RESTAURACIJA SLIKE

POGLAVLJE 5

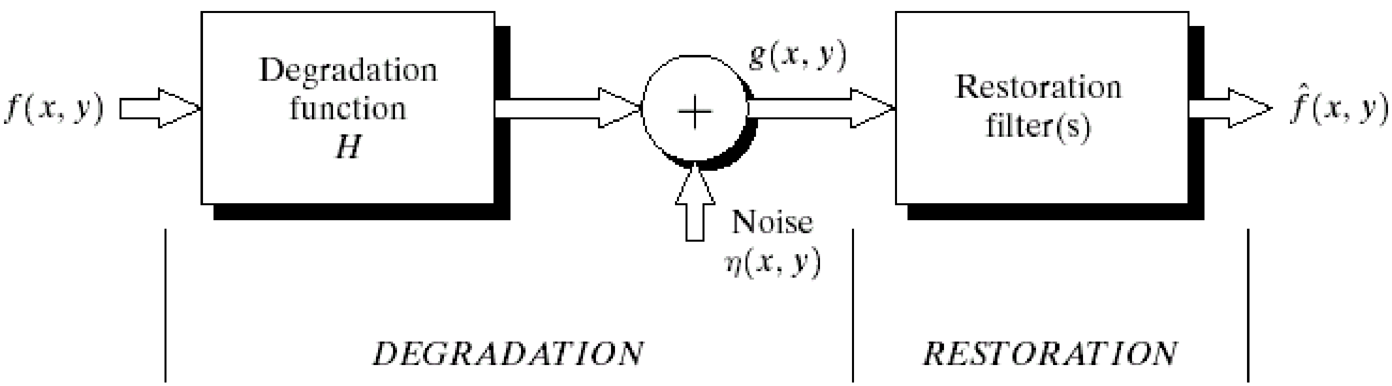
RESTAURACIJA SLIKE

- Restauracija je postupak obrade oštećene slike u cilju uklanjanja degradacije da bi se kao rezultat dobila slika što bliža originalnoj
- Restauracija i poboljšanje
  - Ekvalizacija histograma ne približava sliku originalnoj već prilagođava ljudskom vizuelnom sistemu – **poboljšanje**
  - Uklanjanje zamućenja slike (*deblurring*) teži da sliku vrati u prvobitno stanje slike normalne oštrine – **restauracija**
- Mera kvaliteta restauracije
  - Koliko je restaurirana slika bliska originalnoj
  - Najčešće se koristi odnos signal šum

$$PSNR = 10\log\frac{(L-1)^2}{\frac{1}{M}\frac{1}{N}\sum_{i=o}^{M-1}\sum_{j=0}^{N-1}\left[f(x,y)-\hat{f}(x,y)\right]^2}$$

RESTAURACIJA SLIKE

- Model procesa degradacije/restauracije
  - Dve komponente: funkcija degradacije i aditivni šum



- H linearna prostorno-invarijantna, a šum aditivan

$$\begin{aligned} g(x,y) &= h(x,y) * f(x,y) + \eta(x,y) \\ G(u,v) &= H(u,v)F(u,v) + N(u,v) \end{aligned}$$

  - Kada se analizira samo šum $H(u,v)=1$

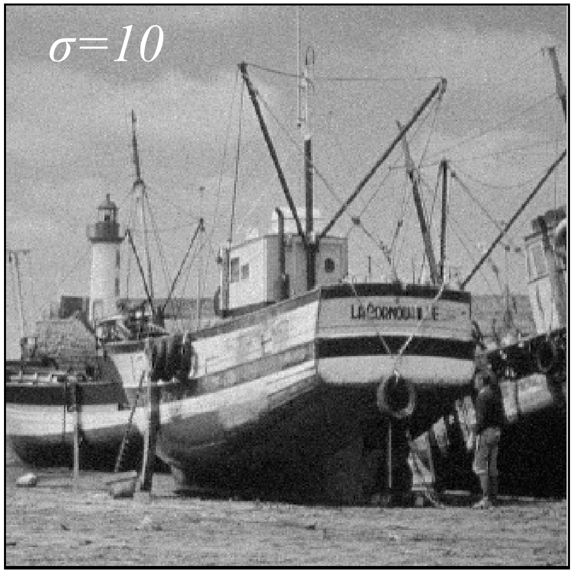
ŠUM U SLICI

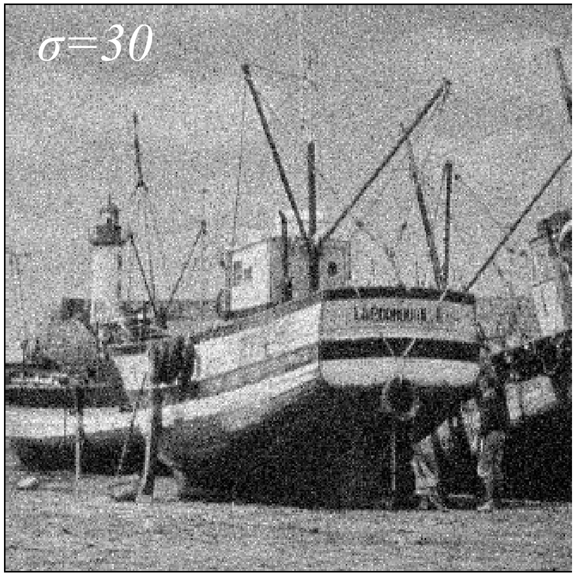
- Nastaje prilikom akvizicije ili prenosa slike
  - Primer 1: Nivo osvetljaja i temperatura senzora utiču na prisustvo šuma u CCD senzoru
  - Primer 2: Interferencija u kanalu za prenos slike izaziva šum – EM zračenje usled nezaštićenih sklopova ili groma
- Modeli šuma u slici
  - Gausov, Laplasov, impulsni, kvantizacioni, fotonski, tačkasti (*speckle*), periodični šum (smetnja)
- Prvi korak restauracije – uklanjanje šuma
  - Primena filtra koji najbolje odgovara datom modelu šuma
  - Nakon toga uklanja se uticaj funkcije degradacije

ŠUM U SLICI

- Aditivni Gausov šum
  - Najčešće korišćeni model šuma (npr. termički šum)
  - Linerane operacije nad Gausovim slučajnim promenljivama daju ponovo Gausove slučajne promenljive
  - Centralna granična teorema – suma velikog broja slučajnih procesa teži Gausovoj raspodeli

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$$





  - Optimalni ML estimator – aritmetička srednja vrednost

ŠUM U SLICI

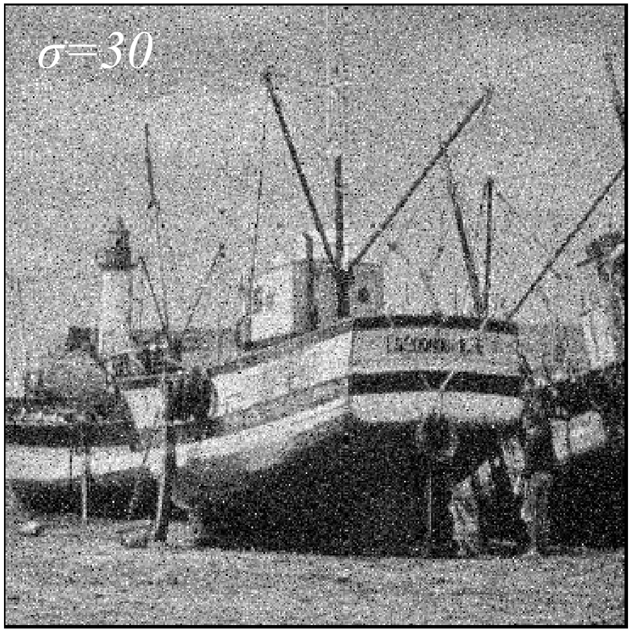
- Laplasov šum
  - Šum sa raspodelom izraženog repa (*heavy-tailed noise*)
  - Optimalni ML estimator - median
  - Verovatnoća da šum uzme veliku vrednost značajno veća nego kod Gausove rapodele
  - Izaziva veća oštećenja slike nego Gausov šum

$$f(x) = \frac{1}{2\sigma} e^{-|x-\mu|/\sigma}$$

Verovatnoća $P(|x| > x_0)$ za Gausovu i Laplasovu raspodelu

x_0	Gausova raspodela	Laplasova raspodela
1	0.32	0.37
2	0.046	0.14
3	0.0027	0.050

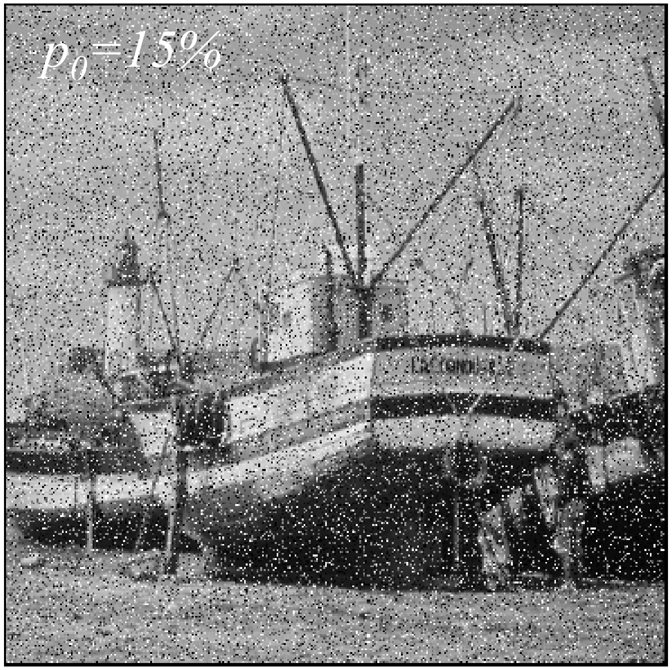
$\mu = 0$ i $\sigma = 1$



ŠUM U SLICI

- Impulsni šum
  - Samo određeni procenat piksela oštećen, a ostali netaknuti
  - Vrednost oštećenog piksela značajno se razlikuje od okoline
  - Mali procenat oštećenih piksela izaziva veliku degradaciju
  - Neophodno uklanjanje ovog šuma pre bilo kakve obrade

$$P(y_{ij} = n_{ij}) = p_0,$$
$$P(y_{ij} = x_{ij}) = 1 - p_0$$



- Dva modela
  - So i biber (salt & pepper)
    - Impulsi imaju MIN i MAX vrednost
  - Uniformni
    - Impulsi imaju bilo koju vrednost

ŠUM U SLICI

- Kvantizacioni šum
  - Obično se modeluje uniformnom raspodelom, za dovoljno mali korak kvantizacije Δ

$$y_{ij} = x_{ij} + n_{ij}, \ -\Delta/2 \leq n_{ij} \leq \Delta/2$$

  - Kada je broj kvantizacionih nivoa mali, šum postaje zavisan od signala, korelisan od piksela do piksela i nema unif. raspodelu
  - Srednja vrednost šuma je 0, a varijansa $\Delta^2/12$
  - Svakim dodatnim bitom odnos signal šum kvantizacije povećava se za 6 dB

ŠUM U SLICI

- Fotonski šum
  - Zavisni neaditivni šum sa Poasonovom raspodelom
  - Kvantna priroda svetlosti dolazi do izražaja
    - Savremeni CCD senzori dovoljno su osetljivi da mogu da registruju pojedinačne fotone

$$P(a = k) = e^{-\lambda}\lambda^k/k!$$

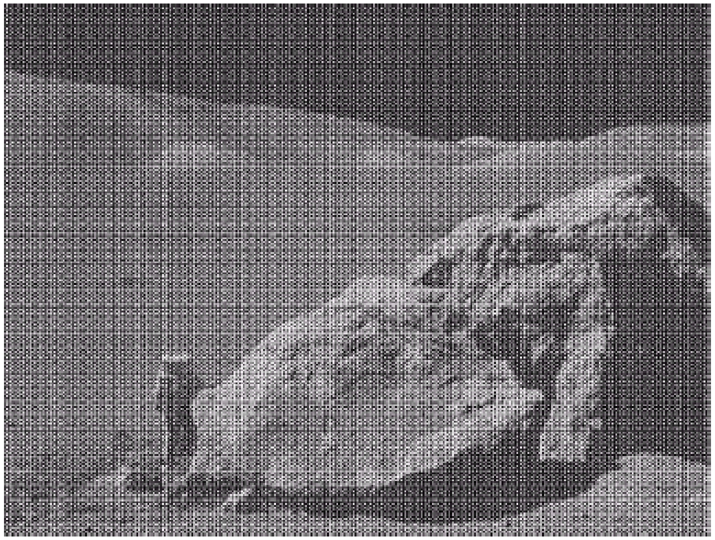
    - a – broj fotona
  - Srednja vrednost i varijansa imaju istu vrednost
    - Oblasti sa većim intenzitetom više oštećene šumom
  - Duža ekspozicija – manje šuma

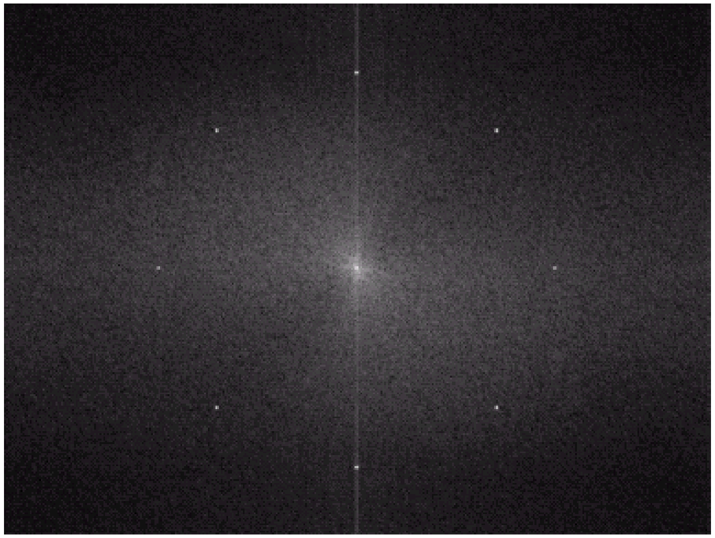
ŠUM U SLICI

- Tačkasti šum (*speckle noise*)
  - Veoma složen model
  - Šum zavisan od signala i od prostorne orijentacije
  - Nastaje u uslovima koherentnog izvora energije (svetlost, EM polje, zvuk)
  - Usled nehomogenosti reflektovani signal izložen slučajnoj promeni faze i amplitude
  - Ove promene deluju konstruktivno i destruktivno izazivajući varijaciju u osvetljaju
  - Ultrazvučne slike, satelitski snimci...

ŠUM U SLICI

- Periodični šum
  - Ova smetnja nastaje usled interferencije sa nekim izvorom periodične prirode
  - Sinusne i kosinusne 2D funkcije se superponiraju na sliku
  - Uticaj ove smetnje može se lako uočiti u spektru slike
    - Parovi impulsa u 2D Furijeovom domenu



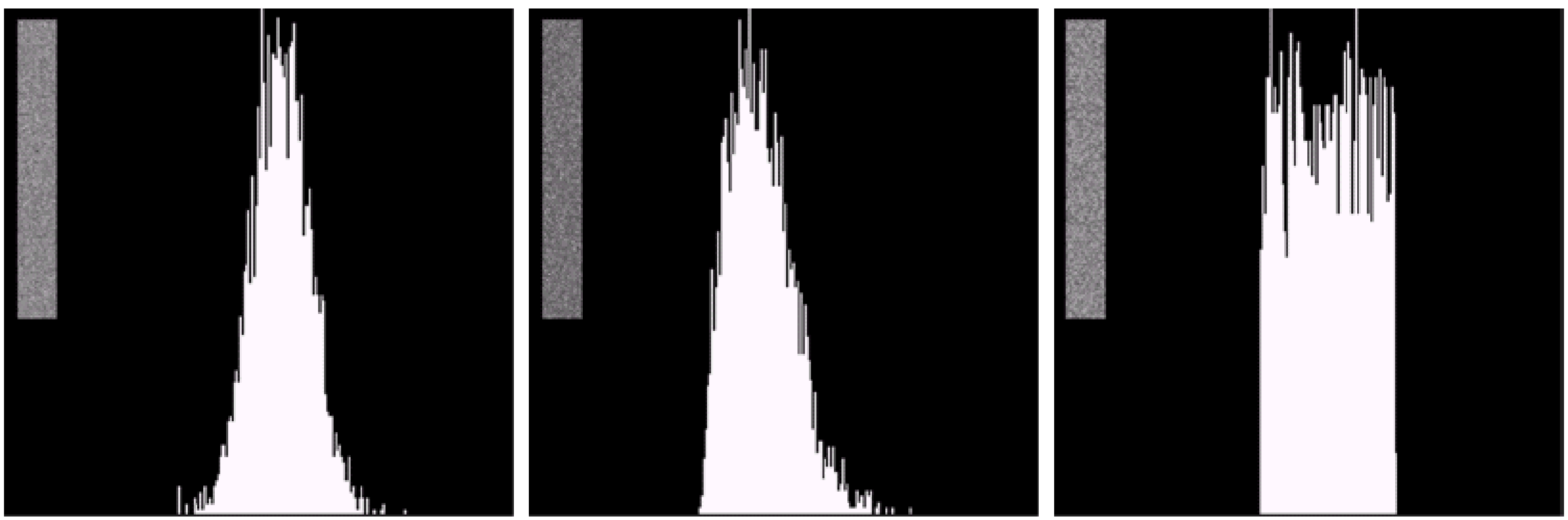


ŠUM U SLICI

- Procena parametara šuma
  - Akvizicija datim senzorom vrši se na uzorku konstantnog osvetljaja
  - Na osnovu dobijenog histograma procenjuje se raspodela i određuju njeni parametri

$$\mu = \sum_{z_i \in S} z_i p(z_i)$$

$$\sigma^2 = \sum_{z_i \in S} (z_i - \mu)^2 p(z_i)$$



Gausova | Rejlijeva | Uniformna

PROSTORNO FILTRIRANJE ŠUMA

- Filtri usrednjivači (*mean filters*)
  - <u>Aritmetički usrednjivač</u>
    - Šum se uklanja ublažavanjem
    - Linearan filtar (konvolucija)
    - ML procena za Gausov šum

$$\hat{f}(x,y) = \frac{1}{mn} \sum_{(s,t)\in S_{xy}} g(s,t)$$

  - <u>Geometrijski usrednjivač</u>
    - Nelinearan filtar
    - Sličan efekat kao aritmetički
    - Bolje čuva detalje slike

$$\hat{f}(x,y) = \left[\prod_{(s,t)\in S_{xy}} g(s,t) \right]^{\frac{1}{mn}}$$

  - <u>Harmonijski usrednjivač</u>
    - Pogodan za Gausov šum
      i bele impulse (so)

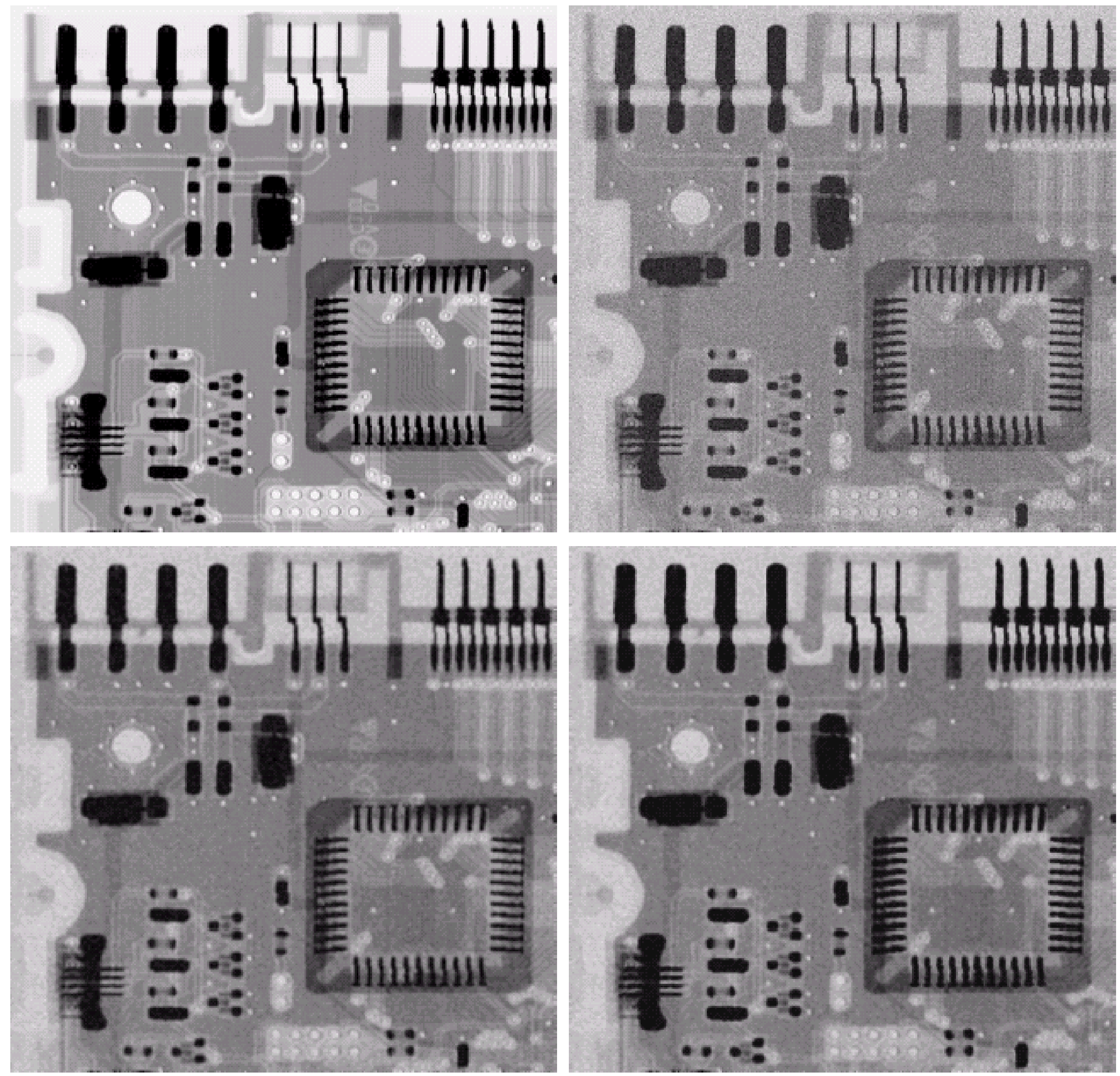
$$\hat{f}(x,y) = \frac{mn}{\sum_{(s,t)\in S_{xy}} \frac{1}{g(s,t)}}$$

  - <u>Kontraharmonijski usrednjivač</u>
    - Uopštenje prethodnih (Q)

$$\hat{f}(x,y) = \frac{\sum_{(s,t)\in S_{xy}} g(s,t)^{Q+1}}{\sum_{(s,t)\in S_{xy}} g(s,t)^{Q}}$$

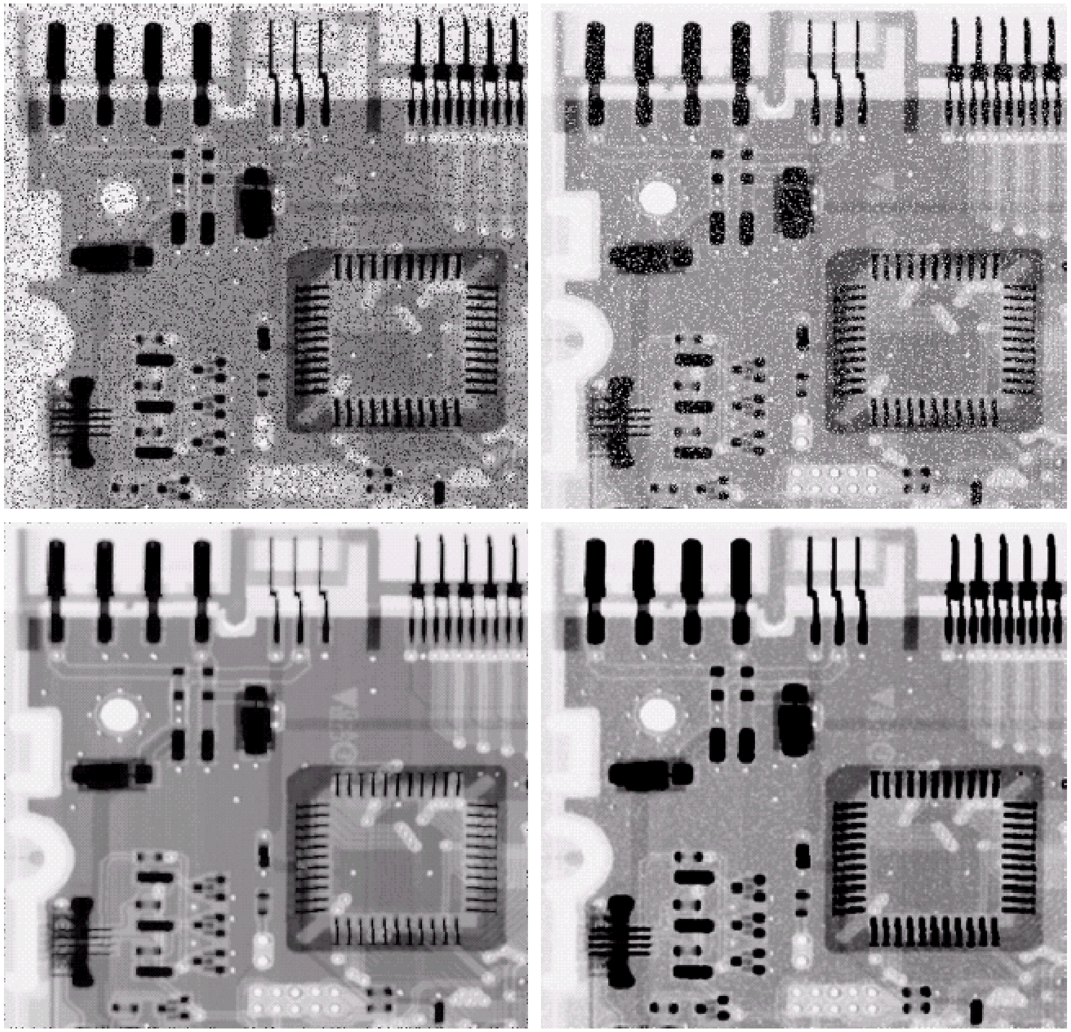
PROSTORNO FILTRIRANJE ŠUMA

- Filtri usrednjivači
  - Originalna slika
  - Slika sa aditivnim Gausovim šumom (μ=0, σ^2=400)
  - Rezultat filtriranja aritmetičkim usrednjivačem sa prozorom 3x3 piksela
  - Rezultat filtriranja geometrijskim usrednjivačem sa prozorom 3x3 piksela



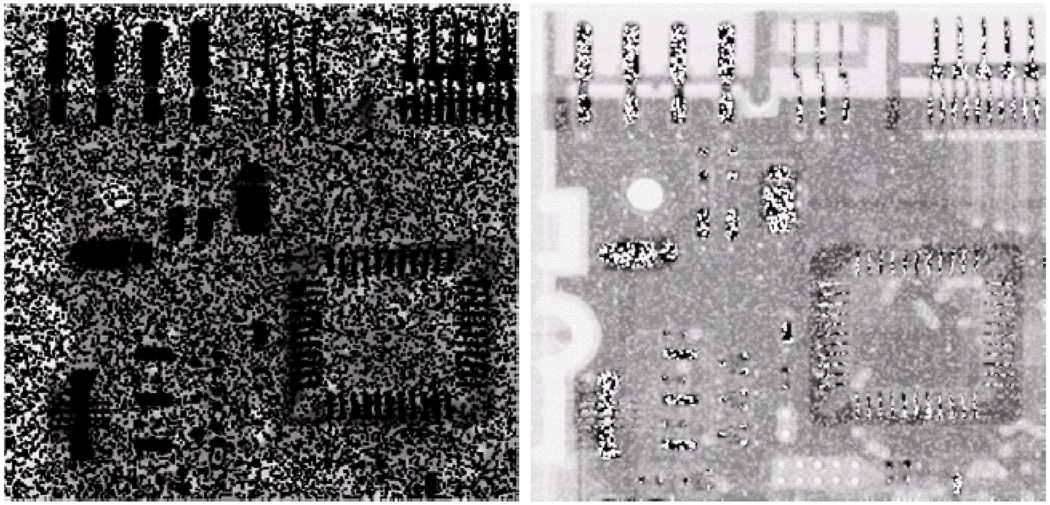
PROSTORNO FILTRIRANJE ŠUMA

- Filtri usrednjivači
  - Slika oštećena sa 10% crnog (biber) impulsnog šuma
  - Slika oštećena sa 10% belog (so) impulsnog šuma
  - Rezultati filtriranja prve i druge slike kontraharmonijskim usrednjivačem sa prozorom 3x3 piksela, Q=1.5 i Q=-1.5, respektivno



PROSTORNO FILTRIRANJE ŠUMA

- Filtri usrednjivači
  - Aritmetički i geometrijski usrednjivači pogodniji su za uklanjanje šuma sa Gausovom ili uniformnom raspodelom
  - Kontraharmonijski filtri više odgovaraju ukalnjanju impulsnog šuma, ali samo ako taj šum ima jednu vrstu impulsa – beli ili crni (so ili biber)
  - Pogrešan izbor reda Q može imati katastrofalne posledice
  - Rezultati filtiranja iz prethodnog primera sa obrnutim Q:
    crni impulsi - Q=-1.5
    beli impulsi - Q=1.5



PROSTORNO FILTRIRANJE ŠUMA

- Filtri statistike poretka (*order-statistics filters*)
  - Zasnivaju se na sortiranju piksela koji su obuhvaćeni maskom filtra i statistikama nad datim poretkom
  - Median filtar
    - Centralni piksel u poretku
    - Veoma dobar za impulsni šum (simultan ouklanja obe vrste impulsa uz očuvanje ivica u slici)

$$\hat{f}(x,y) = \underset{(s,t)\in S_{xy}}{median}\{g(s,t)\}$$

  - Max filtar
    - Najveći piksel u poretku
    - Isticanje najsjajnijih piksela

$$\hat{f}(x,y) = \max_{(s,t)\in S_{xy}}\{g(s,t)\}$$

  - Min filtar
    - Najmanji piksel u poretku
    - Isticanje najtamnijih piksela

$$\hat{f}(x,y) = \min_{(s,t)\in S_{xy}}\{g(s,t)\}$$

PROSTORNO FILTRIRANJE ŠUMA

- Filtri statistike poretka (*order-statistics filters*)
  - *Midpoint* filtar
    - Srednja vrednost najmanjeg i najvećeg piksela u poretku
    - Dobri rezultati za šum Gausovom ili uniformnom raspodelom

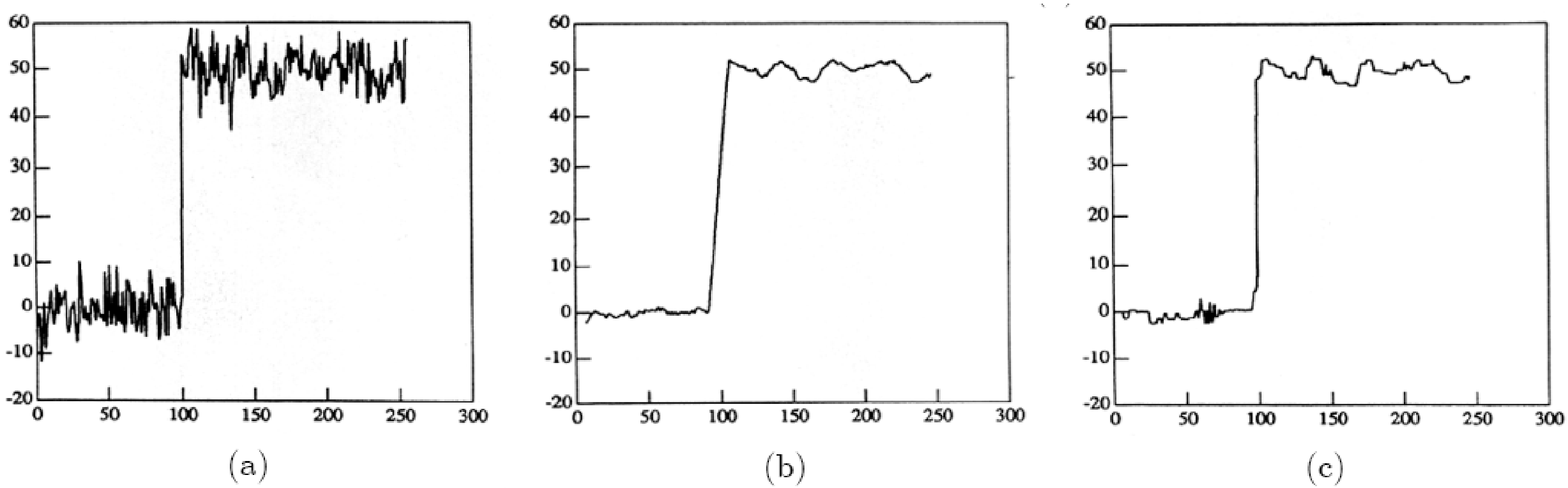
$$\hat{f}(x,y) = \frac{1}{2}\left[\min_{(s,t)\in S_{xy}}\{g(s,t)\} + \max_{(s,t)\in S_{xy}}\{g(s,t)\}\right]$$

  - Alfa-trimovani usrednjivač (*alpha-trimmed mean*)
    - Odbacuje se α najmanjih i najvećih u poretku, a od ostalih mn-α računa se srednja vrednost
    - Dobar filtar za kombinovani šum, npr. impulsni i Gausov
    - Specijalni slučajevi: aritmetički usrednjivač i median

$$\hat{f}(x,y) = \frac{1}{mn-\alpha}\sum_{(s,t)\in S_{xy}^{mn-\alpha}} g(s,t)$$

PROSTORNO FILTRIRANJE ŠUMA

- Median filtar
  - Zahvaljujući principu sortiranja i svojoj nelinearnosti, mnogo bolje čuva ivice u slici od aritmetičkog usrednjivača



(a) Zašumljena ivica slike, (b) Zašumljena ivica nakon primene MA filtra, (c) Zašumljena ivica nakon primene median filtra

PROSTORNO FILTRIRANJE ŠUMA

- Median filtar

(a) Originalna test slika Lena

(b) Slika oštećena sa 30% impulsnog šuma tipa so i biber

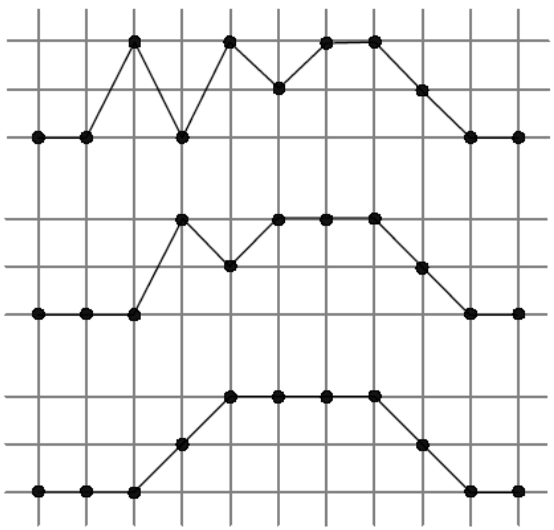
(c) Rezultat filtriranja median filtrom sa prozorom veličine 3x3 piksela

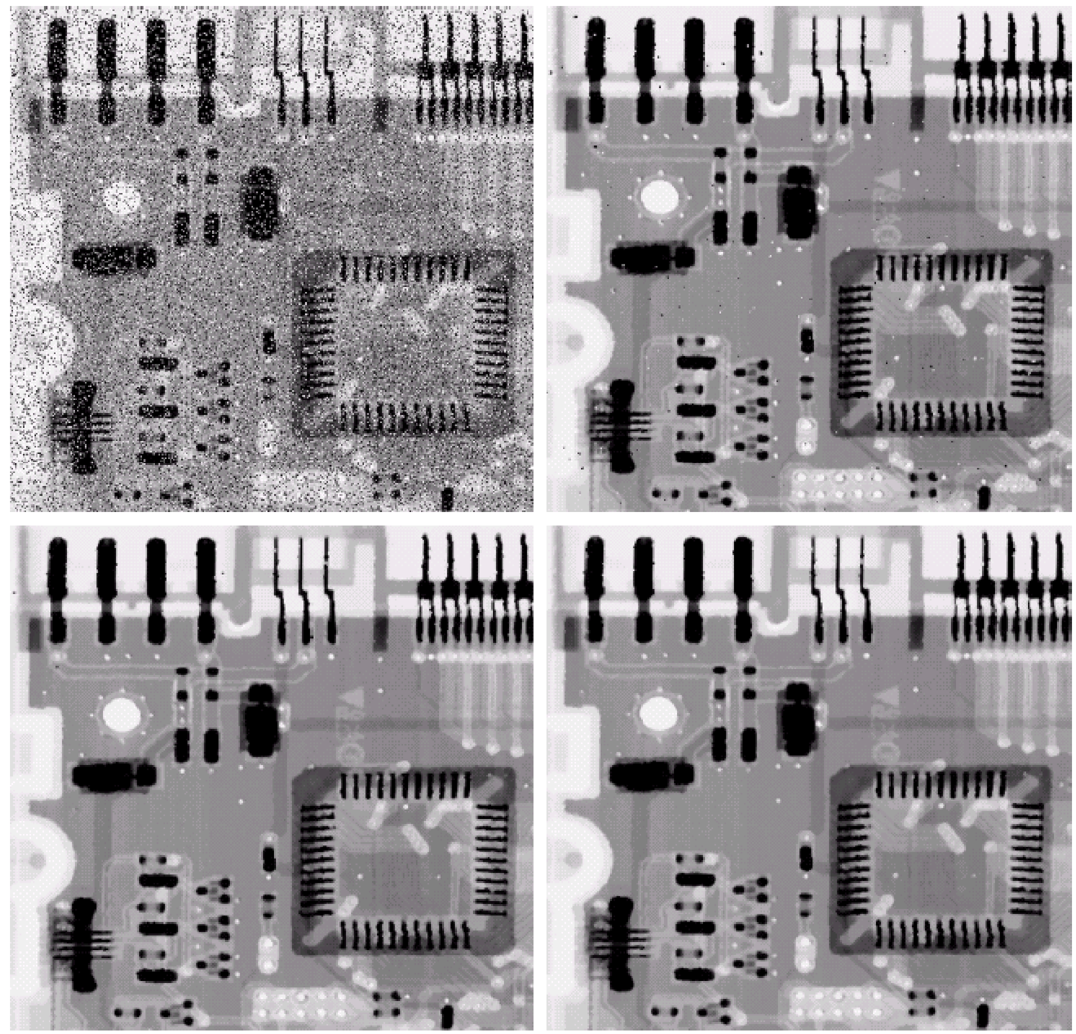
(d) Rezultat filtriranja aritmetičkim usrednjivačem sa prozorom veličine 3x3 piksela

(a) (b) (c) (d)

PROSTORNO FILTRIRANJE ŠUMA

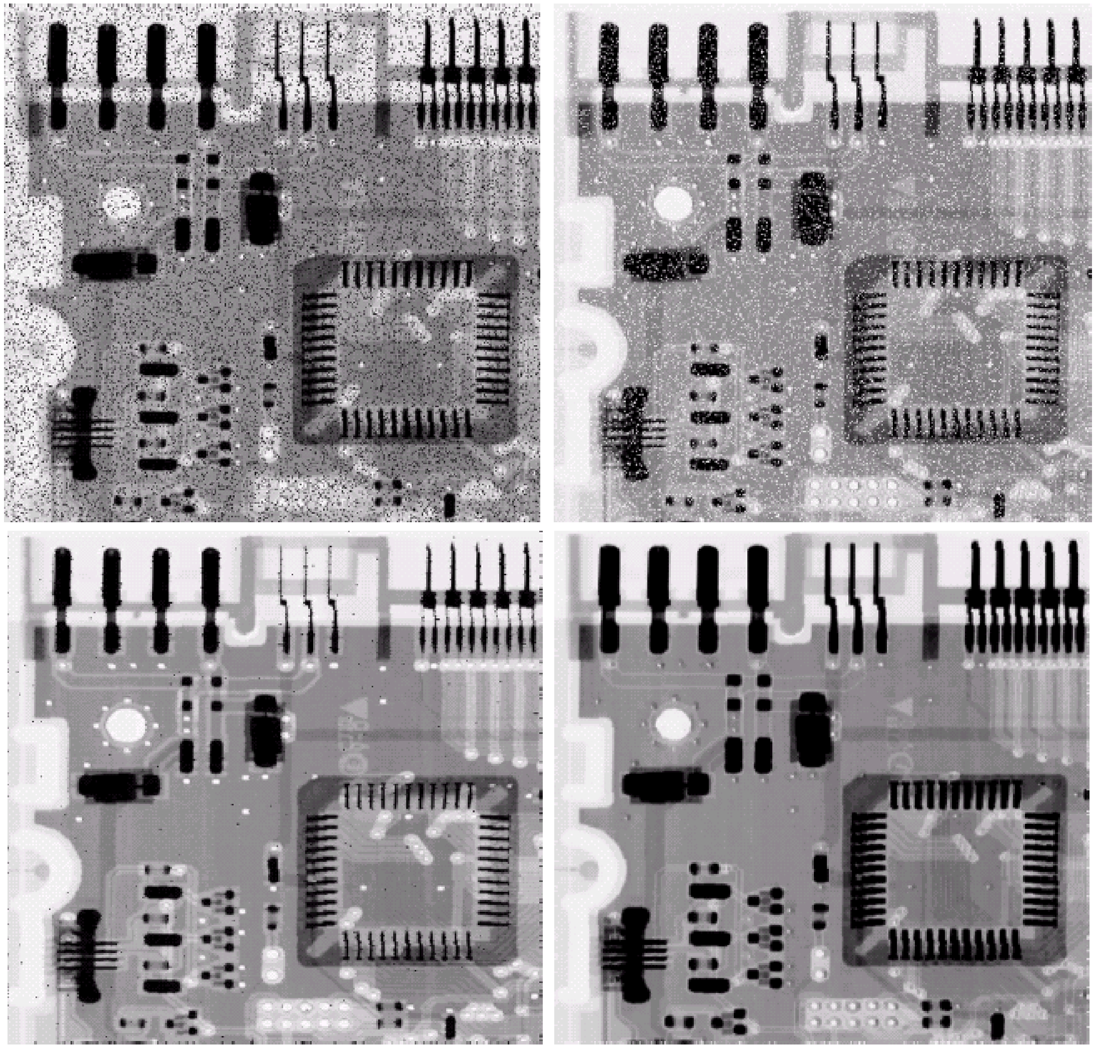
- Median filtar
  - <u>Konvergencija</u>
    - Slika sa 10% impulsnog šuma
    - Nakon jednog prolaza
    - Nakon dva prolaza
    - Nakon tri prolaza





PROSTORNO FILTRIRANJE ŠUMA

- Max i Min filtri
  - Slika oštećena sa 10% crnog (biber) impulsnog šuma
  - Slika oštećena sa 10% belog (so) impulsnog šuma
  - Rezultat filtriranja prve slike Max filtrom sa prozorom 3x3 piksela
  - Rezultat filtriranja druge slike Min filtrom sa prozorom 3x3 piksela



PROSTORNO FILTRIRANJE ŠUMA

- Adaptivni filtri (prostorno-varijantni filtri)
  - Filtri koji menjaju svoje karakteristike u prostoru u zavisnosti od parametara okoline datog piksela
  - Gausov šum
    - U zavisnosti od odnosa lokalne i globalne varijanse, izlaz filtra je kombinacija originalnog piksela i srednje vrednosti njegove okoline

$$\hat{f}(x,y) = g(x,y) - \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_L^2}\left[g(x,y) - m_L\right], \;\; \sigma_\eta^2 > \sigma_L^2 \Longrightarrow \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_L^2} = 1$$

  - Impulsni šum
    - U zavisnosti od toga da li je piksel detektovan kao impuls, izlaz će biti originalni piksel ili median njegove okoline

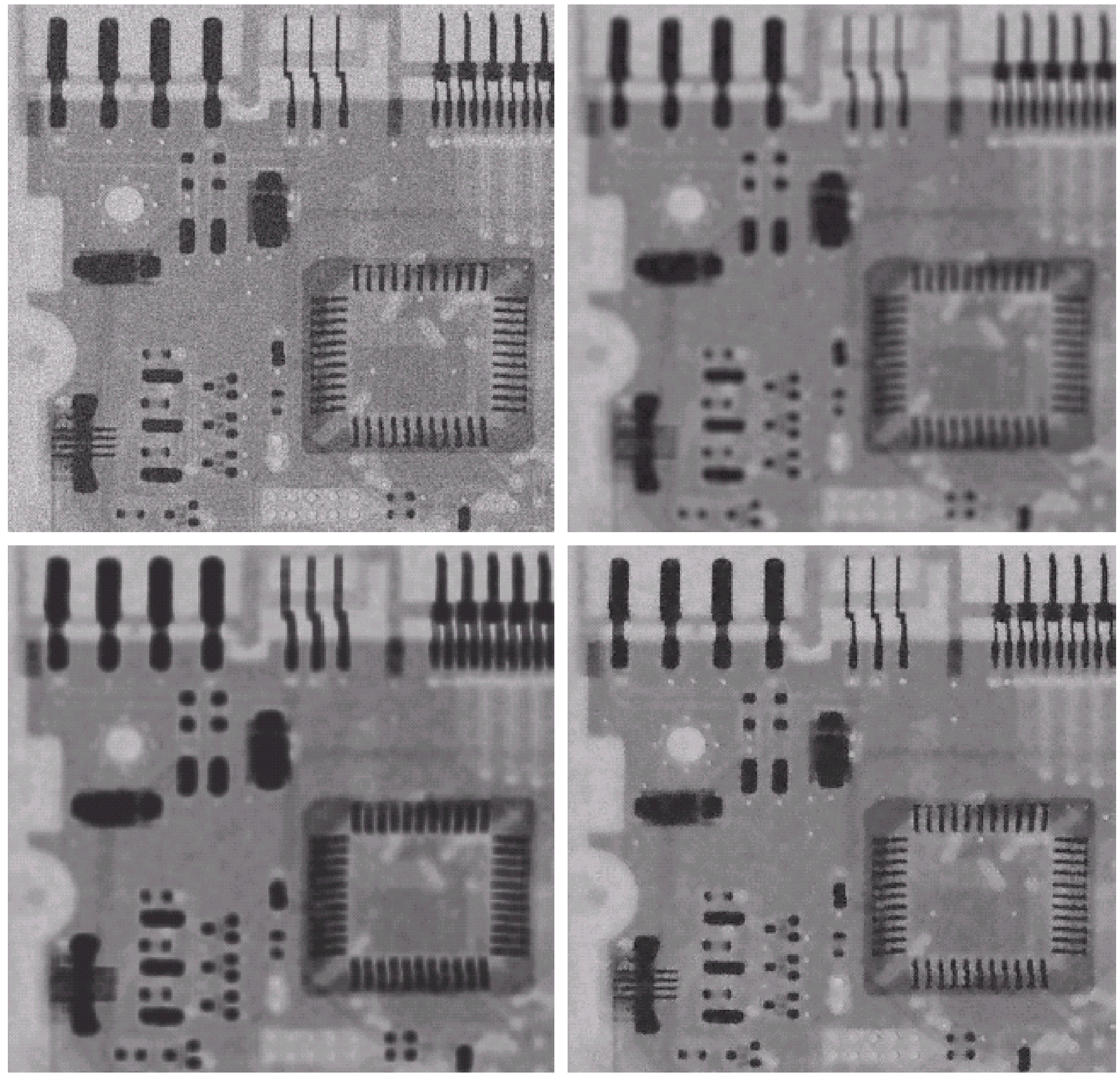
$$\hat{f}(x,y) = M(x,y)m(x,y) + \left[1 - M(x,y)\right]g(x,y)$$

$$m(x,y) = \underset{(s,t)\in S_{xy}}{median}\left\{g(s,t)\right\}, \;\; M(x,y) \in \{0,1\}$$

PROSTORNO FILTRIRANJE ŠUMA

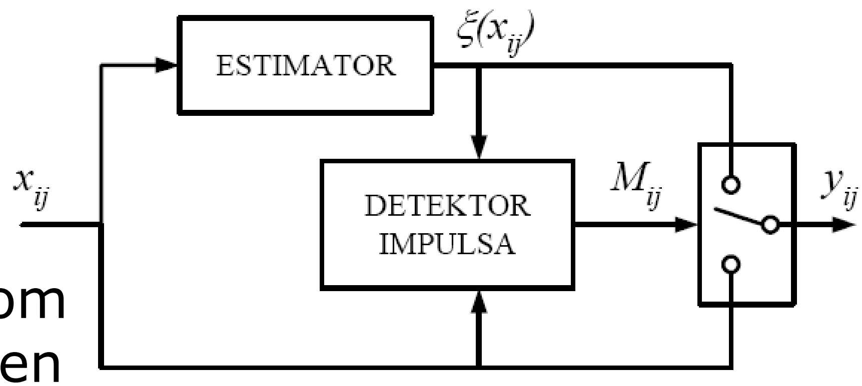
- Adaptivni filtar za Gausov šum
  - Slika sa aditivnim šumom varijanse 1000
  - Rezultat filtriranja aritmetičkim usrednjivačem
  - Rezultat filtriranja geometrijskim usrednjivačem
  - Rezultat filtriranja adaptivnim filtrom

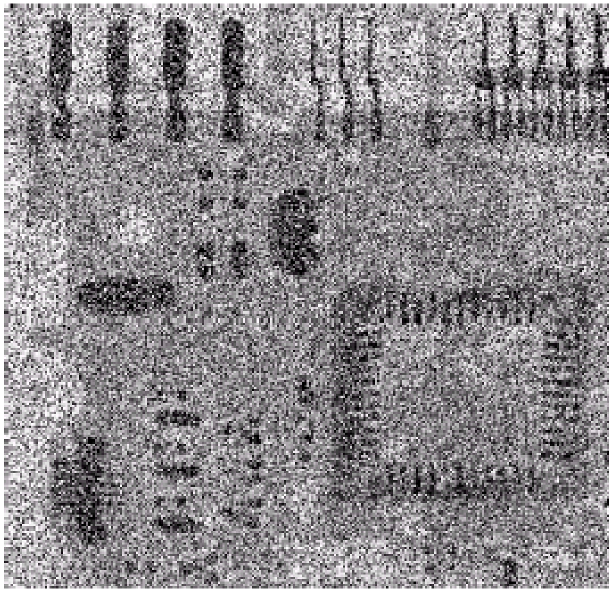
  (prozor veličine 7x7 kod svih filtara)



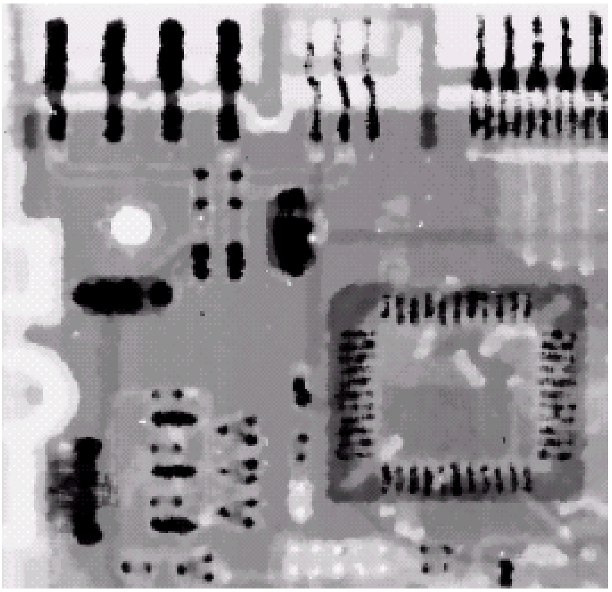
PROSTORNO FILTRIRANJE ŠUMA

- Adaptivni filtar za impulsni šum
  - Prekidačka šema
  - Piksel se zamenjuje medianom ako se detektuje da je oštećen

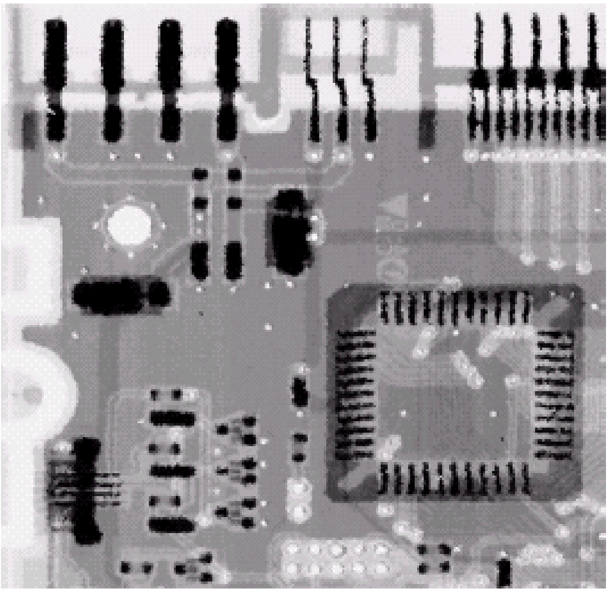




Slika sa impulsnim šumom



Median filtar



Adaptivni median filtar

FREKVENCIJSKO FILTRIRANJE ŠUMA

- Osnovna primena je uklanjanje periodičnog šuma
- Ovo se vrlo teško ostvaruje u prostornom domenu
- Koriste se 2D pojasni filtri (*bandpass* ili *bandstop*)
- Bandstop filtrom potiskuju se komponente 2D spektra u opsezima koji odgovaraju periodičnim komponentama smetnje
- Bandpas filtrom može se izolovati smetnja od ostatka slike
- Pojasni filtri: idealni, Batervortov, Gausov
- *Notch* filtrima se umesto opsega potiskuju komponente na određenoj lokaciji u 2D spektru

FREKVENCIJSKO FILTRIRANJE ŠUMA

- 2D bandstop filtri
  - Idealni

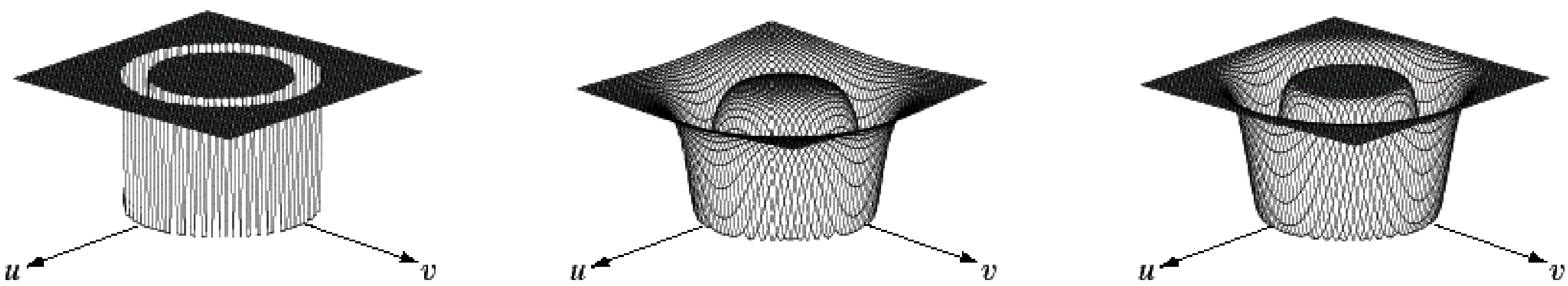
$$H(u,v) = \begin{cases} 1, & D(u,v) < D_0 - \frac{W}{2} \\ 0, & D_0 - \frac{W}{2} \le D(u,v) \le D_0 + \frac{W}{2} \\ 1, & D(u,v) > D_0 + \frac{W}{2} \end{cases}$$

  - Batervortov

$$H(u,v) = \frac{1}{1 + \left[\frac{D(u,v)W}{D^2(u,v) - D_0^2}\right]^{2n}}$$

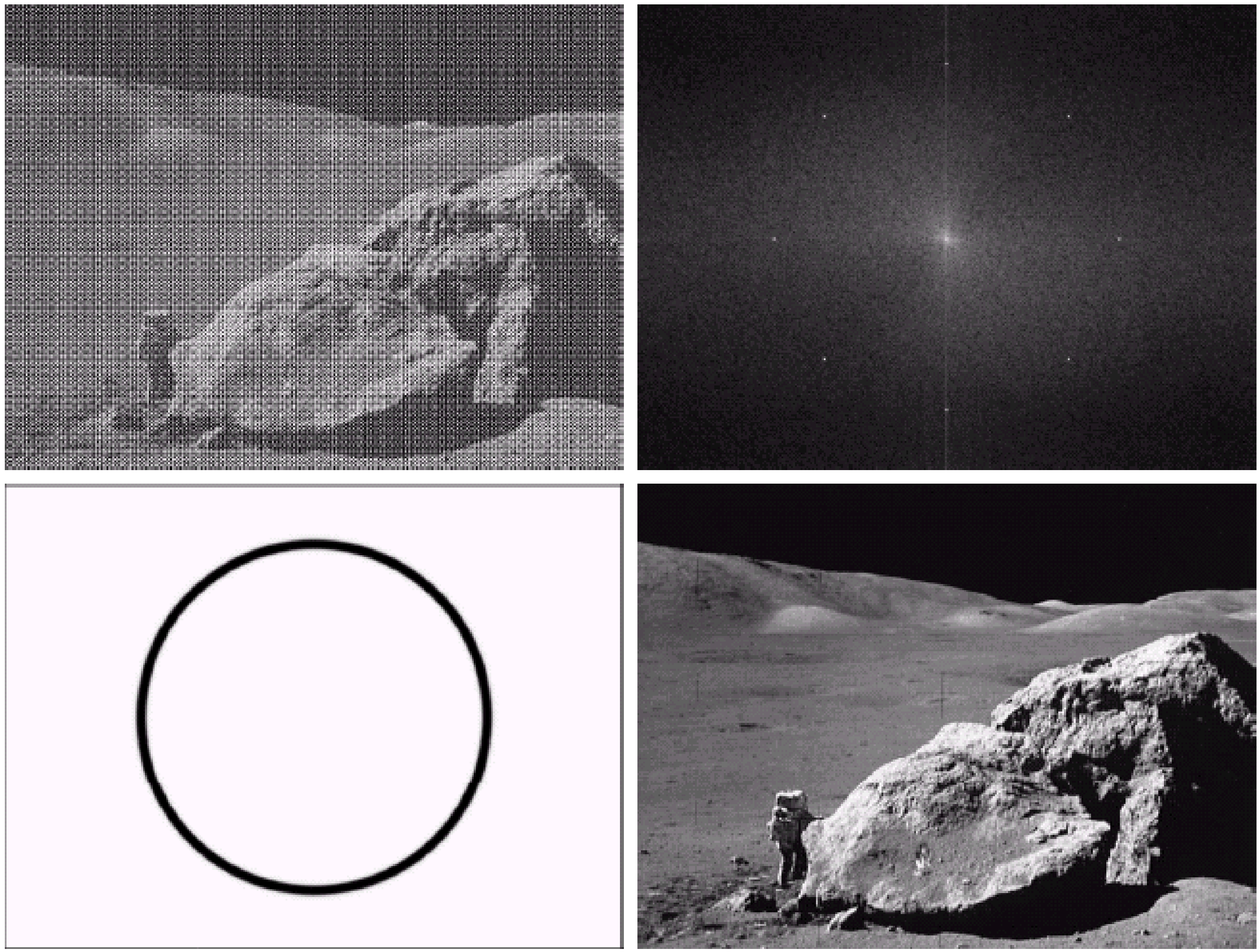
  - Gausov

$$H(u,v) = 1 - e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{D^2(u,v) - D_0^2}{D(u,v)W}\right]^2}$$



FREKVENCIJSKO FILTRIRANJE ŠUMA

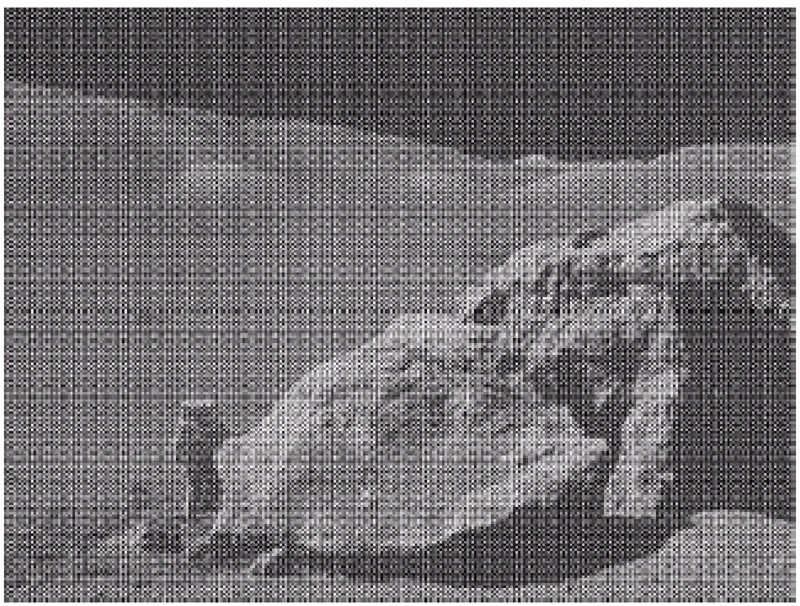
- Primer
  - Slika sa periodičnom smetnjom
  - Spektar slike
  - Prenosna karakteristika bandstop Batervortovog filtra
  - Filtrirana slika

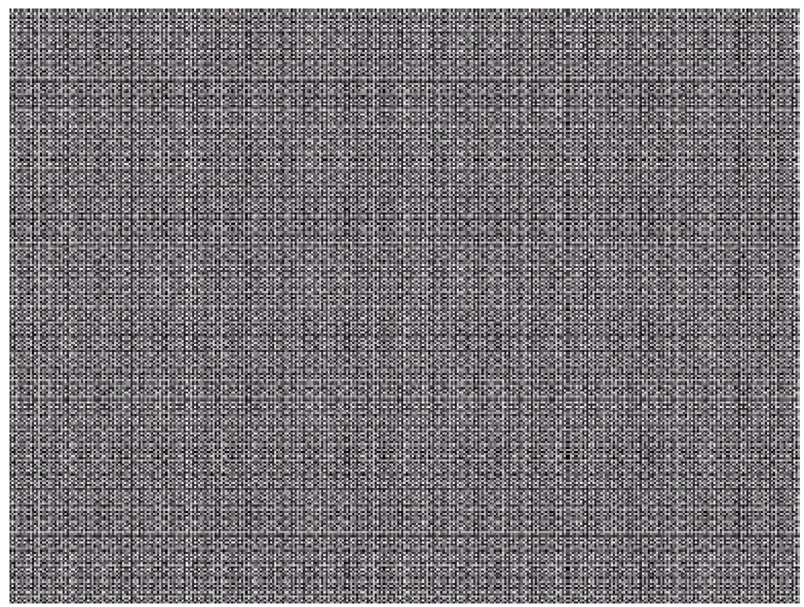


FREKVENCIJSKO FILTRIRANJE ŠUMA

– Primenom odgovarajućeg bandpas filtra moguće je iz originalne slike izolovati samo periodičnu smetnju

$$H_{bp}(u,v) = 1 - H_{bs}(u,v)$$





FREKVENCIJSKO FILTRIRANJE ŠUMA

- *Notch* filtri
  - Definišu se preko rastojanja $D_1(u,v)$ i $D_2(u,v)$ od tačaka sa koordinatama (u_0,v_0) i $(-u_0,-v_0)$ u frekvencijskoj ravni, na kojima treba ostvariti potiskivanje komponenti

$$\begin{aligned} D_1(u,v) &= \sqrt{(u-M/2-u_0)^2+(v-N/2-v_0)^2} \\ D_2(u,v) &= \sqrt{(u-M/2+u_0)^2+(v-N/2+v_0)^2} \end{aligned}$$

  - Idealni

$$H(u,v)=\begin{cases} 0, & D_1(u,v)\le D_0 \text{ ili } D_2(u,v)\le D_0 \\ 1, & \text{drugde} \end{cases}$$

  - Batervortov

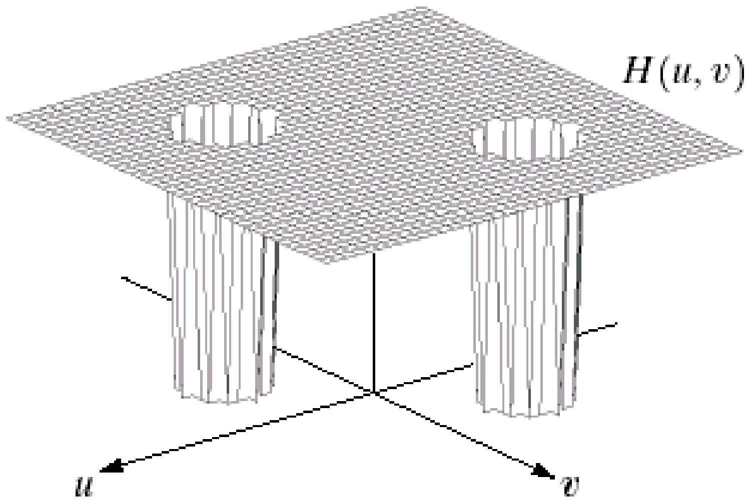
$$H(u,v)=\frac{1}{1+\left[\frac{D_0^2}{D_1(u,v)D_2(u,v)}\right]^n}$$

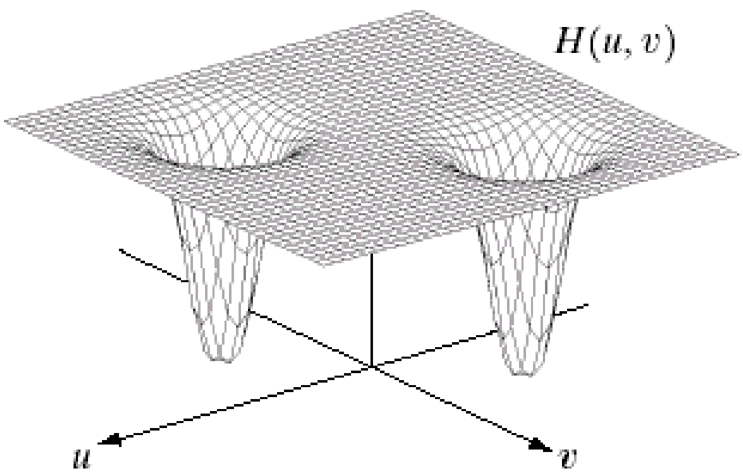
  - Gausov

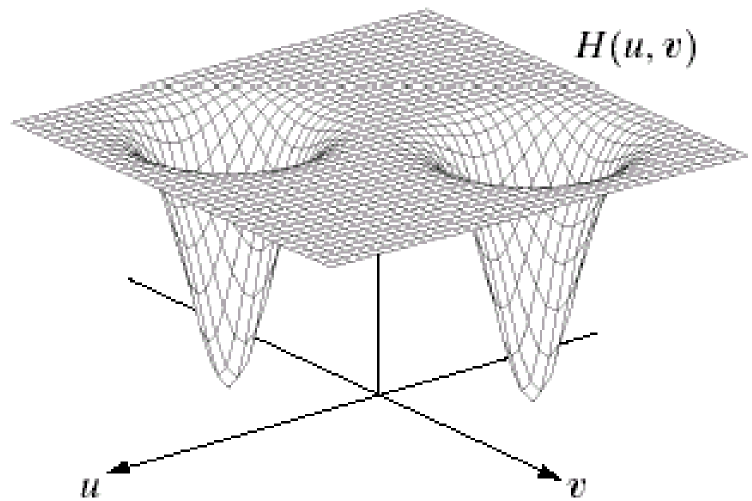
$$H(u,v)=1-e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{D_1(u,v)D_2(u,v)}{D_0}\right]}$$

FREKVENCIJSKO FILTRIRANJE ŠUMA

- *Notch* filtri
  - Idealni
  - Batervortov
  - Gausov







FREKVENCIJSKO FILTRIRANJE ŠUMA

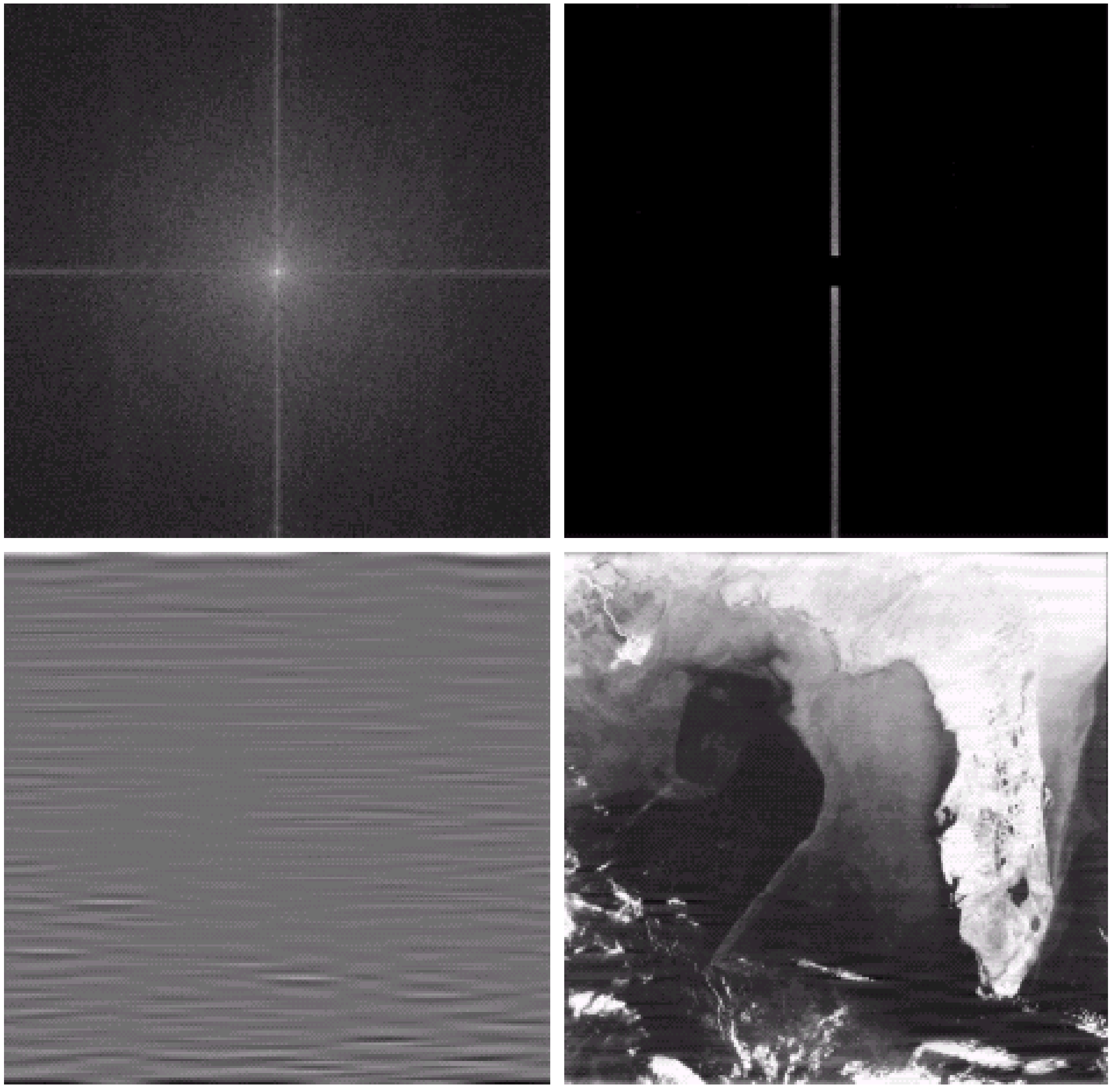
- *Notch* filtri
  - *Notchpass* filtri se dobijaju inverzijom *notchstop* filtara

$$H_{np}(u,v) = 1 - H_{ns}(u,v)$$

  - Moguće je projektovati *notch* filtar proizvoljne prenosne karakteristike koji potiskuje određeni opseg u spektru slike
- Primer
  - Uklanjanje periodične smetnje u radiografskoj slici nastale usled nedostataka sistema za akviziciju

FREKVENCIJSKO FILTRIRANJE ŠUMA

- *Notch* filtar
  - Spektar slike: uočavaju se horizontalne i vertikalne komponente
  - *Notch* filtar koji potiskuje vertikalnu komponentu
  - Periodična smetnja uklonjena filtrom
  - Restaurirana slika



UKLANJANJE DEGRADACIJE

- H linearna prostorno-invarijantna, a šum aditivan

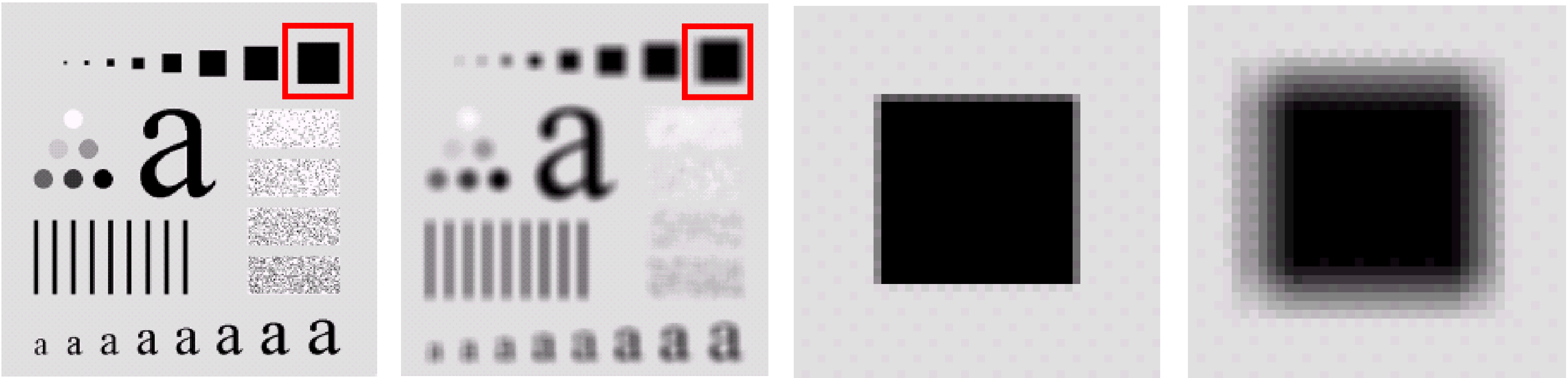
$$
\begin{aligned}
g(x,y) &= h(x,y) * f(x,y) + \eta(x,y) \\
G(u,v) &= H(u,v)F(u,v) + N(u,v)
\end{aligned}
$$

  - Ova aproksimacija odgovara velikom broju degradacija
  - Restauracija odgovara **dekonvoluciji**
  - Filtri kojima se uklanja degradacija – dekonvolucioni filtri
- Estimacija funkcije degradacije
  - Opservacijom
  - Eksperimentom
  - Matematičkim modelovanjem
- Uklanjanje funkcije degradacije na osnovu estimirane funkcije naziva se *blind deconvolution* (dekonvolucija na neviđeno)

UKLANJANJE DEGRADACIJE

- Estimacija funkcije degradacije opservacijom slike
  - Pomoću malog uzorka slike koji sadrži deo pozadine i objekta od interesa koji možemo generisati (rekonstruisati), moguće je proceniti karakteristiku dekonvolucionog filtra
  - Na osnovu toga može se konstruisati filtar za čitavu sliku koji će imati sličnu karakteristiku kao i filtar za deo slike

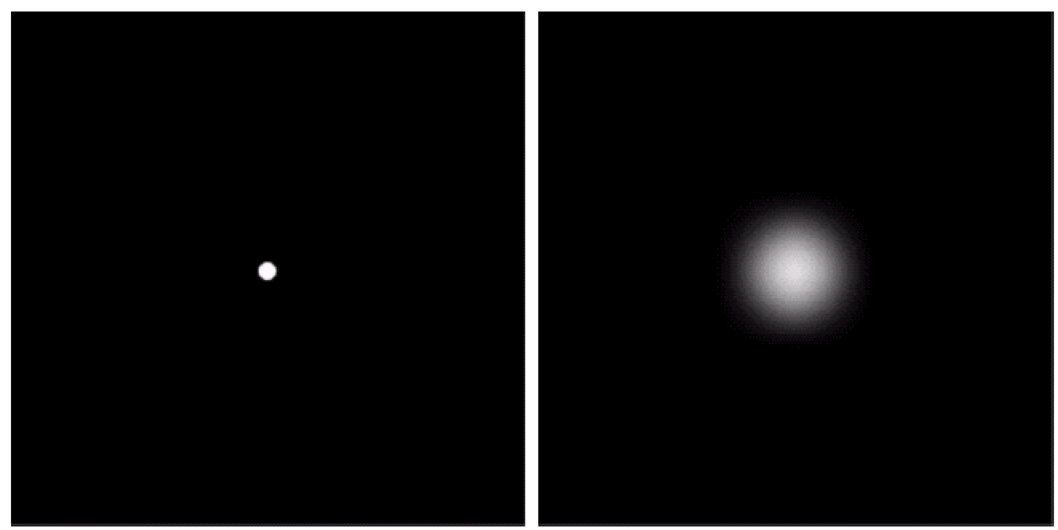
$$H_s(u,v) = \frac{G_s(u,v)}{\hat{F}_s(u,v)}$$



UKLANJANJE DEGRADACIJE

- Estimacija na osnovu eksperimenta
  - Ako je dostupan isti ili sličan uređaj kojim je izvršena akvizicija ili prenos slike koji je izazvao degradaciju
  - Na osnovu impulsa na ulazu sistema moguće je na izlazu dobiti impulsni odziv PSF (*Point Spread Function*)
  - Tada se prenosna karakteristika može jednostavno dobiti deljenjem FT izlaznog signala sa konstantom koja odgovara amplitudi impulsa

$$H(u,v) = \frac{G(u,v)}{A}$$



UKLANJANJE DEGRADACIJE

- Estimacija modelovanjem
  - Formira se model sistema za prenos, pa se na osnovu pretpostavljene prenosne karakteristike vrši restauracija
  - Omogućava uvid u problem restauracije
- Primeri modelovanja sistema
  - Fizičke karakteristike atmosferskih turbulencija
    - Između kamere i objekta koji se snima postoje atmosferske turbulencije koje izazivaju degradaciju slike
  - Razmazivanje slike usled pokreta (*motion blur*)
    - Ukupna ekspozicija uređaja za akviziciju (film, CCD senzor) predstavlja integral vremenskih trenutaka ekspozicije
    - Ukoliko između senzora i objekta postoji relativno kretanje doći će do direkcionog zamućenja slike - razmazivanja

UKLANJANJE DEGRADACIJE

- Estimacija modelovanjem
  - Atmosferske turbulencije
  - Prenosna karakteristika sistema

$$H(u,v) = e^{-k\left(u^2+v^2\right)^{\frac{5}{6}}}$$

  - Primer
    - Bez turbulencija
    - k=0.0025
    - k=0.001
    - k=0.00025

UKLANJANJE DEGRADACIJE

- Estimacija modelovanjem
  - Razmazivanje slike usled pokreta – *motion blur*
  - Pretpostavka je da između kamere i objekta postoji uniformno linearno kretanje
  - Uz pretpostavku linearnosti i prostorne invarijantnosti, slika se može predstaviti kao

$$f\left[x - x_0(t), y - y_0(t)\right]$$

  - Slika u uređaju za akviziciju dobija se integracijom u intervalu vremena T – vreme ekspozicije (brzina blende kod filma, period rasterećenja kod CCD senzora)

$$g(x,y) = \int_0^T f\left[x - x_0(t), y - y_0(t)\right] dt$$

UKLANJANJE DEGRADACIJE

- Estimacija modelovanjem – *motion blur*

$$
\begin{aligned}
G(u,v) &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_0^T f\left[x-x_0(t),y-y_0(t)\right]dt\right]e^{-j2\pi(ux+vy)}dx\,dy \\
&= \int_0^T\left[\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f\left[x-x_0(t),y-y_0(t)\right]e^{-j2\pi(ux+vy)}dx\,dy\right]dt \\
&= \int_0^T F(u,v)e^{-j2\pi[ux_0(t)+vy_0(t)]}dt \\
&= F(u,v)\int_0^T e^{-j2\pi[ux_0(t)+vy_0(t)]}dt \\
H(u,v) &= \int_0^T e^{-j2\pi[ux_0(t)+vy_0(t)]}dt
\end{aligned}
$$

UKLANJANJE DEGRADACIJE

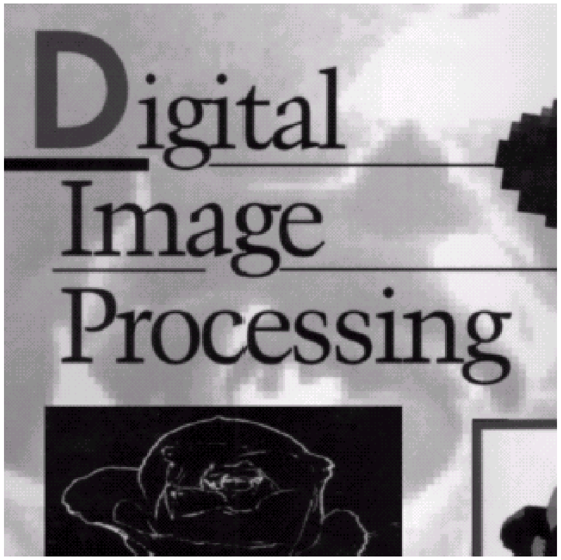
- Estimacija modelovanjem – *motion blur*

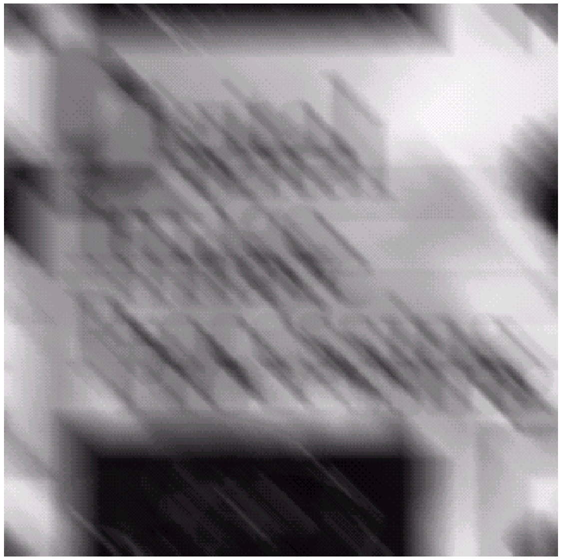
$$x_0(t) = at/T,\ y_0(t) = bt/T$$

$$H(u,v) = \int_0^T e^{-j2\pi u x_0(t)}dt = \int_0^T e^{-j2\pi uat/T}dt = \frac{T}{\pi ua}\sin(\pi ua)e^{-j\pi ua}$$

$$H(u,v) = \frac{T}{\pi(ua+vb)}\sin\left[\pi(ua+vb)\right]e^{-j\pi(ua+vb)}$$

  - Rezultat je direkciono zamućenje (usmereno razmazivanje slike) – *motion blur*
  - $a=b=0.1$, $T=1$





UKLANJANJE DEGRADACIJE

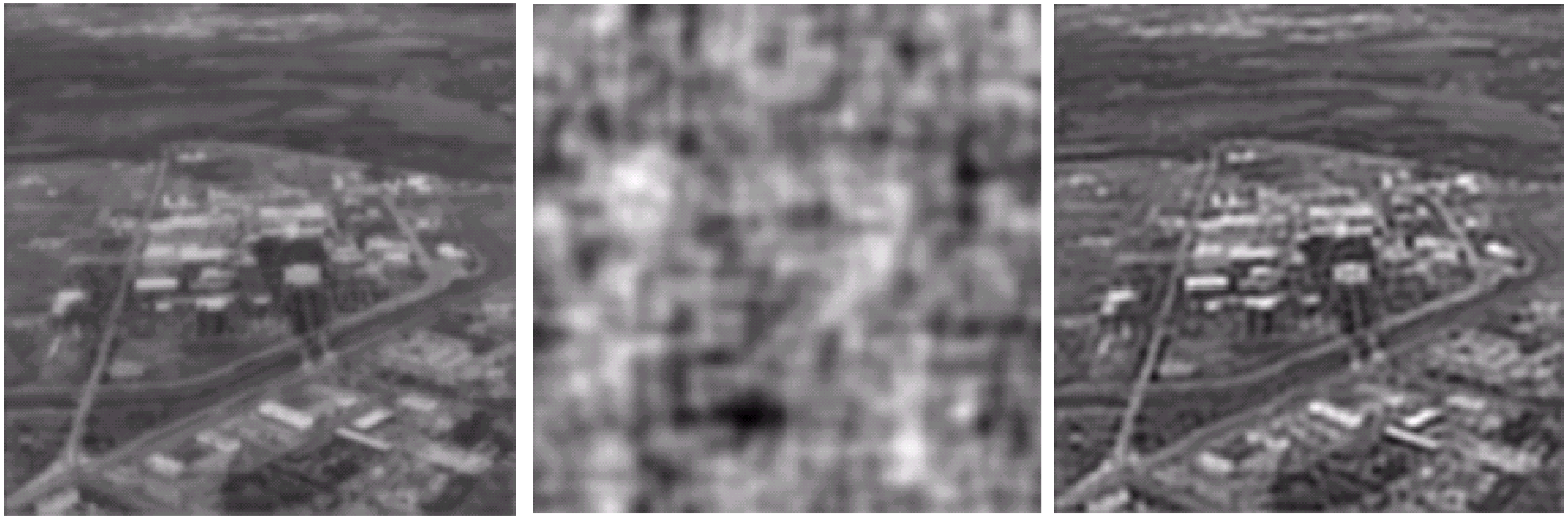
- Inverzno filtriranje
  - Uklanjanje degradacije deljenjem Furijeove transformacije slike pretpostavljenom prenosnom karakteristikom sistema

$$\hat{F}(u,v) = \frac{G(u,v)}{H(u,v)}$$

$$\hat{F}(u,v) = F(u,v) + \frac{N(u,v)}{H(u,v)}$$

  - Čak iako je funkcija degradacije poznata nije moguće u potpunosti ukloniti njen uticaj zbog prisustva šuma – slučajan signal čija Furijeova transformacija nije poznata
  - Ako funkcija degradacije ima vrednosti bliske nuli, komponenta šuma dominira u restauriranoj slici $(\rightarrow \infty)$
    - $H(u,v)$ je uglavnom NF prirode, pa će male vrednosti biti u VF području – ograničavanjem analize samo na NF domen izbegava se katastrofalan uticaj vrednosti bliskih nuli

UKLANJANJE DEGRADACIJE



Atmosferska turbulencija

$$H(u,v) = e^{-k\left(u^2+v^2\right)^{\frac{5}{6}}}$$

$M=N=480$, k=0.0025

Batervortov filtar n=10

$D_0 = \infty$, 40, 70, 85

UKLANJANJE DEGRADACIJE

- Wiener-ov filtar
  - Inverzno filtriranje ne uzima u obzir prisustvo šuma
  - Wiener-ov filtar objedinjuje funkciju degradacije i statističke karakteristike šuma u procesu restauracije
  - I slika i šum posmatraju se kao slučajni procesi
  - Cilj je pronalaženje procene originalne slike koja minimizuje srednju kvadratnu grešku

$$e^2 = E\left\{(f - \hat{f})^2\right\}$$

  - Važe sledeće pretpostavke:
    - Slika i šum nisu korelisani
    - Ili slika ili šum ima srednju vrednost 0
    - Nijanse sivog u procenjenoj slici su linearna funkcija nijansi degradirane slike

UKLANJANJE DEGRADACIJE

- Wiener-ov filtar

$$
\begin{aligned}
\hat{F}(u,v) &= \left[\frac{H^*(u,v)S_f(u,v)}{S_f(u,v)\,|H(u,v)|^2 + S_\eta(u,v)}\right] G(u,v) \\
&= \left[\frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + S_\eta(u,v)/S_f(u,v)}\right] G(u,v) \\
&= \left[\frac{1}{H(u,v)}\frac{|H(u,v)|^2}{|H(u,v)|^2 + S_\eta(u,v)/S_f(u,v)}\right] G(u,v) \\
H(u,v) &= \text{funkcija degradacije} \\
S_\eta(u,v) &= |N(u,v)|^2 = \text{spektar snage šuma} \\
S_f(u,v) &= |F(u,v)|^2 = \text{spektar snage originalne slike}
\end{aligned}
$$

UKLANJANJE DEGRADACIJE

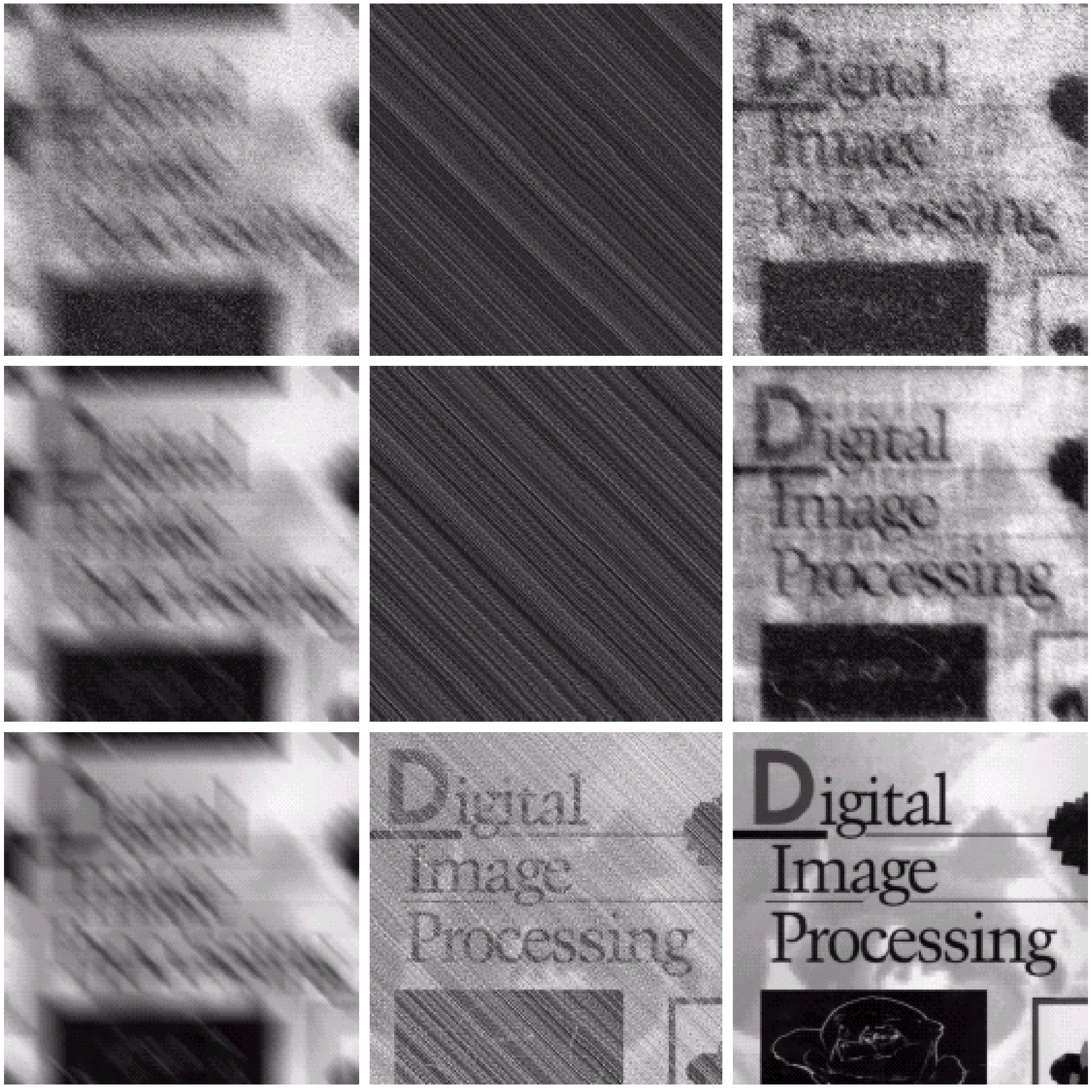
- Wiener-ov filtar
  - Ako nema šuma svodi se na inverzno filtriranje
  - Spektar snage originalne slike retko je poznat, a u slučaju belog šuma spektar snage šuma je konstanta – tada se taj član može aproksimirati konstantom K

$$\hat{F}(u,v) = \left[\frac{1}{H(u,v)}\frac{|H(u,v)|^2}{|H(u,v)|^2+K}\right]G(u,v)$$

- Primer:
- Inverzni filtar
- Radijalno ograničeni inverzni filtar
- Wiener-ov filtar sa konstantom K

UKLANJANJE DEGRADACIJE

- Wiener-ov filtar
  - Primer (slika razmazana usled pokreta sa aditivnim Gausovim šumom srednje vrednosti 0)
  - Kolone:
    - Degradirana slika
    - Inverzno filtriranje
    - Wiener-ov filtar
  - Vrste:
    - Varijansa šuma 650
    - Red veličine manja
    - 5 redova veličine manja varijansa



UKLANJANJE DEGRADACIJE

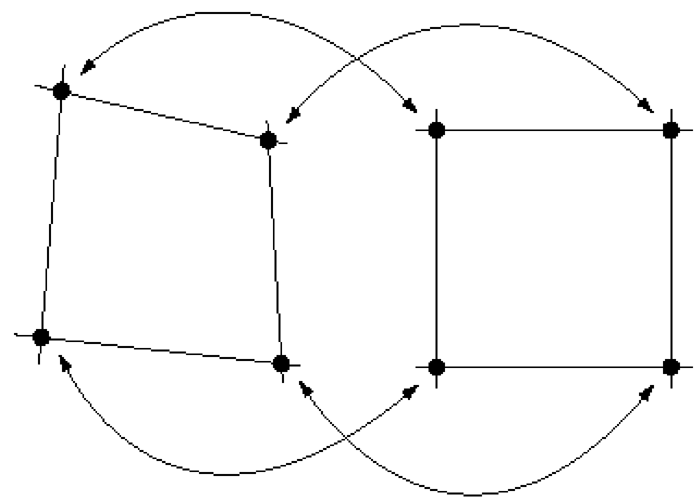
- Geometrijske transformacije
  - Modifikuju prostorne relacije između piksela slike
  - R*ubber-sheet transformations*
  - Dva simultana procesa
- Prostorna transformacija
  - Preraspodela pozicija piksela u ravni slike
- Interpolacija nijansi
  - Dodeljivanje novih vrednosti pikselima u prostorno transformisanoj slici

UKLANJANJE DEGRADACIJE

- Prostorna transformacija
  - Transformacija koja preslikava lokacije piksela iz ravni originalne slike u ravan degradirane (izobličene) slike

$$
\begin{aligned}
x' &= r(x, y) \\
y' &= s(x, y)
\end{aligned}
$$

  - Ako se r i s mogu izraziti analitički, inverzna transformacija je moguća – redak slučaj
  - Najčešće se prostorna relokacija piksela u okviru jednog regiona definiše na osnovu **povezanih tačaka** (*tiepoints*) i relacija između njih
  - Povezane tačke su granice regiona



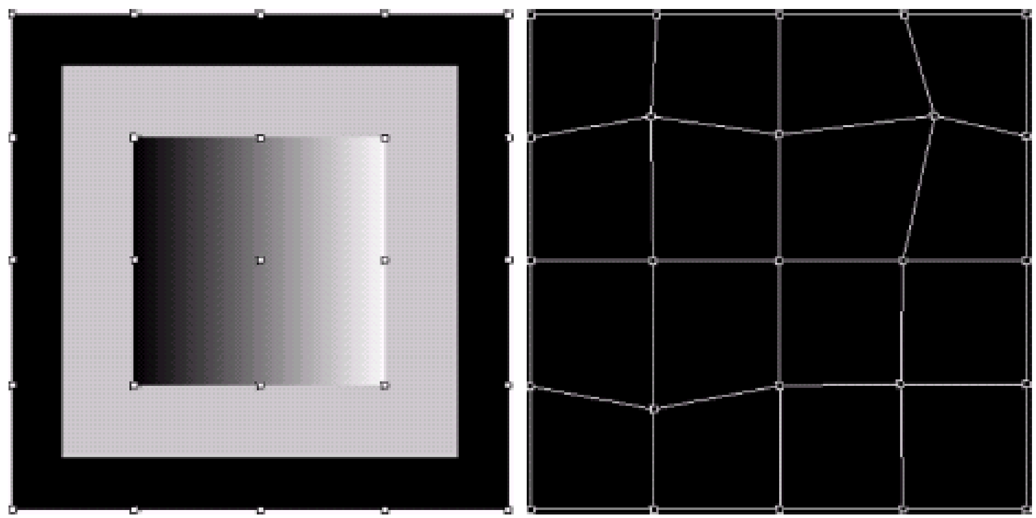
UKLANJANJE DEGRADACIJE

- Prostorna transformacija
  - Ove se relacije često aproksimiraju bilinearnim relacijama

$$\begin{aligned} x' &= r(x,y) = c_1 x + c_2 y + c_3 xy + c_4 \\ y' &= s(x,y) = c_5 x + c_6 y + c_7 xy + c_8 \end{aligned}$$

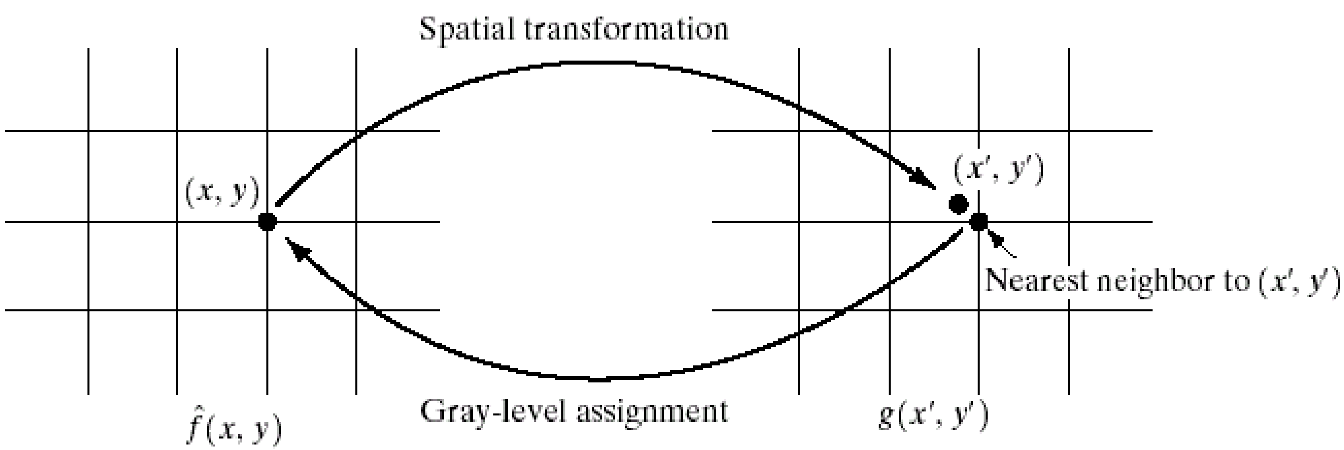
  - Slika se deli na kvadrilateralne regione, a preslikavanje piksela u okviru regiona definisano je parom jednačina
  - Koeficijenti definišu preslikavanje u okviru jednog regiona
  - Restauracija se izvodi inverzijom

$$\begin{aligned} (x_0, y_0) &\rightarrow (x_0', y_0') \\ \hat{f}(x_0, y_0) &= g(x_0', y_0') \end{aligned}$$



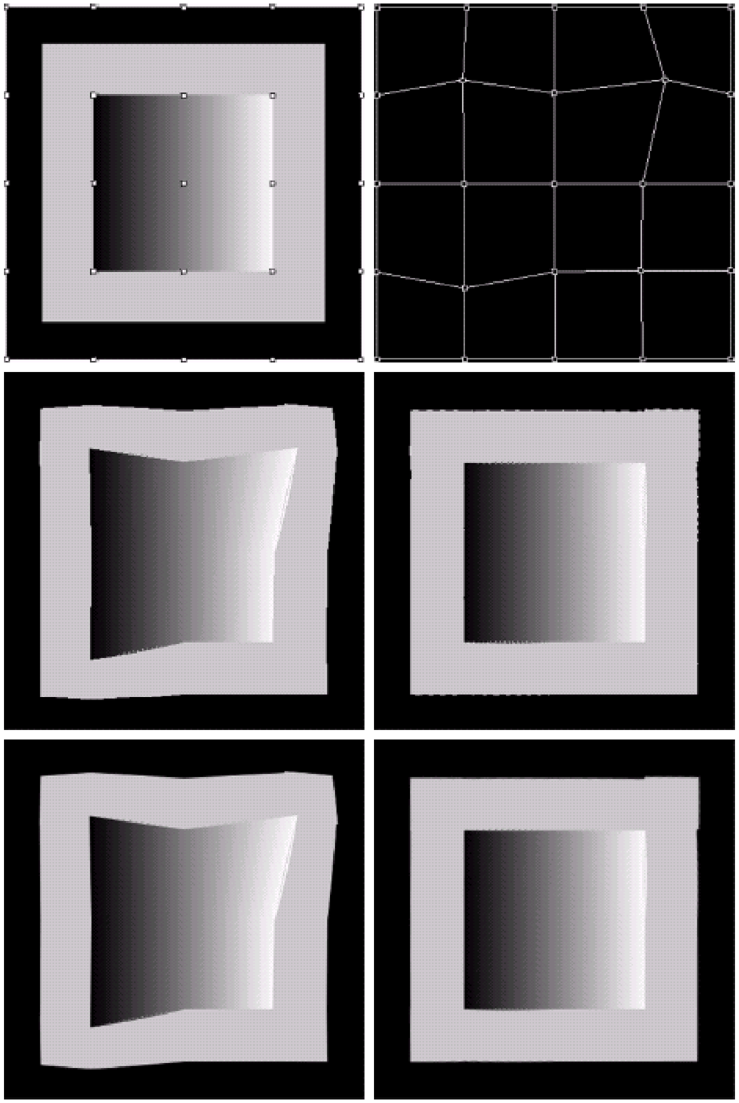
UKLANJANJE DEGRADACIJE

- Interpolacija nijansi
  - Prostorna transformacija na osnovu povezanih tačaka ne osigurava dobijanje celobrojnih vrednosti koordinata
  - Neophodno je izvršiti interpolaciju vrednosti piksela nekom od metoda
    - Interpolacija metodom najbližeg suseda
    - Bilinearna interpolacija
    - *Spline* interpolacija



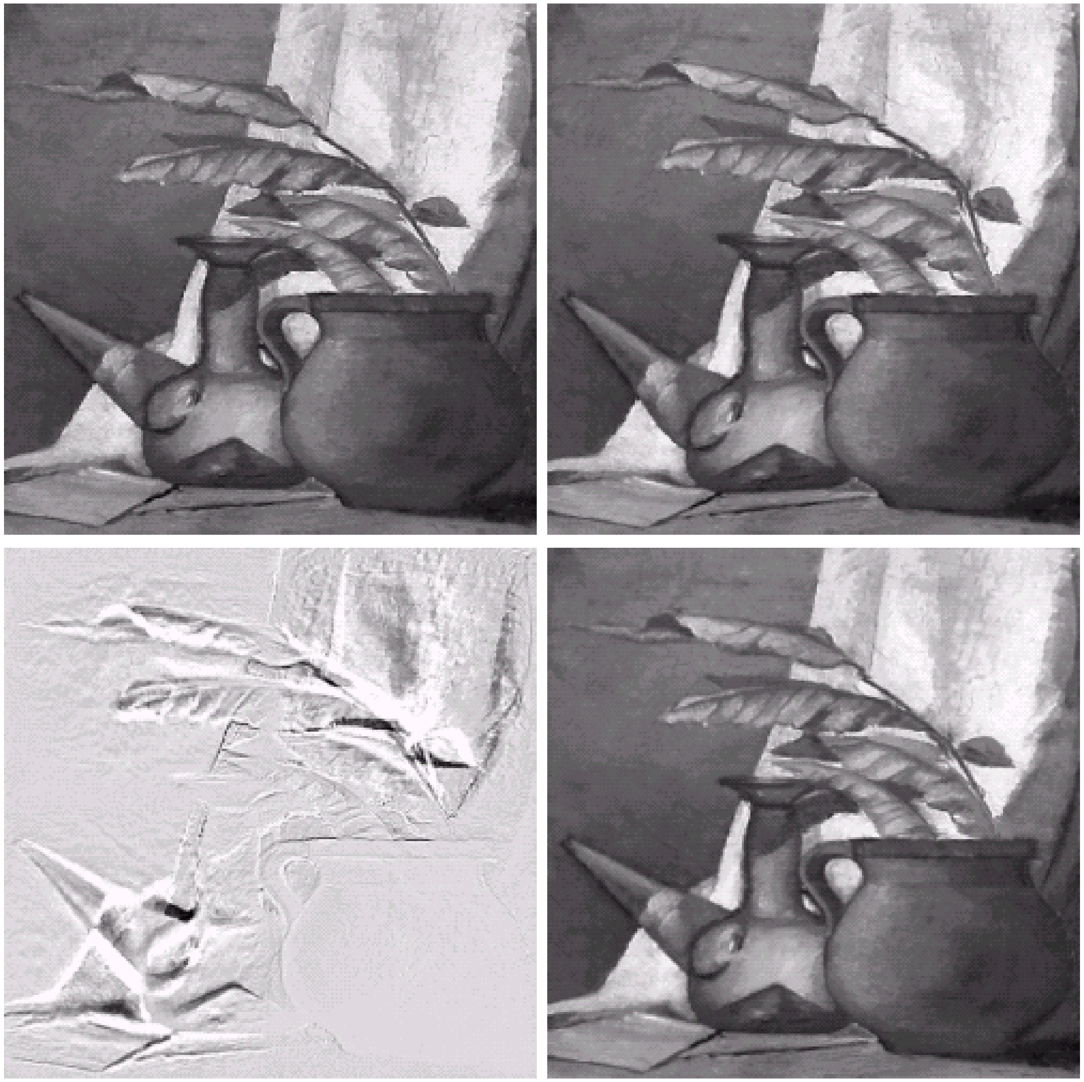
UKLANJANJE DEGRADACIJE

- Geometrijske transformacije
  - Primer
    - Slika sa 25 ekvidistantnih povezanih tačaka
    - Mreža povezanih tačaka kojom se definiše degradacija
    - Degradirana slika – metod najbližeg suseda
    - Restaurirana slika
    - Degradirana slika – metod bilinearne interpolacije
    - Restaurirana slika



UKLANJANJE DEGRADACIJE

- Geometrijske transformacije
  - Primer
    - Slika pre geometrijske transformacije
    - Slika izobličena na osnovu mreže iz prethodnog primera
    - Razlika originalne i degradirane
    - Geometrijski restaurirana slika



ZAKLJUČAK

- Pojam restauracije i mera kvaliteta
- Model degradacije slike
- Modeli šuma
- Uklanjanje šuma
  - Prostorno filtriranje šuma
  - Frekvencijsko filtriranje šuma
- Uklanjanje degradacije
  - Estimacija funkcije degradacije
    - Opservacijom, eksperimentom, modelovanjem
  - Inverzno filtriranje
  - Wiener-ov filtar
  - Geometrijske transformacije