

Estructuras Discretas 2017-1

Práctica 3: Especificación de listas

Emiliano Galeana Araujo
314032324

Facultad de ciencias, UNAM

Fecha de entrega: Viernes 14 de octubre del 2016

1. Especificación formal de listas

1.1. Universo

Consideremos el universo de discurso:

$$\mathcal{U} = \{\text{listas de tipo } A\}$$

1.2. Lenguaje

El lenguaje de nuestro universo es:

$$\mathcal{L}_A = \{nil, Ah(x, y), At(x, y), Ca(x, y), Co(x, y), Lon(x), Conc(x, y), Esta(x, y)L(x), E(x), N(x)\}$$

Brindemos el diccionario de nuestro lenguaje:

- *nil*: Constante que representa la lista vacía.
- *Ca(x, y)*: Función que dice si x es la cabeza de la lista y.
- *Co(x, y)*: Función que dice si x es la cola de la lista y.
- *Lon(x)*: Función que devuelve la longitud de una lista x.

- $Conc(x, y)$: Función que devuelve la concatenación de la lista x con la lista y .
- $Esta(x, y)$: Función que dice si un elemento pertenece a la lista y .
- $L(x)$: Es una lista.
- $E(x)$: Es un elemento.
- $Ah(x, y)$: Función que agrega el elemento x al principio de la lista y .
- $At(x, y)$: Función que agrega el elemento x al final de la lista y .
- $N(x)$: Es un número natural.

1.3. Especificación de la construcción

- La lista vacía es una lista de elementos de A .

$$\forall x(x = nil \rightarrow \exists y(L(y) \wedge Esta(x, y)))$$

- La operación de agregar un elemento de A al inicio de una lista es nuevamente la lista.

$$\forall x \forall y(E(x) \wedge L(y) \wedge Ah(x, y) \rightarrow L(y))$$

1.4. Teoremas sobre algunas funciones de listas

- La concatenación de dos listas es una lista.

$$\forall x \forall y \forall z(L(x) \wedge L(y) \wedge L(z) \wedge Conc(x, y) \rightarrow L(z))$$

- La longitud de una lista es un número natural.

$$\forall x(L(x) \wedge Lon(x) \rightarrow N(x))$$

- Ningún elemento pertenece a la lista vacía.

$$\forall x \forall y(E(x) \wedge L(y) \rightarrow (Elem(x, y) \leftrightarrow L(y) \neq nil))$$

- Si cierto elemento es la cabeza de una lista, entonces dicho elemento pertenece a la lista.

$$\forall x \forall y (E(x) \wedge L(y) \wedge Ca(x, y) \rightarrow Elem(x, y))$$

- La cabeza de una lista pertenece a dicha lista.

$$\forall x \forall y (E(x) \wedge L(y) \wedge Ca(x, y) \rightarrow Elem(x, y))$$

- Si un elemento pertenece a una lista entonces o es la cabeza de la lista o pertenece a la cola.

$$\forall x \forall y (E(x) \wedge L(y) \wedge Elem(x, y) \rightarrow Ca(x, y) \vee Co(x, y))$$

- Si un elemento pertenece a la lista entonces pertenece a cualquier otra lista cuya cola es la lista anterior.

$$\forall x \forall y (E(x) \wedge L(y) \wedge Elem(x, y) \rightarrow \exists z (L(z) \wedge Elem(x, z) \wedge Co(y, z)))$$

- Si un elemento pertenece a la concatenación de dos listas entonces pertenece a alguna de esas dos listas.

$$\forall x \forall y \forall z (E(x) \wedge L(y) \wedge L(z) \wedge \exists w (L(w) \wedge w = Conc(y, z) \wedge Elem(x, w) \rightarrow Elem(x, y) \vee Elem(x, z)))$$

- Si un elemento pertenece a una lista entonces dicha lista es la concatenación de otras dos donde la segunda tiene como cabeza dicho elemento.

$$\forall x \forall y (E(x) \wedge L(y) \wedge Elem(x, y) \rightarrow \exists z \exists w (L(z) \wedge L(w) \wedge L(y) \rightarrow Conc(z, w) \rightarrow Elem(x, w)))$$