

Seat No. / Enrolment No.:

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Engineering – SEMESTER – 2 (NEW) – EXAMINATION – Winter-2024

Subject Code: 4320002

Date: 23-01-2025

Subject Name: Engineering Mathematics

Time: 10:30 AM TO 01:00 PM

Total Marks: 70

Instructions:

1. Attempt all questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of simple calculators and non-programmable scientific calculators are permitted.
5. English version is authentic.

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options.
(યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલીજગ્યા પૂરો)

14

1 If $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$ then $\text{Adj}A^T =$ _____

- a. $\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ b. $\begin{bmatrix} -3 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ c. $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$ d. $\begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

૧ જો $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$ હોય તો $\text{Adj}A^T =$ _____

- અ. $\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ બ. $\begin{bmatrix} -3 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ક. $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$ ડ. $\begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

2 If $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ then order of $AB =$ _____

- a. 2×3 b. 2×2 c. 3×3 d. 3×2

૨ જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ અને $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ હોય તો AB શ્રેણિકનો ઓર્ડર = _____

- અ. 2×3 બ. 2×2 ક. 3×3 ડ. 3×2

3 If $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ and $C = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ then $A + B - C =$ _____

- a. $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -4 & -3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ b. $\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 6 & 1 \\ -6 & 3 \end{bmatrix}$ c. $\begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ d. $\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 10 & 5 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

3 જો $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ અને $C = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ હોય તો $A + B - C = \underline{\hspace{2cm}}$

અ. $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -4 & -3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ બ. $\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 6 & 1 \\ -6 & 3 \end{bmatrix}$ સ. $\begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ ડ. $\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 10 & 5 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

4 If $A = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ then, $A^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

a. $\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ b. $\begin{bmatrix} -9 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ c. $\begin{bmatrix} 11 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$ d. $\begin{bmatrix} 7 & -4 \\ -8 & 1 \end{bmatrix}$

૪ જો $A = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ તો $A^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

અ. $\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ બ. $\begin{bmatrix} -9 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ સ. $\begin{bmatrix} 11 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$ ડ. $\begin{bmatrix} 7 & -4 \\ -8 & 1 \end{bmatrix}$

5 $\frac{d}{dx} \left(\frac{\cos x}{\sin x} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$

a. $\tan x$ b. $\tan^2 x$ c. $-\cot^2 x$ d. $-\operatorname{cosec}^2 x$

૫ $\frac{d}{dx} \left(\frac{\cos x}{\sin x} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$

અ. $\tan x$ બ. $\tan^2 x$ સ. $-\cot^2 x$ ડ. $-\operatorname{cosec}^2 x$

6 $\frac{d}{dx} (\sin^2 x) = \underline{\hspace{2cm}}$

a. $2\sin x$ b. $\sin 2x$ c. $-\sin 2x$ d. $2\cos x$

૬ $\frac{d}{dx} (\sin^2 x) = \underline{\hspace{2cm}}$

અ. $2\sin x$ બ. $\sin 2x$ સ. $-\sin 2x$ ડ. $2\cos x$

7 If $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 9$ then $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$.

a. $\sqrt{\frac{x}{y}}$ b. $-\sqrt{\frac{x}{y}}$ c. $\sqrt{\frac{y}{x}}$ d. $-\sqrt{\frac{y}{x}}$

૭ જો $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 9$, તો $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$.

અ. $\sqrt{\frac{x}{y}}$ બ. $-\sqrt{\frac{x}{y}}$ સ. $\sqrt{\frac{y}{x}}$ ડ. $-\sqrt{\frac{y}{x}}$

8 $\int 2^x dx = \underline{\hspace{2cm}} + C$

a. 2^x b. $2^x \log 2$ c. $\frac{2^x}{\log 2}$ d. $\frac{\log 2}{2^x}$

$\int 2^x dx = \underline{\hspace{2cm}} + C$

૮. અ. 2^x બ. $2^x \log 2$ ક. $\frac{2^x}{\log 2}$ ડ. $\frac{\log 2}{2^x}$
9. $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = \underline{\hspace{2cm}} + C$
 a. $\tan x - \cot x$ b. $\tan x + \cot x$ c. $\sec x + \operatorname{cosec} x$ d. $\sec^2 x + \operatorname{cosec}^2 x$
૯. $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = \underline{\hspace{2cm}} + C$
 અ. $\tan x - \cot x$ બ. $\tan x + \cot x$ ક. $\sec x + \operatorname{cosec} x$ ડ. $\sec^2 x + \operatorname{cosec}^2 x$
10. $\int_0^3 6x \, dx = \underline{\hspace{2cm}}$
 a. 18 b. 27 c. 54 d. 24
૧૦. $\int_0^3 6x \, dx = \underline{\hspace{2cm}}$
 અ. 18 બ. 27 ક. 54 ડ. 24
11. The order and degree of the differential equation $\sqrt[3]{\frac{d^2 y}{dx^2}} = \sqrt{\frac{dy}{dx}}$ is _____.
 a. 2 and 3 b. 2 and 2 c. 3 and 2 d. 3 and 3
૧૧. વિકલ સમીકરણ $\sqrt[3]{\frac{d^2 y}{dx^2}} = \sqrt{\frac{dy}{dx}}$ ની કક્ષા અને પરિમાણ _____ છે.
 અ. 2 અને 3 બ. 2 અને 2 ક. 3 અને 2 ડ. 3 અને 3
12. An Integrating Factor of the differential equation $x \frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$ is _____.
 a. x b. $\frac{1}{x}$ c. $\log x$ D. $\frac{1}{\log x}$
૧૨. વિકલ સમીકરણ $x \frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$ સંકલ્પકારક અવયવ _____ થાય.
 અ. x બ. $\frac{1}{x}$ ક. $\log x$ ડ. $\frac{1}{\log x}$
13. $i + i^2 + i^3 + i^4 = \underline{\hspace{2cm}}$.
 a. i b. -i c. 0 d. 1
૧૩. $i + i^2 + i^3 + i^4 = \underline{\hspace{2cm}}$. થાય.
 અ. i બ. -i ક. 0 ડ. 1
14. $(2 - i)(3 + 2i) = \underline{\hspace{2cm}}$
 a. $4 + i$ b. $4 + 7i$ c. $8 + 7i$ d. $8 + i$
- $(2 - i)(3 + 2i) = \underline{\hspace{2cm}}$

- ૧૪ a. $4 + i$ b. $4 + 7i$ c. $8 + 7i$ d. $8 + i$

Q.2 (a) Attempt any two . (કોઇ પણ બે ના જવાબ આપો).

06

1. If $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ then prove that $A^2 - 5A + 7I = 0$
૧. જો $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ હોય તો સાબિત કરો કે $A^2 - 5A + 7I = 0$
2. If $A = \begin{bmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ then find Adj.A.
૨. જો $A = \begin{bmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ હોય તો Adj.A શોધો.
3. Solve the differential equation : $y(1+x)dx + x(1+y)dy = 0$
૩. વિકલ સમીકરણ નો ઉકેલ શોધો: $y(1+x)dx + x(1+y)dy = 0$

(b) Attempt any two. (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો.)

08

1. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$ then show that $(AB)^T = B^T \cdot A^T$
૧. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$ તથા $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$ હોય તો સાબિત કરો કે $(AB)^T = B^T \cdot A^T$
2. If $A = \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ then prove that $A \cdot A^{-1} = I$
૨. જો $A = \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ હોય તો સાબિત કરો કે $A \cdot A^{-1} = I$
3. Solve the given equations by using matrices: $5x + 3y = 11$ and $3x - 2y = -1$.
૩. સમીકરણોનો ઉકેલ શ્રેણિકની મદદથી શોધો : $5x + 3y = 11$ તથા $3x - 2y = -1$

Q.3 (a) Attempt any two. (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો.)

06

1. If $y = \log \sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$ then find $\frac{dy}{dx}$.
૧. જો $y = \log \sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.
2. If $y = (\sin x)^x$ then find $\frac{dy}{dx}$.
૨. જો $y = (\sin x)^x$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો .

3. Simplify : $\int \frac{x^2+5x+6}{x^2+2x} dx$

3. મેળવો : $\int \frac{x^2+5x+6}{x^2+2x} dx$

(b) Attempt any two. (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો.)

08

1. If $x = e^{\theta}(\cos\theta + \sin\theta)$ and $y = e^{\theta}(\cos\theta - \sin\theta)$ then find $\frac{dy}{dx}$.

૧. જો $x = e^{\theta}(\cos\theta + \sin\theta)$ તથા $y = e^{\theta}(\cos\theta - \sin\theta)$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

2. If $y = \log(\sin x)$ then show that : $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 1 = 0$

૨. જો $y = \log(\sin x)$ હોય તો $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 1 = 0$ સાબિત કરો.

3. When the equation of moving particles is $S = t^3 - 6t^2 + 9t + 4$, then solve given questions. (1) When $a = 0$, find 'v' and 's' (2) When $v = 0$ find 'a' and 's'.

3. ગતિમાન પદાર્થ ની ગતિ નું સમિકરણ $S = t^3 - 6t^2 + 9t + 4$ હોય તો નીચેના પ્રશ્નો નો ઉકેલ મેળવો. (1) જ્યારે $a = 0$ હોય તો 'v' અને 's' શોધો (2) જ્યારે $v = 0$ હોય તો 'a' અને 's' શોધો.

Q.4 (a) Attempt any two : (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો.)

06

1. $\int \frac{(1-3x)^2}{x^3} dx$: Evaluate

૧. $\int \frac{(1-3x)^2}{x^3} dx$: મેળવો

2. $\int x \cdot e^{3x} dx$: Evaluate

૨. $\int x \cdot e^{3x} dx$: મેળવો

3. Find the square root of the complex number $\sqrt{3} - i$

3. સંકર સંખ્યા $\sqrt{3} - i$ નું વર્ગમૂળ શોધો.

(b) Attempt any two : (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો.)

08

1. Find the value of : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\cos x + \sin x} dx$

૧. મૂલ્ય શોધો : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\cos x + \sin x} dx$

2. Find an equation of an area of the circle $x^2 + y^2 = a^2$.

૨. વર્તુળ $x^2 + y^2 = a^2$ ના ક્ષેત્રફળનું સમિકરણ શોધો.

3. If $z_1 = 3 + 4i$ and $z_2 = 2 - i$ then find $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1 \times z_2$ and $z_1 \div z_2$

3. જો $z_1 = 3 + 4i$ અને $z_2 = 2 - i$ હોય તો $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1 \times z_2$ તથા $z_1 \div z_2$ શોધો.

5

(a) Attempt any two : (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો.)

06

1. Find Modulus and conjugate form of the complex number $(2 - 3i)(-2 + i)$

૧. સંકર સંખ્યા $(2 - 3i)(-2 + i)$ નો માનક તથા અનુબદ્ધ સંકર સંખ્યા શોધો.

2. Find the principal Argument of the Complex number $\frac{1+i}{1-i}$

૨. સંકર સંખ્યા $\frac{1+i}{1-i}$ નો મુખ્ય કોણાંક શોધો.

3. Show that : $\frac{(\cos 2\theta + i \sin 2\theta)^3 (\cos 3\theta - i \sin 3\theta)^2}{(\cos 4\theta + i \sin 4\theta)^5 (\cos 5\theta - i \sin 4\theta)^5} = 1$

૩. સાબિત કરો કે : $\frac{(\cos 2\theta + i \sin 2\theta)^3 (\cos 3\theta - i \sin 3\theta)^2}{(\cos 4\theta + i \sin 4\theta)^5 (\cos 5\theta - i \sin 4\theta)^5} = 1$

(b) Attempt any two: (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો.)

08

1 Solve the differential equation : $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + x \sin\left(\frac{y}{x}\right)$

૧ વિકલ સમિકરણનો ઉકેલ શોધો : $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + x \sin\left(\frac{y}{x}\right)$

2. Solve the differential equation : $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + x^2$

૨ વિકલ સમિકરણનો ઉકેલ શોધો : $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + x^2$

3 Solve the differential equation : $(e^y + 1)\cos x dx + e^y \sin x dy = 0$

૩ વિકલ સમિકરણનો ઉકેલ શોધો : $(e^y + 1)\cos x dx + e^y \sin x dy = 0$
