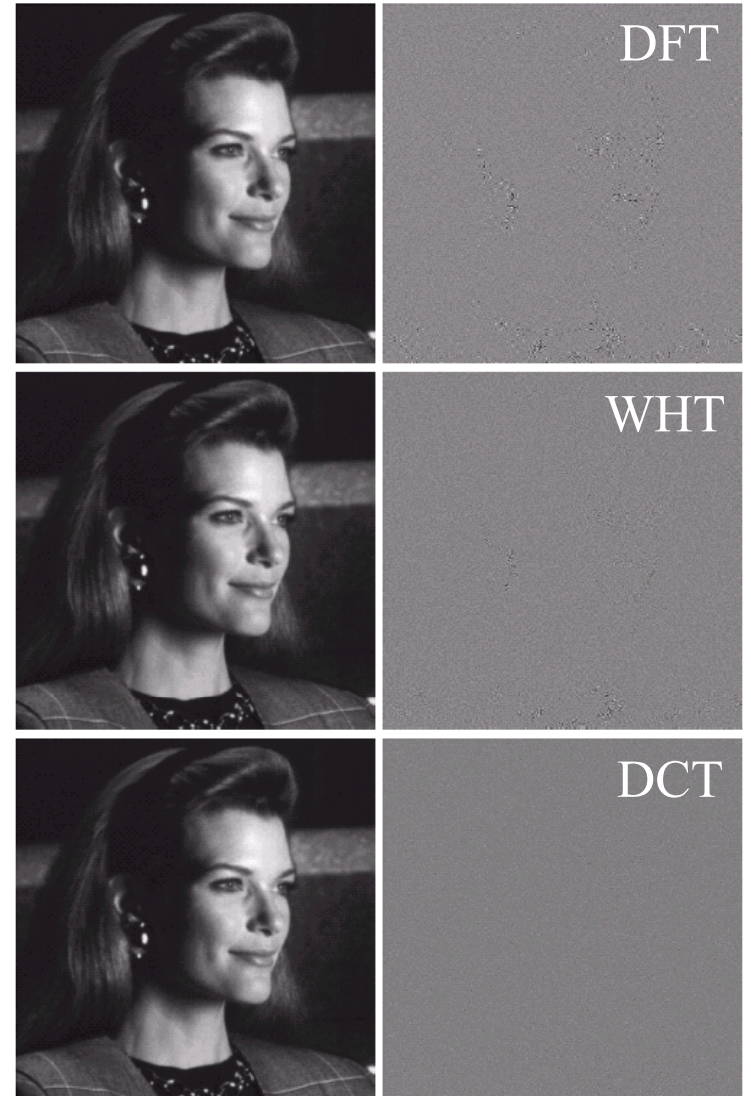
- Realna za razliku od DFT
- Ostvaruje veliku kompakciju energije slike u mali broj koeficijenata (JPEG standard)
- Kerneli predstavljaju kosinusne funkcije različitih perioda po horizontali i vertikali u formi šahovskog polja
- DCT bazne slike za $N=4 \rightarrow \rightarrow \rightarrow$
 - » Vektori baze u prostoru slika

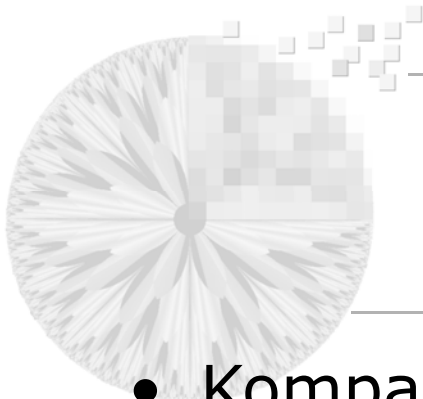




TRANSFORMACIONO KODOVANJE

- DFT, WHT, DCT - primer
 - Slika dimenzija 512×512 piksela podeljena na podslike 8×8
 - Od 64 koeficijenta zadržana 32 sa najvećim amplitudama - 50%
 - Ostalih 32 su eliminisani
 - Inverznim transformacijama ostvaruje se rekonstrukcija
 - Bez kodovanja i kvantizacije preostalih 32 koeficijenta ostvaren je faktor kompresije 2
 - Na slikama se ne vide oštećenja koja se lako uočavaju na slikama greške (najmanje oštećenje ostvaruje DCT)





TRANSFORMACIONO KODOVANJE

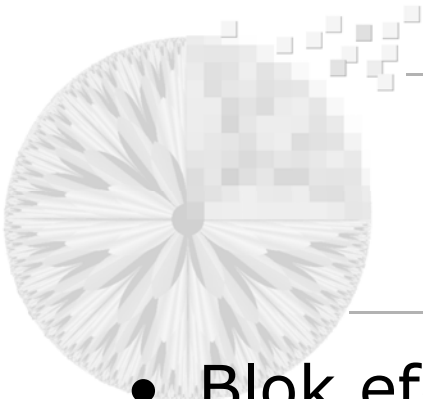
- Kompakcija energije
 - Može se pokazati da je greška rekonstrukcije za dimenziju podslike $n \times n$ data kao

$$e = \sum_{u=0}^{n-1} \sum_{v=0}^{n-1} \sigma_{T(u,v)}^2 [1 - \gamma(u,v)],$$

$$\gamma(u,v) = \begin{cases} 0, & \text{koeficijent } T(u,v) \text{ eliminisan} \\ 1, & \text{koeficijent } T(u,v) \text{ sačuvan} \end{cases}$$

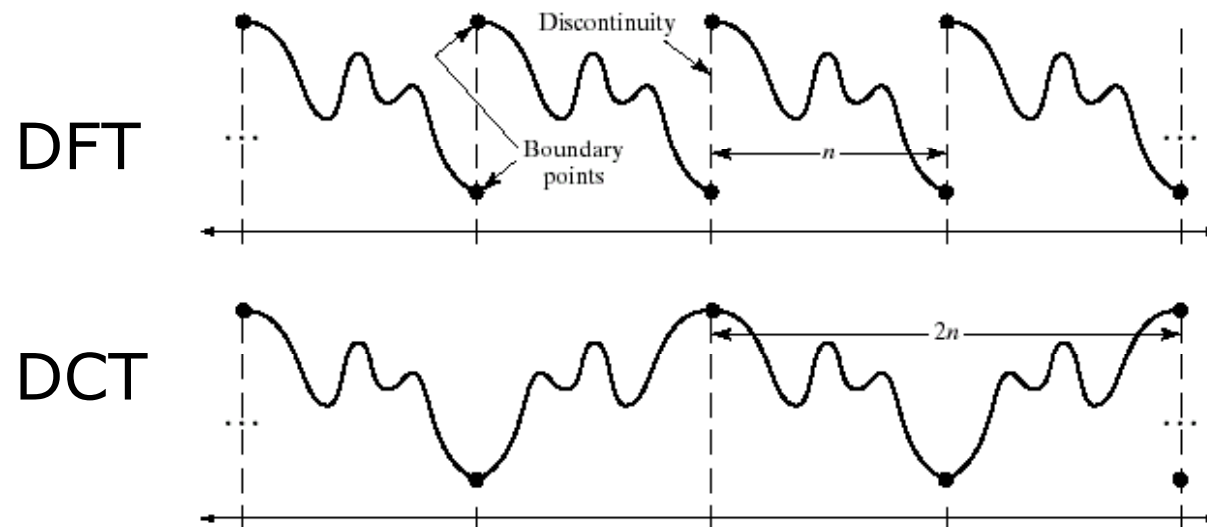
$$\sigma_{T(u,v)}^2 - \text{varijansa koeficijenta } T(u,v)$$

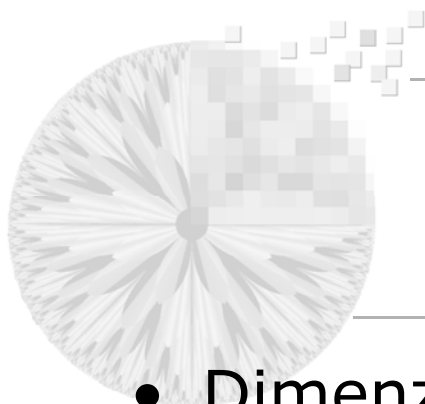
- KLT (Karhunen-Loeve) je transformacija koja daje najmanji mogući broj koeficijenata velike varijanse, ali zavisi od podataka pa je nemoguće za svaku sliku generisati nove bazne slike
- DCT je transformacija nezavisna od podataka, koja je najbližnja KLT transformaciji



TRANSFORMACIONO KODOVANJE

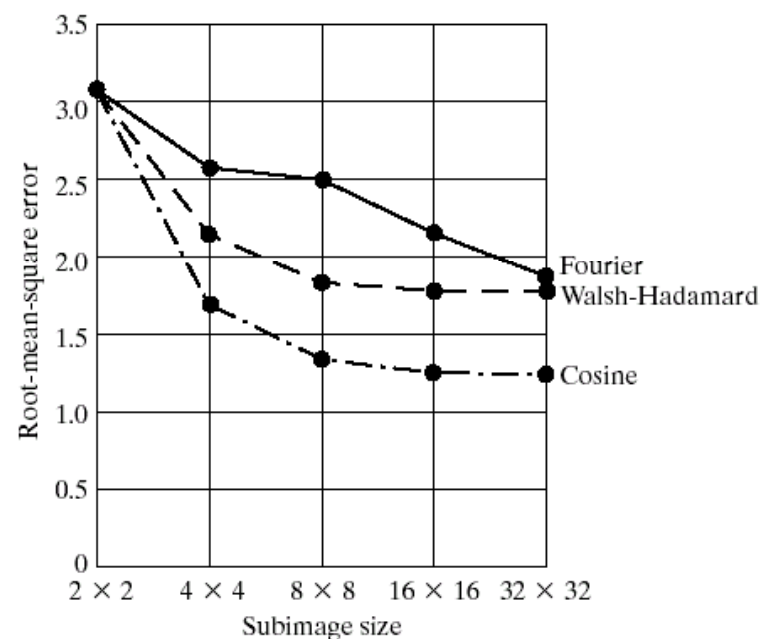
- Blok efekat
 - Javlja se kao posledica deljenja na podslike dimenzija $n \times n$
 - Implicitna n periodičnost DFT transformacije prouzrokuje greške na granicama blokova pri eliminaciji koeficijenata na visokim učestanostima
 - Implicitna $2n$ periodičnost DCT transformacije smanjuje ovaj efekat (ali ga ne uklanja sasvim)

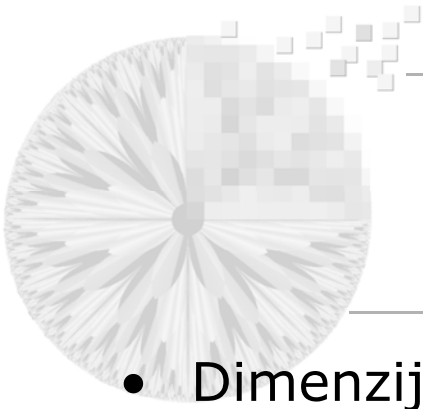




TRANSFORMACIONO KODOVANJE

- Dimenzije podslike
 - Biraju se tako da se smanji korelacija (redundansa) između susednih slika i da n bude stepen broja 2, radi jednostavnije implementacije
 - Povećanjem dimenzija podslike raste faktor kompresije, ali raste i kompleksnost postupka
 - Najčešće dimenzije su 8×8 i 16×16
 - Greška rekonstrukcije pri eliminaciji 75% koeficijenata za različite dimenzije podslike
 - DCT i WHT pokazuju zasićenje
 - DFT asimptotski teži DCT
 - Za 2×2 svi su isti jer je samo DC komponenta ostala (25%)





TRANSFORMACIONO KODOVANJE

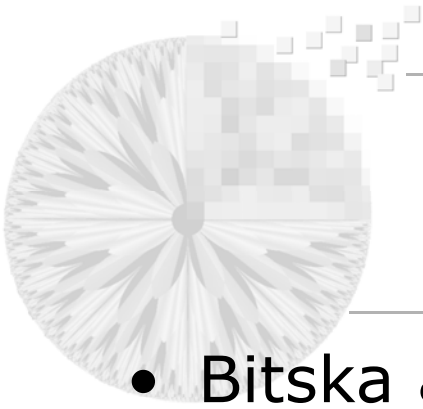
- Dimenzije podslike
 - Uvećan detalj originalne slike
 - Rekonstruisane slike nakon DCT kompresije sa 75% eliminisanih koeficijenata i različitim dimenzijama podslika:
 - 2×2 , 4×4 , 8×8
 - Na 2×2 uočava se blok efekat, na 4×4 manje, a na 8×8 još manje





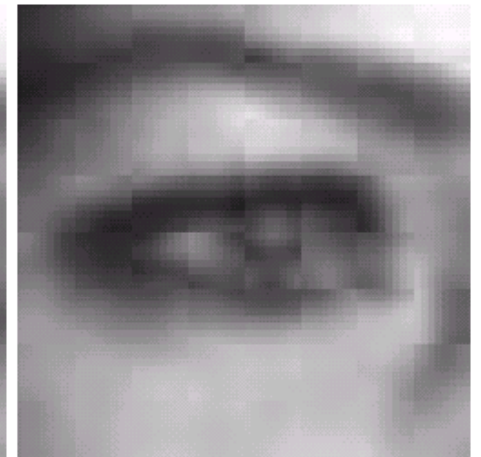
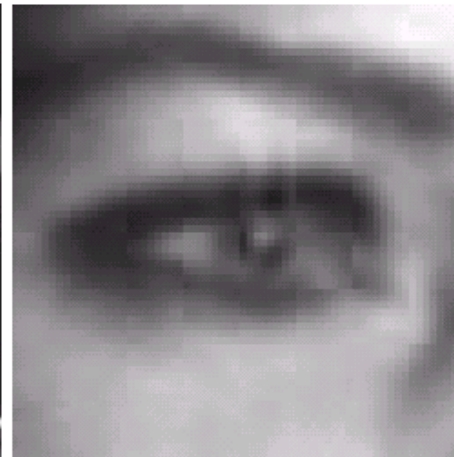
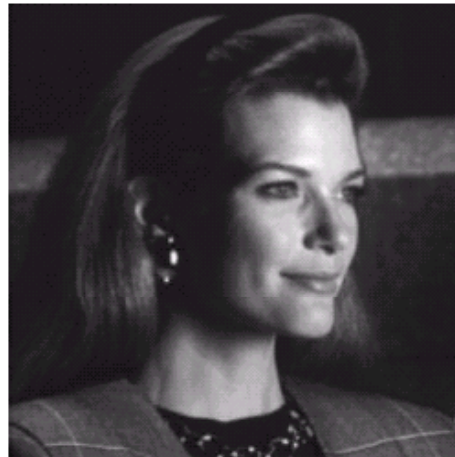
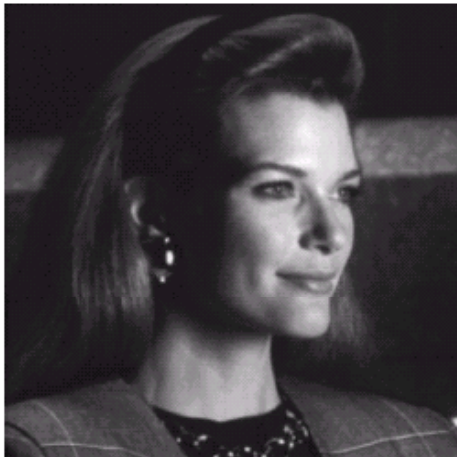
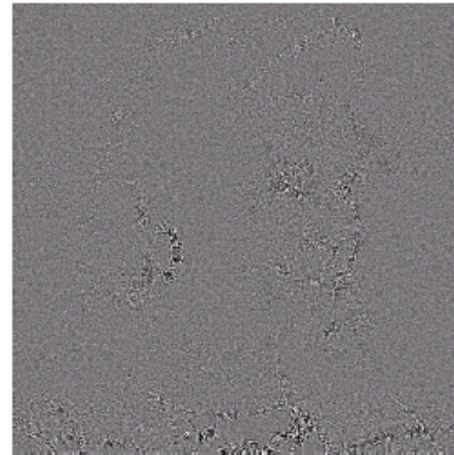
TRANSFORMACIONO KODOVANJE

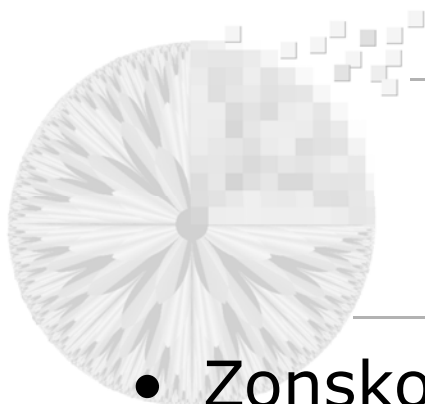
- Bitska alokacija
 - Proces eliminacije, kvantizacije i kodovanja koeficijenata transformisane podslike
 - Zonsko kodovanje (*Zonal coding*)
 - Eliminacija koeficijenata na osnovu varijanse
 - Informacija se posmatra kao neizvesnost, pa koeficijenti sa najvećom varijansom nose najviše informacija
 - Na osnovu statistike slike ili modela, formira se fiksna maska kojom se eliminišu (kvantizuju) koeficijenti
 - Kodovanje na osnovu praga (*Threshold coding*)
 - Eliminacija koeficijenata na osnovu amplitude
 - Zadržava se određeni broj koeficijenata sa najvećim amplitudama, a ostali se eliminišu
 - Maska kojom se eliminišu (kvantizuju) koeficijenti menja se u zavisnosti od rasporeda amplituda po koeficijentima



TRANSFORMACIONO KODOVANJE

- Bitska alokacija
 - **Kodovanje na osnovu praga** (levo)
 - **Zonsko kodovanje** (desno)
 - U oba slučaja 87.5% DCT koeficijenata je eliminisano



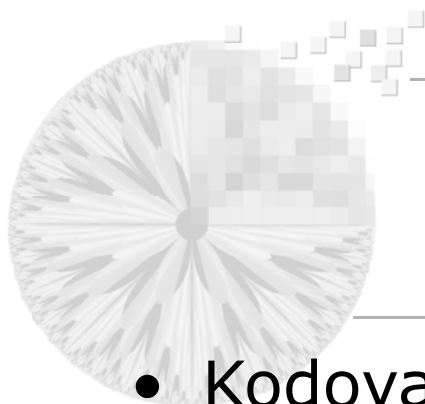


TRANSFORMACIONO KODOVANJE

- Zonsko kodovanje
 - Zadržavaju se koeficijenti sa najvećom varijansom
 - Varijansu je moguće odrediti na dva načina
 - Direktno na slici iz ansambla $(N/n)^2$ podslika
 - Na osnovu modela slike (npr. 2D Markovljev izvor)
 - Množenje koeficijenata $T(u,v)$ sa maskom koja ima vrednosti 1 na mestima značajne varijanse, a na ostalim 0
 - Sačuvani koeficijenti kvantizuju se i koduju
 - Uniformna kvantizacija dodeljuje isti broj bita svakom koeficijentu
 - Adaptivna kvantizacija alokira bite u zavisnosti od značaja koeficijenata
 - Maska i alokacija bita →

1	1	1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

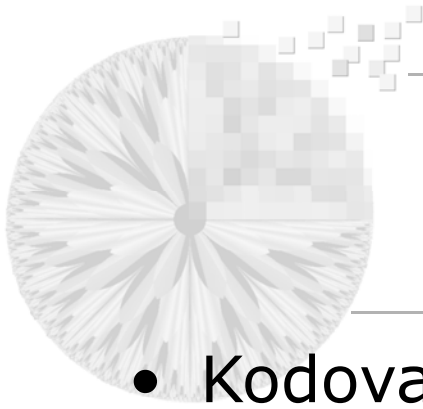
8	7	6	4	3	2	1	0
7	6	5	4	3	2	1	0
6	5	4	3	3	1	1	0
4	4	3	3	2	1	0	0
3	3	3	2	1	1	0	0
2	2	1	1	1	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0



TRANSFORMACIONO KODOVANJE

- Kodovanje na osnovu praga
 - Koeficijenti sa najvećom amplitudom čine najveći doprinos pa ih treba sačuvati
 - Množenje koeficijenata $T(u,v)$ sa maskom koja ima vrednosti 1 na mestima sa značajnim amplitudama
 - Cik-cak skeniranjem vrši se konverzija 2D podslike od $n \times n$ piksela u 1D niz sa n^2 koeficijenata
 - Ovaj niz sadrži duge nizove nula između zaostalih VF koeficijenata pa se za kompresiju koristi RLC kodovanje
 - Maska koja označava preostale koeficijente i matrica koja definiše cik-cak skeniranje (redom od 0 do 63)

1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	5	6	14	15	27	28
1	1	1	1	0	0	0	0	0	2	4	7	13	16	26	29
1	1	0	0	0	0	0	0	0	3	8	12	17	25	30	41
1	0	0	0	0	0	0	0	0	9	11	18	24	31	40	44
0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	19	23	32	39	45	52
0	1	0	0	0	0	0	0	0	20	22	33	38	46	51	55
0	0	0	0	0	0	0	0	0	21	34	37	47	50	56	59
0	0	0	0	0	0	0	0	0	35	36	48	49	57	58	62



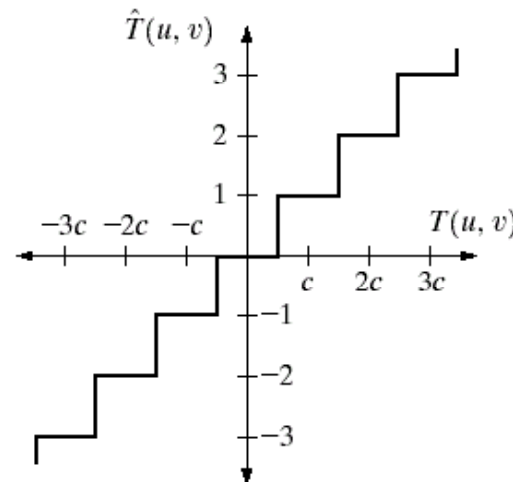
TRANSFORMACIONO KODOVANJE

- Kodovanje na osnovu praga
 - Globalni konstantni prag za sve podslike
 - Različit nivo kompresije između podslika
 - Prag se menja u zavisnosti od podslike - K najvećih $T(u,v)$
 - Isti broj koeficijenata ostaje u svakoj podslici (konst. kompresija)
 - Prag koji je funkcija pozicije koeficijenta u podslici (JPEG)
 - (Realizuje se kroz neuniformnu kvantizaciju koeficijenata, gde matrica normalizacije $Z(u,v)$ definiše korak kvantizacije)

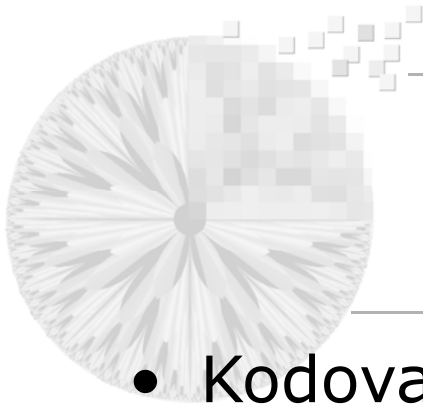
$$\hat{T}(u, v) = \text{round} \left[\frac{T(u, v)}{Z(u, v)} \right]$$

$$\dot{T}(u, v) = \hat{T}(u, v) Z(u, v)$$

Matrica normalizacije koja se koristi u JPEG kompresiji →

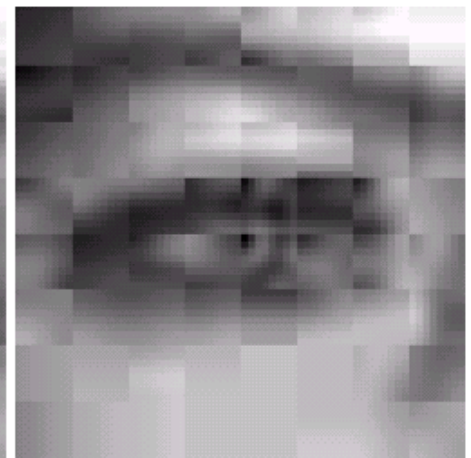
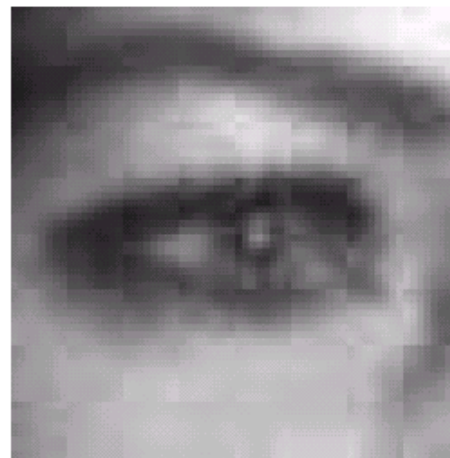
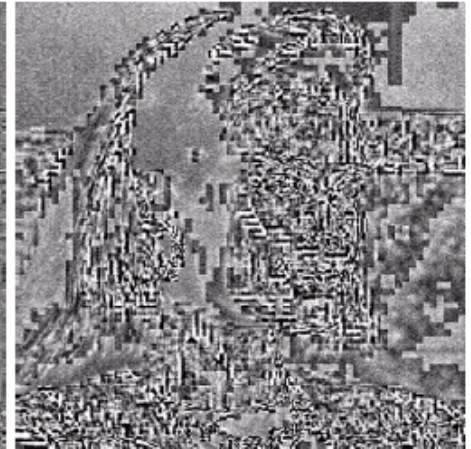
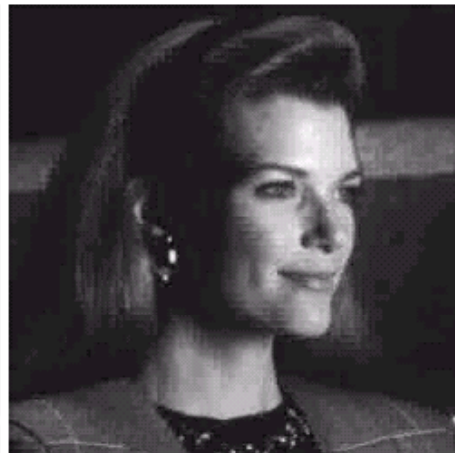
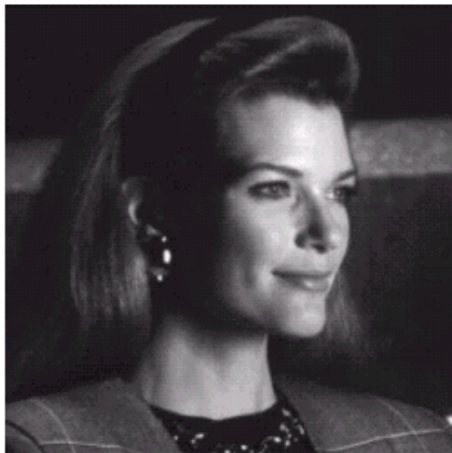


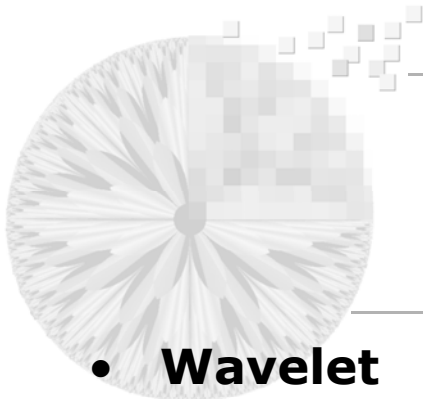
16	11	10	16	24	40	51	61
12	12	14	19	26	58	60	55
14	13	16	24	40	57	69	56
14	17	22	29	51	87	80	62
18	22	37	56	68	109	103	77
24	35	55	64	81	104	113	92
49	64	78	87	103	121	120	101
72	92	95	98	112	100	103	99



TRANSFORMACIONO KODOVANJE

- Kodovanje na osnovu praga
 - DCT transformacija sa podslikama dimenzija 8×8 piksela
 - Levo - direktna primena JPEG matrice normalizacije (kompresija 34:1)
 - Desno - JPEG matrica normalizacije pomnožena sa 4 (kompresija 67:1)





TRANSFORMACIONO KODOVANJE

- **Wavelet**
kompresija
(JPEG 2000)
- Faktori
kompresije
(s leva na desno)
34:1
67:1
108:1
167:1
- Nema
blok efekta
zbog prirode
transformacije



ZAKLJUČAK

- Redundansa
 - Redundansa kodovanja
 - Prostorna redundansa
 - Psihovizuelna redundansa
- Kriterijumi kvaliteta kompresije
 - Objektivni i subjektivni kriterijumi
- Kompresija slike bez oštećenja
 - Kodovi promenljive dužine reči, aritmetičko kodovanje, Lempel-Ziv, prediktivno i kodovanje bitskih ravni
- Kompresija slike sa oštećenjem
 - U prostornom domenu: prediktivno kodovanje
 - U transformacionom domenu: DFT, WHT, DCT, Wavelet
 - Bitska alokacija: zonsko kodovanje i na osnovu praga